

6.2. Модель характеристик управляющих действий летчика, основанная на современной теории оптимального управления

Так же как и в структурном подходе формализация стремления летчика оптимизировать качество системы самолет - летчик является основой при математическом моделировании, выполняемом в рамках современной теории оптимального управления. Здесь предполагается, что цель, преследуемая летчиком в процессе выполнения задачи, адекватна минимизации квадратичного функционала качества

$$J = \lim_{T \rightarrow \infty} M \left\{ \frac{1}{T} \int_0^T (x^T Q x + c^T Q_c c + \dot{c}^T G_c \dot{c}) dt \right\},$$

где x - n -мерный вектор фазовых координат объекта. В случае, если исследуется задача отслеживания программного входного сигнала, то вектор x кроме фазовых координат включает и сигналы ошибок; $c(t)$ - m -мерный вектор управляющих координат; Q_x , Q_c , G_c - матрицы неотрицательных весовых коэффициентов.

Изменение фазовых координат объекта управления получается в результате решения матричного уравнения

$$\dot{x}(t) = A x(t) + B c(t) + w(t),$$

где $w(t)$ - k -мерный вектор гауссовых шумов внешних возмущений с нулевым математическим ожиданием; A - матрица коэффициентов, определяющих динамику объекта; B - матрица коэффициентов, определяющих эффективность органов управления.

Для задачи одноконтурного слежения достаточно хорошее соответствие с экспериментом получается при использовании относительно простого функционала J , содержащего взвешенную сумму дисперсии ошибки и производной управления.

Воспринимаемые летчиком фазовые координаты, составляющие вектора индикации $y(t)$, определяются следующим матричным уравнением системы отображения информации:

$$y(t) = Cx(t) + Dc(t). \quad (6.40)$$

Причем элементы матриц C и D могут зависеть от времени как, например, в задаче инструментальной посадки.

Вектор индикации $y(t)$ включает величины, которые летчик явно наблюдает, а также их первые производные (неявная информация):

$$y(t) = (y_e(t) \dot{y}_e(t))^T.$$

Первоначальные исследования в рамках рассматриваемого подхода ограничивались случаями визуального восприятия информации [38]. В последующих работах в состав вектора $y(t)$ включалась и информация, воспринимаемая другими сенсорными системами летчика, например, вестибулярной системой [44]. Математическая модель этой системы учитывается путем расширения вектора $y(t)$.

Психофизиология процессов восприятия, переработки информации и выработки действий и их обработки учитывается здесь путем введения следующих ограничений:

запаздывание восприятия, представляющее обычно звеном запаздывания e^{-pt} ;

аддитивные шумы наблюдения $n_y(t)$ и моторной реакции $n_{u_c}(t)$;

инерционность отработки управляющего сигнала нервномышечной системой, описываемая апериодическим звеном с постоянной времени T_N .

Структура модели. Для осуществления оптимального управления модель действий летчика (рис.6.15) помимо восприятия и отработки команд нервномышечной системой должна содержать блок адаптации со следующими алгоритмами:

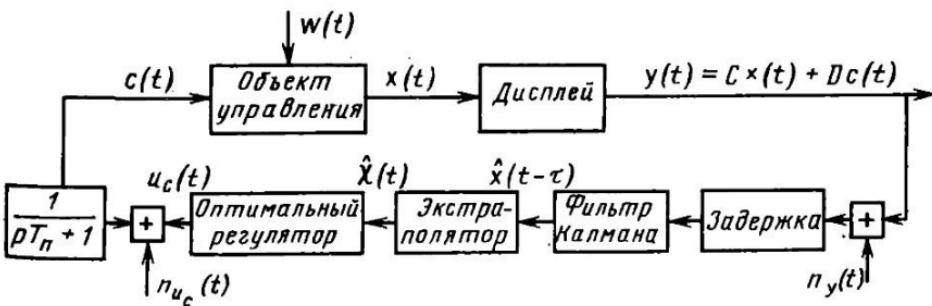


Рис.6.15. Структурно-функциональная схема модели действий летчика, основанная на современной теории оптимального управления

оптимального оценивания состояния движения объекта управления, т.е. фильтра Калмана, определяющего оценку $\hat{x}(t - \tau)$ по наблюдаемому вектору $y_p(t)$;

оптимального регулятора, определяющего сигнал управления $u_c(t)$ на основании упрежденной оценки $\hat{x}(t)$.

Модель восприятия вектора индикации характеризует связь между переменными $y(t)$, выводимыми на средства индикации, и величинами $y_p(t)$, воспринимаемыми летчиком с задержкой и шумовым искажением. Она описывается соотношением

$$y_p(t) = y(t - \tau) + n_y(t - \tau).$$

Входящая сюда постоянная времени τ помимо задержки восприятия учитывает и эффекты запаздывания, происходящие в других подсистемах человека. Как правило, величина τ изменяется в пределах 0,2 – 0,3 (с). n_y – вектор вводимого летчиком эквивалентного шума наблюдения, являющегося одной из составляющих ремнанты.

В соответствии со свойствами составляющих вектора $n_y(t)$, рассмотренными в гл.4 и разд.6.1, спектральная плотность каждой из них, например, y_m с учетом (6.15) и порога восприятия, определяется выражением

$$S_{n_y n_y m} = \frac{\pi P_0}{k_y^2 f_m} \sigma_{y_m}^2.$$

Модель отработки команд нервномышечной системой. На вход нервномышечной системы поступает сигнал $\bar{u} = u_c(t) + n_{u_c}(t)$, где u_c – выходной сигнал оптимального регулятора, а $n_{u_c}(t)$ – моторный шум. Считается, что $n_{u_c}(t)$ является белым шумом, обладающим свойством мультипликативности. Интенсивность каждой его компоненты

$$(S_{n_u n_u c})_i = \pi P_M (\sigma_{u_c}^2)_i,$$

где P_M изменяется в пределах 0,002 – 0,01 с.

Динамика нервномышечной системы отражает ее инерционные свойства и, в случае зависимости функционала от дисперсий σ_c^2 , ее модель получается в процессе решения задачи построения блока адаптации.

Блок адаптации. Блок адаптации оптимальной модели действий летчика содержит совокупность алгоритмов оптимального регулятора, фильтра Калмана и экстраполятора.

Матрица коэффициентов оптимального регулятора L^* , получается при условии, что на вход регулятора подается точная оценка вектора $x = (x \ c)^T$, а эффектом шума можно пренебречь ввиду его малости в рабочем диапазоне частот [86].

Для определения L^* в рассмотрение вводится уравнение

$$\dot{x} = A_0 x + B_0 \mu + E_0 w$$

и функционал $J = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T (x_0^T Q_0 x_0 + \mu^T G_c \cdot \mu) dt$,

где $A_0 = \begin{Bmatrix} A & B \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}$; $B_0 = \begin{Bmatrix} 0 \\ I \end{Bmatrix}$; $E_0 = \begin{Bmatrix} I \\ 0 \end{Bmatrix}$; $\mu = \dot{c}$; $Q_0 = \begin{Bmatrix} Q & 0 \\ 0 & Q_c \end{Bmatrix}$.

Решением задачи минимизации является уравнение

$$\mu = -L x, \quad (6.41)$$

где $L = G_c^{-1} B_0^T K_0$; K_0 - квадратичная положительно определенная матрица, получаемая в результате решения уравнения Рикатти:

$$A_0^T K_0 + K_0 A_0 + Q_0 - K_0 B_0 G_c^{-1} B_0^T K_0 = 0.$$

Считая, что матрица L может быть представлена как $L = (L_1 \ L_2)$, из уравнения (6.41) нетрудно получить

$$T_N \dot{c} + c = u_c, \quad (6.42)$$

где $T_N = L_2^{-1}$.

Уравнение, связывающее управление u_c с вектором x

$$u_c = -L^* x. \quad (6.43)$$

позволяет получить матрицу коэффициентов обратной связи $L^* = (L_2^{-1} L_1 \ 0)$ линейного оптимального регулятора.

Таким образом, решение задачи сводится к вычислению коэффициентов оптимального регулятора $-L^*$, к которому последовательно подсоединенено инерционное звено $(T_N p + 1)^{-1}$. Полагая, что оно моделирует динамику нервномышечной системы, элементы матрицы T_N можно обоснованно считать равными 0,1 с. Это условие дает возможность с помощью итерационной процедуры определить матрицу весовых коэффициентов G_c^* .

С учетом моторного шума уравнение (6.42) примет вид

$$\dot{c} + L_2 c = L_2 u_c + L_2 n_u. \quad (6.44)$$

Объединяя его с уравнением (6.40) и уравнением объекта управления, можно получить следующую систему:

$$\dot{x}(t) = A_1 x(t) + B_1 u_c(t) + W_1(t);$$

$$y = C_1 x;$$

$$\text{где } B_1 = \begin{Bmatrix} 0 \\ L_2 \end{Bmatrix}; \quad C_1 = [C \ D]; \quad A_1 = \begin{Bmatrix} A & B \\ 0 & -L_2 \end{Bmatrix},$$

$W_1(t)$ – вектор внешнего возмущения и моторного шума, матрица спектральных плотностей которого

$$S_{W_1} = \begin{Bmatrix} S_W & 0 \\ 0 & L_2 S_n L_2^T \end{Bmatrix}.$$

Здесь S_w - матрица спектральных плотностей внешнего возмущения $W(t)$; S_{n_u} - диагональная матрица спектральных плотностей моторного шума, элементы которой $(S_{n_u})_i$.

Уравнение фильтра Калмана, позволяющее получить оценку $p_1(t)$ вектора $x(t - \tau)$, имеет вид

$$\dot{p}_1(t) = A_1 p_1(t) + H_1 [y_p(t) - C_1 p_1(t)] + B_1 u_c(t - \tau), \quad (6.45)$$

где $H_1 = \Sigma_1 C_1^T S_{n_y}^{-1}$, а матрица ошибок Σ_1 определяется из уравнения

$$O = A_1 \Sigma_1 + \Sigma_1 A_1^T + S_{w_1} - \Sigma_1 C_1^T S_{n_y}^{-1} C_1 \Sigma_1.$$

Здесь S_{n_y} - матрица спектральных плотностей шумов наблюдения.

Линейный экстраполятор в этом случае генерирует оценку $\hat{x}(t) = [\hat{x}(t), \hat{c}(t)]^T$ согласно уравнениям

$$\hat{x}(t) = \xi(t) + e^{A_1 t} [p_1(t) - \xi(t - \tau)], \quad (6.46)$$

$$\dot{\xi}(t) = A_1 \xi(t) + B_1 u_c(t). \quad (6.47)$$

Полная структурная схема оптимальной модели, соответствующая приведенным уравнениям фильтра Калмана, экстраполятора и оптимального регулятора, приведена на рис. 6.16.

Так как уравнения (6.45), (6.46) зависят от интенсивностей мультипликативных шумов $n_y(t)$ и $n_u(t)$, то их решение требует введения

итерационной процедуры, связанной с вычислением дисперсий процессов $y(t)$ и $u_c(t)$, и сравнения получаемых результатов на каждом шаге.

Выражения для дисперсий процессов получаются из выражений матриц корреляционных функций, приведенных в [56, 86] и имеющих следующий вид:

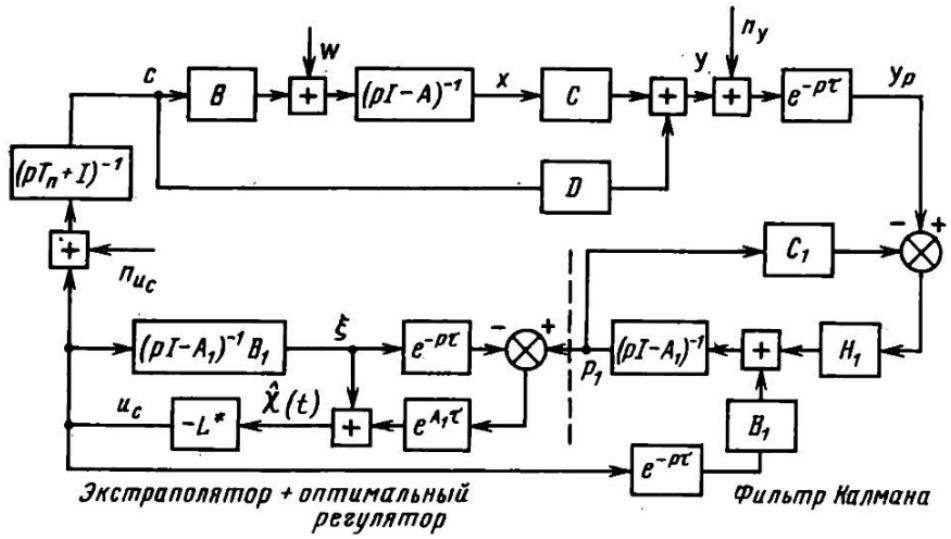


Рис.6.16. Структурно-операционная схема оптимальной модели действий летчика

матрица корреляционных функций сигнала ошибок оценивания $e_1 = x - \bar{x}$

$$M\{e_1(t) e_1^T(t)\} = E_1 = e^{A_1 \tau} \Sigma_1^{A_1^T \tau} + \int_0^\tau e^{A_1 \sigma} W_1 e^{A_1^T \sigma} d\sigma;$$

матрица корреляционных функций оценок сигнала

$$M \{ \hat{x}(t) \hat{x}^T(t) \} = \hat{X} = \int_0^{\infty} e^{-\bar{A}\sigma} e^{A_1^T \tau} H_1 S_n H_1^T e^{A_1^T \tau} e^{-\bar{A}^T \sigma} d\sigma,$$

матрица корреляционных функций сигнала x

$$M\{x(t) \ x^T(t)\} = \bar{x} = E + \hat{x};$$

матрица корреляционных функций сигнала $y(t)$

$$M\{y(t) \ y^T(t)\} = \bar{Y} = C_1 \bar{x} \ C_1^T;$$

матрица корреляционных функций сигнала $u_c(t)$

$$M\{u_c(t) u_c^T(t)\} = u_c = L^* \hat{X} L^{*T}.$$

Дисперсии сигналов определяются диагональными членами этих матриц.

Все приведенные уравнения, составляющие модель действий летчика, определены во временной области. Так как они линейны, то в частотной области вектора управления $C(p)$ и наблюдения $Y(p)$ связаны следующим уравнением:

$$C(p) = W_L(p) Y_e(p).$$

С целью получения выражения для $W_L(p)$ необходимо объединить уравнения (6.46) и (6.47), ввести в рассмотрение вектор $x_2 = [p_1 \dot{x}]^T$, а также переместить звено запаздывания к выходу оптимального регулятора. В этом случае система уравнений (6.43), (6.44), (6.45), (6.46) и (6.47) приобретает вид

$$\dot{x}_2 = A_2 x_2 + B_2 y + E_2 u_c(t-\tau) + B_2 n_y; \quad (6.48)$$

$$u_c = C_2 x_2; \quad (6.49)$$

$$\dot{c} = -L_2 c + L_2 u_c(t-\tau) + L_2 n_{u_c}. \quad (6.50)$$

где $A_2 = \begin{bmatrix} A_1 - H_1 C_1 & 0 \\ -e^{A_1 \tau} H_1 C_1 & A_1 - B L^* \end{bmatrix};$

$$B_2 = \begin{bmatrix} H_1 \\ A_1 \tau H_1 \end{bmatrix} = (B_2^1 \ B_2^2); \quad E_2 = \begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad C_2 = (0 \ - L)^*.$$

Учитывая, что вектор $y = (y_e \quad py_e)^T$, и используя очевидное тождество $p(pE - A_2)^{-1} = I + (pE - A_2)^{-1}A_2$, где E - единичная матрица, уравнение (6.48) приобретает вид

$$\dot{x}_2^1 = A_2 x_2^1 + \bar{B}_2 y_e + E_2 u_c(t-\tau) + B_2 p_y, \quad (6.51)$$

$$\text{где } x_2^1 = x_2 - B_2 y_e, \quad (6.52)$$

$$\bar{B}_2 = B_{21} + A_2 B_{22}.$$

С учетом (6.52) уравнение (6.49) приобретает вид

$$u_c = C_2 x_2^1 + \bar{D}_2 y_e. \quad (6.53)$$

$$\text{где } \bar{D}_2 = C_2 B_{22}.$$

Объединяя уравнения (6.50), (6.51) и (6.53) нетрудно получить следующее выражение для $W_n(p)$

$$W_n(p) = (pE + L_2)^{-1} L_2 e^{-pt} (E - F e^{-pt})^{-1} H,$$

$$\text{где } F = C_2 (pE - A_2)^{-1} E_2; \quad H = C_2 (pE - A_2)^{-1} B_2 + \bar{D}_2.$$

Зная $W_n(p)$, нетрудно найти выражение для спектральной плотности ремнанты, присоединенной к одной из наблюдаемых координат y_m и определяемой составляющими матриц $S_{\frac{n}{y}}$ и $S_{\frac{n}{u_c}}$.

Сравнения частотной характеристики действий летчика и спектральной плотности ремнанты, полученных при математическом моделировании и в экспериментах, демонстрируют их хорошее совпадение как для простых, так и сложных в управлении объектов. Задача выбора весовых коэффициентов целевого функционала в большинстве работ решается путем использования правила Брайсона [40].

Так как вектор y включает и производные передаваемых сигналов, то кроме y_{max} должны быть определены и величины \dot{y}_{max} . Если y яв-

ляется угловой координатой и при этом рассматривается задача точного отслеживания траектории, то величины u_{\max} и \dot{u}_{\max} , как правило, выбирают равными друг другу и лежащими в пределах соответственно 0,5 - 1 (град) и 0,5 - 1 (град/с). В рамках оптимальной модели действий летчика получило дальнейшее развитие концепция "бумажного летчика". С этой целью в ряде работ найдены зависимости значений минимума квадратичного функционала качества, используемого в оптимальной модели действий летчика, с его субъективной оценкой. Многие из таких зависимостей, особенно те, которые получены в последние годы, соответствуют закону Вебера-Фехнера.

В частности, в работе [80] показано, что обработка данных оценок PR, полученных по шкале Купера методом регрессионного анализа, дает следующее выражение для прогнозируемой оценки: $PR = k \ln a J + b$, где $k = 25$; $a = 10$ и $b = 0,3$.