ДЛЯ ВУЗОВ

ДИНАМИКА ПОЛЕТА

Под редакцией академика РАН
Г.С. Бюшгенса

Рекомендовано Государственным образовательным учреждением высшего профессионального образования «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана» в качестве учебника для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению подготовки 652500 «Гидроаэродинамика и динамика полета». Регистрационный номер рецензии 957 от 20.07.2010 г. МГУП

МОСКВА
«МАШИНОСТРОЕНИЕ»
2011

УДК 629.7.015 (075.8)
ББК 39.53
Д46

А в т о р ы: А.В. Ефремов, В.Ф. Захарченко, В.Н. Овчаренко, В.Л. Суханов, Ю.Ф. Шелюхин, А.С. Устинов

Р е ц е н з е н т ы: кафедры «Летательные аппараты» и «Проектирование и конструирование летательных аппаратов» Самарского государственного аэрокосмического университета; канд. техн. наук А.З. Тарасов

Д46 **Динамика полета:** Учебник для студентов высших учебных заведений / А.В. Ефремов, В.Ф. Захарченко, В.Н. Овчаренко и др.; под ред. Г.С. Бюшгенса. — М.: Машиностроение, 2011. 776 с.: ил.
ISBN 978-5-94275-580-5

Рассмотрены уравнения движения самолета в различных системах координат. Приведены методы расчета летных характеристик самолета, сил и моментов, действующих на самолет в продольном и боковом движениях, траекторий движения самолета, характеристик его устойчивости и управляемости.

Рассмотрены методы исследования динамики возмущенного движения, принципы построения современных автоматизированных систем управления, обеспечивающих необходимые характеристики устойчивости и управляемости. Приведенные методы применимы для исследования динамики самолетов различных схем, в том числе и самолетов со статической неустойчивостью.

ББК 39.53

© А.В. Ефремов, В.Ф. Захарченко, В.Н. Овчаренко и др., 2011

ISBN 978-5-94275-580-5

© ООО "Издательство Машиностроение», 2011

ПРЕДИСЛОВИЕ

Традиционный курс «Динамика полета», преподаваемый в инженерных вузах, охватывает задачи траекторного движения (аэродинамический расчет, оптимизация и выбор параметров), а также задачи устойчивости и управляемости самолетов. В Московском авиационном институте этот курс в значительной степени определен благодаря усилиям основателя кафедры «Динамика и управление полетом ЛА» профессора И.В. Остославского. Им был написан ряд учебников и учебных пособий, отразивших опыт создания авиационной техники 1940–1960-х гг. В настоящее время существует ряд достаточно четких и кратких изложений курса динамики полета. Это учебник А.Ф. Бочкарева и другие. К сожалению, последнее издание достаточно полного учебника Эткина до сих пор не переведено на русский язык, а первое переведено не совсем удачно, с рядом ошибок в традиционной терминологии. Настоящий учебник охватывает все разделы учебного курса. В силу сложившейся на кафедре «Динамика и управление полетом ЛА» традиции материал излагается достаточно подробно, что целесообразно для студентов.

В учебнике достаточно полно освещены все современные вопросы динамики полета, в том числе автоматизация управления самолетом, которая в последние годы приобрела особую важность. Внедрение автоматизации управления в жизнь благодаря работам ЦАГИ существенно сказалось на облике современного самолета. Стало возможным обеспечить устойчивость и управляемость при статической неустойчивости компоновки самолета, решить многие проблемы безопасности полета.

Наличие в книге приложений, необходимых для более детального изучения курса, а также для расчетов с использованием вычислительной техники, будет полезным не только для студентов, но и для сотрудников конструкторских бюро.

Безусловно, инициатива кафедры «Динамика и управление полетом ЛА» МАИ во главе с профессором А.В. Ефремовым по столь детальному изложению курса очень полезна.

Академик РАН
Г.С. Бюшгенс

ВВЕДЕНИЕ

Создание самолета представляет собой сложный итерационный процесс, в котором некоторые, порой незначительные изменения массы узлов и агрегатов, состава оборудования или формы отдельных частей самолета приводят к необходимости уточнения всех других его параметров и характеристик. В этом процессе активно участвуют специалисты в области аэродинамики, прочности, силовых установок, систем управления, радиооборудования и многие другие.

Особое место среди этих областей знаний занимает динамика полета, задачей которой является выполнение комплекса расчетов по определению двух групп характеристик. К первой относятся траектории полета самолета и его летные (включая летно-технические и маневренные) и взлетно-посадочные характеристики. Эти характеристики, по сути, определяют возможности самолета, рассматриваемого как материальная точка, по достижению определенных показателей движения.

Часть характеристик вычисляется в предположении постоянства скорости полета, т.е. исходя из уравнений установившегося движения. Найденные таким образом область возможных полетов, максимальные перегрузки, максимальные скорости, дальность и продолжительность полета, скороподъемность, радиус виража и другие характеристики в значительной степени определяют эффективность самолета. Другая часть летных и взлетно-посадочных характеристик определяется из рассмотрения неустановившихся режимов полета, когда происходит заметное изменение скорости. Такой подход используют при оптимизации траекторий полета самолета с целью определения минимального времени набора высоты или дальности снижения летательного аппарата, осуществляющего бездвигательную посадку, при вычислении времени разгона и торможения, длин разбега и пробега самолета по взлетно-посадочной полосе и др. В терминах этих характеристик формируются требования к создаваемому самолету, проводится сравнение разных самолетов, именно они определяют эффективность его применения. Расчет траекторий полета самолета позволяет не только получить программу изменения высоты и скорости $H(t)$ и $V(t)$ для достижения определенной цели (минимального расхода топлива или максимальной высоты полета), но и определить предельные возможно-

сти самолета — минимальное время набора высоты, максимальную дальность планирования при выполнении бездвигательной посадки и другие показатели.

Вторая группа характеристик, вычисляемых методами динамики полета, определяет пилотажные свойства (или характеристики) самолета, т. е. его возможность совершать устойчивый полет, а также возможность летчика управлять самолетом с целью выполнения задач пилотирования.

При исследовании вопросов устойчивости рассматривается реакция самолета на воздействие возмущения, приводящее к отклонению самолета от основной (программной) траектории. Под возмущениями понимают воздействия на самолет атмосферы в виде порывов ветра, ударной волны, воздействия, связанные с мгновенным изменением конфигурации самолета и положения центра масс (сброс внешних подвесок, возмущения от стрельбы бортового оружия и т.д.).

После прекращения действия возмущений самолет, по крайней мере в течение некоторого промежутка времени, будет двигаться по закону, отличному от заданного программой. Основное движение уступит место новому, возмущенному движению. Очевидно, что если по прошествии некоторого времени возмущенное движение снова переходит в основное, то движение самолета устойчиво. Если же с течением времени возмущенное движение все более отклоняется от основного, то движение неустойчиво.

Таким образом, *под устойчивостью движения самолета понимают свойство кинематических параметров его движения (угла атаки, скорости полета, угловой скорости вращения и т.д.) восстанавливать свои исходные значения, изменившиеся в результате воздействия возмущения, после прекращения действия причины, вызвавшей это возмущение*.

Для оценки устойчивости важны характер возмущенного движения, а также интенсивность затухания. В связи с этим устойчивость определяют рядом характеристик. Одной из них является показатель продольной статической устойчивости. Он характеризует способность самолета восстанавливать угол атаки, изменившийся из-за действия возмущений, и определяется расстоянием между центром масс и точкой приложения подъемной силы, называемой фокусом самолета. При расположении фокуса за центром масс внезапное увеличение угла атаки и подъемной силы приводит к возникновению момента, вращающего самолет в сто-

рону уменьшения угла атаки. Такая реакция самолета указывает на его статическую устойчивость.

Помимо устойчивости важнейшей характеристикой, определяющей возможность пилотирования самолета (его пилотажные свойства), является его управляемость. В общем виде *под управляемостью понимают способность самолета реагировать заданным образом на отклонения рычагов управления или на усилия, прикладываемые к ним летчиком*.

Под заданной реакцией самолета понимают такое его перемещение в пространстве, которое отвечает принятым представлениям. При этом показатели реакции на управляющие воздействия (так называемые характеристики управляемости) способствуют выполнению задачи пилотирования с заданным уровнем качества.

О хорошо управляемом самолете летчики говорят, что самолет хорошо «ходит за рычагами», без запаздывания реакции на их отклонения. Под этим понимается, что для выполнения задачи пилотирования летчику необходимо совершать простые по характеру отклонения рычагов управления и прилагать небольшие по величине, но вполне четко ощущаемые усилия. При создании самолета требуется, чтобы его показатели управляемости соответствовали принятым нормам.

Необходимо отметить, что устойчивость и управляемость самолета тесно связаны между собой. Неустойчивый самолет не может иметь хорошую управляемость. Устойчивый самолет может иметь как хорошую, так и неудовлетворительную управляемость. Последнее, в частности, имеет место, когда летчику приходится прикладывать чрезмерно большие или малые усилия на рычагах управления для создания определенной перегрузки. Таким образом, устойчивость является необходимым условием удовлетворительной управляемости, но, конечно же, не достаточным, поскольку в показатели управляемости кроме показателей устойчивости входят и другие характеристики: эффективность рулей, характеристики и параметры системы управления, показатели реакции самолета и т.д. Правильно выбранные характеристики устойчивости и управляемости самолета позволяют летчику качественно и безопасно выполнять задачи пилотирования.

Расчеты рассмотренных выше групп характеристик выполняются специалистами в области динамики полета для решения важнейшей проектировочной задачи — выбора проектных пара-

метров самолета: удельной нагрузки на крыло, тяговооруженности, центровки, формы крыла и др., обеспечивающих требования, предъявляемые к самолету. Необходимо отметить, что развитие современной авиации сопровождается расширением диапазонов скоростей и высот полета, переходом на статически неустойчивые компоновки, для которых характерно переднее по отношению к центру масс расположение фокуса. Все это существенно влияет на характеристики устойчивости и управляемости, что требует значительной автоматизации самолета, без которой невозможно добиться необходимых пилотажных характеристик. Таким образом, одной из задач, решаемой в динамике полета, является разработка структуры и алгоритмов систем управления, определяющих динамический облик самолета и обеспечивающих его качественное и безопасное пилотирование.

По своей сути динамика полета является прикладной наукой. Здесь при проведении необходимых исследований и расчетов приходится пользоваться сведениями и методами, заимствованными из различных фундаментальных наук, главным образом из механики твердого тела, аэродинамики, прикладной математики, теории управления. До тех пор, пока эти фундаментальные науки не достигли определенных успехов, было невозможно решить основные проблемы динамики полета, так же как и других прикладных наук, используемых в процессе проектирования самолетов. Методы решения задач динамики полета формировались в процессе развития авиации.

Толчком к появлению авиации послужило создание в конце XIX в. поршневых двигателей. Они позволили получить тягу, необходимую для обеспечения требуемой скорости полета. Имеющееся у самолета крыло (крылья) позволяло реализовать аэродинамический принцип полета, при котором сила веса компенсируется подъемной силой. После первого успешного полета братьев Райт в 1903 г. на поршневом самолете «Флайер» (рис. В.1) авиация начала бурно развиваться. Достаточно сказать, что в период первой мировой войны всеми участвовавшими в ней странами было произведено свыше 200 тыс. самолетов. В начале 1920-х гг. наряду с боевыми начали строиться и пассажирские самолеты. Проектирование первых летательных аппаратов, как правило, осуществлялось методом «проб и ошибок». Основой являлся опыт, а также схожесть создаваемых относительно простых конструкций. Развитие аэродинамики, динамики полета, прочности и других прикладных наук позво-

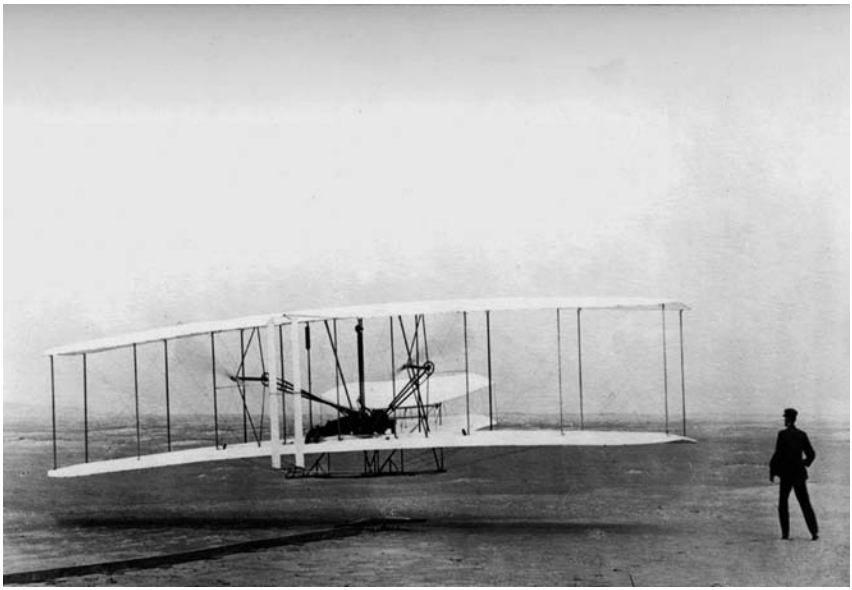


Рис. В.1. Первый самолет братьев Райт

лило разработать первые расчетные методики проектирования. В основном они базировались на рассмотрении частных упрощенных случаев расчета. Так, первые редакции аэродинамического расчета базировались на графоаналитических методах определения летных характеристик. Значительный вклад в их разработку внес Н.Е. Жуковский. Изложенный им в 1913 г. метод тяг получил успешное развитие в работах В.П. Ветчинкина, В.С. Пышнова, Б.Т. Горощенко, И.В. Остославского, Р.Д. Иродова и других отечественных и зарубежных ученых. Созданная совокупность методик была представлена в выпусках «Руководства для конструкторов», издаваемых в ЦАГИ начиная с 1943 г. в течение многих лет. Эти методики позволяют проводить аэродинамический расчет самолета, включающий вычисление летно-технических характеристик.

Знание влияния основных параметров самолета (удельной нагрузки на крыло, тяговооруженности и др.) на летно-технические характеристики позволяет обоснованно выбирать эти параметры при создании нового самолета. Тенденции их изменения для поршневых самолетов в период с 1912 по 1944 г. приведены на рис. В.2 [1]. Улучшению летных характеристик

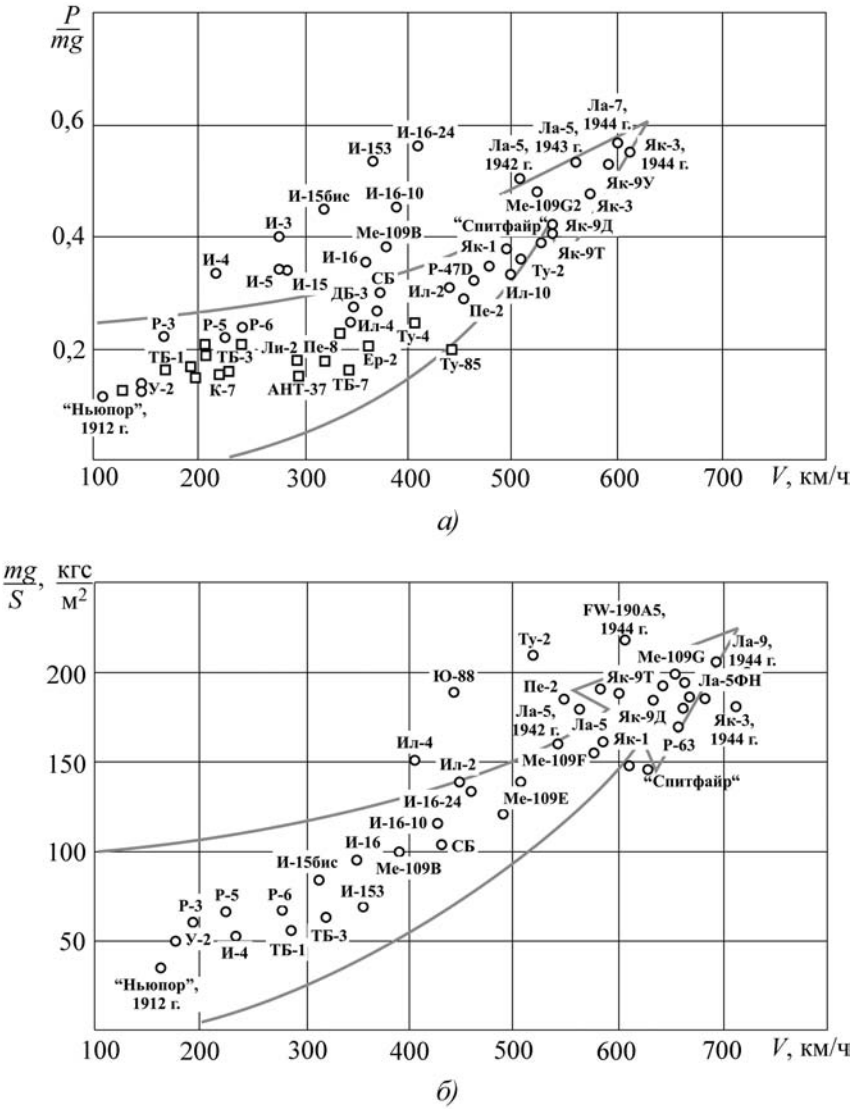


Рис. В.2. Тенденция изменения основных параметров поршневых самолетов:
$P/(mg)$ — тяговооруженность; mg/S — нагрузка на крыло; P — тяга двигателя; mg — вес самолета; S — площадь крыла; V — скорость полета

в значительной степени способствовали успехи в области аэродинамики. Это было обеспечено созданием в 1920–1930-е гг. в России, Германии, США крупных экспериментальных центров с большими аэродинамическими трубами, позволившими оптимизировать аэродинамическую форму проектируемых самолетов, размеры и профили крыльев, их механизацию (закрылки и предкрылки) и пр. Такая экспериментальная база в сочетании с разработанными расчетными методами явилась фундаментом достигнутых успехов в исследовании дозвуковой аэродинамики.

Важность правильного выбора характеристик устойчивости и управляемости (пилотажных характеристик) понимали еще создатели первых летательных аппаратов тяжелее воздуха. Один из них, У. Райт, еще за два года до своего первого полета писал: «...человек уже знает, как сконструировать крыло или аэроплан, который может перемещаться в воздухе со значительной скоростью ..., как построить относительно легкий двигатель с мощностью, необходимой для достижения большой скорости. Однако невозможность балансировать и управлять вызывают у летчика серьезные проблемы пилотирования. Когда эта особенность будет преодолена, наступит эра летающих машин. Что касается всех остальных проблем, то все они малозначимы».

Для того чтобы эра «летающих машин» наступила, потребовались годы кропотливой работы ученых и инженеров, чтобы от эмпирического опыта создания конструкций, способных совершать управляемый полет, перейти к инженерным методам расчета характеристик устойчивости и управляемости, гарантирующих безопасный полет проектируемого самолета.

Для дозвуковых самолетов, созданных в эпоху поршневой авиации, характерно постоянство аэродинамических и моментных характеристик по скорости. Это обусловливает достаточную простоту методов их расчета. Однако при расчете характеристик устойчивости и управляемости этих самолетов потребовался учет влияния работающего винта. Кроме того, ограниченные диапазоны скоростей и высот полета гарантировали относительно приемлемые динамические характеристики устойчивости и управляемости. При выбранном положении центра масс разработка методов расчета характеристик управляемости ограничивалась рассмотрением статических характеристик управляемо-

сти. Методы расчета пилотажных характеристик в основном сводились к правильному выбору параметров оперения, а также определению усилий, прикладываемых летчиком к рычагам управления самолетом. Создание методов расчета характеристик устойчивости дозвуковых самолетов на основе результатов испытаний в аэродинамических трубах гарантировало необходимую управляемость самолета без автоматизации процесса пилотирования. Однако для уменьшения физической нагрузки летчика при многочасовом полете, а также обеспечения безопасной посадки в условиях плохой видимости уже на начальном этапе развития авиации стали применять автоматические устройства. Первыми такими устройствами стали автопилоты, в которых использовались гироскопы для поддержания углового положения самолета. Впервые полет в автоматическом режиме с их применением был продемонстрирован Уильямом Сперри в 1911 г. Автоматизация управления самолетом стала характерной чертой развития авиации. Уже в первой половине XX в. появились беспилотные летательные аппараты, совершавшие полеты в автоматическом режиме. В 1930-е гг. в Англии и Германии были созданы варианты системы инструментальной (автоматизированной) посадки, которая стала неотъемлемой частью любого современного самолета. Эта система позволяет летчику с помощью прибора видеть положение самолета относительно глиссады (прямолинейной траектории с углом наклона $\Theta = -2{,}5...-3°$), задаваемой с помощью наземной радиотехнической системы.

Независимость мощности поршневого двигателя N от скорости полета не давала возможности заметно увеличить скорость полета, так как создаваемая при этом тяга P была обратно пропорциональна скорости полета: $P = N\eta / V$ (даже при сохранении высокого значения КПД воздушного винта η), а сопротивление возрастало пропорционально V^2. Применение поршневых двигателей тормозило дальнейшее развитие авиации (максимальные скорости, достигнутые самолетами с поршневыми двигателями, составляли 700...750 км/ч).

Появление турбореактивных двигателей (ТРД) ознаменовало новый этап развития скоростной авиации и привело уже в 1943 г. к появлению первых реактивных истребителей (Ме-262, Германия). Примерно в это же время работы по созданию реактивной авиации развернулись и в СССР. В 1948 г. при полете со снижением на само-

Рис. В.3. Самолет МиГ-19

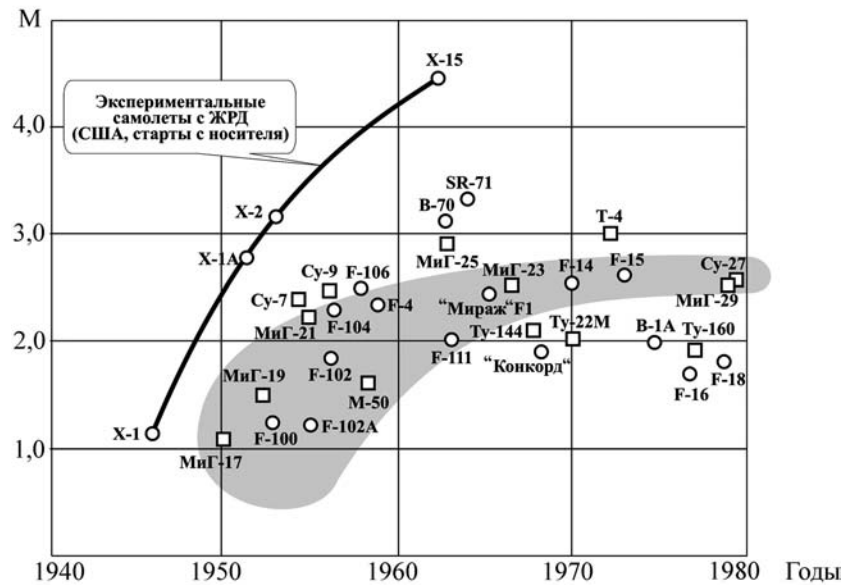


Рис. В.4. Рост скоростей полета реактивной авиации

лете Ла-176 была достигнута скорость звука. Первые выпускавшиеся серийно сверхзвуковые самолеты появились в 1953–1954-х гг. Это были МиГ-19 (СССР; рис. В.3) и F-100 (США), достигавшие скоростей полета, соответствующих M = 1,2...1,35. К 1960-м гг. истребители СССР и США, Франции и Великобритании достигли скоростей, соответствующих M = 2 и даже более (рис. В.4). Переход на большие дозвуковые и сверхзвуковые скорости полета потребовал значительного улучшения летных характеристик самолетов и обусловил целый ряд проблем в области двигателестроения, аэродинамики и динамики полета.

В области двигателестроения возникла проблема торможения сверхзвукового потока, входящего в двигатель, до дозвуковых скоростей с минимальными потерями. Для этого разрабатывалась специальная геометрия воздухозаборников сверхзвуковых самолетов, все более и более усложнявшаяся по мере увеличения скорости. При больших сверхзвуковых скоростях для торможения потока потребовалась установка специально спрофилированных конусов (клиньев), перемещающихся в воздухозаборнике с изменением скорости полета.

Применение форсажной камеры позволило значительно увеличить скорость полета самолетов. Однако при этом возрос и удельный расход топлива. В дальнейшем улучшение внутренних параметров двигателей и повышение аэродинамического качества при сверхзвуковых скоростях полета (M > 1) позволили получить сверхзвуковую крейсерскую скорость полета на неформированном режиме. Первые такие двигатели были разработаны при создании самолетов с большой дальностью полета: М-50, Ту-144, «Конкорд», Т-4 и др. [1].

Переход на сверхзвуковые скорости сопровождался существенным изменением высоты полета. Определение траекторий движения в таких условиях потребовало разработки новых методов их расчета. Первый из них, получивший широкое распространение, впервые был, видимо, предложен Ф. Филлипсом*. В отечественной литературе он получил название энергетического метода И.В. Остославского — А.А. Лебедева, которые разработали указанный метод независимо от Ф. Филлипса примерно в то же время.

---

* **F. Phillips.** A Kinetic Energy Correction to Predicted Rate of Climb // Journal of Aerospace Science. V. 9 № 5. 1942.

Основой метода является введение новой переменной — энергетической высоты $H_э = H + \frac{V^2}{2g}$, позволяющей решить задачу расчета траектории, оптимальной с точки зрения некоторого критерия. Такой подход позволил определять траектории набора высоты на сверхзвуковых скоростях полета, его продолжительность и другие летные характеристики сверхзвуковых самолетов.

Сверхзвуковые скорости полета обусловили ряд серьезных проблем и в области аэродинамики. В частности, в районе числа M = 1 происходят значительное увеличение волнового сопротивления, падение аэродинамического качества и увеличение продольного момента за счет смещения фокуса крыла назад — увеличение статической устойчивости. Это приводит к росту тяги, потребной для выполнения горизонтального полета, а следовательно, к увеличению расхода топлива и уменьшению дальности полета. Кроме того, значительный рост продольной статической устойчивости привел к резкому ухудшению характеристик управляемости самолета.

Одним из решающих средств улучшения аэродинамики сверхзвуковых самолетов, предложенных в 1940-х гг., явилось увеличение угла стреловидности крыла при одновременном уменьшении относительной толщины его профиля. Увеличение угла стреловидности крыла приводит к снижению несущих свойств самолета на дозвуковых скоростях полета, а следовательно, к ухудшению летных характеристик на этих скоростях и взлетно-посадочных характеристик. Поэтому изменение угла стреловидности крыла в практике освоения сверхзвуковых скоростей проходило постепенно (в несколько этапов).

1. Увеличение угла стреловидности крыла χ до 60°. Это позволило сохранить дозвуковое обтекание горизонтального оперения до M = 2 и применять для крыла профили с круглым носком и достаточно большой относительной толщиной ($\bar{c} = 5\%$), что обеспечивало приемлемые взлетно-посадочные и маневренные характеристики самолетов. Крылья с такой стреловидностью были установлены на одном из самых массовых истребителей в мире МиГ-21, а также на самолетах Су-7 и Су-9.

2. Создание крыла с углом стреловидности $\chi = 40°$ и сверхзвуковой передней кромкой. Это позволило достичь скоростей полета,

соответствующих M = 3. Для уменьшения волнового сопротивления такое крыло должно иметь профили малой толщины ($\bar{c}$ = 3...4%), а носок профиля — малый радиус. Данное решение позволило получить приемлемые взлетно-посадочные характеристики. Такое крыло было применено на сверхзвуковом истребителе-перехватчике МиГ-25, на котором в 1965–1978 гг. было установлено 25 мировых рекордов.

3. Использование крыла изменяемой стреловидности, обеспечивавшего многорежимность самолета. Применение крыла малой стреловидности (χ = 10...15°) и большого удлинения позволило улучшить взлетно-посадочные характеристики. При угле стреловидности крыла χ = 30...45° достигались хорошие аэродинамические и маневренные характеристики, а также высокое аэродинамическое качество на околозвуковых скоростях полета (рис. В.5, *а*). И, наконец, при χ = 60...72° достигались

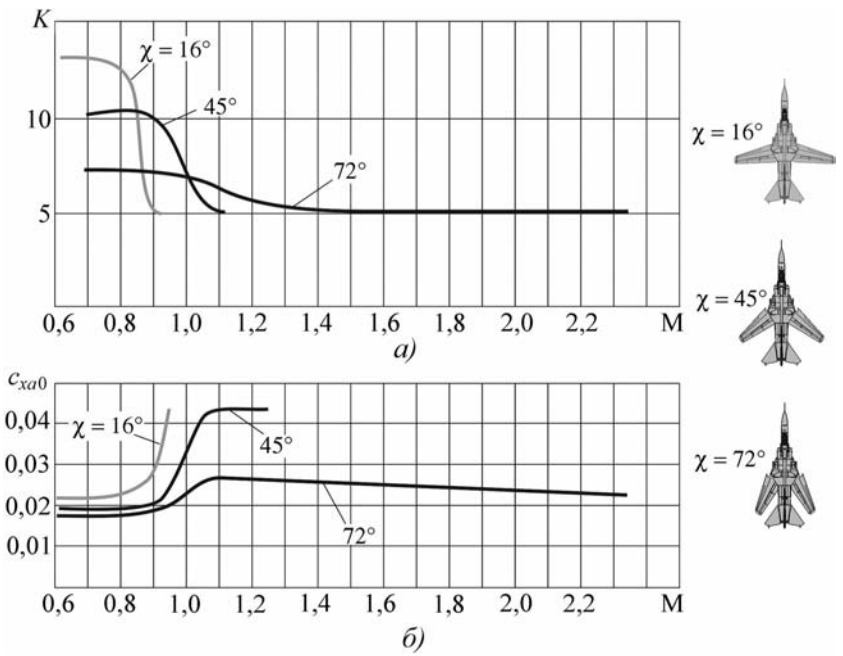


Рис. В.5. Влияние стреловидности крыла на аэродинамические характеристики самолета:

K — аэродинамическое качество; $c_{xa\,0}$ — коэффициент сопротивления

а)

в)

б)

г)

Рис. В.6. Отечественные самолеты с изменяемой стреловидностью крыла:
а — МиГ-23М; *б* — Су-17М4; *в* — Су-24; *г* — Ту-160

большие сверхзвуковые скорости при малом сопротивлении (рис. В.5, *б*). Эта же конфигурация являлась наилучшей при выполнении маловысотных полетов на больших приборных скоростях. Крыло с изменяемой стреловидностью было применено при создании самолетов МиГ-23, Су-17, Су-24, Ту-22М, Ту-160 (рис. В.6).

С переходом на сверхзвуковые компоновки инерционные характеристики самолетов значительно изменились, эллипсоид инерции стал очень вытянутым ($I_y / I_x \cong I_z / I_x \cong 10...15$). Выявилась возможность потери устойчивости при больших угловых скоростях из-за инерционного взаимодействия продольного и бокового движений. Исследования показали, что такого рода неустойчивость может проявляться в апериодическом или колебательном нарастании перегрузок. При этом отклонение органов управления вызывает противоположную обычной реакцию самолета, что затрудняет процесс пилотирования. Для самолетов-истребителей МиГ-21 и Су-9 были проведены соответствующие доработки, устраняющие эту опасность.

Создание в середине 1970-х гг. нового поколения двигателей позволило значительно повысить тяговооруженность фронтовых истребителей. Современные модификации двигателей, установленные на самолетах МиГ-29, Су-27, F-22 (рис. В.7), обеспечивают тяговооруженность, превышающую единицу.

В это же время аэродинамические исследования, выполненные в ЦАГИ, открыли новые возможности для значительного увеличения несущих свойств самолета благодаря использованию крыльев интегральной компоновки с острой передней кромкой на корневом наплыве с большим углом стреловидности, который генерировал устойчивый вихрь на верхней поверхности крыла.

Совокупность этих достижений позволила выполнять устойчивый полет на больших углах атаки при значительно увеличенной подъемной силе и существенно улучшить летно-технические и маневренные характеристики самолетов. Повышению летно-технических и маневренных характеристик способствовало и создание адаптивного крыла, у которого передние и задние подвижные части непрерывно отклонялись в зависимости от режима полета. На рис. В.8, В.9 приведены маневренные и взлетно-посадочные характеристики истребителей, созданных в 1960–1980-е гг.

а)

б)

в)

Рис. В.7. Сверхзвуковые самолеты с повышенной тяговооруженностью:
а — МиГ-29; *б* — Су-27; *в* — F-22

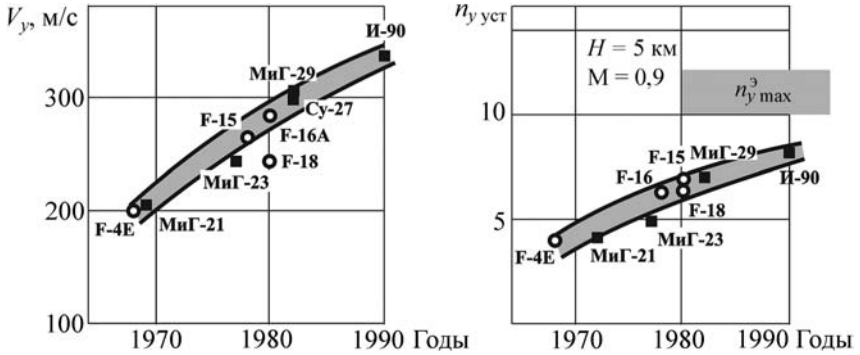


Рис. В.8. Маневренные характеристики истребителей второй половины XX в.

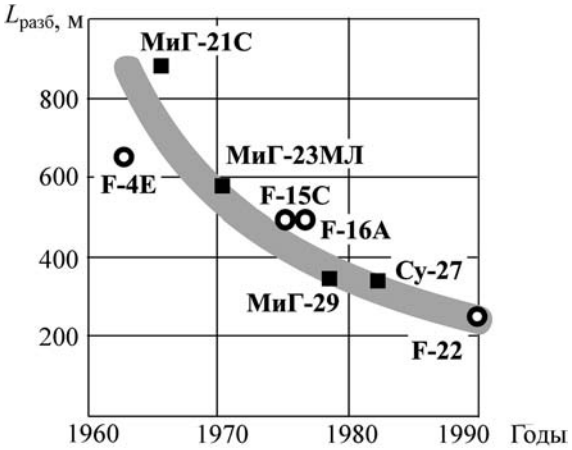


Рис. В.9. Длины разбега маневренных истребителей второй половины XX в.

Удачная интеграция двигателей, входных устройств, крыла и фюзеляжа, выполненная аэродинамиками ЦАГИ, конструкторами ОКБ А.И. Микояна и П.О. Сухого, позволила у самолетов МиГ-29 и Су-27 резко увеличить допустимые значения углов атаки, а также обеспечить выход самолетов без сваливания практически на любые углы атаки. Установка на последних модификациях этих самолетов двигателей с управляемым вектором тяги обеспечила возможность выполнения устойчивого и длительного полета на любых углах атаки.

Переход на сверхзвуковые скорости полета вызвал значительное ухудшение характеристик управляемости самолетов вследствие уменьшения эффективности органов управления. Для обеспечения управляемости на сверхзвуковых скоростях пришлось отказаться от руля высоты и перейти к полностью отклоняемому стабилизатору. Рост потребных усилий для отклонения рычагов управления при $M > 1$ привел к необходимости применения бустеров. При их использовании летчик отклоняет лишь рычаги управления, прикладывая незначительные усилия. Для отражения реальной картины управления потребовалось искусственное создание усилий на рычагах. В то же время эффективность стабилизаторов при больших скоростных напорах оказалась избыточной, что привело к необходимости регулирования передаточных чисел от рычага управления к стабилизатору в зависимости от высоты и числа M полета. В трансзвуковой зоне скоростей полета появилась неустойчивость по скорости. Расширение диапазона высот реактивной авиации явилось также причиной значительного снижения демпфирующих свойств самолетов, увеличения колебательности переходных процессов во всех каналах управления.

Изучение перечисленных особенностей устойчивости и управляемости требует детального анализа возмущенного движения самолета. В общем случае для этого необходимо использовать систему нелинейных дифференциальных уравнений сил и моментов, действующих на самолет, что существенно затрудняет решение проектировочных задач.

Однако в практике эксплуатации авиационной техники внешние возмущения, как правило, приводят к небольшим отклонениям кинематических параметров движения от опорных. Случай так называемого исследования «устойчивости в малом», в отличие от случая исследования «устойчивости в большом», позволяет получать общие решения путем линеаризации уравнений движения. Данный принцип был предложен английским ученым Брайеном в 1904 г. Он детально изложил его в книге «Устойчивость в авиации» (1911 г.). Независимо от Брайена аналогичная задача была решена Г.А. Ботезатом (Россия). Это способствовало значительному прогрессу в изучении динамики возмущенного движения, позволив разделить продольное и боковое движения, определить показатели устойчивости без реше-

ния уравнений движения и наглядно анализировать влияние на них параметров самолета и его систем.

Созданный математический аппарат исследования динамики возмущенного движения совместно с появившейся в 1940-х гг. теорией управления позволили решить сложнейшие инженерные задачи автоматизации самолетов. Этот путь улучшения пилотажных характеристик сверхзвуковых самолетов определил развитие авиации на многие годы. На начальном этапе автоматизация сводилась к применению комплекса средств улучшения характеристик устойчивости и управляемости. Такими средствами были, прежде всего, гидравлические приводы, устройства загрузки рычагов управления и регуляторы передаточных чисел, а также демпферы колебаний, автоматы продольного и бокового управления.

Последующий этап развития военной авиации характеризуется уменьшением запасов статической устойчивости и переходом на статически неустойчивые компоновки в целях уменьшения потерь аэродинамического качества. В последнем случае фокус крыла располагается впереди центра масс самолета, что, как показывает анализ, позволяет улучшить его летно-технические характеристики. Обеспечение приемлемых пилотажных характеристик таких самолетов требует автоматизации управления во всех диапазонах скоростей и высот полета. Создаваемые при этом системы и элементы должны иметь высокую степень надежности, так как их отказ может сделать практически невозможным пилотирование самолета. Функция таких средств автоматизации заключается не просто в улучшении, а в обеспечении необходимых пилотажных свойств самолета. Это потребовало разработки новых инженерных методов проектирования систем управления, учитывающих нелинейность их элементов и статическую неустойчивость самолета, а также поиска новых принципов их создания. Одним из важнейших принципов, который впервые был предложен ЦАГИ и реализован при создании в ОКБ П.О. Сухого дальнего сверхзвукового самолета Т-4 (рис. В.10), являлось дистанционное управление. В этом случае управляющий сигнал летчика поступает на привод не через систему механических тяг и качалок, а по электрическим проводам. Такой способ потребовал создания электрогидравлических приводов, а также привел к разработке новых алгоритмов управления, реа-

Рис. В.10. Самолет Т-4 — первый в мире самолет с дистанционной системой управления

лизуемых вначале на аналоговых, а впоследствии на цифровых вычислителях и обеспечивающих необходимые пилотажные свойства самолета.

Развитие пассажирской авиации всегда шло с некоторым запаздыванием по отношению к военной. Рождение дозвуковой пассажирской реактивной авиации можно датировать 1952-м годом, когда через 9 лет после первого реактивного истребителя английской фирмой Де Хевилленд был создан реактивный пассажирский самолет «Комета» (в ходе испытаний он потерпел катастрофу). В СССР в 1956 г. впервые в мире вышел на авиалинии реактивный пассажирский самолет Ту-104.

Впервые в СССР система улучшения характеристик устойчивости и управляемости была установлена на реактивный пассажирский самолет в 1968 г. — на сверхзвуковой самолет Ту-144, а затем на Ту-154.

При создании пассажирских самолетов важнейшим критерием является снижение расхода топлива. Стремление к снижению расхода топлива привело к ряду новых технических решений. Одним из них является создание двухконтурного двигателя с большой степенью двухконтурности. Рост этого показателя помимо снижения расхода топлива приводит также и к снижению уровня шума, возникающего при работе двигателей. В настоящее время этому фактору придается большое значение. В целях снижения уровня шума

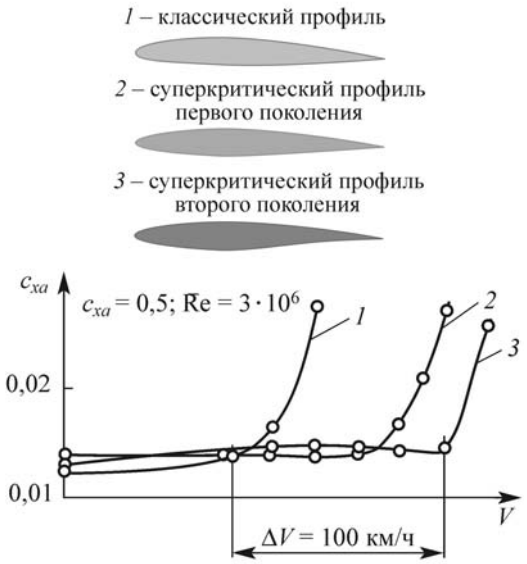


Рис. В.11. Аэродинамические характеристики суперкритических профилей

наряду с созданием новых поколений двигателей ведутся работы по оптимизации траекторий взлета и посадки, уменьшающих шум на местности.

Для современной гражданской авиации (самолеты Ту-204, Ил-96, Ту-334, А-320 и др.) так же, как и для военной, характерным является уменьшение степени статической устойчивости самолета. Для увеличения аэродинамического качества современные пассажирские самолеты оснащаются крыльями нового класса с суперкритическими профилями (рис. В.11). Такие профили позволяют значительно увеличить относительную толщину и удлинение крыла, а также аэродинамическое качество без развития волнового кризиса на больших дозвуковых скоростях и тем самым увеличить дальность полета при меньшем расходе топлива. Использование крыльев с суперкритическими профилями сопровождается появлением статической неустойчивости самолета в определенном диапазоне углов атаки. Эта особенность так же, как и уменьшение статической устойчивости, осуществленное для увеличения аэродинамического качества, потребовала автоматизации управления само-

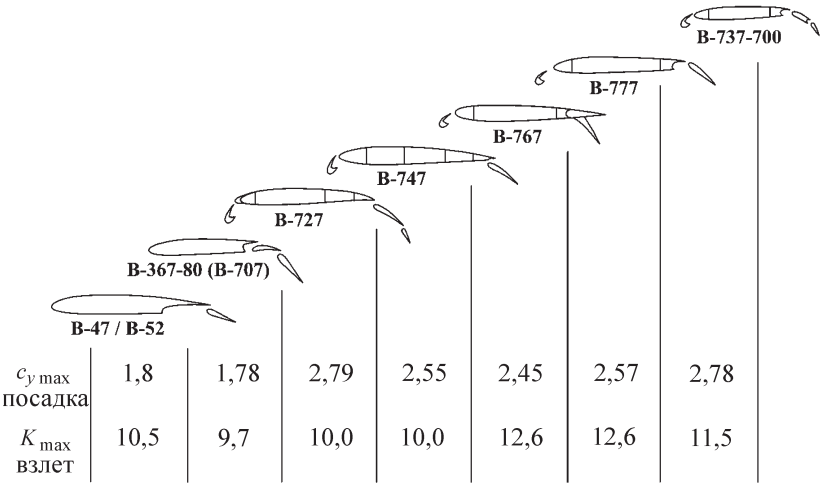


Рис. В.12. Влияние механизации крыла самолетов семейства «Боинг» на аэродинамические характеристики

летом (оснащения дистанционными системами управления), обеспечивающей его качественное и безопасное пилотирование. Характерной чертой современных гражданских самолетов является их оснащение мощной механизацией крыла для улучшения взлетно-посадочных характеристик. На рис. В.12 приведены значения коэффициента подъемной силы и аэродинамического качества, достигаемые на самолетах фирмы «Боинг» на этапах взлета и посадки при применении различных вариантов механизации крыльев. Увеличение размеров самолетов и стремление при этом уменьшить массу привели к заметному влиянию эффектов упругости на динамику их движения. Это потребовало разработки математических моделей, учитывающих эффекты упругости конструкции, и создания специальных активных средств их подавления.

Тенденцией развития современной и перспективной транспортной авиации является рост грузоперевозок. Это привело к созданию целого ряда транспортных самолетов. В 1960-е гг. отечественный парк транспортных самолетов в основном состоял из Ан-8, Ан-12 и Ан-22. В конце 1960-х гг. был создан транспортный самолет Ил-76, успешно эксплуатируемый и в настоящее время. Разработанная ЦАГИ совместно с ОКБ им. С.В. Ильюшина схема механи-

Рис. В.13. Сверхзвуковой пассажирский самолет Ту-144

зации крыла этого самолета позволила получить очень высокие значения коэффициента подъемной силы: $c_{y\,\max} = 3{,}2...3{,}4$. Дальнейший рост грузоперевозок потребовал создания широкофюзеляжных транспортных самолетов нового поколения Ан-124, Ан-225, А-40. Эти самолеты оснащены электродистанционными системами управления для обеспечения высоких летных и пилотажных характеристик, на них также внедрен целый ряд других технических инноваций.

Опыт, накопленный в области боевой авиации в 1950–1960-е гг., стал основой для решения вопросов обеспечения безопасной эксплуатации сверхзвуковых пассажирских самолетов (СПС). В результате длительной и упорной работы были созданы сверхзвуковые самолеты Ту-144 (СССР; рис. В.13) и «Конкорд» (Франция и Великобритания). Они имели дальность полета 6200...6500* км и могли перевозить до 100 пассажиров. При создании самолета Ту-144 был разработан ряд но-

* Дальность 6500 км достигалась модернизированным вариантом самолета Ту-144, прошедшим летные испытания в конце 1981 г.

вовведений, которые в дальнейшем широко использовались в авиастроении. В частности, система управления самолетом имела полноходовые рулевые агрегаты, отрабатывавшие сигналы системы улучшения устойчивости и управляемости во всех диапазонах высот и скоростей полета. Это дало возможность на некоторых режимах осуществлять полет при статической неустойчивости. Для обеспечения продольной балансировки самолета на взлетно-посадочных режимах использовалось переднее горизонтальное оперение.

Опыт создания сверхзвуковых пассажирских самолетов выявил целый ряд проблем: необходимость использования новых конструкционных материалов, длительно работающих в температурных условиях крейсерского полета (M = 2...2,3), увеличение расхода топлива, влияние на окружающую среду и др. Все это вместе с высокой стоимостью проектных и конструкторских работ несколько ухудшает экономические характеристики таких самолетов и сдерживает работы по созданию второго поколения СПС. Очевидно, что в ближайшие 30–40 лет генеральной линией в создании магистральных самолетов будет дозвуковой самолет со скоростью крейсерского полета, близкой к соответствующей $M \leq 0{,}9$.

Для исследования задач динамики полета и выполнения расчетов необходимо, прежде всего, иметь исходные данные, т.е. зависимости сил и моментов или их коэффициентов от углов атаки, скольжения, отклонения управляющих поверхностей, высоты и числа M полета. Они могут быть получены как в результате вычислений, так и при проведении экспериментальных исследований в аэродинамических трубах. В рамках первого направления к настоящему времени разработаны как приближенные методы оценки коэффициентов сил и моментов, так и пакеты программ, позволяющие достаточно точно описать сложные явления взаимодействия набегающего потока и поверхности летательного аппарата и рассчитать возникающие при этом силы и моменты в стационарных и нестационарных условиях полета. Значительный вклад в развитие инженерных расчетных и вычислительных методов внесли ученые ЦАГИ, Военно-воздушной инженерной академии им. Н.Е. Жуковского, а также ряда других российских и зарубежных научных и учебных центров. Получаемые с помощью этих методов данные используются на начальном этапе проектирования при отсутствии результатов продувок в аэродинамических трубах.

Значительному прогрессу в области авиации способствовали экспериментальные методы исследований, используемые при решении различных проблем аэродинамики, устойчивости и управляемости самолетов. Они позволили выявить влияние формы крыла, профилей, сочленения крыла и фюзеляжа на аэродинамические характеристики самолета, его устойчивость и управляемость.

Развитие реактивной авиации обусловило необходимость решения новых для своего времени вопросов разработки и создания воздухозаборников (их механизации и способов управления ею), влияния реактивной струи на аэродинамические характеристики самолетов.

Во все эти и многие другие исследования в области аэродинамики большой вклад внесли ученые и инженеры ЦАГИ. Разработанные ими методы экспериментальных исследований и результаты продувок в дозвуковых, сверхзвуковых и гиперзвуковых аэродинамических трубах ЦАГИ широко используются в процессе проектирования авиационной и космической техники. Аэродинамические исследования проводятся также и в ряде учебных центров страны: ВВИА им Н.Е. Жуковского, МАИ и др.

Современные самолеты отличаются высокой степенью автоматизации, что значительно усложнило математическое описание динамики возмущенного движения и потребовало разработки новых методов проектирования высокоавтоматизированных систем, основанных на оптимизации свойств системы «самолет–система управления». Эти методы и новые алгоритмы функционирования автоматизированных систем были разработаны в работах Г.С. Бюшгенса, Г.В. Александрова, В.Л. Суханова, Г.И. Загайнова, Р.В. Студнева и других сотрудников ЦАГИ. Одновременно были созданы методы экспериментальных исследований и математического моделирования, ориентированного на использование пилотажных стендов, современных вычислительных средств и программного обеспечения инженерных расчетов.

Современные пилотажные стенды представляют собой сложнейшие установки, позволяющие в наземных условиях создавать условия пилотирования, близкие к полетным. С их помощью решаются вопросы выбора пилотажных характеристик самолета, алгоритмов и параметров системы управления и систем индикации создаваемого самолета.

Методы численного моделирования помимо решения задач расчета аэродинамических характеристик крыла, фюзеляжа, оперения и всей компоновки самолета в целом широко применяются при синтезе систем управления самолета, выборе его пилотажных свойств. Этому в значительной степени способствовало появление нового поколения высокопроизводительных компьютеров и пакетов программ, ориентированных на проведение различных инженерных расчетов. Наибольшее распространение в настоящее время получила система компьютерной математики MATLAB/SIMULINK. На ее основе разработаны системы инженерных расчетов, ориентированные на решение задач динамики полета. Одна из них — FlightSim разработана специалистами ЦАГИ и получила распространение в ряде проектных организаций.

Создание новых образцов авиационной техники различного назначения происходит в тесном содружестве ОКБ, НИИ и заказчика. В результате их совместных проработок формируется тактико-техническое задание (ТТЗ) на разработку и создание нового образца. ТТЗ является основным документом, определяющим летно-технические, маневренные, взлетно-посадочные, эксплуатационные и экономические характеристики создаваемого летательного аппарата, его эффективность. Формированию ТТЗ предшествуют анализ новых достижений фундаментальных и прикладных исследований, позволяющих существенно повысить эффективность и качество вновь создаваемого образца авиационной техники, научно-техническая проработка их применимости.

Определяющую роль в этой работе играют рекомендации ЦАГИ. Здесь проводят предварительные исследования тематических моделей в аэродинамических трубах, моделирование динамики полета на пилотажных стендах и другие исследования. Объем материалов по моделированию динамики полета, систем управления, навигации и других важнейших систем, который должен быть выполнен в ОКБ в процессе эскизного проектирования, определяется в соответствии с «Руководством для конструкторов», содержащим методы расчета основных характеристик самолетов и вертолетов, в том числе по аэродинамике и динамике полета.

Процесс создания авиационной техники завершается ее летными испытаниями, которые разделяются на два этапа: лет-

но-конструкторские (заводские) испытания и государственные (сертификационные) испытания. На этапе летно-конструкторских испытаний определяются основные летно-технические и пилотажные характеристики, проводится оценка работы бортового оборудования, выявляются особенности поведения и пилотирования образца авиационной техники в эксплуатационном диапазоне. На этапе государственных (для объектов военной авиационной техники) или сертификационных (для объектов гражданской авиационной техники) летных испытаний проводится проверка соответствия его характеристик ТТЗ, а также требованиям специально разработанных нормативных документов. Эти же нормативные документы используются и на начальных этапах проектирования. Они разработаны для обеспечения безопасности полета, высокого качества пилотирования, а также унификации основных пилотажных и летных характеристик самолетов и вертолетов, имеющих близкие функции.

К нормируемым относят важнейшие характеристики, в том числе:

характеристики устойчивости и управляемости летательного аппарата, определяющие его пилотажные свойства; ряд критериев оценки пилотажных свойств и безопасности полета данного типа самолета или вертолета;

летные характеристики, связанные с безопасностью полета; требования по безопасности взлета и посадки для аэропортов различных классов, поведению самолета на различных режимах полета; запасы по скоростям полета до выхода на опасные режимы и т.п.

Нормативные документы для гражданских самолетов вначале создавались в ряде стран независимо как национальные нормы и оформлялись как государственные документы. В настоящее время для гражданских самолетов существуют международные нормы FAR (Federal Aviation Regular,), первоначально разработанные в США и принятые рядом стран, и JAR (Joint Aviation Requirements), действующие в европейских странах. Для авиатехники военного назначения в США разработаны и применяются нормативные документы MIL (Military standards).

В России нормативы, касающиеся гражданской авиации, были объединены в один документ — «Нормы летной годности самолетов и вертолетов» (НЛГ). В настоящее время эти нормы в

целях международной унификации максимально приближены к FAR и JAR, что должно упростить сертификацию авиационной техники в зарубежных странах. Этот документ выпущен Межгосударственным авиационным комитетом (МАК) СНГ в виде «Авиационных правил». Технические требования для магистральных самолетов содержатся в части 25, для легких самолетов — в части 23. Эти требования, по сути, мало отличаются от указанных выше НЛГ.

Следует отметить, что помимо указанных выше норм создатели авиационной техники обязаны обеспечивать выполнение целого ряда государственных и ведомственных стандартов, определяющих как технологию ее производства, так и условия эксплуатации.

Таким образом, методы динамики полета и расчеты, проводимые с их помощью, используются на всех этапах разработки, создания и эксплуатации образца авиационной техники начиная с обоснования и определения его облика. В процессе разработки аванпроекта и эскизного проектирования определяются летно-технические и пилотажные характеристики проектируемого самолета, структура и алгоритмы его системы управления, изучаются особенности динамики его движения. По мере получения экспериментальных данных о параметрах самолета и его силовой установки в процессе рабочего проектирования результаты расчетов уточняются вплоть до выдачи рекомендаций по особенностям пилотирования для выполнения первого вылета самолета. Значительная часть летных испытаний самолета посвящена определению его взлетно-посадочных, летных и пилотажных характеристик и оценке их соответствия нормативным требованиям.

Специалисты в области динамики полета привлекаются к расследованию летных происшествий. По записям бортовых и наземных регистраторов и другим косвенным признакам (свидетельства очевидцев, фрагменты конструкции, разброс их падения и т.п.) ими определяются режимы работы основных бортовых систем и агрегатов, параметры траектории и действия экипажа, по которым выясняются причины возникновения летного происшествия.

Целью настоящего учебника является обобщение и использование в учебном процессе студентов авиационных специальностей вузов методов расчета взлетно-посадочных, летных и

маневренных характеристик, траекторий движения, пилотажных свойств дозвуковых и сверхзвуковых летательных аппаратов с различными силовыми установками и уровнем автоматизации.

В разные годы по курсу «Динамика полета» были написаны учебники, обобщавшие сформировавшиеся к данному времени научные знания и методы решения задач динамики полета. Ряд из них многие годы являлся и продолжает оставаться настольными книгами специалистов, работающих в области авиастроения. К ним прежде всего необходимо отнести монографию «Аэродинамика самолета» профессора И.В. Остославского (1957 г.), а также две книги «Динамика полета», посвященные двум разделам динамики, написанные профессором И.В. Остославским в соавторстве с профессором И.В. Стражевой (1963 г. и 1967 г.).

Опыт чтения лекций по курсу «Динамика полета» специалистами в области проектирования самолетов обобщен в учебном пособии «Аэромеханика самолета», написанном коллективом авторов под редакцией А.Ф. Бочкарева в 1977 г. и переизданном в 1980 г.

За последние 30–40 лет облик авиации во многом изменился. В области динамики полета это, прежде всего, связано с определяющей ролью автоматизации в улучшении летных характеристик и пилотажных свойств самолетов, а также в повышении безопасности полетов. Опыт решения проблем динамики таких самолетов обобщен в ряде монографий. К ним, прежде всего, необходимо отнести книги, выпущенные в конце прошлого и начале нового столетия коллективом авторов ЦАГИ. К ним относятся: «Аэродинамика самолета. Динамика продольного и бокового движений», авторы Г.С. Бюшгенс, Р.В. Студнев (1979 г.); «Динамика пространственного движения самолета», авторы Г.С. Бюшгенс, Р.В. Студнев (1983 г.); «Аэродинамика и динамика полета магистральных самолетов» под редакцией Г.С. Бюшгенса (1995 г.); «Аэродинамика, устойчивость, управляемость сверхзвуковых самолетов» под редакцией Г.С. Бюшгенса (1998 г.).

Обобщение результатов исследований в области динамики полета сделано в книге «Аэродинамика, динамика и прочность» тома IV–21 «Самолеты и вертолеты» Энциклопедии «Машиностроение» (2002 г.) группой авторов ЦАГИ под научной редакцией академика РАН Г.С. Бюшгенса.

В предлагаемую читателю книгу наряду с традиционными фундаментальными теоретическими вопросами динамики полета

включены и вопросы, отражающие опыт создания нового поколения авиационной техники, решения которых были получены в последние годы.

Книга написана коллективом авторов под общей редакцией академика РАН Г.С. Бюшгенса, главы 1, 3, 4, 5, 7, а также приложения 1, 2, 4 написаны профессором, доктором технических наук В.Н. Овчаренко; главы 2, 6, 8, 10, 14, 16, 17 — доцентом, кандидатом технических наук В.Ф. Захарченко; введение к книге, главы 9, 13, приложение 3 и подраздел 19.2 написаны профессором, доктором технических наук А.В. Ефремовым; главы 15 и 20 — доцентом, кандидатом технических наук В.Л. Сухановым; главы 12 и 18, подразделы 19.1, 19.3, 19.4 — доцентом, кандидатом технических наук Ю.Ф. Шелюхиным; глава 11 и подраздел 19.5 — ведущим научным сотрудником А.С. Устиновым. Коллектив авторов выражает искреннюю благодарность старшему преподавателю кафедры «Динамика и управление полетом ЛА» Московского авиационного института В.Л. Полищуку за большую работу по подготовке рукописи и иллюстративного материала.

Часть I
ТРАЕКТОРИИ ПОЛЕТА САМОЛЕТА

Глава 1
УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ САМОЛЕТА

1.1. ОСНОВНЫЕ ПРЕДПОЛОЖЕНИЯ

Анализ движения самолета принято разделять на анализ траектории полета и анализ полного движения, включая характеристики устойчивости и управляемости. При анализе траектории движения самолета и его летно-технических характеристик допустимо описывать полет самолета как движение материальной точки (вся масса самолета сосредоточена в его центре масс) под действием всех сил, приложенных к этой точке; суммарный момент этих сил равен нулю. При анализе характеристик устойчивости и управляемости самолет рассматривается как твердое тело с определенными размерами и моментами инерции, а его описание дополняется описанием необходимых систем и агрегатов (система автоматического управления, бустеры, силовые приводы и т.д.), создающих силы и моменты.

Такое формирование математической модели самолета как двух различных (хотя и взаимосвязанных) математических моделей возможно, если выполняется ряд предположений.

При анализе траекторного движения и летно-технических характеристик полагают, что:

1. Вращением Земли и ее кривизной можно пренебречь.

2. Самолет является материальной точкой переменной массы (вследствие расхода топлива или отделения каких-либо масс).

3. Характеристики атмосферы известны и неизменны.

При анализе характеристик устойчивости и управляемости принимают, что:

1. Самолет — твердое тело постоянной массы.

2. Аэроупругие деформации конструкции самолета и перемещения масс внутри самолета учитываются, только если их влиянием нельзя пренебречь.

3. Аэродинамические силы и моменты зависят от текущих значений кинематических переменных движения, угловых скоростей вращения самолета вокруг центра масс и отклонений аэродинамических органов управления самолетом.

4. Предположения относительно Земли и атмосферы, принятые при анализе траекторного движения и летно-технических характеристик, сохраняются.

1.2. УРАВНЕНИЕ ТРАЕКТОРНОГО ДВИЖЕНИЯ САМОЛЕТА КАК ТОЧКИ ПЕРЕМЕННОЙ МАССЫ В ВЕКТОРНОЙ ФОРМЕ

В соответствии с принципами движения Ньютона уравнение изменения скорости полета самолета $\vec{V}$ в векторной форме записывается в виде

$$m(t)\frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{P} + \vec{R}_{\text{A}} + \vec{G}, \tag{1.1}$$

где $\vec{P}$ — вектор тяги; $\vec{R}_{\text{A}}$ — вектор аэродинамической силы; $\vec{G}$ — вектор гравитационной силы. Для самолетов с турбореактивными двигателями (ТРД) $\vec{P}$ — тяга ТРД, а для самолетов с турбовинтовыми двигателями (ТВД) или поршневыми двигателями (ПД) — тяга воздушного винта.

Уравнение (1.1) описывает динамику материальной точки переменной массы $m(t)$. Положение материальной точки на траектории движения определяется кинематическим дифференциальным уравнением

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{V}, \tag{1.2}$$

где $\vec{r}$ — радиус-вектор положения материальной точки относительно некоторой неподвижной точки в пространстве.

Если задаться какой-либо системой координат, то можно вместо дифференциальных векторных уравнений (1.1), (1.2) записать систему из шести обыкновенных дифференциальных уравнений относительно проекции вектора скорости и вектора положения рассматриваемой материальной точки на оси выбранной системы координат.

В общем случае движение самолета как твердого тела переменной массы следует рассматривать как движение системы тел: самолета и вращающихся роторов ТРД. Роторы ТРД — симметричные тела большой массы, вращающиеся с большой угловой скоростью, что при вращении самолета вокруг центра масс приводит к появлению гироскопического момента.

Чтобы записать уравнения движения самолета как твердого тела необходимо дифференциальные уравнения (1.1), (1.2) дополнить уравнениями углового движения самолета вокруг центра масс с учетом влияния вращающихся роторов ТРД.

Используя сведения, известные из курса теоретической механики [2] , получим

$$\begin{aligned} m(t)\frac{d\vec{V}}{dt} &= \vec{P} + \vec{R}_{\text{A}} + \vec{G}; \\ \frac{d\vec{K}}{dt} &= \vec{M}_R; \\ \frac{d\vec{r}}{dt} &= \vec{V}, \end{aligned} \tag{1.3}$$

где $\vec{K}$ — главный кинетический момент системы, состоящей из самолета и роторов ТРД, $\vec{K} = \vec{\omega}(J) + \vec{K}_{\text{р}}$; $\vec{\omega}$ — вектор угловой скорости вращения самолета как твердого тела вокруг центра масс; (J) — матрица тензора инерции самолета в целом как твердого тела; $\vec{K}_{\text{р}}$ — суммарный кинетический момент роторов ТРД; $\vec{M}_R$ — главный вектор момента внешних сил, $\vec{M}_R = \vec{M} + \vec{M}_P$; $\vec{M}$ — главный вектор аэродинамического момента; $\vec{M}_P$ — главный вектор момента тяги, обусловленный эксцентриситетом вектора тяги (вектор тяги не проходит через центр масс самолета).

Элементы матрицы (J) при анализе углового движения самолета можно принять постоянными. Такой подход существенно упрощает как качественный, так и количественный анализ динамики углового движения самолета.

Выбрав какую-либо систему координат, можно вместо системы векторных уравнений (1.3) записать систему из девяти обыкновенных дифференциальных уравнений относительно проекций векторов скорости $\vec{V}$, главного кинетического момента $\vec{K}$ и вектора положения $\vec{r}$ на оси данной системы координат. В общем случае эту систему уравнений можно решить только численными методами.

1.3. СИСТЕМЫ КООРДИНАТ В ЗАДАЧАХ ДИНАМИКИ ПОЛЕТА

Наблюдаемое движение самолета является относительным, так как результаты наблюдения определяются взаимным, относительным, положением самолета и наблюдателя, каждый из которых может двигаться по сложным пространственным траекториям.

С каждой системой отсчета связывают свой тип системы координат:

с неподвижной системой отсчета связывают неподвижные в пространстве системы координат, которые называют инерциальными;

с подвижной системой отсчета связывают подвижные (относительно абсолютной системы отсчета) системы координат.

Все системы координат можно разделить на системы, начало которых не связано с самолетом и начало которых связано с самолетом. Все системы координат, применяемые в динамике полета (независимо от того, где находится их начало), являются правыми декартовыми системами координат. Единообразный выбор координатных систем весьма целесообразен при решении практических задач динамики полета. В правой системе координат кратчайший путь совмещения оси OZ с осью OX — поворот против часовой стрелки, если смотреть с конца оси OY (рис. 1.1). Остальные повороты определяются аналогично.

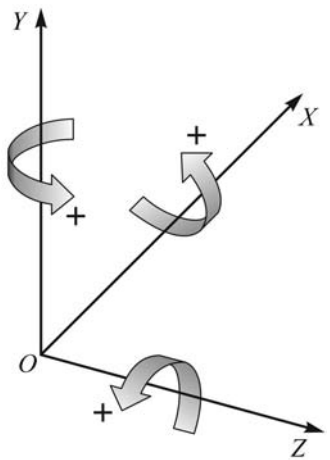


Рис. 1.1. Правая система координат

Все системы координат, применяемые в динамике полета летательных аппаратов, приведены в ГОСТ 20058–80. Для решения задач динамики полета самолетов обычно используются следующие координатные системы.

Нормальная земная система координат $O_0 X_g Y_g Z_g$. Ось $O_0 Y_g$ направлена вверх по местной вертикали. Начало координат O_0 и направления осей $O_0 X_g$ и $O_0 Z_g$ выбираются в соответствии с задачей. Под местной вертикалью понимают прямую, совпадающую

с направлением силы тяжести в рассматриваемой точке. В задачах динамики полета самолетов начало O_0 нормальной земной системы координат часто располагают на поверхности земли. С учетом принятых выше предположений система координат $O_0X_gY_gZ_g$ сохраняет ориентацию своих осей в пространстве и не зависит от траектории самолета. Поэтому нормальную земную систему координат можно рассматривать как неподвижную, т.е. как инерциальную систему координат. В системе координат $O_0X_gY_gZ_g$ вычисляют положение самолета на траектории полета: текущую дальность, высоту и боковую дальность.

Нормальная система координат $OX_gY_gZ_g$ — подвижная система координат, начало которой помещено в центре масс самолета. Ось OY_g направлена вверх по местной вертикали, а направления осей OX_g и OZ_g выбираются в соответствии с задачей. Система координат $OX_gY_gZ_g$ перемещается в пространстве вместе с самолетом. В нормальной системе координат $OX_gY_gZ_g$ удобно вычислять проекции вектора гравитационной силы (веса) $\vec{G}$.

Связанная система координат *OXYZ* — подвижная система координат, начало которой помещено в центре масс самолета. Продольная ось OX расположена в плоскости симметрии самолета или в плоскости, параллельной ей, если центр масс находится вне плоскости симметрии. Положительное направление оси OX — от хвостовой к носовой части самолета. Положение продольной оси может быть согласовано с базовыми осями самолета, крыла или фюзеляжа. Выбор продольной оси должен оговариваться заранее. В задачах динамики полета самолета чаще всего продольную ось OX направляют по главной оси инерции. Нормальная ось OY расположена в плоскости симметрии самолета. Обычно плоскость OXY совпадает с плоскостью симметрии самолета. Поперечная ось OZ дополняет систему координат до правой. В связанной системе координат наиболее просто вычисляются проекции тяги движителей.

Скоростная система координат $OX_aY_aZ_a$ — подвижная система координат, начало которой помещено в центре масс самолета. Скоростная ось OX_a направлена по вектору воздушной скорости $\vec{V}$. Воздушной скоростью $\vec{V}$ называется скорость центра масс самолета относительно воздушной среды. Ось подъемной силы OY_a лежит в плоскости симметрии самолета или в плоскости, параллельной ей, если начало координат помещено вне плоскости симметрии. Положительное направление оси OY_a выбирается

как направление к верхней части самолета или части, условно ей соответствующей. Боковая ось OZ_a дополняет систему координат до правой. В проекциях на оси скоростной системы координат непосредственно определяются аэродинамические силы, действующие на самолет в полете: по оси OX_a направлена сила лобового сопротивления X_a, в сторону, противоположную вектору скорости $\vec{V}$. По оси OY_a направлена подъемная сила Y_a, а по оси OZ_a — боковая аэродинамическая сила Z_a.

Траекторная система координат $OX_к Y_к Z_к$ — подвижная система координат, начало которой помещено в центре масс самолета. Ось $OX_к$ направлена по вектору скорости самолета $\vec{V}_к$ относительно земли (земной скорости). Земной скоростью $\vec{V}_к$ называется скорость центра масс самолета относительно неподвижной земли (точнее, относительно какой-либо заранее выбранной точки на поверхности земли). Ось $OY_к$ лежит в местной вертикальной плоскости, проходящей через ось $OX_к$, и направлена вверх от поверхности земли. Ось $OZ_к$ дополняет систему координат до правой. При отсутствии ветра ось $OX_к$ траекторной системы координат совпадает с осью OX_a скоростной системы координат. Скорость ветра $\vec{W}$, земная скорость $\vec{V}_к$ и воздушная скорость $\vec{V}$ связаны соотношением $\vec{V}_к = \vec{V} + \vec{W}$. В траекторной системе координат система уравнений движения центра масс самолета записывается наиболее просто. Поэтому анализ траектории движения центра масс самолета обычно выполняют по уравнению (1.1), записанному в проекциях на оси траекторной системы координат.

Полусвязанная система координат $OX_e Y_e Z_e$ — подвижная система координат, начало координат расположено в центре масс самолета, ось OX_e совпадает с проекцией скорости самолета $\vec{V}$ на плоскость OXY связанной системы координат, ось OY_e — с осью подъемной силы OY_a, а ось OZ_e — с поперечной осью OZ. Полусвязанная система координат широко применяется для представления результатов эксперимента в аэродинамических трубах. Полусвязанная система координат совпадает со скоростной системой координат при полете самолета без скольжения.

Помимо перечисленных систем координат широкое применение в динамике полета находят и другие системы координат.

Взаимная ориентация различных систем координат. *Взаимная ориентация нормальной $OX_g Y_g Z_g$ и связанной $OXYZ$ систем координат* определяется тремя эйлеровыми углами: рыскания, тангажа и крена (рис. 1.2).

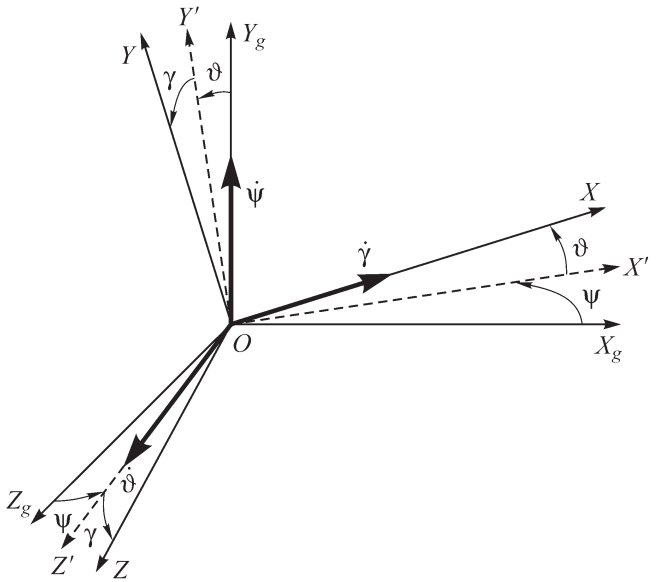


Рис. 1.2. Взаимная ориентация нормальной $OX_gY_gZ_g$ и связанной $OXYZ$ систем координат

Угол рыскания ψ — угол между осью OX_g нормальной системы координат и проекцией продольной оси OX на горизонтальную плоскость OX_gZ_g нормальной системы координат. Угол рыскания имеет положительное значение, когда ось OX_g совмещается с проекцией оси OX на горизонтальную плоскость OX_gZ_g поворотом вокруг оси OY_g против часовой стрелки, если смотреть с конца этой оси.

Угол тангажа ϑ — угол между продольной осью OX и горизонтальной плоскостью OX_gZ_g нормальной системы координат. Угол тангажа имеет положительное значение, когда конец продольной оси OX находится выше местной горизонтальной плоскости OX_gZ_g.

Угол крена γ — угол между поперечной осью OZ и осью OZ_g нормальной системы координат, смещенной в положение, при котором угол рыскания равен нулю. Угол крена имеет положительное значение, когда смещенная ось OZ_g совмещается с поперечной осью OZ поворотом вокруг продольной оси OX против часовой стрелки, если смотреть с конца этой оси.

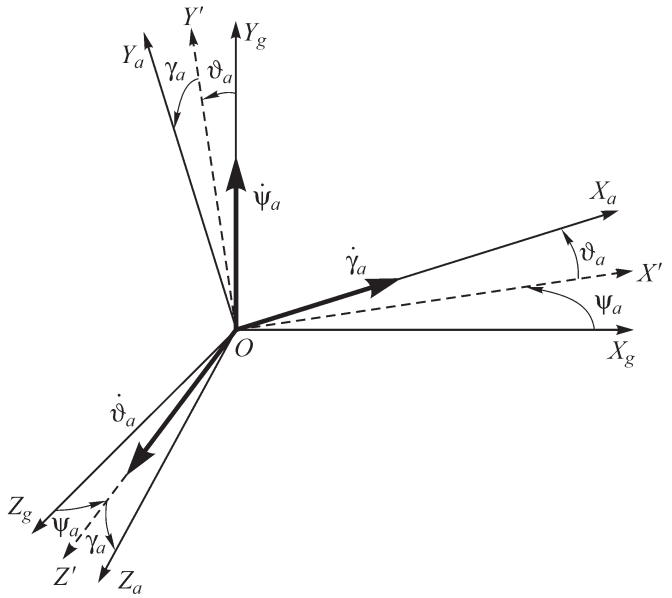


Рис. 1.3. Взаимная ориентация нормальной $OX_gY_gZ_g$ и скоростной $OX_aY_aZ_a$ систем координат

Взаимная ориентация нормальной $OX_gY_gZ_g$ *и скоростной* $OX_aY_aZ_a$ *систем координат* определяется тремя эйлеровыми углами: скоростным углом рыскания, скоростным углом тангажа, скоростным углом крена (рис. 1.3).

Скоростной угол рыскания ψ_a — угол между осью OX_g нормальной системы координат и проекцией оси OX_a на местную горизонтальную плоскость OX_gZ_g нормальной системы координат. Угол ψ_a принимает положительные значения, когда ось OX_g совмещается с проекцией оси OX_a на плоскость OX_gZ_g поворотом вокруг оси OY_g против часовой стрелки, если смотреть с конца оси OY_g.

Скоростной угол тангажа ϑ_a — угол между скоростной осью OX_a и местной горизонтальной плоскостью OX_gZ_g нормальной системы координат. Угол ϑ_a принимает положительные значения, когда скоростная ось OX_a находится выше горизонтальной плоскости OX_gZ_g.

Скоростной угол крена γ_a — угол между боковой осью OZ_a и осью OZ_g нормальной системы координат, смещенной в положение, при котором скоростной угол рыскания равен нулю.

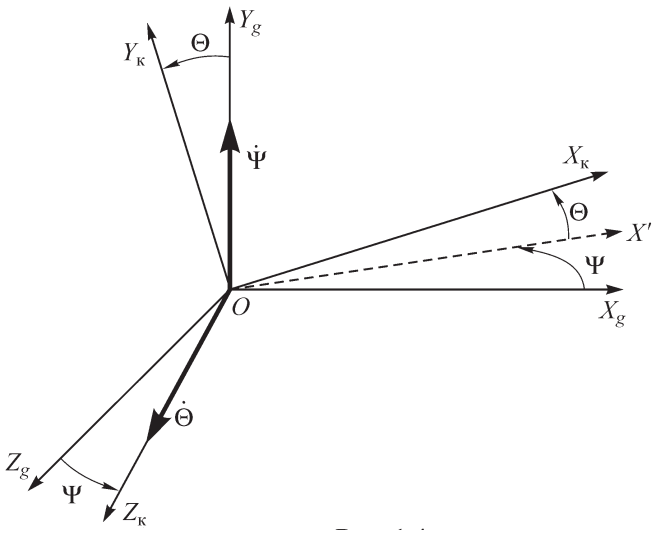


Рис. 1.4. Взаимная ориентация нормальной $OX_gY_gZ_g$ и траекторной $OX_кY_кZ_к$ систем координат

Взаимная ориентация нормальной $OX_gY_gZ_g$ *и траекторной* $OX_кY_кZ_к$ *систем координат* определяется двумя эйлеровыми углами: углом пути и углом наклона траектории (рис. 1.4).

Угол пути Ψ — угол между осью OX_g нормальной системы координат и направлением путевой скорости $\vec{V}_п$. Путевой скоростью $\vec{V}_п$ называется проекция земной скорости $\vec{V}_к$ на местную горизонтальную плоскость OX_gZ_g нормальной системы координат. Угол пути Ψ принимает положительные значения, когда ось OX_g совмещается с направлением путевой скорости $\vec{V}_п$ поворотом вокруг оси OY_g против часовой стрелки, если смотреть с конца оси OY_g.

Угол наклона траектории Θ — угол между земной скоростью $\vec{V}_к$ и местной горизонтальной плоскостью OX_gZ_g нормальной системы координат. Угол наклона траектории принимает положительные значения, когда проекция земной скорости $\vec{V}_к$ на ось OY_g положительна. В случае полета в спокойной атмосфере без ветра ось OX_a скоростной системы координат совпадает с осью $OX_к$ траекторной системы координат. Поэтому скоростной угол тангажа и скоростной угол рыскания совпадают с углом наклона траектории и углом пути соответственно, т.е. $\vartheta_a = \Theta$, $\psi_a = \Psi$.

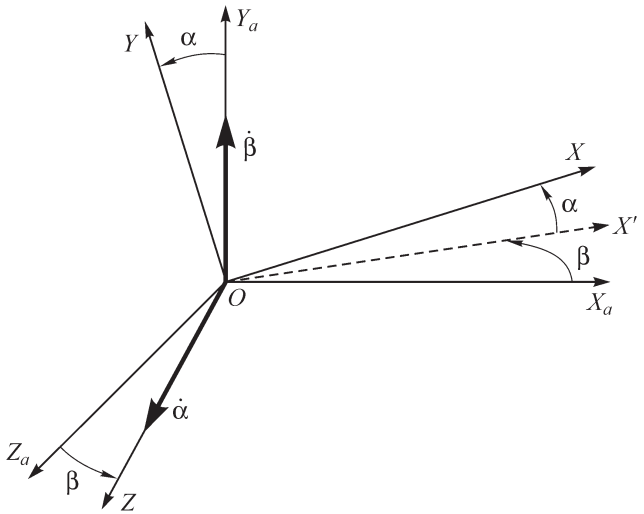


Рис. 1.5. Взаимная ориентация связанной *OXYZ* и скоростной $OX_aY_aZ_a$ систем координат

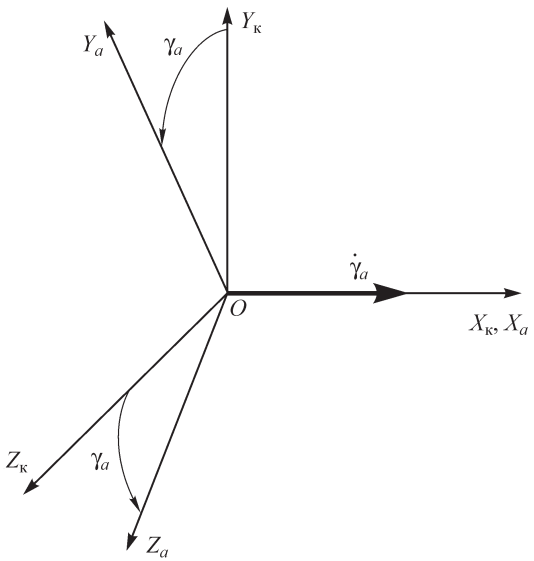


Рис. 1.6. Взаимная ориентация траекторной $OX_кY_кZ_к$ и скоростной $OX_aY_aZ_a$ систем координат

Взаимная ориентация связанной $OXYZ$ и скоростной $OX_aY_aZ_a$ систем координат определяется двумя эйлеровыми углами: углом скольжения и углом атаки (рис. 1.5).

Угол скольжения β — угол между направлением воздушной скорости $\vec{V}$ и плоскостью симметрии самолета OXY. Угол скольжения принимает положительные значения, если проекция скорости $\vec{V}$ на поперечную ось OZ положительна.

Угол атаки α — угол между продольной осью OX и проекцией скорости $\vec{V}$ самолета на плоскость OXY связанной системы координат. Угол атаки принимает положительные значения, если проекция скорости $\vec{V}$ самолета на нормальную ось OY отрицательна.

При отсутствии ветра взаимная ориентация траекторной и скоростной систем координат определятся только скоростным углом крена γ_a (рис. 1.6).

Взаимная ориентация полусвязанной системы координат $OX_eY_eZ_e$ со связанной $OXYZ$ и скоростной $OX_aY_aZ_a$ системами координат определяется углами атаки α (рис. 1.7) и скольжения β (рис. 1.8).

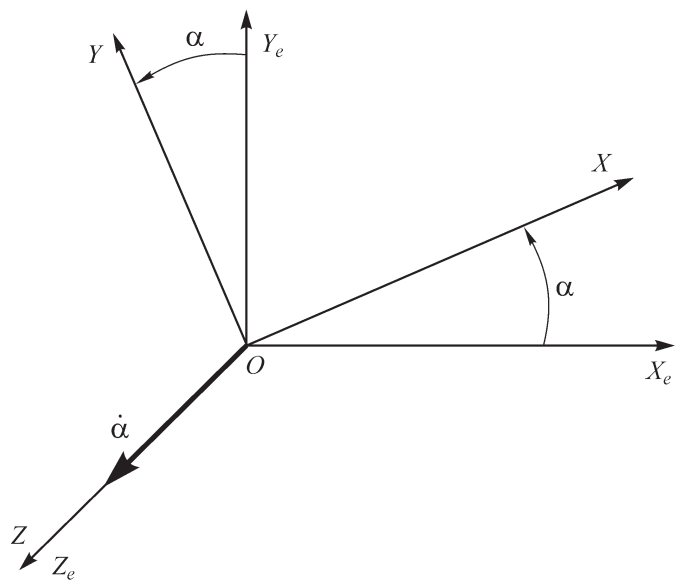


Рис. 1.7. Поворот связанной системы координат *OXYZ* относительно полусвязанной системы координат $OX_eY_eZ_e$ на угол атаки α

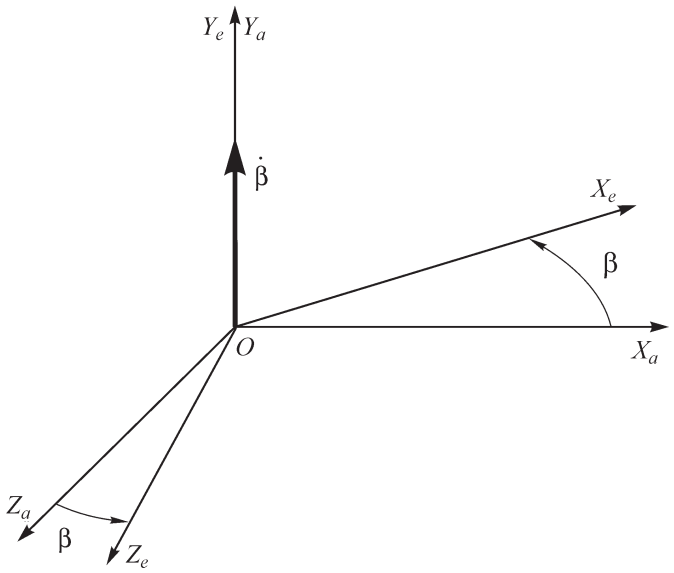


Рис. 1.8. Поворот полусвязанной системы координат $OX_eY_eZ_e$ относительно скоростной системы координат $OX_aY_aZ_a$ на угол скольжения β

Формулы пересчета проекций векторов на оси различных систем координат. Вывод скалярных уравнений движения самолета связан с определением проекций различных векторов (сил, линейных скоростей, угловых скоростей и т.д.) на оси заданной системы координат. Однако векторы сил и векторы скоростей могут быть определены через свои проекции на оси различных систем координат. Поэтому возникает задача приведения векторов, заданных в различных системах координат, к одной заранее выбранной системе координат, т.е. задача перехода от проекций на оси одной системы координат к проекциям тех же векторов на оси другой системы координат.

Для решения поставленной задачи рассмотрим произвольную систему координат и введем векторы единичной длины $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$, направленные вдоль осей системы координат. Такие векторы называются ортами. Пусть $\vec{r}$ — вектор положения материальной точки M в системе координат $OXYZ$. Тогда вектор $\vec{r}$ можно выразить через орты $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ следующим образом:

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}, \tag{1.4}$$

где x, y, z — действительные числа и называются координатами точки M (рис. 1.9).

Наряду с выражением вектора через его компоненты в дальнейшем будем использовать также запись вектора в виде

$$\vec{r} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}.$$

Отрезки Ox, Oy, Oz — проекции вектора $\vec{r}$ на оси системы координат $OXYZ$.

Орты имеют следующие свойства [3]:

$$\vec{i} \cdot \vec{i} = 1;\ \vec{i} \cdot \vec{j} = 0;\ \vec{i} \cdot \vec{k} = 0;$$
$$\vec{j} \cdot \vec{j} = 1;\ \vec{j} \cdot \vec{k} = 0;\ \vec{k} \cdot \vec{k} = 1.$$

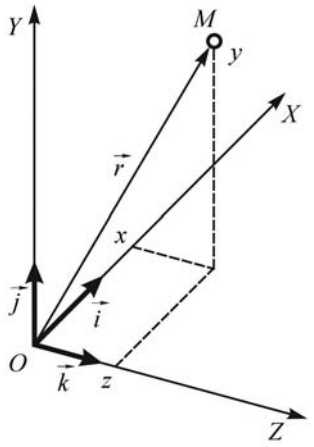


Рис. 1.9. Положение точки M и орты в произвольной системе координат

Здесь выражение вида $\vec{a} \cdot \vec{b}$ означает скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и b.

Из свойств ортов следует, что $x = \vec{i} \cdot \vec{r}$, $y = \vec{j} \cdot \vec{r}$, $z = \vec{k} \cdot \vec{r}$.

Рассмотрим две системы координат с общим началом: $OX_1Y_1Z_1$ и $OX_2Y_2Z_2$. Вектор положения $\vec{r}$ точки M может быть записан в проекциях на оси каждой из этих систем координат по формуле (1.4):

$$\begin{aligned} \vec{r} &= x_1\vec{i}_1 + y_1\vec{j}_1 + z_1\vec{k}_1; \\ \vec{r} &= x_2\vec{i}_2 + y_2\vec{j}_2 + z_2\vec{k}_2, \end{aligned} \qquad (1.5)$$

где нижний индекс указывает систему координат.

Умножая скалярно первое уравнение (1.5) на орты $\vec{i}_2$, $\vec{j}_2$, $\vec{k}_2$, получим

$$\begin{aligned} x_2 &= x_1(\vec{i}_2 \cdot \vec{i}_1) + y_1(\vec{i}_2 \cdot \vec{j}_1) + z_1(\vec{i}_2 \cdot \vec{k}_1); \\ y_2 &= x_1(\vec{j}_2 \cdot \vec{i}_1) + y_1(\vec{j}_2 \cdot \vec{j}_1) + z_1(\vec{j}_2 \cdot \vec{k}_1); \\ z_2 &= x_1(\vec{k}_2 \cdot \vec{i}_1) + y_1(\vec{k}_2 \cdot \vec{j}_1) + z_1(\vec{k}_2 \cdot \vec{k}_1). \end{aligned} \qquad (1.6)$$

Принимая во внимание свойства скалярного произведения, формулы (1.6) можно представить в виде

$$\begin{aligned} x_2 &= x_1 \cos\varphi_{11} + y_1 \cos\varphi_{12} + z_1 \cos\varphi_{13}; \\ y_2 &= x_1 \cos\varphi_{21} + y_1 \cos\varphi_{22} + z_1 \cos\varphi_{23}; \\ z_2 &= x_1 \cos\varphi_{31} + y_1 \cos\varphi_{32} + z_1 \cos\varphi_{33}, \end{aligned} \tag{1.7}$$

где через φ_{mn} (m, $n = 1, 2, 3$) обозначен угол между m-м и n-м ортами в скалярном произведении. Индекс «1» относится к орту $\vec{i}$; «2» — к орту $\vec{j}$; «3» — к орту $\vec{k}$.

Запишем выражения (1.7) в матричной форме:

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\varphi_{11} & \cos\varphi_{12} & \cos\varphi_{13} \\ \cos\varphi_{21} & \cos\varphi_{22} & \cos\varphi_{23} \\ \cos\varphi_{31} & \cos\varphi_{32} & \cos\varphi_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix}. \tag{1.8}$$

Отсюда следует, что проекции вектора $\vec{r}$ на оси системы координат $OX_2Y_2Z_2$ могут быть вычислены по известным проекциям вектора $\vec{r}$ на оси системы координат $OX_1Y_1Z_1$, если известны элементы матрицы

$$A = \begin{bmatrix} \cos\varphi_{11} & \cos\varphi_{12} & \cos\varphi_{13} \\ \cos\varphi_{21} & \cos\varphi_{22} & \cos\varphi_{23} \\ \cos\varphi_{31} & \cos\varphi_{32} & \cos\varphi_{33} \end{bmatrix}.$$

Матрица A называется матрицей направляющих косинусов. Чтобы вычислить элементы этой матрицы, необходимо сначала вычислить углы между различными ортами двух систем координат, а затем вычислить косинусы этих углов. Любая матрица направляющих косинусов обладает следующими свойствами:

1. $A^{-1} = A^{\mathrm{T}}$ — свойство ортогональности;
2. $\det(A) = 1$.

Здесь используются обозначения: A^{-1} — матрица, обратная к матрице A; $\det(A)$ — определитель матрицы A.

Первое свойство матрицы направляющих косинусов следует из ее определения, а второе свойство является следствием первого.

Рассмотрим три произвольные системы координат $OX_1Y_1Z_1$, $OX_2Y_2Z_2$ и $OX_3Y_3Z_3$. Пусть выполняется переход от системы координат $OX_1Y_1Z_1$ к системе координат $OX_2Y_2Z_2$, а затем к системе координат $OX_3Y_3Z_3$. Обозначим через $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3$ векторы положения точки M с проекциями на оси введенных систем координат. Нижний индекс соответствует номеру системы координат. Применяя (1.8) последовательно к каждому переходу от одной системы к другой, получим

$$\vec{r}_2 = A_1^2 \vec{r}_1;\ \vec{r}_3 = A_2^3 \vec{r}_2,$$

где A_1^2, A_2^3 — матрицы направляющих косинусов между соответствующими системами координат.

Объединяя эти выражения, получим

$$\vec{r}_3 = A_1^3 \vec{r}_1,$$

где $A_1^3 = A_2^3 A_1^2$.

Следовательно, переход от системы координат с индексом «1» к системе координат с индексом «3» получается умножением вектора $\vec{r}_1$ слева на матрицу направляющих косинусов A_1^3, образованную произведением матриц направляющих косинусов A_1^2 и A_2^3. Порядок сомножителей при вычислении A_1^3 определяется последовательностью перехода от одной системы координат к другой и записывается справа налево, т.е. матрица направляющих косинусов первого перехода записывается самой правой, а матрица направляющих косинусов последнего перехода записывается самой левой.

Рассмотрим две системы координат: $OX_1Y_1Z_1$ и $OX_2Y_2Z_2$. Пусть система координат $OX_1Y_1Z_1$ будет неподвижной, а система координат $OX_2Y_2Z_2$ — подвижной. Тогда матрица направляющих косинусов перехода от неподвижной системы координат $OX_1Y_1Z_1$ к подвижной системе координат $OX_2Y_2Z_2$ может быть вычислена в результате трех последовательных поворотов.

Рассмотрим процедуру вычисления матрицы направляющих косинусов на примере перехода от нормальной системы координат $OX_gY_gZ_g$ к связанной $OXYZ$. Здесь связанная система координат принимается подвижной относительно нормальной системы координат. Вычислим также проекции на оси связанной системы коор-

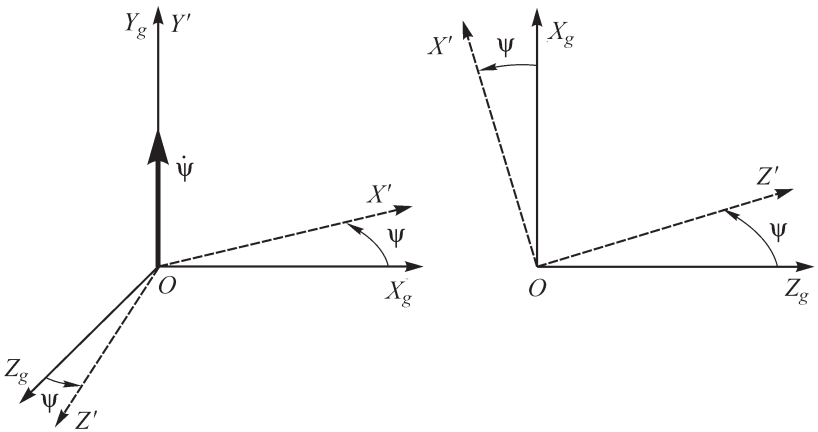


Рис. 1.10. Первый поворот вокруг оси OY_g на угол рыскания ψ

динат $OXYZ$ вектора угловой скорости $\vec{\omega}$ вращения системы координат $OXYZ$ относительно системы координат $OX_gY_gZ_g$.

Пусть в начальный момент времени положения нормальной $OX_gY_gZ_g$ и связанной $OXYZ$ систем координат совпадают. Три эйлеровых угла, определяющие взаимную ориентацию этих систем координат — угол рыскания, угол тангажа и угол крена — не зависят один от другого. Обычно принимается, что значения этих углов лежат в интервалах $0 \le \psi \le 2\pi$, $-\frac{\pi}{2} \le \vartheta \le \frac{\pi}{2}$, $-\pi \le \gamma \le \pi$. Выполним последовательно три поворота осей так, чтобы связанная система координат $OXYZ$ заняла новое положение, отличающееся от начального положения на эйлеровы углы ψ, ϑ, γ. В этом случае вектор угловой скорости $\vec{\omega} = \dot{\vec{\psi}} + \dot{\vec{\vartheta}} + \dot{\vec{\gamma}}$.

Все повороты выполняются против часовой стрелки (положительное направление поворота), если смотреть с конца соответствующих осей поворота. На рис. 1.11...1.13 все промежуточные оси координат показаны пунктиром, а начальное и конечное положения осей координат — сплошными линиями.

Первый поворот выполним вокруг оси OY_g на угол рыскания ψ (рис. 1.10). В результате получим систему координат $OX'Y'Z'$, в которой $OY_g = OY'$. Углы между осями систем координат $OX_gY_gZ_g$ и $OX'Y'Z'$ определяются в соответствии с таблицей

Ось	OX_g	OY_g	OZ_g
OX'	ψ	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}+\psi$
OY'	$\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$
OZ'	$\frac{\pi}{2}-\psi$	$\frac{\pi}{2}$	ψ

Вычисляя косинус каждого элемента этой таблицы, получим матрицу направляющих косинусов первого поворота

$$A_1 = \begin{bmatrix} \cos\psi & 0 & -\sin\psi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\psi & 0 & \cos\psi \end{bmatrix}.$$

Вектор угловой скорости первого поворота $\vec{\omega}_1 = \dot{\vec{\psi}}$ имеет вид

$$\vec{\omega}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\psi} \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Второй поворот выполним вокруг оси OY_g на угол тангажа ϑ (рис. 1.11). В результате получим систему координат $OX''Y''Z''$, в которой $OX'' = OX$, $OZ'' = OZ'$.

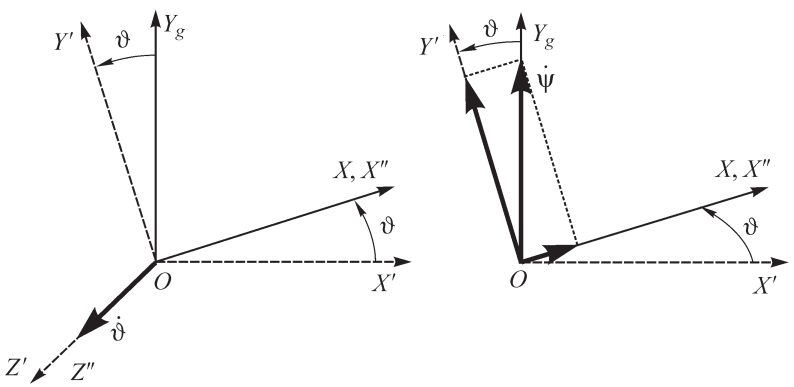


Рис. 1.11. Второй поворот вокруг оси OZ_g на угол тангажа ϑ

Углы между осями систем координат $OX''Y''Z''$ и $OX'Y'Z'$ определяются в соответствии с таблицей

Ось	OX'	OY'	OZ'
OX''	ϑ	$\frac{\pi}{2}-\vartheta$	$\frac{\pi}{2}$
OY''	$\frac{\pi}{2}+\vartheta$	ϑ	$\frac{\pi}{2}$
OZ''	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	0

Вычисляя косинус каждого элемента этой таблицы, получим матрицу направляющих косинусов второго поворота

$$A_2 = \begin{bmatrix} \cos\vartheta & \sin\vartheta & 0 \\ -\sin\vartheta & \cos\vartheta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Суммарный вектор угловой скорости после второго поворота равен сумме угловых скоростей, полученных после каждого отдельного поворота: $\vec{\omega}_2 = \vec{\psi} + \dot{\vec{\vartheta}}$ и имеет вид

$$\vec{\omega}_2 = A_2\vec{\omega}_1 + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\vartheta} \end{bmatrix}.$$

Здесь первое слагаемое вычисляется с помощью матрицы направляющих косинусов A_2 и является общей формой записи операции проецирования вектора угловой скорости $\vec{\omega}_1$ на оси системы координат $OX''Y''Z''$, показанные на рис. 1.11.

Третий поворот выполним вокруг оси $OX = OX''$ на угол крена γ (рис. 1.12). Его результатом является система координат $OXYZ$, ориентация которой относительно нормальной системы координат $OX_gY_gZ_g$ определена эйлеровыми углами: рыскания ψ, тангажа ϑ и крена γ.

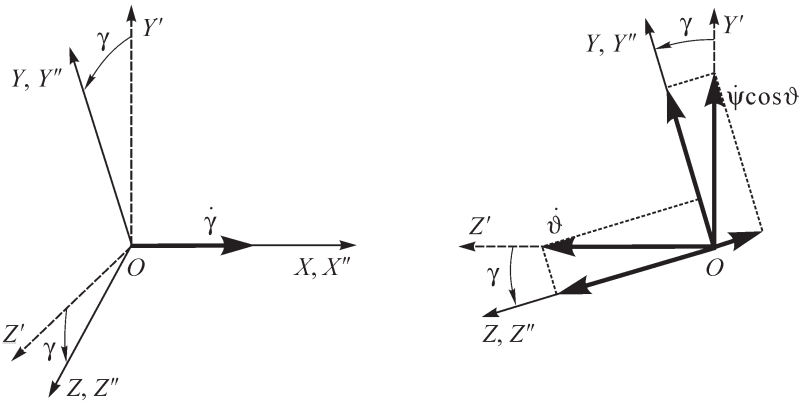


Рис. 1.12. Третий поворот вокруг оси $OX = OX''$ на угол крена γ

Углы между осями систем координат $OXYZ$ и $OX''Y''Z''$ определяются в соответствии с таблицей

Ось	OX''	OY''	OZ''
OX	0	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$
OY	$\frac{\pi}{2}$	γ	$\frac{\pi}{2}-\gamma$
OZ	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}+\gamma$	γ

Вычисляя косинус каждого элемента этой таблицы, получим матрицу направляющих косинусов третьего поворота

$$A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\gamma & \sin\gamma \\ 0 & -\sin\gamma & \cos\gamma \end{bmatrix}.$$

Объединяя три рассмотренных поворота в порядке их выполнения, получим матрицу направляющих косинусов, описывающую переход от нормальной системы координат $OX_gY_gZ_g$ к связанной системе координат $OXYZ$,

$$A_{\text{н}}^{\text{св}} = A_3 A_2 A_1.$$

Подставляя в это выражение матрицы направляющих косинусов отдельных поворотов, получим

$$A_{\text{н}}^{\text{св}} = \begin{bmatrix} \cos\vartheta\cos\psi & \sin\vartheta & -\cos\vartheta\sin\psi \\ \sin\gamma\sin\psi-\cos\gamma\sin\vartheta\cos\psi & \cos\gamma\cos\vartheta & \sin\gamma\cos\psi+\cos\gamma\sin\vartheta\sin\psi \\ \cos\gamma\sin\psi+\sin\gamma\sin\vartheta\cos\psi & -\sin\gamma\cos\vartheta & \cos\gamma\cos\psi-\sin\gamma\sin\vartheta\sin\psi \end{bmatrix}.$$

Суммарный вектор угловой скорости после третьего поворота равен сумме угловых скоростей, полученных отдельно после третьего поворота, и суммарного вектора угловой скорости после первого и второго поворотов:

$$\vec{\omega} = A_3\vec{\omega}_2 + \begin{bmatrix} \dot{\gamma} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Используя выражения для $\vec{\omega}_1$ и $\vec{\omega}_2$, получим

$$\vec{\omega} = A_3\left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\vartheta} \end{bmatrix} + A_2\begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\psi} \\ 0 \end{bmatrix}\right) + \begin{bmatrix} \dot{\gamma} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \qquad (1.9)$$

Обозначая компоненты вектора $\vec{\omega}$ через ω_x, ω_y, ω_z и выполняя необходимые преобразования в (1.9), получим систему алгебраических уравнений относительно проекций вектора угловой скорости $\vec{\omega}$ на оси связанной системы координат

$$\begin{aligned} \omega_x &= \dot{\gamma} + \dot{\psi}\sin\vartheta; \\ \omega_y &= \dot{\vartheta}\sin\gamma + \dot{\psi}\cos\vartheta\cos\gamma; \\ \omega_z &= \dot{\vartheta}\cos\gamma - \dot{\psi}\cos\vartheta\sin\gamma. \end{aligned} \qquad (1.10)$$

Выражения (1.10) называются кинематическими уравнениями Эйлера. Разрешая эти уравнения относительно угловых скоростей $\dot{\psi}$, $\dot{\vartheta}$, $\dot{\gamma}$, получим систему дифференциальных уравнений относительно эйлеровых углов

$$\dot{\vartheta} = \omega_y \sin\gamma + \omega_z \cos\gamma;$$
$$\dot{\gamma} = \omega_x - (\omega_y \cos\gamma - \omega_z \sin\gamma)\,\mathrm{tg}\vartheta; \qquad (1.11)$$
$$\dot{\psi} = \frac{1}{\cos\vartheta}(\omega_y \cos\gamma - \omega_z \sin\gamma).$$

В общем случае уравнения (1.11) могут быть решены только численно с начальными условиями $\vartheta(0)$, $\gamma(0)$, $\psi(0)$ и функциями изменения по времени угловых скоростей ω_x, ω_y, ω_z.

З а м е ч а н и е. Переход от нормальной системы координат $OX_gY_gZ_g$ к связанной системе координат $OXYZ$ задается матрицей направляющих косинусов $A_{\text{н}}^{\text{св}}$, которая является произведением трех матриц, задающих последовательные повороты.

Матрицы направляющих косинусов перехода между остальными системами координат и векторы угловых скоростей, полученных в результате последовательных поворотов, приведены в прил. 1.

Геометрические соотношения между различными углами. При отсутствии ветра между углами, определяющими взаимную ориентацию нормальной и связанной (ψ, ϑ, γ), нормальной и траекторной (Ψ, Θ), скоростной и связанной (α, β, γ_a) систем координат, существуют геометрические соотношения. Для того чтобы установить эти соотношения, необходимо сравнить элементы соответствующих матриц направляющих косинусов и выбрать из них наиболее простые.

Запишем следующие соотношения из матриц направляющих косинусов:

$$A_{\text{ск}}^{\text{св}} = A_{\text{н}}^{\text{св}} A_{\text{ск}}^{\text{н}}; \; A_{\text{н}}^{\text{ск}} = A_{\text{св}}^{\text{ск}} A_{\text{н}}^{\text{св}},$$

где $A_{\text{ск}}^{\text{св}}$ — матрица направляющих косинусов при переходе от скоростной к связанной системе координат; $A_{\text{н}}^{\text{св}}$ — матрица направляющих косинусов при переходе от нормальной к связанной системе координат; $A_{\text{ск}}^{\text{н}}$ — матрица направляющих косинусов при переходе от скоростной к нормальной системе координат.

Учитывая, что при отсутствии ветра $\psi = \Psi$ и $\Theta = \vartheta_a$, получим

$$\sin\beta = [\sin\gamma \sin\vartheta \cos(\Psi - \psi) - \cos\gamma \sin(\Psi - \psi)]\cos\Theta - \sin\gamma \cos\vartheta \sin\Theta;$$
$$\sin\alpha\cos\beta = [\sin\gamma \sin(\Psi - \psi) + \cos\gamma \sin\vartheta \cos(\Psi - \psi)]\cos\Theta - \cos\gamma \cos\vartheta \sin\Theta;$$
$$\sin\gamma_a \cos\Theta = \cos\alpha \sin\beta \sin\vartheta + (\cos\beta \sin\gamma - \sin\alpha \sin\beta \cos\gamma)\cos\vartheta. \qquad (1.12)$$

Рассмотрим следствия из выражений (1.12) в некоторых частных случаях полета самолета при отсутствии ветра.

1. Полет в вертикальной плоскости без крена и скольжения. В этом случае вектор скорости $\vec{V}$ и ось связанной системы координат лежат в одной плоскости, т.е. $\psi = \Psi$. По условию $\beta = 0; \gamma = 0$. Тогда из второго и третьего соотношений (1.12) следует, что $\alpha = \vartheta - \Theta; \gamma_a = 0$.

2. Полет в вертикальной плоскости со скольжением и креном. В этом случае $\beta \neq 0; \gamma \neq 0$. Из первых двух соотношений (1.12) и при условии $\vartheta \neq 0$ следует, что $\sin\alpha \dfrac{\mathrm{tg}\gamma}{\mathrm{tg}\beta} = 1$. Таким образом, при полете на постоянном угле атаки ($\alpha = \text{const}$) с увеличением угла крена γ необходимо увеличивать и угол скольжения β.

3. Полет в горизонтальной плоскости без крена. В этом случае $\gamma = 0; \Theta = 0$. Тогда из первого соотношения (1.12) следует, что $\beta = \psi - \Psi$, а из второго с учетом полученного равенства следует равенство углов атаки и тангажа: $\alpha = \vartheta$.

1.4. УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ЦЕНТРА МАСС САМОЛЕТА В ПРОЕКЦИЯХ НА ОСИ СВЯЗАННОЙ И ТРАЕКТОРНОЙ СИСТЕМ КООРДИНАТ

Уравнения движения центра масс самолета (1.3) записывают в проекциях на оси выбранной в зависимости от решаемой задачи системы координат. Обычно в качестве таких систем координат выбирают связанную, траекторную и скоростную системы координат. Для упрощения вывода уравнений движения центра масс самолета рассмотрим его полет в спокойной атмосфере без ветра.

Применяя к первому уравнению системы (1.3) формулу дифференцирования вектора скорости материальной точки, движущейся относительно неподвижной системы отсчета, можем переписать это уравнение в виде

$$m(t)\left(\frac{\delta\vec{V}}{\delta t} + \vec{\omega}\times\vec{V}\right) = \vec{P} + \vec{R}_{\text{A}} + \vec{G}, \qquad (1.13)$$

где $\dfrac{\delta\vec{V}}{\delta t} = \vec{i}\dfrac{dV_x}{dt} + \vec{j}\dfrac{dV_y}{dt} + \vec{k}\dfrac{dV_z}{dt}$ — вектор локальных производных вектора скорости; $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ — орты выбранной системы координат;

V_x, V_y, V_z — проекции вектора скорости центра масс самолета на оси выбранной системы координат; $\vec{\omega}$ — вектор угловой скорости вращения подвижной системы координат, связанной с самолетом, относительно неподвижной системы отсчета; $\vec{\omega} \times \vec{V}$ — векторное произведение векторов $\vec{\omega}$ и $\vec{V}$.

Рассмотрим уравнения движения центра масс самолета в проекциях на оси связанной и траекторной систем координат [3, 5, 6].

Уравнения движения центра масс самолета в проекциях на оси связанной системы координат *OXYZ*. Связанная система координат вращается относительно нормальной системы координат с угловой скоростью $\vec{\omega} = (\omega_x, \omega_y, \omega_z)$. Выполняя дифференцирование вектора скорости центра масс самолета, получим систему дифференциальных уравнений вида

$$m(t)\left(\frac{dV_x}{dt} + \omega_y V_z - \omega_z V_y\right) = P_x + X + G_x;$$

$$m(t)\left(\frac{dV_y}{dt} + \omega_z V_x - \omega_x V_z\right) = P_y + Y + G_y;$$

$$m(t)\left(\frac{dV_z}{dt} + \omega_x V_y - \omega_y V_x\right) = P_z + Z + G_z,$$

где P_x, P_y, P_z — проекции вектора тяги на оси связанной системы координат и вычислены выше; X, Y, Z — проекции вектора аэродинамических сил на оси связанной системы координат.

Проекции вектора тяги P_x, P_y, P_z вычисляются следующим образом. Обычно суммарный вектор тяги всех двигателей лежит в плоскости симметрии самолета и направлен под углом φ_P к оси OX связанной системы координат (рис. 1.13). Отсюда можно записать выражения для проекций вектора тяги $\vec{P}$ на оси связанной системы координат $OXYZ$

$$P_x = P\cos\varphi_P;\ P_y = P\sin\varphi_P;\ P_z = 0,$$

где P — суммарная тяга двигателей.

Проекции вектора аэродинамических сил на оси связанной системы координат X, Y, Z находятся пересчетом соответствующих проекций на оси скоростной системы координат:

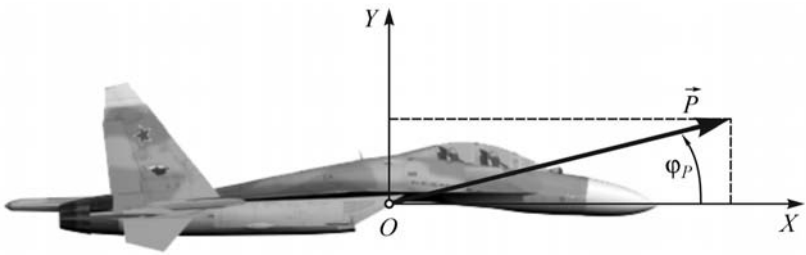


Рис. 1.13. Вектор тяги двигателей в связанной системе координат

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = A_{\text{ск}}^{\text{св}} \begin{bmatrix} -X_a \\ Y_a \\ Z_a \end{bmatrix}.$$

Проекции вектора веса на оси связанной системы координат G_x, G_y, G_z вычисляются по формуле

$$\begin{bmatrix} G_x \\ G_y \\ G_z \end{bmatrix} = A_{\text{н}}^{\text{св}} \begin{bmatrix} 0 \\ -mg \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Выполняя необходимые преобразования, получим систему дифференциальных уравнений относительно проекций вектора скорости на оси связанной системы координат

$$m(t)\left(\frac{dV_x}{dt} + \omega_y V_z - \omega_z V_y\right) = P\cos\varphi_P - X_a\cos\alpha\cos\beta + Y_a\sin\alpha - Z_a\cos\alpha\sin\beta - mg\sin\vartheta; \quad (1.14)$$

$$m(t)\left(\frac{dV_y}{dt} + \omega_z V_x - \omega_x V_z\right) = P\sin\varphi_P + X_a\sin\alpha\cos\beta + Y_a\cos\alpha + Z_a\sin\alpha\sin\beta - mg\cos\vartheta\cos\gamma;$$

$$m(t)\left(\frac{dV_z}{dt} + \omega_x V_y - \omega_y V_x\right) = -X_a\sin\beta + Z_a\cos\beta + mg\cos\vartheta\sin\gamma.$$

Изменения дальности полета X_g, высоты полета H и боковой дальности Z_g определяются проекциями скорости на оси нормальной земной системы координат:

$$\begin{bmatrix} \dfrac{dX_g}{dt} \\ \dfrac{dH}{dt} \\ \dfrac{dZ_g}{dt} \end{bmatrix} = A_{\text{св}}^{\text{н}} \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{bmatrix}.$$

Раскрывая приведенное соотношение, получим

$$\begin{aligned} \frac{dX_g}{dt} &= V_x \cos\vartheta\cos\psi + V_y(\sin\gamma\sin\psi - \cos\gamma\sin\vartheta\cos\psi) + \\ &\quad + V_z(\cos\gamma\sin\psi + \sin\gamma\sin\vartheta\cos\psi); \\ \frac{dH}{dt} &= V_x\sin\vartheta + V_y\cos\vartheta\cos\gamma - V_z\cos\vartheta\sin\gamma; \\ \frac{dZ_g}{dt} &= -V_x\cos\vartheta\sin\psi + V_y(\sin\gamma\cos\psi + \cos\gamma\sin\vartheta\sin\psi) + \\ &\quad + V_z(\cos\gamma\cos\psi - \sin\gamma\sin\vartheta\sin\psi). \end{aligned} \tag{1.15}$$

К полученным дифференциальным уравнениям необходимо добавить уравнения изменения массы самолета

$$\frac{dm}{dt} = -q_{\text{с}}, \tag{1.16}$$

где $q_{\text{с}}$ — расход топлива в единицу времени.

Угловые скорости ω_x, ω_y, ω_z могут быть вычислены с помощью выражений (1.10). Аэродинамические углы атаки α и скольжения β определяются по формулам

$$\begin{aligned} \beta &= \arcsin\left(\frac{V_z}{V}\right); \\ \alpha &= \begin{cases} -\arcsin\left(\dfrac{V_y}{\sqrt{V_x^2 + V_y^2}}\right), & \text{если } V_x \geq 0; \\ \left[-\pi + \arcsin\left(\dfrac{|V_y|}{\sqrt{V_x^2 + V_y^2}}\right)\right]\operatorname{sgn}(V_y), & \text{если } V_x < 0; \end{cases} \\ V &= \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}. \end{aligned} \tag{1.17}$$

Здесь sgn — функция знака аргумента, $\mathrm{sgn}(x)$ равен –1 при $x < 0$; 0 при $x = 0$; +1 при $x > 0$.

Для интегрирования системы дифференциальных уравнений (1.14)...(1.16) необходимо задать начальные условия $V_x(0)$, $V_y(0)$, $V_z(0)$, $X_g(0)$, $H(0)$, $Z_g(0)$, $m(0)$, а также программы изменения по времени тяги двигателя $P(t)$, эйлеровых углов $\psi(t)$, $\vartheta(t)$, $\gamma(t)$ и аэродинамических углов $\alpha(t)$ и $\beta(t)$.

Уравнения движения самолета как твердого тела в проекциях на оси связанной системы координат *OXYZ*. Для того чтобы получить систему уравнений движения самолета как твердого тела (а не материальной точки!), к уравнениям движения центра масс (1.14), (1.15) и кинематическим уравнениям (1.11), определяющим изменения углов рыскания, тангажа и крена, необходимо добавить систему уравнений вращательного движения самолета вокруг центра масс. Система скалярных уравнений вращательного движения самолета вокруг центра масс получается из второго векторного уравнения (1.3), записанного в проекциях на оси связанной системы координат.

Вычислим производную вектора главного кинетического момента $\vec{K}$ в предположении, что суммарный кинетический момент роторов ТРД $\vec{K}_\text{р}$ не изменяется по времени:

$$\frac{\delta \vec{K}}{\delta t} + \vec{\omega} \times \vec{K} = \vec{M} + \vec{M}_P .$$

Подставим в левую часть развернутое выражение для главного кинетического момента, получим

$$\frac{\delta \vec{K}}{\delta t} + \vec{\omega} \times \vec{K} = \frac{\delta \vec{\omega}}{\delta t}(J) + \vec{\omega} \times (\vec{\omega}(J) + \vec{K}_\text{р}).$$

Матрица тензора инерции (J) имеет вид

$$(J) = \begin{bmatrix} I_x & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{xy} & I_y & -I_{xz} \\ -I_{xz} & -I_{yz} & I_z \end{bmatrix}.$$

Кинетический момент роторов двигателей $\vec{K}_\text{р}$ обычно направлен вдоль оси вращения роторов, поэтому

$$\vec{K}_{\text{р}} = \begin{bmatrix} K_{\text{р}} \cos\varphi_P \\ K_{\text{р}} \sin\varphi_P \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Элементами матрицы тензора инерции являются осевые (I_x, I_y, I_z) и центробежные (I_{xy}, I_{xz}, I_{yz}) моменты инерции. Операция $\frac{\delta\vec{\omega}}{\delta t}(J)$ понимается как умножение матрицы (J) на вектор $\left(\frac{d\omega_x}{dt}, \frac{d\omega_y}{dt}, \frac{d\omega_z}{dt}\right)$.

Выполняя преобразования, получим

$$\begin{bmatrix} \frac{d\omega_x}{dt} \\ \frac{d\omega_y}{dt} \\ \frac{d\omega_z}{dt} \end{bmatrix} = (J)^{-1} \begin{bmatrix} -I_{xy}\omega_x\omega_z + I_{xz}\omega_x\omega_y + (I_y - I_z)\omega_y\omega_z + I_{yz}(\omega_y^2 - \omega_z^2) \\ I_{xy}\omega_y\omega_z - I_{yz}\omega_x\omega_y + (I_z - I_x)\omega_x\omega_z + I_{xz}(\omega_z^2 - \omega_x^2) \\ -I_{xz}\omega_y\omega_z + I_{yz}\omega_x\omega_z + (I_x - I_y)\omega_x\omega_y + I_{xy}(\omega_x^2 - \omega_y^2) \end{bmatrix} +$$

$$+(J)^{-1}\left(\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M_{x_P} \\ M_{y_P} \\ M_{z_P} \end{bmatrix}\right) + (J)^{-1} \begin{bmatrix} \omega_z K_{\text{р}} \sin\varphi_P \\ -\omega_z K_{\text{р}} \cos\varphi_P \\ (-\omega_x \sin\varphi_P + \omega_y \cos\varphi_P) K_{\text{р}} \end{bmatrix}, \tag{1.18}$$

где M_x, M_y, M_z — проекции вектора аэродинамического момента на оси связанной системы координат; M_{x_P}, M_{y_P}, M_{z_P} — проекции вектора момента тяги двигателя, обусловленного его эксцентриситетом относительно центра масс, на оси связанной системы координат.

Система уравнений (1.18) называется уравнениями моментов и достаточно сложна для анализа движения самолета. Однако в предположении $\varphi_P = 0$ и при наличии у самолета плоскости симметрии *OXY* уравнения (1.18) можно существенно упростить, так как в этом случае $I_{xz} = I_{yz} = 0$ и уравнения моментов принимают вид

$$\begin{aligned} &I_x\dot{\omega}_x - I_{xy}\dot{\omega}_y + (I_z - I_y)\omega_y\omega_z + I_{xy}\omega_x\omega_y = M_{R_x}; \\ &I_y\dot{\omega}_y - I_{xy}\dot{\omega}_x + (I_x - I_z)\omega_x\omega_z - I_{xy}\omega_y\omega_z = M_{R_y} - \omega_z K_{\text{р}}; \\ &I_z\dot{\omega}_z + (I_y - I_x)\omega_x\omega_y - I_{xy}(\omega_x^2 - \omega_y^2) = M_{R_z} + \omega_y K_{\text{р}}, \end{aligned} \tag{1.19}$$

где $M_{R_x} = M_x + M_{x_P}$; $M_{R_y} = M_y + M_{y_P}$; $M_{R_z} = M_z + M_{z_P}$.

В случае, когда можно пренебречь слагаемыми с I_{xy} (режимы малых угловых ускорений и скоростей), система уравнений (1.19) примет наиболее простой вид

$$
\begin{aligned}
I_x \frac{d\omega_x}{dt} &= (I_y - I_z)\omega_y\omega_z + M_{R_x};\\
I_y \frac{d\omega_y}{dt} &= (I_z - I_x)\omega_x\omega_z + M_{R_y} - \omega_z K_{\text{р}};\\
I_z \frac{d\omega_z}{dt} &= (I_x - I_y)\omega_x\omega_y + M_{R_z} + \omega_y K_{\text{р}}.
\end{aligned}
\qquad (1.20)
$$

Необходимо отметить, что в общем случае уравнения моментов даже в своей наиболее простой форме (1.20) могут быть решены только численными методами при заданных начальных условиях $\omega_x(0)$, $\omega_y(0)$, $\omega_z(0)$.

Уравнение движения центра масс самолета в проекциях на оси траекторной системы координат $OX_{\text{к}}Y_{\text{к}}Z_{\text{к}}$. Вектор угловой скорости $\vec{\Omega}_{\text{к}} = (\omega_{x\text{к}}, \omega_{y\text{к}}, \omega_{z\text{к}})$ вращения траекторной системы координат $OX_{\text{к}}Y_{\text{к}}Z_{\text{к}}$ относительно неподвижной системы отсчета вычисляется как результат двух последовательных поворотов траекторной системы координат относительно осей нормальной системы координат на угол пути Ψ и угол наклона траектории Θ и записывается в виде

$$
\vec{\Omega}_{\text{к}} = \begin{bmatrix} \dfrac{d\Psi}{dt}\sin\Theta \\ \dfrac{d\Psi}{dt}\cos\Theta \\ \dfrac{d\Theta}{dt} \end{bmatrix}.
$$

Поскольку ось $OX_{\text{к}}$ траекторной системы координат направлена по вектору земной скорости $\vec{V}_{\text{к}}$, проекции $\vec{V}_{\text{к}}$ на оси этой системы координат имеют вид

$$
\vec{V}_{\text{к}} = \begin{bmatrix} V_{\text{к}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.
$$

Найдем проекции тяги, аэродинамических сил и веса на оси траекторной системы координат $OX_{\text{к}}Y_{\text{к}}Z_{\text{к}}$.

Проекции тяги вычисляются по формуле

$$\begin{bmatrix} P_{x\text{к}} \\ P_{y\text{к}} \\ P_{z\text{к}} \end{bmatrix} = A_{\text{ск}}^{\text{тр}} A_{\text{св}}^{\text{ск}} \begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{bmatrix}.$$

Выполняя преобразования, получим

$$\begin{aligned} P_{x\text{к}} &= P\cos(\alpha+\varphi_P)\cos\beta; \\ P_{y\text{к}} &= P[\sin(\alpha+\varphi_P)\cos\gamma_a + \cos(\alpha+\varphi_P)\sin\beta\sin\gamma_a]; \\ P_{z\text{к}} &= P[\sin(\alpha+\varphi_P)\sin\gamma_a - \cos(\alpha+\varphi_P)\sin\beta\cos\gamma_a]. \end{aligned}$$

Проекции аэродинамических сил вычисляются по формуле

$$\begin{bmatrix} R_{x\text{к}} \\ R_{y\text{к}} \\ R_{z\text{к}} \end{bmatrix} = A_{\text{ск}}^{\text{тр}} \begin{bmatrix} -X_a \\ Y_a \\ Z_a \end{bmatrix}.$$

Раскрывая матрицы, получим

$$\begin{aligned} R_{x\text{к}} &= -X_a; \\ R_{y\text{к}} &= Y_a\cos\gamma_a - Z_a\sin\gamma_a; \\ R_{z\text{к}} &= Y_a\sin\gamma_a + Z_a\cos\gamma_a. \end{aligned}$$

Проекции веса вычисляются по формуле

$$\begin{bmatrix} G_{x\text{к}} \\ G_{y\text{к}} \\ G_{z\text{к}} \end{bmatrix} = A_{\text{н}}^{\text{тр}} \begin{bmatrix} 0 \\ -mg \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Раскрывая матрицы, получим

$$\begin{aligned} G_{x\text{к}} &= -mg\sin\Theta; \\ G_{y\text{к}} &= -mg\cos\Theta; \\ G_{z\text{к}} &= 0. \end{aligned}$$

Подставляя найденные выражения для проекции вектора скоростей и сил на оси траекторной системы координат в (1.13), получим систему дифференциальных уравнений относительно земной скорости $V_к$, угла наклона траектории Θ и угла пути Ψ

$$
\begin{aligned}
&m(t)\frac{dV_к}{dt} = P\cos(\alpha+\varphi_P)\cos\beta - X_a - mg\sin\Theta;\\
&m(t)V_к\frac{d\Theta}{dt} = P[\sin(\alpha+\varphi_P)\cos\gamma_a + \cos(\alpha+\varphi_P)\sin\beta\sin\gamma_a] +\\
&\qquad + Y_a\cos\gamma_a - Z_a\sin\gamma_a - mg\cos\Theta; \qquad (1.21)\\
&-m(t)V_к\cos\Theta\frac{d\Psi}{dt} = P[\sin(\alpha+\varphi_P)\sin\gamma_a -\\
&\qquad - \cos(\alpha+\varphi_P)\sin\beta\cos\gamma_a] + Y_a\sin\gamma_a + Z_a\cos\gamma_a.
\end{aligned}
$$

Уравнения (1.21) дополняются кинематическими уравнениями, определяющими продольную дальность, высоту полета и боковую дальность самолета в неподвижной системе отсчета,

$$
\begin{aligned}
&\frac{dX_g}{dt} = V_к\cos\Theta\cos\Psi;\\
&\frac{dH}{dt} = V_к\sin\Theta; \qquad (1.22)\\
&\frac{dZ_g}{dt} = -V_к\cos\Theta\sin\Psi.
\end{aligned}
$$

К уравнениям (1.21), (1.22) необходимо добавить уравнение (1.16), описывающее изменение массы самолета. Интегрирование уравнений (1.20)...(1.22) выполняется численными методами при заданных начальных условиях $V_к(0)$, $\Theta(0)$, $\Psi(0)$, $X_g(0)$, $H(0)$, $Z_g(0)$, $m(0)$ и заданных программах изменения тяги $P(t)$ и аэродинамических углов $\alpha(t)$, $\beta(t)$, $\gamma_a(t)$.

Уравнения движения центра масс с учетом ветра в проекциях на оси траекторной системы координат $OX_к Y_к Z_к$. Все уравнения движения центра масс самолета, рассмотренные выше, были получены в предположении отсутствия ветра. Скорость ветра оказывает существенное влияние на формирование аэродинамических сил и моментов как через изменение воздушной скорости, так и через изменения аэродинамических углов атаки α и скольжения β. Рассмотрим учет скорости ветра в уравнениях движения самолета.

Скорость ветра $\vec{W}$ определяется в проекциях на оси нормальной системы координат $OX_gY_gZ_g$:

$$\vec{W} = \begin{bmatrix} W_{xg} \\ W_{yg} \\ W_{zg} \end{bmatrix}.$$

Вектор воздушной скорости $\vec{V}$ выражается через вектор земной скорости $\vec{V}_к$ и вектор скорости ветра $\vec{W}$:

$$\vec{V} = \vec{V}_к - \vec{W}.$$

Выражения для проекции вектора воздушной скорости на оси нормальной системы координат имеют вид

$$\begin{aligned} V_{xg} &= V_к \cos\Theta \cos\Psi - W_{xg}; \\ V_{yg} &= V_к \sin\Theta - W_{yg}; \\ V_{zg} &= -V_к \cos\Theta \sin\Psi - W_{zg}. \end{aligned}$$

Для определения аэродинамических углов атаки α и скольжения β необходимо знать проекции вектора воздушной скорости на оси связанной системы координат $OXYZ$:

$$\begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{bmatrix} = A_н^{св} \begin{bmatrix} V_{xg} \\ V_{yg} \\ V_{zg} \end{bmatrix}.$$

Теперь углы атаки и скольжения с учетом ветра могут быть вычислены по формулам

$$\begin{aligned} \beta &= \arcsin\left(\frac{V_z}{V}\right); \\ \alpha &= \begin{cases} -\arcsin\left(\dfrac{V_y}{\sqrt{V_x^2 + V_y^2}}\right), \text{ если } V_x \geq 0; \\ \left[-\pi + \arcsin\left(\dfrac{|V_y|}{\sqrt{V_x^2 + V_y^2}}\right)\right]\operatorname{sgn}(V_y), \text{ если } V_x < 0; \end{cases} \\ V &= \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}. \end{aligned} \tag{1.23}$$

Зная углы атаки и скольжения, можно пересчитать аэродинамические силы, заданные в скоростной системе координат $OX_aY_aZ_a$, в проекции на оси связанной системы координат $OXYZ$. Складывая их с проекциями тяги, получим проекции сил (кроме проекций веса) на оси связанной системы координат:

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P\cos\varphi_P \\ P\sin\varphi_P \\ 0 \end{bmatrix} + A_{\text{ск}}^{\text{св}} \begin{bmatrix} -X_a \\ Y_a \\ Z_a \end{bmatrix}.$$

Выполняя последний переход от связанной системы координат $OXYZ$ к траекторной $OX_{\text{к}}Y_{\text{к}}Z_{\text{к}}$ и складывая полученный результат с проекциями веса, получим проекции всех сил на оси траекторной системы координат с учетом скорости ветра:

$$\begin{bmatrix} F_{x\text{к}} \\ F_{y\text{к}} \\ F_{z\text{к}} \end{bmatrix} = A_{\text{н}}^{\text{тр}} A_{\text{св}}^{\text{н}} \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -mg\sin\Theta \\ -mg\cos\Theta \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Подставляя выражения для проекций сил в правые части уравнений (1.21), получим систему дифференциальных уравнений относительно земной скорости $V_{\text{к}}$, угла наклона траектории Θ и угла пути Ψ с учетом скорости ветра

$$m(t)\begin{bmatrix} \dfrac{dV_{\text{к}}}{dt} \\ V_{\text{к}}\dfrac{d\Theta}{dt} \\ -V_{\text{к}}\dfrac{d\Psi}{dt}\cos\Theta \end{bmatrix} = A_{\text{н}}^{\text{тр}} A_{\text{св}}^{\text{н}} \begin{bmatrix} P\cos\varphi_P \\ P\sin\varphi_P \\ 0 \end{bmatrix} +$$

$$+ A_{\text{н}}^{\text{тр}} A_{\text{св}}^{\text{н}} A_{\text{ск}}^{\text{св}} \begin{bmatrix} -X_a \\ Y_a \\ Z_a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -mg\sin\Theta \\ -mg\cos\Theta \\ 0 \end{bmatrix}.$$

В этих уравнениях элементы матрицы направляющих косинусов $A_{\text{ск}}^{\text{св}}$ и аэродинамические силы должны вычисляться на углах атаки и

скольжения и воздушной скорости с учетом ветра по формулам, приведенным выше.

Уравнение движения центра масс в проекциях на оси скоростной системы координат $OX_aY_aZ_a$. Вектор угловой скорости $\vec{\Omega}_a = (\omega_{xa}, \omega_{ya}, \omega_{z_a})$ вращения скоростной системы координат относительно неподвижной системы отсчета является суммой угловой скорости вращения самолета как твердого тела $\vec{\omega} = (\omega_x, \omega_y, \omega_z)$ и угловой скорости вращения скоростной системы координат $OX_aY_aZ_a$ относительно связанной системы координат $OXYZ$:

$$\vec{\Omega}_a = A_{\text{св}}^{\text{ск}} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\dfrac{d\alpha}{dt}\sin\beta \\ -\dfrac{d\beta}{dt} \\ -\dfrac{d\alpha}{dt}\cos\beta \end{bmatrix}. \qquad (1.24)$$

При отсутствии ветра ось OX_a скоростной системы координат направлена по вектору земной скорости $\vec{V}_{\text{к}}$. Поэтому $\vec{V} = V_{\text{к}}$ и выражение для проекций вектора скорости $\vec{V}$ на оси скоростной системы координат имеет вид

$$\vec{V} = \begin{bmatrix} V_{\text{к}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Проекции вектора тяги $\vec{P}$ на оси скоростной системы координат имеют вид

$$\begin{bmatrix} P_{xa} \\ P_{ya} \\ P_{za} \end{bmatrix} = A_{\text{св}}^{\text{ск}} \begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{bmatrix},$$

или

$$P_{xa} = P\cos(\alpha + \varphi_P)\cos\beta;$$
$$P_{ya} = P\sin(\alpha + \varphi_P);$$
$$P_{xa} = -P\cos(\alpha + \varphi_P)\sin\beta.$$

Проекции вектора аэродинамических сил на оси скоростной системы координат определяются наиболее просто:

$$R_{xa} = -X_a;\ R_{ya} = Y_a;\ R_{za} = Z_a.$$

Проекции веса на оси скоростной системы координат выражаются через проекции веса на оси нормальной системы координат:

$$\begin{bmatrix} G_{xa} \\ G_{ya} \\ G_{za} \end{bmatrix} = A_{\text{св}}^{\text{ск}} A_{\text{н}}^{\text{св}} \begin{bmatrix} 0 \\ -mg \\ 0 \end{bmatrix},$$

или

$$G_{xa} = -[\cos\alpha\cos\beta\sin\vartheta + (\sin\beta\sin\gamma + \sin\alpha\cos\beta\cos\gamma)\cos\vartheta]mg;$$
$$G_{ya} = -[\sin\alpha\sin\vartheta + \cos\alpha\cos\gamma\cos\vartheta]mg;$$
$$G_{za} = [\cos\alpha\sin\beta\sin\vartheta + (\cos\beta\sin\gamma - \sin\alpha\sin\beta\cos\gamma)\cos\vartheta]mg.$$

Подставляя найденные проекции векторов скоростей и сил на оси скоростной системы координат в (1.14) , получим систему дифференциальных уравнений относительно $V_{\text{к}}$ и аэродинамических углов α, β

$$\begin{aligned}
&m(t)\frac{dV_{\text{к}}}{dt} = P\cos(\alpha+\varphi_P)\cos\beta - X_a - \\
&-[\cos\alpha\cos\beta\sin\vartheta - (\sin\beta\sin\gamma + \sin\alpha\cos\beta\cos\gamma)\cos\vartheta]mg; \\
&m(t)V_{\text{к}}\cos\beta\frac{d\alpha}{dt} = mV_{\text{к}}(-\omega_x\cos\alpha\sin\beta + \omega_y\sin\alpha\sin\beta + \omega_z\cos\beta) - \\
&-P\sin(\alpha+\varphi_P) - Y_a + [\sin\alpha\sin\vartheta + \cos\alpha\cos\gamma\cos\vartheta]mg; \\
&m(t)V_{\text{к}}\frac{d\beta}{dt} = mV_{\text{к}}(\omega_x\sin\alpha + \omega_y\cos\alpha) - P\cos(\alpha+\varphi_P)\sin\beta + Z_a + \\
&+[\cos\alpha\sin\beta\sin\vartheta + (\cos\beta\sin\gamma - \sin\alpha\sin\beta\cos\gamma)\cos\vartheta]mg.
\end{aligned} \qquad (1.25)$$

К уравнениям (1.25) необходимо добавить кинематические уравнения, определяющие положение (дальность, высоту и боковую дальность) центра масс самолета в неподвижной системе отсчета,

$$\begin{bmatrix} \dfrac{dX_g}{dt} \\ \dfrac{dH}{dt} \\ \dfrac{dZ_g}{dt} \end{bmatrix} = A_{\text{св}}^{\text{н}} A_{\text{ск}}^{\text{св}} \begin{bmatrix} V_{\text{к}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Раскрывая это выражение, получим

$$\frac{dX_g}{dt} = [\cos\alpha\cos\beta\cos\vartheta\cos\psi - (\sin\gamma\sin\psi - \cos\gamma\sin\vartheta\cos\psi)\sin\alpha\cos\beta +$$
$$+ (\cos\gamma\sin\psi + \sin\gamma\sin\vartheta\cos\psi)\sin\beta]V_{\text{к}};$$
$$\frac{dH}{dt} = [\cos\alpha\cos\beta\sin\vartheta - (\sin\beta\sin\gamma + \sin\alpha\cos\beta\cos\gamma)\cos\vartheta]V_{\text{к}}; \qquad (1.26)$$
$$\frac{dZ_g}{dt} = [-\cos\alpha\cos\beta\cos\vartheta\sin\psi - (\sin\gamma\cos\psi + \cos\gamma\sin\vartheta\sin\psi)\sin\alpha\cos\beta +$$
$$+ (\cos\gamma\cos\psi - \sin\gamma\sin\vartheta\sin\psi)\sin\beta]V_{\text{к}}.$$

К уравнениям (1.25), (1.26) необходимо также добавить уравнение изменения массы самолета. Интегрирование уравнений выполняется численными методами при заданных начальных условиях $V_{\text{к}}(0)$, $\alpha(0)$, $\beta(0)$, $X_g(0)$, $H(0)$, $Z_g(0)$, $m(0)$, программах изменения тяги $P(t)$, углов тангажа $\vartheta(t)$, крена $\gamma(t)$ и рыскания $\psi(t)$.

1.5. УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ЦЕНТРА МАСС САМОЛЕТА В ПЕРЕГРУЗКАХ

Перегрузка. Перегрузкой $\vec{n}$ называется отношение суммы векторов тяги $\vec{P}$ и полной аэродинамической силы $\vec{R}_{\text{А}}$ к весу самолета:

$$\vec{n} = \frac{\vec{P} + \vec{R}_{\text{А}}}{mg}.$$

Перегрузка является безразмерной величиной и равна сумме сил (кроме веса), действующих на самолет в полете, выраженных в долях веса самолета.

Как и любой вектор, перегрузка может быть спроецирована на оси выбранной системы координат. Принято проецировать вектор перегрузки на оси связанной $OXYZ$ и скоростной $OX_aY_aZ_a$ систем координат.

Проекции (n_x, n_y, n_z) вектора перегрузки $\vec{n}$ на оси связанной системы координат $OXYZ$ называются продольной, нормальной и поперечной перегрузками соответственно. Проекции n_{xa}, n_{ya}, n_{za} вектора перегрузки $\vec{n}$ на оси скоростной системы координат $OX_aY_aZ_a$ называются тангенциальной, нормальной скоростной и боковой перегрузками соответственно.

Из уравнений (1.14) следует, что в связанной системе координат выражения для перегрузок имеют вид (при отсутствии ветра)

$$\begin{aligned} n_x &= \frac{1}{mg}(P\cos\varphi_P - X_a\cos\alpha\cos\beta + Y_a\sin\alpha - Z_a\cos\alpha\sin\beta); \\ n_y &= \frac{1}{mg}(P\sin\varphi_P + X_a\sin\alpha\cos\beta + Y_a\cos\alpha + Z_a\sin\alpha\sin\beta); \\ n_z &= \frac{1}{mg}(-X_a\sin\beta + Z_a\cos\beta). \end{aligned} \quad (1.27)$$

Проекции перегрузки на оси скоростной системы координат определяются следующими формулами:

$$\begin{aligned} n_{xa} &= \frac{1}{mg}(P\cos(\alpha+\varphi_P)\cos\beta - X_a); \\ n_{ya} &= \frac{1}{mg}(P\sin(\alpha+\varphi_P) + Y_a); \\ n_{za} &= \frac{1}{mg}(-P\cos(\alpha+\varphi_P)\sin\beta + Z_a). \end{aligned} \quad (1.28)$$

С другой стороны, проекции перегрузки на оси связанной системы координат связаны с проекциями перегрузки на оси скоростной системы координат через матрицу направляющих косинусов $A_{\text{ск}}^{\text{св}}$:

$$\begin{aligned} n_x &= n_{xa}\cos\alpha\cos\beta + n_{ya}\sin\alpha - n_{za}\cos\alpha\sin\beta; \\ n_y &= -n_{xa}\sin\alpha\cos\beta + n_{ya}\cos\alpha + n_{za}\sin\alpha\sin\beta; \\ n_z &= n_{xa}\sin\beta + n_{za}\cos\beta. \end{aligned}$$

На режимах полета самолета с малыми углами атаки, скольжения и малым углом вектора тяги φ_P можно принять $\sin(\alpha+\varphi_P)\approx\alpha+\varphi_P$; $\cos(\alpha+\varphi_P)\approx 1$; $\sin\beta\approx\beta$; $\cos\beta\approx 1$; $P\sin(\alpha+\varphi_P)<<Y_a$; $P\sin\beta<<Z_a$. В этом случае выражения (1.27), (1.28) принимают вид

$$n_x\approx\frac{P-X_a}{mg};\ n_y\approx\frac{Y_a}{mg};\ n_z\approx\frac{Z_a}{mg};\ n_x\approx n_{xa};\ n_y\approx n_{ya};\ n_z\approx n_{za}.$$

Проекции перегрузок применяются для записи уравнений движения центра масс в задачах анализа траекторий полета самолетов по следующим причинам:

уравнения движения центра масс в перегрузках имеют наиболее простую форму;

летчик при маневрировании самолета ощущает именно перегрузки, а не отдельные силы, действующие на самолет;

перегрузки в связанной системе координат могут быть измерены непосредственно в полете;

сигналы, пропорциональные измеренным перегрузкам, используются в системах автоматического управления самолетом.

Поэтому рассмотрим уравнения движения центра масс самолета, записанные через проекции перегрузки на оси соответствующих систем координат.

Уравнения движения центра масс самолета в перегрузках в связанной системе координат *OXYZ*. Уравнения изменения скорости и направления полета в перегрузках в связанной системе координат следуют из (1.14) и (1.27), если разделить левую и правую части уравнений (1.14) на вес самолета:

$$\begin{aligned}
\frac{dV_x}{dt}&=\omega_z V_y-\omega_y V_z+g(n_x-\sin\vartheta);\\
\frac{dV_y}{dt}&=\omega_x V_z-\omega_z V_x+g(n_y-\cos\vartheta\cos\gamma);\\
\frac{dV_z}{dt}&=\omega_y V_x-\omega_x V_y+g(n_z+\cos\vartheta\sin\gamma).
\end{aligned}\qquad(1.29)$$

Уравнения относительно кинематических переменных (1.15) от сил не зависят и остаются неизменными.

Уравнения движения центра масс самолета в перегрузках в траекторной системе координат $OX_к Y_к Z_к$. Найдем проекции перегрузки на оси траекторной системы координат $OX_к Y_к Z_к$ через проекции

перегрузки на оси скоростной системы координат $OX_aY_aZ_a$ с помощью матрицы направляющих косинусов:

$$\begin{bmatrix} n_{x\text{к}} \\ n_{y\text{к}} \\ n_{z\text{к}} \end{bmatrix} = A_{\text{ск}}^{\text{тр}} \begin{bmatrix} n_{xa} \\ n_{ya} \\ n_{za} \end{bmatrix},$$

или

$$\begin{aligned} n_{x\text{к}} &= n_{xa}; \\ n_{y\text{к}} &= n_{ya}\cos\gamma_a - n_{za}\sin\gamma_a; \\ n_{z\text{к}} &= n_{ya}\sin\gamma_a + n_{za}\cos\gamma_a. \end{aligned}$$

Разделив левую и правую части уравнений (1.21) на вес самолета и учитывая выражения для проекций вектора перегрузки $n_{x\text{к}}$, $n_{y\text{к}}$, $n_{z\text{к}}$ на оси траекторной системы координат, получим

$$\begin{aligned} \frac{dV_{\text{к}}}{dt} &= g(n_{xa} - \sin\Theta); \\ \frac{d\Theta}{dt} &= \frac{g}{V_{\text{к}}}(n_{ya}\cos\gamma_a - n_{za}\sin\gamma_a - \cos\Theta); \\ \frac{d\Psi}{dt} &= -\frac{g}{V_{\text{к}}\cos\Theta}(n_{ya}\sin\gamma_a + n_{za}\cos\gamma_a). \end{aligned} \qquad (1.30)$$

Вид кинематических уравнений (1.22) не меняется.

1.6. УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ЦЕНТРА МАСС САМОЛЕТА В ЧАСТНЫХ СЛУЧАЯХ

Уравнения движения центра масс самолета, рассмотренные выше, описывают полет по пространственным траекториям и являются достаточно сложными для анализа и использования на этапе проектирования нового летательного аппарата. Однако полет любого самолета состоит из отдельных этапов, для которых полные уравнения движения избыточны и могут быть упрощены без снижения общности описания траектории движения. Рассмотрим частные случаи уравнений движения самолета.

Упрощенные уравнения пространственного движения центра масс самолета. Анализ пространственного движения самолета с быстрым вращением вокруг продольной оси OX связанной системы координат или оси OX_a скоростной системы координат показывает, что на коротких временны́х интервалах с приемлемой для практики точностью можно пренебречь влиянием гравитационной составляющей и изменения массы на траекторные переменные, а скорость полета считать постоянной по величине. К таким маневрам относятся «бочки», перевороты через крыло и т.д. В этом случае в основном представляют интерес значения углов атаки и скольжения. Поэтому упрощенные уравнения пространственного движения центра масс самолета в проекциях на оси скорости скоростной системы координат $OX_aY_aZ_a$ примут вид

$$\begin{aligned} n_{xa} &= 0; \\ \frac{d\alpha}{dt} &= -\frac{g}{V_к \cos\beta} n_{ya} + \omega_z - (\omega_x \cos\alpha - \omega_y \sin\alpha)\,\mathrm{tg}\beta; \\ \frac{d\beta}{dt} &= \frac{g}{V_к} n_{za} + \omega_x \sin\alpha + \omega_y \cos\alpha. \end{aligned} \qquad (1.31)$$

Эти уравнения совместно с уравнениями (1.20) применяются для анализа характеристик устойчивости и управляемости самолета в пространственном движении.

Уравнения движения центра масс самолета в вертикальной плоскости. Полет в вертикальной плоскости возможен, если сумма проекций сил на ось $OZ_к$ траекторной системы координат равна нулю. Пусть угол скольжения и угол крена равны нулю: $\beta = 0$; $\gamma = 0$. Тогда скоростной угол крена $\gamma_a = 0$, боковая аэродинамическая сила $Z_a = 0$, угловые скорости вращения самолета вокруг осей OX и OY связанной системы координат также равны нулю: $\omega_x = 0$; $\omega_y = 0$, углы тангажа, наклона траектории и атаки связаны кинематическим соотношением $\vartheta = \Theta + \alpha$.

С учетом этих условий выражения для перегрузок в скоростной системе координат примут вид

$$\begin{aligned} n_{xa} &= \frac{1}{mg}(P\cos(\alpha + \varphi_P) - X_a); \\ n_{ya} &= \frac{1}{mg}(P\sin(\alpha + \varphi_P) + Y_a). \end{aligned}$$

Учитывая взаимосвязь проекций перегрузок в скоростной и в связанной системах координат, получим

$$n_x = n_{xa}\cos\alpha + n_{ya}\sin\alpha;$$
$$n_y = -n_{xa}\sin\alpha + n_{ya}\cos\alpha.$$

Подставляя эти выражения в уравнения (1.29), получим уравнения движения самолета в вертикальной плоскости в проекциях на оси различных систем координат. Эти уравнения имеют следующий вид.

В связанной системе координат OXYZ

$$\frac{dV_x}{dt} = \omega_z V_y + g(n_x - \sin\vartheta);$$
$$\frac{dV_y}{dt} = -\omega_z V_x + g(n_y - \cos\vartheta). \qquad (1.32)$$

К уравнениям (1.32) необходимо добавить кинематическое уравнение изменения угла тангажа

$$\frac{d\vartheta}{dt} = \omega_z.$$

В этом случае кинематические уравнения (1.15) для вычисления текущей дальности и высоты полета примут вид

$$\frac{dX_g}{dt} = V_x\cos\vartheta + V_y\sin\vartheta;$$
$$\frac{dH}{dt} = V_x\sin\vartheta + V_y\cos\vartheta.$$

С учетом уравнения (1.16), определяющего изменение массы самолета, получим систему дифференциальных уравнений движения центра масс самолета шестого порядка.

В скоростной системе координат $OX_aY_aZ_a$

$$\frac{dV}{dt} = g[n_{xa} - \sin(\vartheta - \alpha)];$$
$$\frac{d\alpha}{dt} = -\frac{g}{V}[n_{ya} - \cos(\vartheta - \alpha)] + \omega_z;$$
$$\frac{d\vartheta}{dt} = \omega_z; \qquad (1.33)$$

$$\frac{dX_g}{dt} = V\cos(\vartheta - \alpha);$$
$$\frac{dH}{dt} = V\sin(\vartheta - \alpha). \tag{1.33}$$

С учетом уравнения изменения массы самолета (1.16), как и в предыдущем случае, получим систему дифференциальных уравнений шестого порядка.

В траекторной системе координат $OX_к Y_к Z_к$

$$\frac{dV_к}{dt} = g(n_{xa} - \sin\Theta);$$
$$\frac{d\Theta}{dt} = \frac{g}{V_к}(n_{ya} - \cos\Theta). \tag{1.34}$$

Кинематические дифференциальные уравнения, определяющие положение самолета в пространстве, примут вид

$$\frac{dX_g}{dt} = V_к\cos\Theta; \quad \frac{dH}{dt} = V_к\sin\Theta. \tag{1.35}$$

К уравнениям (1.30), (1.31) необходимо добавить кинематическое дифференциальное уравнение, определяющее угол тангажа

$$\frac{d\vartheta}{dt} = \omega_z,$$

а также уравнение изменения массы самолета (1.16).

Уравнения движения центра масс в горизонтальной плоскости. Полет в горизонтальной плоскости выполняется при соблюдении условий для траекторных переменных $\Theta = 0$ или $H = \text{const}$. При движении в горизонтальной плоскости в общем случае вращение самолета осуществляется вокруг всех осей связанной системы координат, так что $\omega_x \neq 0$, $\omega_y \neq 0$, $\omega_z \neq 0$. Полет самолета в горизонтальной плоскости возможен как с креном: $\gamma \neq 0$ и без скольжения: $\beta = 0$; без крена: $\gamma = 0$ и со скольжением: $\beta \neq 0$ и в общем случае с креном: $\gamma \neq 0$ и скольжением: $\beta \neq 0$. Самолет может выполнять полет на постоянной или переменой скорости. Рассмотрим уравнения движения самолета в каждом из перечисленных случаев при дополнительных условиях: углы атаки, скольжения и тангажа малы. В этом случае угол крена и скоростной угол крена совпадают: $\gamma = \gamma_a$. Кроме того, в указанных условиях можно принять, что

$$n_{xa} \approx \frac{P - X_a}{mg};\ n_{ya} \approx \frac{Y_a}{mg};\ n_{za} \approx \frac{Z_a}{mg}.$$

Из общих уравнений пространственного движения самолета (1.21) в проекциях на оси траекторной системы координат $OX_к Y_к Z_к$ получим упрощенные уравнения движения центра масс с креном: $\gamma \neq 0$ и со скольжением: $\beta \neq 0$

$$\begin{aligned} &\frac{dV_к}{dt} = g n_{xa}; \\ &\frac{d\Psi}{dt} = -\frac{g}{V_к}(n_{ya} \sin\gamma_a + n_{za} \cos\gamma_a); \\ &n_{ya} \cos\gamma_a - n_{za} \sin\gamma_a - 1 = 0. \end{aligned} \qquad (1.36)$$

Уравнения (1.36) дают возможность записать уравнения движения самолета в горизонтальной плоскости для следующих случаев полета.

Полет с креном и без скольжения. Силы, действующие на самолет, показаны на рис. 1.14. В этом случае $\gamma_a \neq 0,\ \beta = 0, n_{za} = 0$. Уравнения (1.36) принимают вид

$$\begin{aligned} &\frac{dV_к}{dt} = g n_{xa}; \\ &\frac{d\Psi}{dt} = -\frac{g}{V_к} n_{ya} \sin\gamma_a; \\ &n_{ya} \cos\gamma_a - 1 = 0. \end{aligned} \qquad (1.37)$$

Из второго уравнения системы (1.37) следует, что изменение угла пути Ψ обусловлено проекцией подъемной силы на горизонтальную плоскость. Последнее уравнение выражает равенство проекции подъемной силы на вертикальную плоскость весу самолета (условие полета в горизонтальной плоскости). Так как $\Theta = 0$ и $\beta = 0$, то ось $OX_a = OX_к$ лежит в плоскости симметрии самолета, а угол между осью подъемной силы OY_a и осью $OY_к$ приближенно равен углу крена γ. Режим полета самолета, на котором $\beta = 0;\ n_{za} = 0$, называется координированным виражом. Если скорость самолета на вираже остается постоянной, то вираж называется установившимся правильным

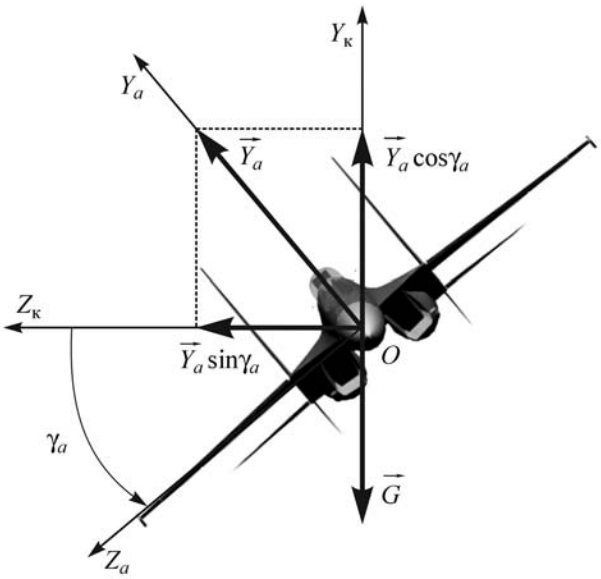


Рис. 1.14. Схема сил, действующих на самолет в полете с креном и без скольжения

виражом. Уравнения движения центра масс самолета на правильном вираже имеют вид

$$\begin{aligned} & n_{xa} = 0; \\ & n_{ya} \cos\gamma_a = 1; \\ & \frac{d\Psi}{dt} = -\frac{g}{V_к} n_{ya} \sin\gamma_a . \end{aligned} \tag{1.38}$$

Таким образом, на правильном вираже нормальная скоростная перегрузка определяется углом крена:

$$n_{ya} = \frac{1}{\cos\gamma_a} \tag{1.39}$$

и с увеличением угла крена возрастает.

Полет без крена и со скольжением. Аэродинамические силы, действующие на самолет при выполнении плоского разворота, показаны на рис. 1.15. В этом случае $\gamma = 0$, $\beta \neq 0$, $n_{za} \neq 0$. Уравнения (1.36) принимают вид

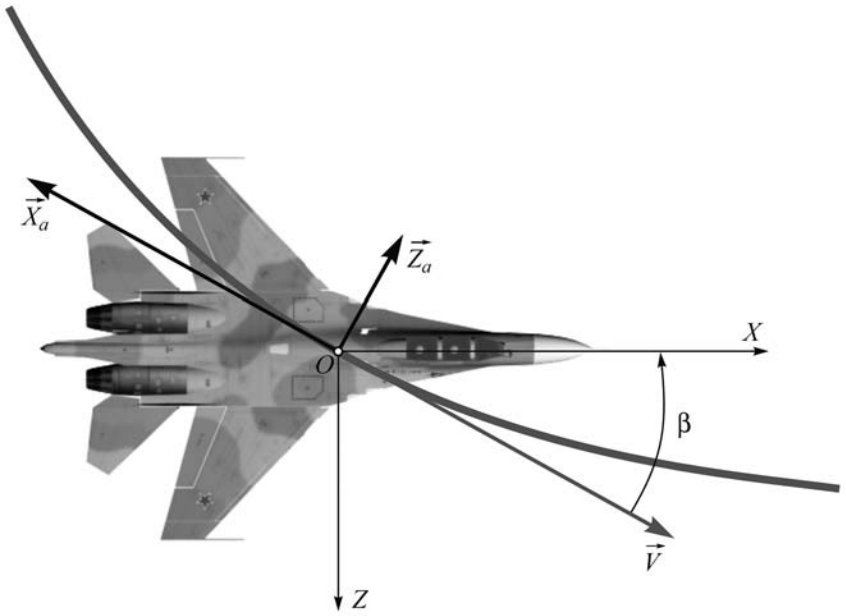


Рис. 1.15. Схема сил, действующих на самолет в полете без крена и со скольжением

$$\begin{aligned} &\frac{dV_{\text{к}}}{dt} = gn_{xa};\\ &\frac{d\Psi}{dt} = -\frac{g}{V_{\text{к}}}n_{za};\\ &n_{ya} - 1 = 0. \end{aligned} \qquad (1.40)$$

Уравнения (1.40) показывают, что изменение угла пути Ψ обусловлено боковой аэродинамической силой Z_a. Последнее выражение в (1.40) отражает равенство веса и подъемной силы. Такой режим полета называется плоским разворотом самолета. Если скорость полета $V_{\text{к}} = \text{const}$, то имеет место установившийся плоский разворот, уравнения для которого имеют вид

$$n_{xa} = 0;\ n_{ya} = 1;\ \frac{d\Psi}{dt} = -\frac{g}{V_{\text{к}}}n_{za}. \qquad (1.41)$$

Глава 2
ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ ДЛЯ РАСЧЕТА ТРАЕКТОРИЙ И ЛЕТНО-ТЕХНИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК САМОЛЕТОВ

При расчете траекторий и летно-технических характеристик должны быть заданы следующие параметры самолета: масса m, площадь крыла S, запас топлива $m_т$, высотно-скоростные и дроссельные характеристики силовой установки [8] и характеристики винтов (для турбовинтовых и поршневых двигателей), а также аэродинамические силы в виде соответствующих коэффициентов. Должны быть также заданы или рассчитаны ограничения режимов полета — допустимые скорости полета, число М, нормальная перегрузка, высота полета и т.д.

При проектных оценках летно-технические характеристики (ЛТХ), в первую очередь, определяются для условий МСА (международной стандартной атмосферы), а по мере необходимости для любых условий полета, отличных от МСА, что требует наличия характеристик силовой установки для задаваемых условий полета.

В данной главе рассмотрены условия полета, перечень и типичный характер зависимостей, определяющих аэродинамическую силу, тягу двигателя и расход топлива.

2.1. УСЛОВИЯ ПОЛЕТА

Аэродинамическая сила R_A, тяга двигателя P и расход топлива зависят от условий полета, которые определяются [4]:

скоростным напором

$$q = \frac{\rho_H V^2}{2} = 0{,}7\, p_H \mathrm{M}^2; \tag{2.1}$$

числом Маха

$$\mathrm{M} = \frac{V}{a_H}; \tag{2.2}$$

скоростью звука

$$a_H = 20{,}05\sqrt{T_H}; \tag{2.3}$$

числом Рейнольдса

$$\mathrm{Re} = \frac{Vb_\mathrm{A}}{\mu}, \tag{2.4}$$

где b_A — средняя аэродинамическая хорда крыла (САХ); μ — динамическая вязкость,

$$\mu = \frac{1{,}458 \cdot 10^{-6}\, T_H^{2/3}}{T_H + 110{,}4}. \tag{2.5}$$

При этом плотность ρ_H, давление p_H и температура T_H воздуха связаны уравнением состояния

$$\rho_H = \frac{p_H}{RT_H}, \tag{2.6}$$

где R — удельная газовая постоянная, R = 287,5 Дж/(кг·К).

Высота полета H, отсчитываемая от среднего уровня моря, называется барометрической высотой. Давление, соответствующее барометрической высоте, может быть найдено путем интегрирования уравнения равновесия газа

$$\frac{dp_H}{dH} = -\rho_H g \tag{2.7}$$

с учетом уравнения (2.6).

МСА дает осредненные значения термодинамических параметров воздуха по высотам при температуре на среднем уровне моря $H = 0$; $T_0 = 288{,}15$ К; давлении $p_0 = 101\,325$ Па; плотности $\rho_0 = 1{,}225$ кг / м^3; динамической вязкости $\mu_0 = 17{,}894 \cdot 10^{-6}$ Па·с; скорости звука $a_0 = 340{,}294$ м / с.

Изменение температуры воздуха с высотой задается в МСА градиентом температуры, равным –6,5 К / км при $H \le 11$ км; нулю при $11 \le H < 20$ км, +1 К / км при $20 \le H \le 32$ км. Используя такой закон

изменения T_H, можно по формулам (2.3), (2.5)...(2.7) определить изменения a_H, μ_H, p_H, ρ_H по барометрической высоте. В прил. 4 приведены значения параметров МСА.

Следует помнить, что в реальных условиях полета давление p_H и температура T_H, а следовательно, и плотность ρ_H могут отличаться от значений, приведенных в МСА. В этом случае принято полученную в фактических условиях летную характеристику приводить к стандартным условиям (по МСА).

К условиям полета относят также ветер, задаваемый скоростью W и направлением относительно осей стартовой или нормальной земной системы координат. Часто выделяют горизонтальную w и вертикальную u составляющие скорости W. Горизонтальная составляющая может достигать в среднем 12...18 м/с на умеренных высотах и до 20...30 м/с в стратосфере, а в струйных течениях 50...80 м/с.

При определении условий полета часто используют понятие индикаторной скорости V_i, которая связана с воздушной (истинной) скоростью V_H соотношением:

$$V_i = V_H \sqrt{\rho_H / \rho_0}. \qquad (2.8)$$

Постоянство индикаторной скорости по высоте полета свидетельствует о постоянстве скоростного напора. Это понятие удобно использовать при контроле некоторых допустимых параметров полета, например $n_{y\,\text{доп}}$, $\alpha_{\text{доп}}$.

2.2. АЭРОДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ САМОЛЕТА

Аэродинамические характеристики самолета — это зависимости аэродинамических коэффициентов подъемной силы c_{ya}, силы сопротивления c_{xa} и боковой силы c_{za} от ориентации самолета в потоке (углов α и β), параметров подобия обтекания (чисел M и Re), углов отклонения органов управления, конфигурации самолета. При известных аэродинамических коэффициентах в скоростной системе координат аэродинамические силы, действующие на самолет, определяются выражениями

$$Y_a = c_{ya} qS;\ X_a = c_{xa} qS;\ Z_a = c_{za} qS.$$

Аэродинамические характеристики самолета определяются его схемой и геометрическими параметрами — формой крыла (стреловидностью, толщиной, удлинением, наплывами и т.д.) и фюзеляжа. Строго говоря, они зависят и от режима работы движителя. При наличии воздушно-реактивного двигателя (ВРД) изменение его режима работы влияет на расход воздуха через воздухозаборник и характер обтекания хвостовой части самолета, а следовательно, и на изменение давления на поверхности самолета. При наличии винтов поток за ними существенно изменяет подъемную силу и силу сопротивления в зависимости от коэффициента нагрузки на винт

$$B = \frac{P}{qF_{\text{в}}}, \tag{2.9}$$

где P — тяга; $F_{\text{в}}$ — площадь, ометаемая винтом.

На аэродинамические характеристики влияют механизация крыла и упругие деформации конструкции самолета в полете, что будет рассмотрено в дальнейшем.

Угол крена на коэффициенты аэродинамических сил не влияет. При анализе движения центра масс самолета с достаточной для практики точностью не учитывают влияние на аэродинамические силы вращения самолета как твердого тела вокруг центра масс, хотя при этом местные скорости элементов поверхности самолета относительно потока отличаются от скорости центра масс самолета. Не учитывают обычно и нестационарность обтекания самолета (влияние производных $\dot{\alpha}$, $\dot{\beta}$, $\dot{\gamma}$) при эксплуатационных условиях полета.

При изменении угла атаки α изменяется подъемная сила Y_a и, следовательно, ее коэффициент c_{ya}. На рис. 2.1 приведены зависимости коэффициента подъемной силы от угла атаки для двух самолетов в полетной конфигурации. В диапазоне углов атаки, соответствующих линейному участку зависимости $c_{ya}(\alpha)$ при $\mathrm{M} = \mathrm{const}$, она может быть представлена в виде

$$c_{ya} = c_{ya}^{\alpha}(\alpha - \alpha_0),$$

где α_0 — угол атаки, соответствующий $c_{ya} = 0$.

При некоторых углах атаки линейность зависимости $c_{ya}(\alpha)$ нарушается, что является признаком возникновения на крыле

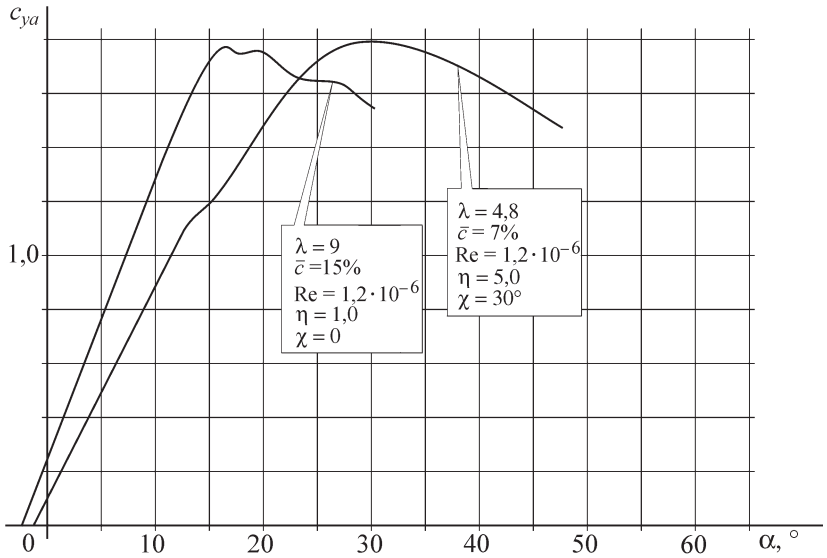


Рис. 2.1. Зависимость c_{ya} (α) для моделей двух самолетов

местного срыва потока, развитие которого часто может вызывать вибрации и тряску, а также ухудшение характеристик устойчивости и управляемости. Такие углы атаки иногда могут определять допустимые их значения. При достижении самолетом значения $c_{ya} = c_{ya\,\max}$, соответствующего критическому углу атаки $\alpha_{кр}$, происходит так называемое сваливание — самопроизвольное апериодическое или колебательное с возрастающей амплитудой боковое движение относительно одной или обеих (продольной и нормальной) осей координат. Практически сваливание может происходить на углах атаки, меньших $\alpha_{кр}$, и вызываться помимо несимметричного срыва потока с консолей крыла другими причинами.

При малых числах M величина c_{ya}^{α} является функцией геометрического удлинения $\lambda = l^2 / S$, угла стреловидности χ и сужения крыла η (рис. 2.2).

Коэффициенты c_{ya}^{α} и $c_{ya\,\max}$ зависят от числа Re. С увеличением Re они несколько увеличиваются, что необходимо учитывать при переходе от характеристик, полученных в аэродинамических трубах (АДТ), к натурным (рис 2.3) — в условиях полета.

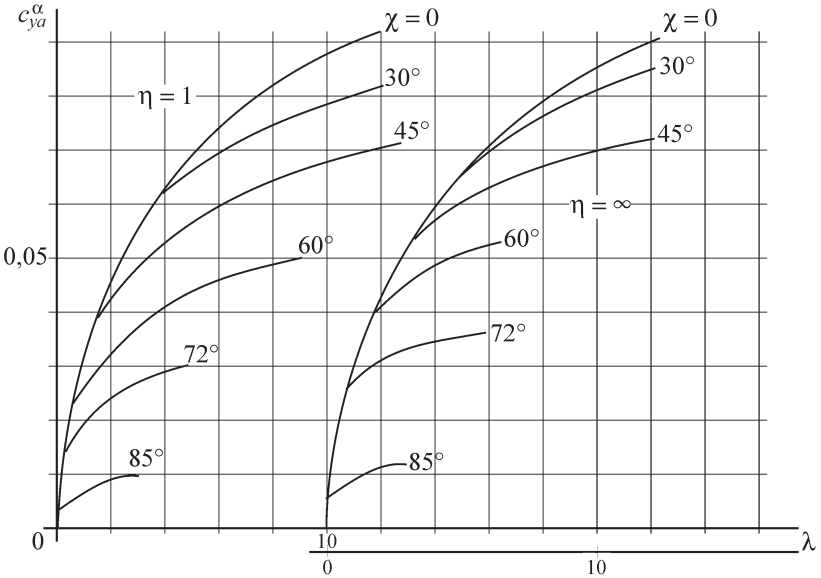


Рис. 2.2. Влияние параметров крыла на несущую способность

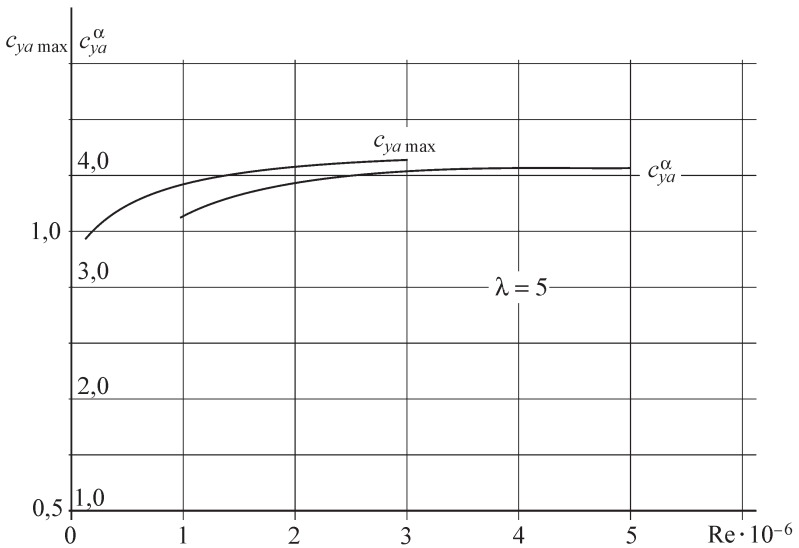


Рис. 2.3. Влияние числа Re на коэффициенты c_{ya}^{α} и $c_{ya\,\max}$ профиля ($\lambda = 5$)

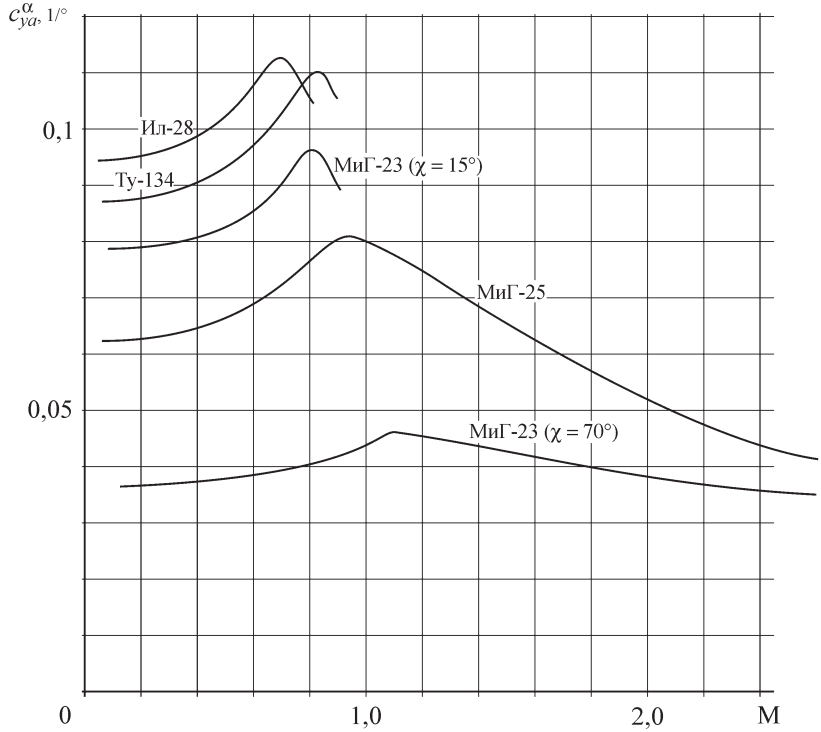


Рис. 2.4. Примеры изменения производной c_{ya}^{α} по числу M

Существенное влияние на коэффициенты c_{ya}^{α} и $c_{ya\,\max}$ оказывает сжимаемость (число M). На рис. 2.4 показаны зависимости $c_{ya}^{\alpha}(\mathrm{M})$ для ряда компоновок самолетов.

Коэффициент c_{ya}^{α} с увеличением числа M сначала несколько возрастает, а затем при числе M, несколько большем $\mathrm{M}_{кр}$, падает. $\mathrm{M}_{кр}$ — критическое число M, при котором из-за возникновения на поверхности крыла сверхзвуковой зоны со скачком уплотнения начинается интенсивный рост сопротивления самолета. На практике начало резкого роста сопротивления принято характеризовать величиной M_{*}, при которой выполняется условие $dc_{xp} / d\mathrm{M} = 0{,}1$, где c_{xp} — коэффициент профильного, или безиндуктивного, сопротивления (рис. 2.5), $\mathrm{M}_{*} \geq \mathrm{M}_{кр}$ [9].

В c_{xp} входит сопротивление трения, которое является функцией чисел M и Re и возрастает с увеличением площади омываемой по-

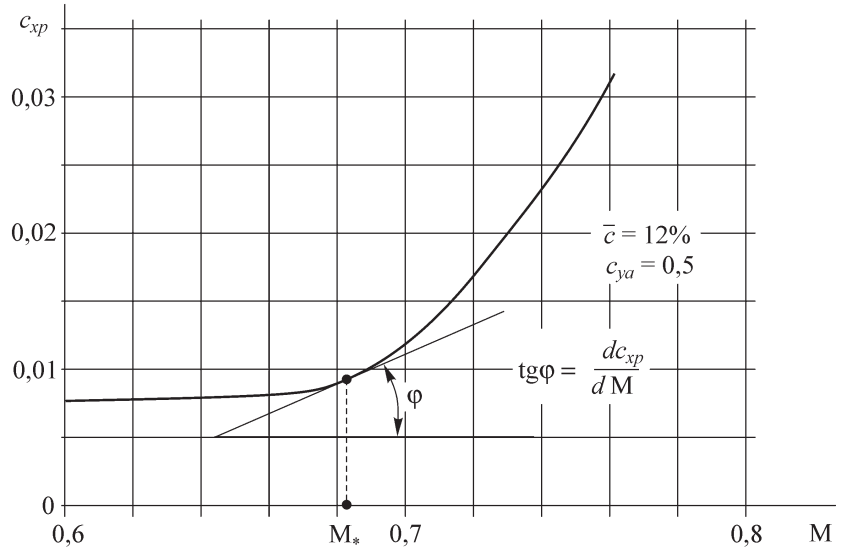


Рис. 2.5. Изменение профильного коэффициента сопротивления при дозвуковых числах M

верхности, например при увеличении толщины профиля (при неизменной площади крыла *S*). Профильное сопротивление определяется как сумма сопротивлений давления и трения. С увеличением чисел M и Re коэффициент трения уменьшается. При докритических числах M профильное сопротивление в основном определяется силами трения. Силы давления значительно меньше и несколько возрастают при увеличении толщины профиля. При числах M, больших критического, появляется волновое сопротивление, что приводит к резкому росту сопротивления (рис. 2.6). Коэффициент $c_{xa\ \min}$ растет до $M \approx 1{,}1...1{,}2$, после чего уменьшается. Это связано с уменьшением коэффициента волнового сопротивления, который на больших сверхзвуковых скоростях изменяется обратно пропорционально величине $\sqrt{M^2 - 1}$.

Для практического использования коэффициент сопротивления самолета удобно представлять в виде суммы коэффициента минимального сопротивления $c_{xa\ \min}$ и обобщенного коэффициента индуктивного сопротивления, содержащего все составляющие коэффициенты сопротивления, пропорциональные c_{ya} [6]:

$$c_{xa} = c_{xa\,\min} + A_2 (c_{ya} - c_{ya}^*)^2, \qquad (2.10)$$

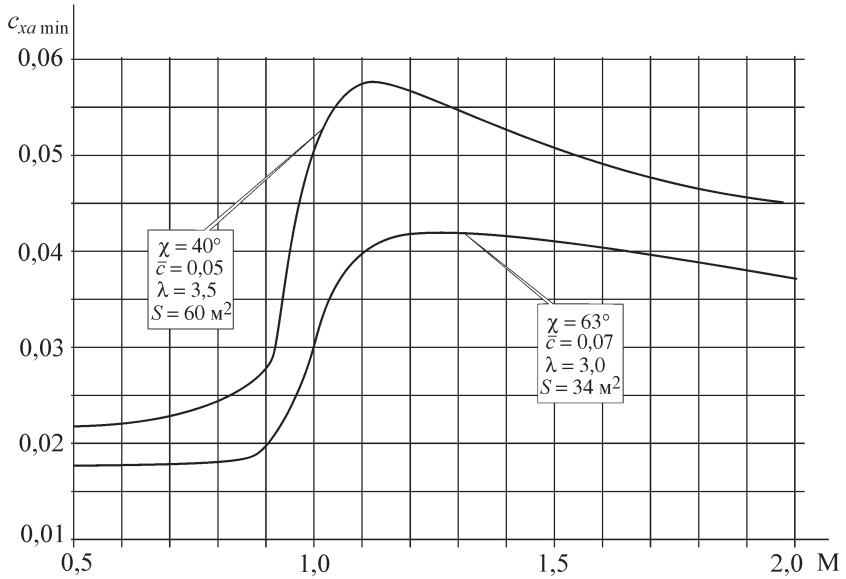


Рис. 2.6. Коэффициенты минимального сопротивления для двух самолетов

или

$$c_{xa} = c_{xa\,0} - A_1 c_{ya} + A_2 c_{ya}^2,$$

где $c_{xa\,0} = c_{xa\,\min} + A_2 c_{ya}^{*2}$; $c_{xa\,\min} = c_{xa\,0} - \dfrac{A_1^2}{4A_2}$; $A_1 = 2A_2 c_{ya}^*$; $c_{ya}^* = \dfrac{A_1}{2A_2}$;

A_2 — коэффициент увеличения индуктивного сопротивления,

$$A_2 = \frac{1}{\pi \lambda_{эф}}; \qquad (2.11)$$

$\lambda_{эф}$ — эффективное удлинение крыла, которое всегда меньше геометрического, $\lambda = l^2 / S$, l — размах крыла, S — площадь крыла.

Зависимость $c_{xa}(c_{ya})$ называется аэродинамической полярой или просто полярой первого рода.

Для дозвуковых чисел М при $M < M_{кр}$ эффективное удлинение крыла $\lambda_{эф} \approx \dfrac{\lambda}{1+\delta}$, где δ — коэффициент, учитывающий отклонение распределения давления по размаху крыла от эллиптического. Входящая в выражение (2.10) величина c_{ya}^* — коэффициент подъемной

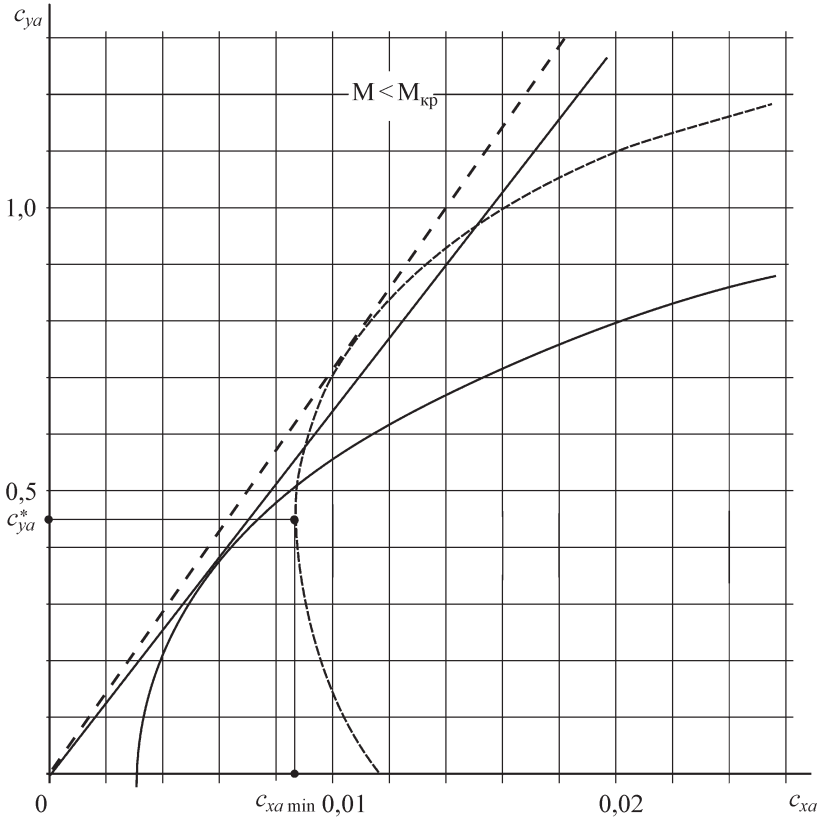


Рис. 2.7. Поляры двух самолетов ($\lambda = \text{const}$):
——— деформированная срединная поверхность; – – – плоская срединная поверхность

силы, соответствующий $c_{xa\,\min}$ (рис. 2.7). Он характеризует смещение поляры по оси c_{ya} и связан с деформацией срединной поверхности крыла (геометрической и аэродинамической круткой). При симметричном профиле крыла $c^*_{ya} = 0$, $c_{xa\,\min} = c_{xa\,0}$.

Величина $K = c_{ya} / c_{xa}$ называется аэродинамическим качеством. При описании поляры выражением (2.10) максимальное аэродинамическое качество $K_{\max}$ и соответствующий ему коэффициент подъемной силы $c_{ya\,K\,\max}$ определяются выражениями [6]

$$c_{ya\,K\,\max} = \sqrt{\frac{c_{xa\,\min}}{A_2} + c^{*2}_{ya}} = \sqrt{\pi\lambda_{эф} c_{xa\,\min} + c^{*2}_{ya}}, \qquad (2.12)$$

$$K_{\max} = \frac{1}{2A_2\left(\sqrt{\frac{c_{xa\,\min}}{A_2} + c_{ya}^{*2}} - c_{ya}^{*2}\right)} = \frac{\pi\lambda_{эф}}{2(c_{ya\,K_{\max}} - c_{ya}^{*2})}, \qquad (2.13)$$

которые получаются из условия $\frac{\partial(c_{xa}/c_{ya})}{\partial c_{ya}} = 0$ для выражения (2.10).

Для комбинации фюзеляжа с крыльями произвольной формы в плане при сверхзвуковых скоростях коэффициент A_2 (или $\pi\lambda_{эф}$) может быть определен на основе экспериментальных исследований, согласно которым величина [6]

$$\pi\lambda_{эф} = \frac{(c_{ya} - c_{ya}^{*})^2}{c_{xa} - c_{xa\,\min}} \qquad (2.14)$$

для заданных числа M, угла стреловидности χ, удлинения λ постоянна и не зависит от относительной толщины крыла ($\bar{c} = 3...8\ \%$), сужения η и относительной площади миделевого сечения фюзеляжа $\bar{S}_{м.ф} = S_{м.ф}/S$.

Для оценки коэффициента A_2 можно использовать экспериментальные зависимости, приведенные на рис. 2.8 и 2.9 [6].

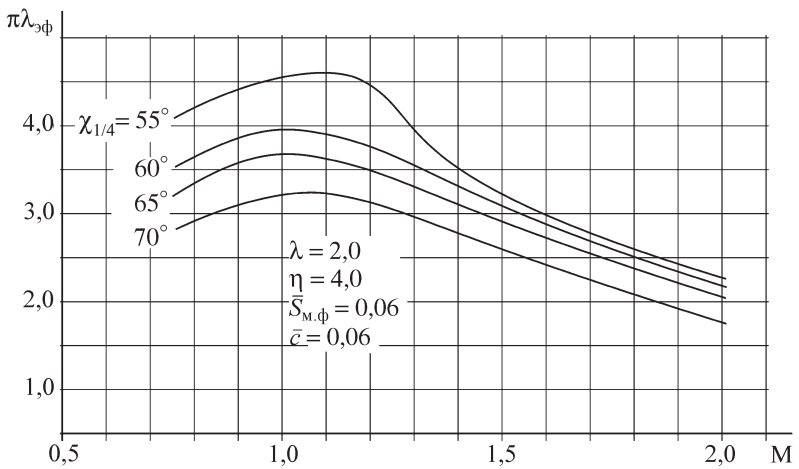


Рис. 2.8. Влияние угла стреловидности трапециевидного крыла комбинации «крыло + фюзеляж» на эффективное удлинение ($\chi_{1/4}$ — угол стреловидности по 1/4 хорд крыла)

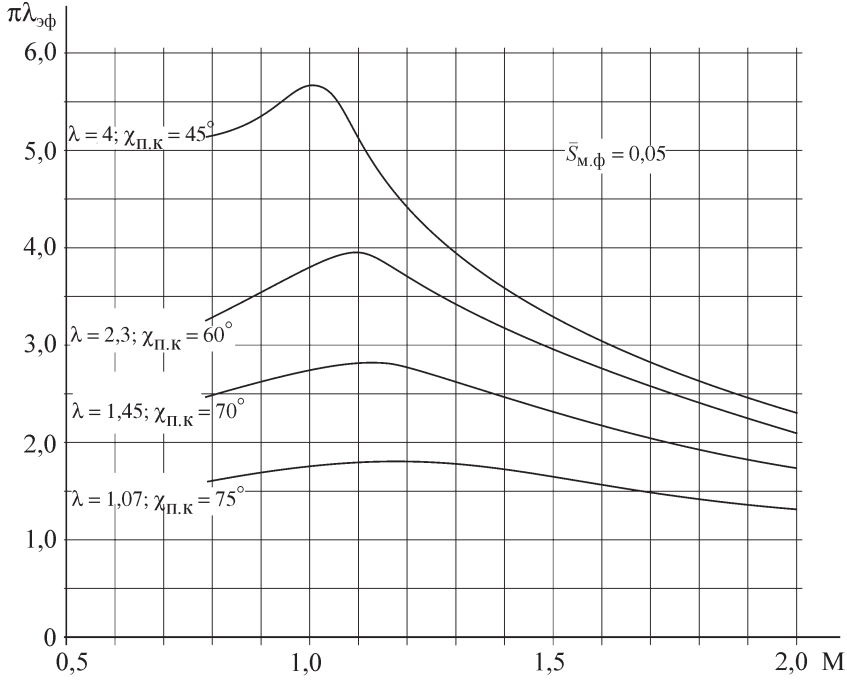


Рис. 2.9. Влияние угла стреловидности передней кромки $\chi_{п.к}$ треугольного крыла комбинации «крыло + фюзеляж» на эффективное удлинение

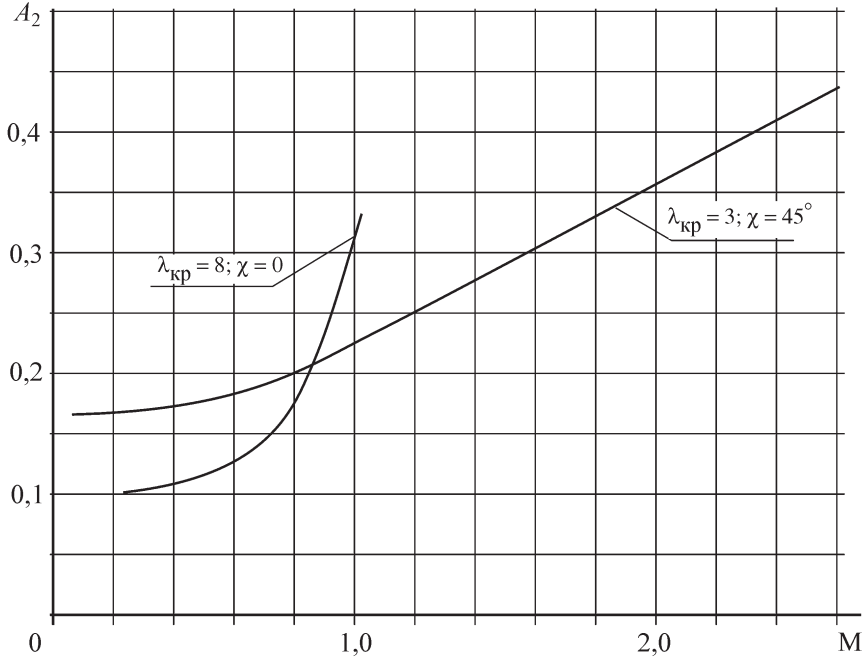


Рис. 2.10. Зависимости коэффициента индуктивности A_2 от числа М для дозвукового и сверхзвукового самолетов

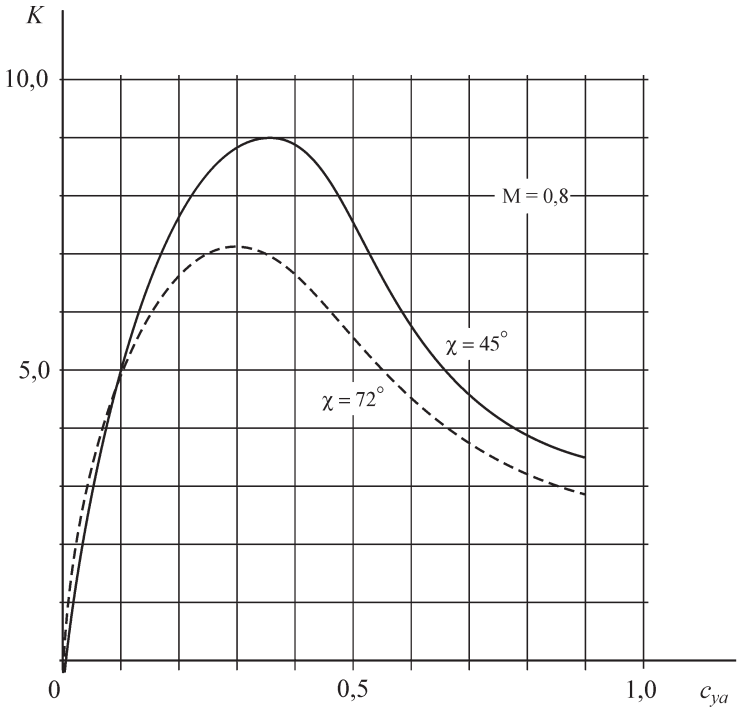


Рис. 2.11. Зависимость аэродинамического качества от коэффициента подъемной силы для самолета с крылом изменяемой стреловидности

Представление поляры в виде (2.10) с постоянным значением A_2 при M = const практически совпадает с результатами продувок до $c_{ya} \le (1...1,5)c_{y\,K_{max}}$, что достаточно для оценки с ее помощью основных летно-технических характеристик.

На рис. 2.10 приведены типовые значения коэффициента увеличения индуктивного сопротивления (коэффициента индуктивности) для дозвукового и сверхзвукового самолетов.

На рис. 2.11 и 2.12 приведены типовые зависимости аэродинамического качества от коэффициента подъемной силы c_{ya} и максимального аэродинамического качества от числа M полета для самолета с крылом изменяемой стреловидности.

При полете со скольжением индуктивное сопротивление зависит также от угла скольжения β. При использовании поляры самолета для расчета летно-технических характеристик следует учиты-

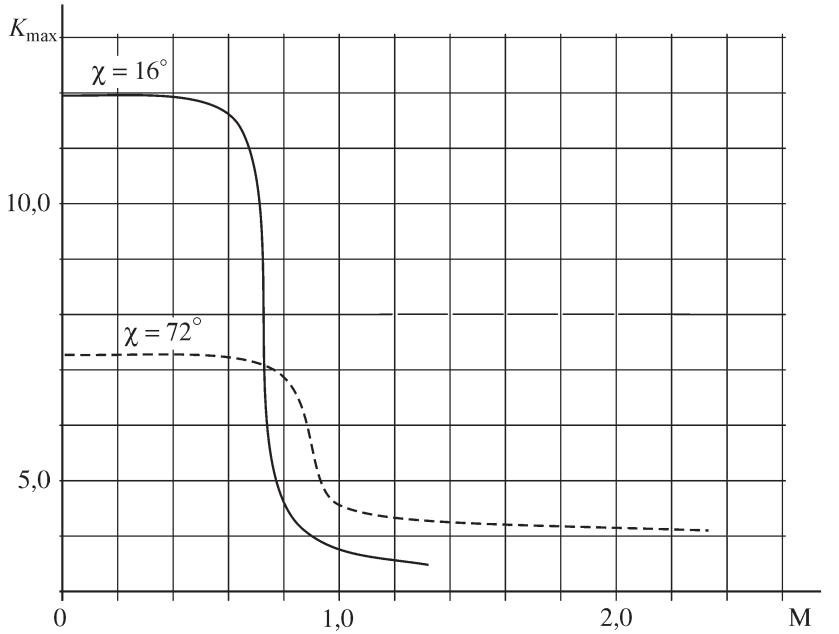


Рис. 2.12. Изменение максимального аэродинамического качества в зависимости от числа M полета для самолета с крылом изменяемой стреловидности

вать, что на аэродинамические силы, действующие на самолет при данных числах M и Re, помимо угла атаки влияют углы отклонения рулей высоты $\delta_в$, которые необходимы для сбалансирования суммарного момента тангажа ($M_z = 0$) при данной ориентации самолета в потоке. Такие значения отклонения рулей высоты называют балансировочными.

Поляру с учетом балансировочного положения руля высоты (балансировочную поляру) определяют по результатам продувок в АДТ, как показано на рис. 2.13.

Из рис. 2.13 видно, что максимальное аэродинамическое качество с учетом балансировки при заданном числе M полета меньше, чем при нулевом положении руля высоты. Это утверждение соответствует нормальной схеме самолета, когда центр масс располагается впереди фокуса по углу атаки.

Балансировочное отклонение руля высоты зависит от ряда факторов: центровки, числа M полета, конфигурации самолета и др.

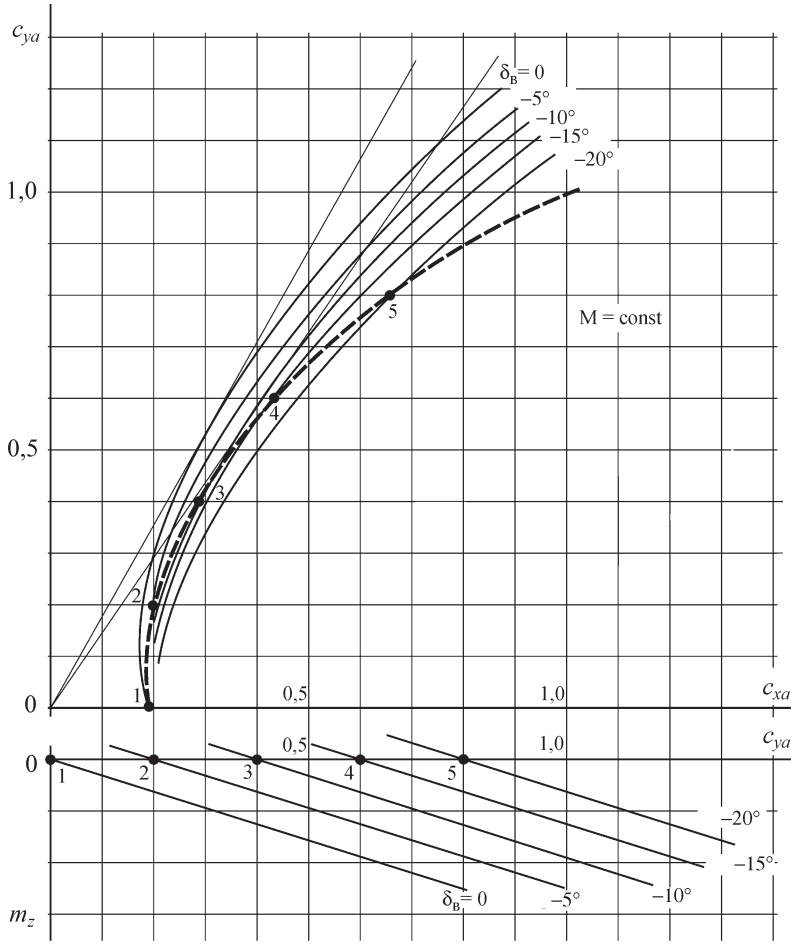


Рис. 2.13. Построение балансировочной поляры самолета:
– – – с учетом балансировки; —— без учета балансировки

Методы определения балансировочных отклонений органов управления будут более подробно изложены в гл. 14.

При взлете и посадке на аэродинамические характеристики также влияют выпуск шасси и отклонение органов механизации крыла (закрылков, предкрылков, воздушных тормозов и т.д.). В общем случае различают взлетную, полетную, маневренную и

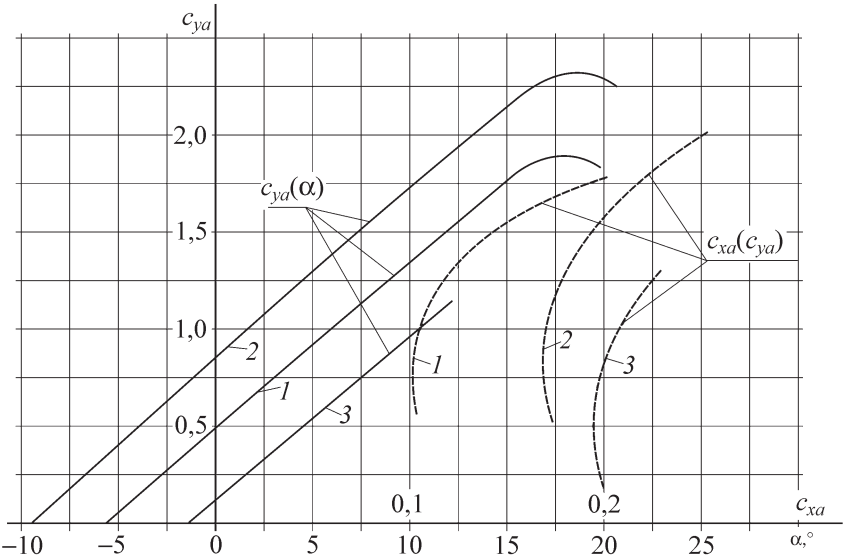


Рис. 2.14. Аэродинамические характеристики самолета на взлетно-посадочных режимах:
1 — взлетный; *2* — посадочный; *3* — пробег с выпущенными интерцепторами

посадочную конфигурации. Отклонение механизации используется для увеличения значений c_{ya} при заданном угле атаки (закрылки), аэродинамического качества при больших c_{ya} (предкрылки или отклоняемые носки), увеличения сопротивления самолета при посадке (воздушные тормоза), увеличения $c_{y\,\max}$ (закрылки плюс предкрылки).

На рис. 2.14 показаны аэродинамические характеристики дозвукового самолета на взлетно-посадочных режимах, когда используется механизация крыла (отклонение закрылков и предкрылков на разные углы и выпуск интерцепторов).

Оценка коэффициента сопротивления самолета при нулевой подъемной силе

Коэффициент $c_{xa\,0}$ в общем случае может быть записан в виде суммы следующих слагаемых:

сопротивления омываемой поверхности консольной части крыла $c_{xa\,0\,\text{кр}}\dfrac{S_{\text{конс}}}{S}$;

сопротивления фюзеляжа $c_{xa\,0\,\text{ф}}\dfrac{S_{\text{м.ф}}}{S}$;

сопротивления омываемой поверхности горизонтального оперения $c_{xa\,0\,\text{г.о}}\dfrac{S_{\text{г.о}}}{S}$;

сопротивления омываемой поверхности вертикального оперения $c_{xa\,0\,\text{в.о}}\dfrac{S_{\text{в.о}}}{S}$;

сопротивления фонаря кабины $\Delta c_{xa\,0\ \text{фон}}$;

дополнительного сопротивления грузов, подвешенных под самолетом (внешних подвесок), с учетом интерференции $\Delta c_{xa\,0\,\text{гр}}$;

дополнительного сопротивления, вызванного негладкостью поверхности самолета за счет щелей, заклепок, лючков и т.д., $\Delta c_{xa\,0\,\text{вредн}}$;

дополнительного сопротивления трения самолета за счет изменения скорости и высоты полета $\Delta c_{x\,\text{Re}}$.

Первые шесть членов этой суммы представляют собой сумму сопротивления трения, вызванного вязкостью воздуха, и волнового сопротивления, обусловленного формой и толщиной элементов самолета.

Точные методы расчета всех составляющих сопротивления весьма сложны, трудоемки и требуют наличия подробной информации о рассматриваемой компоновке, в частности о состоянии пограничного слоя и распределения давления по его поверхности. Использование этих методов необходимо для поиска путей улучшения обводов уже спроектированного самолета.

Для приближенной оценки $c_{xa\,0}$ можно использовать экспериментальные зависимости, полученные по результатам продувок в АДТ комбинаций различных форм крыльев, фюзеляжей, фонарей кабины, внешних подвесок и т.д.

Для оперативных оценок коэффициента сопротивления самолета при нулевой подъемной силе на дозвуковых скоростях полета можно воспользоваться формулой [6]

$$c_{xa\,0}=1{,}35\frac{S_{\text{ом}}}{S}(c_F+0{,}003)+0{,}03\,\overline{F}+\frac{0{,}05}{S}. \qquad (2.15)$$

Здесь первое слагаемое представляет собой сумму коэффициентов трения и вредного сопротивления (c_F определяется с помощью рис. 2.15), второе и третье слагаемые учитывают «нерасчетное» влияние толщины ненесущих элементов ($\overline{F}$ — суммарная относи-

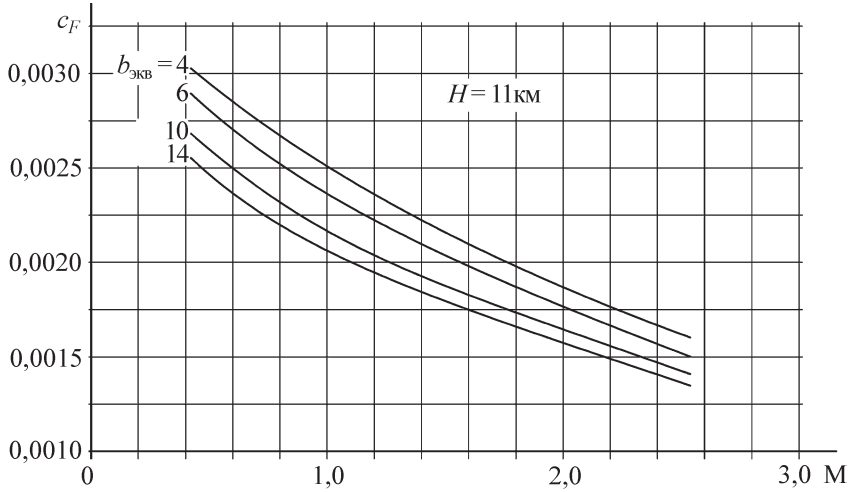


Рис. 2.15. Зависимость коэффициента трения самолета на высоте $H = 11$ км от числа M при различных характерных размерах самолета ($b_{экв}$, м)

тельная омываемая площадь фюзеляжа и других ненесущих элементов), сопротивление фонаря и других плохообтекаемых элементов. На рис. 2.15 используется обозначение $b_{экв}$ — хорда эквивалентной плоской пластины, омываемая поверхность и коэффициент трения которой равны омываемой поверхности и коэффициенту трения самолета. Анализ геометрических параметров ряда самолетов показал, что хорда эквивалентной пластины близка по величине к хорде прямоугольной пластины с площадью $S_{пр}$, равной площади горизонтальной проекции самолета, и размахом, равным размаху крыла (рис. 2.16):

$$b_{экв} = \frac{S_{пр}}{l_{кр}}.$$

На рис. 2.17 приведены коэффициенты минимального сопротивления при $H = 11$ км, отнесенные к площади омываемой поверхности, для ряда сверхзвуковых самолетов, а на рис. 2.18 — коэффициент сопротивления тормозных щитков $c_{xa\,т.щ}$, которые можно использовать при оценке коэффициента минимального сопротивления самолета.

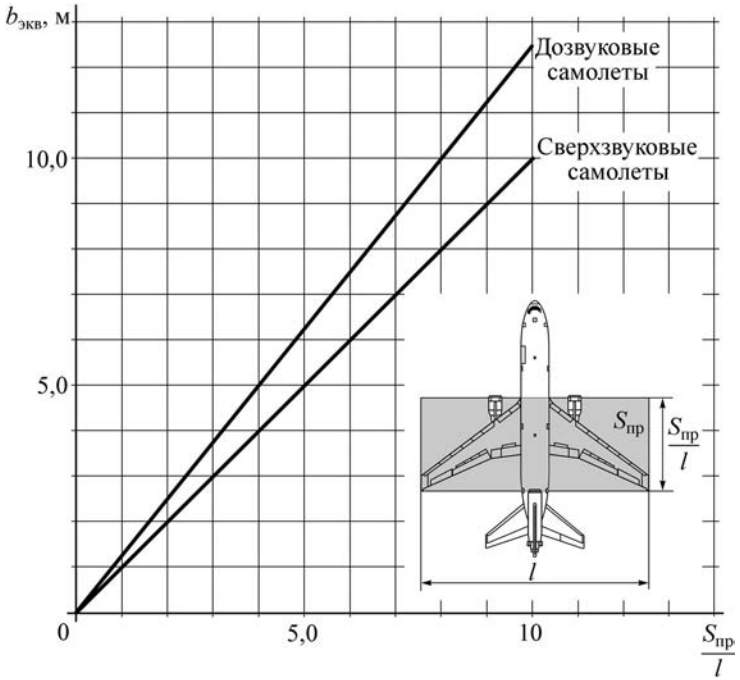


Рис. 2.16. Значения хорды эквивалентной пластины для дозвуковых и сверхзвуковых самолетов

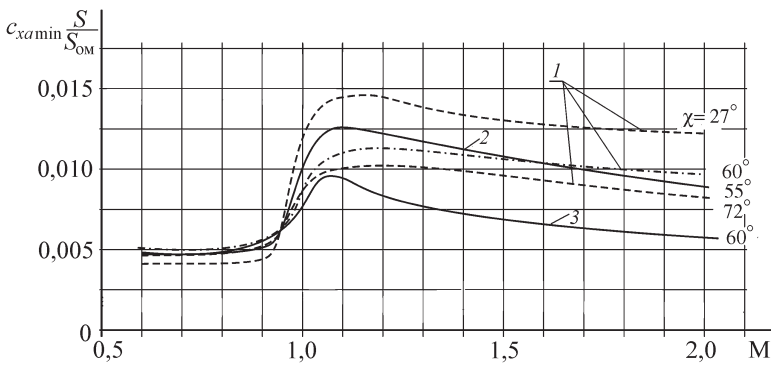


Рис. 2.17. Коэффициент минимального сопротивления, отнесенный к площади омываемой поверхности:
1 — самолет с крылом изменяемой стреловидности; *2* — самолет со стреловидным крылом; *3* — самолет с треугольным крылом

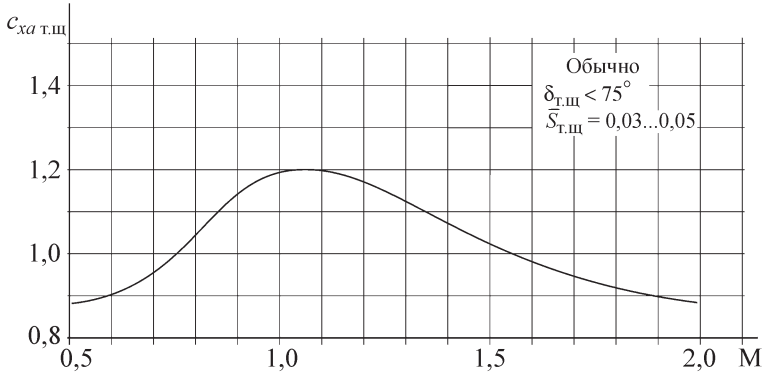


Рис. 2.18. Коэффициент сопротивления тормозного щитка на фюзеляже без щелей между щитком и фюзеляжем (отнесено к площади щитка; угол отклонения щитка $\delta_{т.щ} = 50^\circ$)

Оценка аэродинамических характеристик при переходе от продувок модели к натурному самолету

При расчете летно-технических характеристик самолета необходимо в аэродинамические характеристики, полученные в результате продувок в АДТ, ввести поправки, учитывающие различия в числах Re и состоянии поверхности модели и натуры. Практически можно считать, что индуктивная поляра не зависит от числа Re, а число Re влияет на коэффициент сопротивления при нулевой подъемной силе $c_{xa\,0}$. Пересчет этого коэффициента основывается на введении поправки в коэффициент сопротивления трения $c_{xa\,тр}$, который представляют в виде сомножителей [6], один из которых зависит лишь от геометрических параметров самолета ($b_{экв}$, $S_{ом}/S$), второй — от высоты полета, а третий — от числа M:

$$c_{xa\,тр}\,(\bar{c}=0) = \frac{0{,}00315}{\sqrt[7]{b_{экв}}} f_H f_M \frac{S_{ом}}{S}. \qquad (2.16)$$

Функции

$$f_H = \frac{c_F(H)}{c_F(H = 11\ км)} = \left[\frac{(\rho a/\mu)_{H=11\,км}}{(\rho a/\mu)_H}\right]^{\frac{1}{7}};$$
$$f_M = \frac{c_F(M)}{c_F(M = 0{,}8)} = \left(\frac{1{,}065}{1+0{,}1M^2}\right)^{\frac{3}{4}}\left(\frac{0{,}8}{M}\right)^{\frac{1}{7}} \qquad (2.17)$$

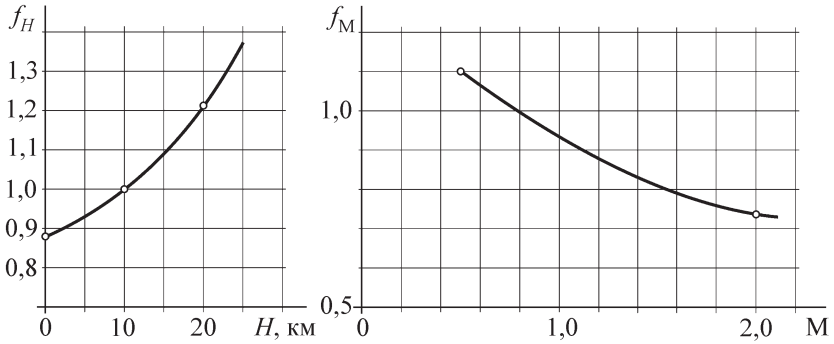


Рис. 2.19. Поправки к коэффициенту сопротивления при $c_{ya} = 0$

представлены на рис. 2.19. Величина $\rho a / \mu$ есть число Рейнольдса при M = 1 и характерном линейном размере $l = 1$ м. Использование формул (2.16) и (2.17) позволяет пересчитывать коэффициент сопротивления трения самолета заданной конфигурации, определенный для $H = 11$ км и M = 0,8 , на произвольные высоту и число M полета.

Основным параметром, определяющим различие в коэффициентах сопротивления трения различных самолетов, является $\overline{S}_{\text{ом}} = S_{\text{ом}} / S$. Он входит в формулу (2.16) линейно и зависит от аэродинамической схемы и нагрузки на крыло (для бесхвостки $\overline{S}_{\text{ом}} \approx 3$, для нормальной схемы $\overline{S}_{\text{ом}} \approx 4...6$).

Поправка к $c_{xa\,\text{тр}}$ на относительную толщину $\bar{c}$ элементов самолета линейно зависит от параметра $\bar{c} / \overline{S}_{\text{ом}}$ [6]:

$$\frac{c_{xa\,\text{тр}}}{c_{xa\,\text{тр}}(\bar{c} = 0)} \approx 1 + 8,5 \frac{\bar{c}}{\overline{S}_{\text{ом}}}.$$

Поправка к коэффициенту сопротивления трения при переходе от модели к натурному самолету для полностью турбулентного пограничного слоя и высоты $H = 11$км определяется следующей формулой [6]:

$$\Delta c_{xa\,\text{тр}\,\bar{c}} = -f_{\text{Re}} c_{F11} K_{\bar{c}} \overline{S}_{\text{ом}},$$

где $f_{\text{Re}} = \left(\frac{\text{Re}_{\text{нат}}\,(H = 11\ \text{км})}{\text{Re}_{\text{мод}}} \right)^{1/7} - 1 = \frac{c_{x\,\text{тр мод}} - c_{x\,\text{тр нат}}}{c_{x\,\text{тр нат}}}$ (рис. 2.20);

c_{F11} — коэффициент трения пластины (или самолета), $C_{F11} = \frac{0,0306}{(1 + 0,1\text{M}^2)^{3/4}\,\text{M}^{1/7}} \frac{1}{(\rho a / \mu)^{1/7}_{H=11}\, b_{\text{экв}}^{1/7}}$ (рис. 2.21);

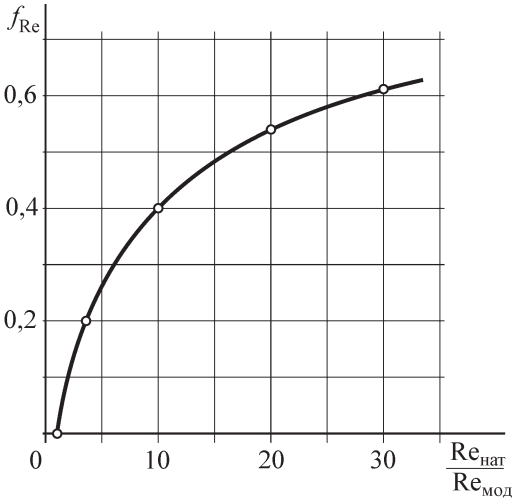


Рис. 2.20. Поправка f_{Re} к коэффициенту трения при переходе от модели к натурному самолету

$$K_{\bar{c}} = \frac{c_{xa\,\text{тр}}}{c_{xa,\bar{c}=0}} \approx 1 + 8{,}5\frac{\bar{c}}{\overline{S}_{\text{ом}}}.$$

Поправка на вредное сопротивление, не учитываемое для моделей, определяется как

$$\Delta c_{xa\,\text{вр}} = \Delta c_{F\,\text{вр}}\overline{S}_{\text{ом}},$$

где $\Delta c_{F\,\text{вр}}$ — осредненные значения приращения коэффициента вредного сопротивления при переходе от модели к натурному самолету (рис. 2.22).

В результате суммарная поправка к $c_{xa\,0}$ при переходе от модели к натурному самолету при H = 11 км определяется как

$$\Delta c_{xa\,0} = (\Delta c_{F\,\text{вр}} - f_{\mathrm{Re}} c_{F\,11} K_{\bar{c}})\overline{S}_{\text{ом}}.$$

Поправка для пересчета коэффициента сопротивления трения самолета при переходе от высоты H = 11 км к произвольной высоте определяется с помощью графиков, приведенных на рис. 2.21, 2.23, по формуле

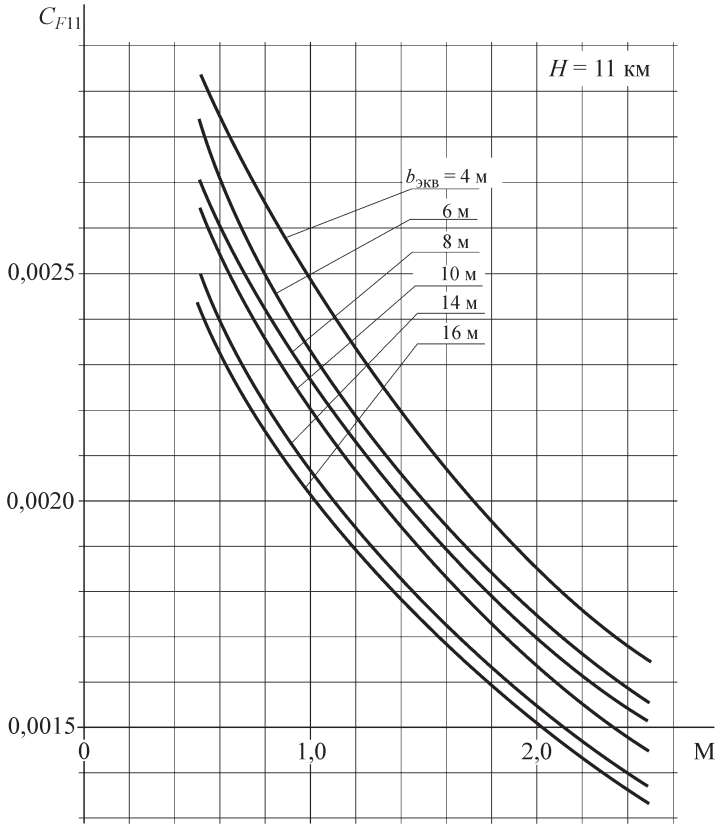


Рис. 2.21. Коэффициент трения самолета на высоте H = 11 км

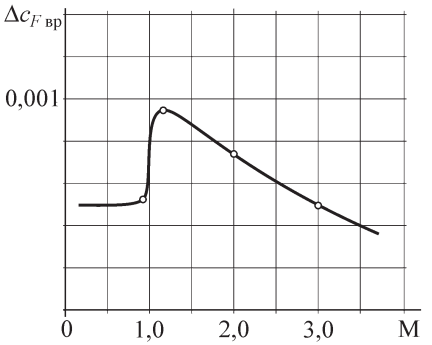


Рис. 2.22. Средние значения коэффициента вредного сопротивления при переходе от модели к натурному самолету

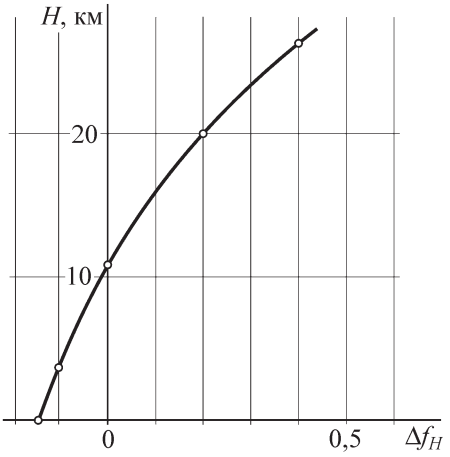


Рис. 2.23. Высотная поправка к коэффициенту трения самолета

$$\Delta c_{xa\,\text{тр}\,H} = c_{xa\,\text{тр}}\,(H) - c_{xa\,\text{тр}(H=11\,\text{км})} = \Delta f_H c_{F\,11} K_{\bar{c}} \bar{S}_{\text{ом}},$$

где $\Delta f_H = f_H - 1$.

2.3. ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРИМЕНЯЕМЫХ НА САМОЛЕТАХ ДВИГАТЕЛЕЙ

На самолетах применяются силовые установки с воздушно-реактивными (ВРД), турбовинтовыми (ТВД) и поршневыми (ПД) двигателями. В ВРД [4], как и в ТВД с ПД, в качестве окислителя используется атмосферный кислород. Поэтому их характеристики существенно зависят от параметров потока воздуха на входе в воздухозаборник, а значит от высоты и скорости (числа М) полета. Необходимое изменение параметров потока воздуха в камере сгорания двигателя может обеспечиваться за счет его предварительного сжатия в компрессоре. К таким двигателям относятся турбореактивные (ТРД), одноконтурные и двухконтурные (ТРДД). В этих двигателях поступающий воздух сжимается как при торможении во входном устройстве, так и в компрессоре, приводимом в движение газовой турбиной. Такие двигатели еще называют газотурбинными. Благодаря компрессору, в этих двигателях достигается высокая степень сжатия поступающего воздуха, что обеспечивает необходимую тягу как в полете, так и при нулевой скорости.

ТРД могут иметь форсажную камеру для дополнительного сжигания топлива, что позволяет получить дополнительную тягу. Возможность дополнительного сжигания топлива обеспечивается наличием в продуктах сгорания свободного кислорода, не использованного при реакции горения в основных камерах сгорания. При этом повышается температура газов за турбиной, что приводит к увеличению скорости истечения газов из сопла двигателя и, как следствие, к существенному увеличению тяги (свыше 60 %). Естественно, при этом существенно возрастает секундный (часовой) расход топлива (в несколько раз), что может быть причиной ограничения времени работы двигателя на форсированном режиме.

Двухконтурный турбореактивный двигатель — это газотурбинный двигатель, в котором избыточная мощность турбины передается компрессору (вентилятору), заключенному в кольцевой капот. Пространство внутри этого капота называется вторым контуром. Туннельное расположение компрессора внешнего контура позволяет сохранить высокий КПД компрессора на больших скоростях полета, а также в случае необходимости увеличить тягу сжиганием дополнительного количества топлива за компрессором внешнего контура. После сжатия в компрессоре воздух выбрасывается через реактивное сопло внешнего контура либо через единое сопло (рис. 2.24, 2.25). Двухконтурные двигатели различаются степенью двухконтурности m — отношением количества воздуха, проходящего через внешний контур, к количеству воздуха, проходящего через

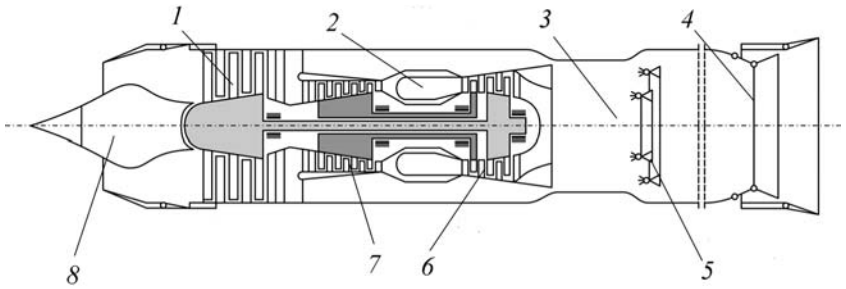


Рис. 2.24. Схема двухконтурного двигателя с форсажной камерой:
1 — вентилятор; *2* — кольцевая камера сгорания; *3* — форсажная камера; *4* — регулируемое сопло; *5* — дополнительные форсунки; *6* — турбины вентилятора и компрессора; *7* — компрессор; *8* — регулируемый воздухозаборник

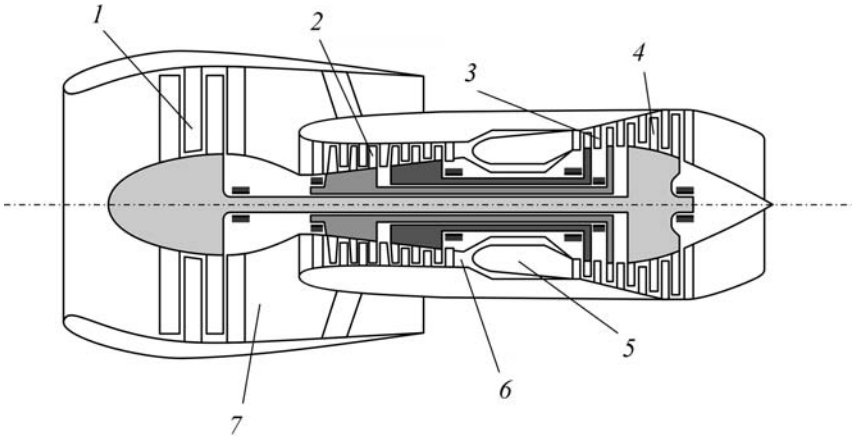


Рис. 2.25. Схема двухконтурного двигателя без форсажной камеры:
1 — вентилятор; *2* — компрессор; *3* — турбина компрессора; *4* — турбина вентилятора; *5* — камера сгорания; *6* — первый контур; *7* — второй контур

внутренний контур. В настоящее время применяются ТРДД со степенью двухконтурности от малой и умеренной ($m < 4{,}0$) до сверхбольшой ($m = 15...20$).

Удельный расход топлива у ТРДД падает по мере увеличения степени двухконтурности, однако при этом увеличивается мидель двигателя, что ведет к заметному росту внешнего сопротивления его гондол.

Характеристики ТРД — зависимости тяги и удельного расхода топлива при постоянном числе оборотов ротора двигателя (n = = const) от высоты и скорости полета называют высотно-скоростными характеристиками. На рис. 2.26, 2.27 приведены типичные высотно-скоростные характеристики ТРД при максимальном числе оборотов n_{max}.

Характер изменения тяги по числу М полета зависит от термодинамических параметров тракта двигателя — степени сжатия компрессора $\pi_к$, температуры газов перед турбиной T_3, степени двухконтурности m. Для дозвуковых двигателей тяга с ростом числа М, как правило, вначале несколько уменьшается. Для сверхзвуковых двигателей, особенно на форсированном режиме, наблюдается рост тяги на сверхзвуковых числах М, а затем ее резкое падение при приближении температуры тормо-

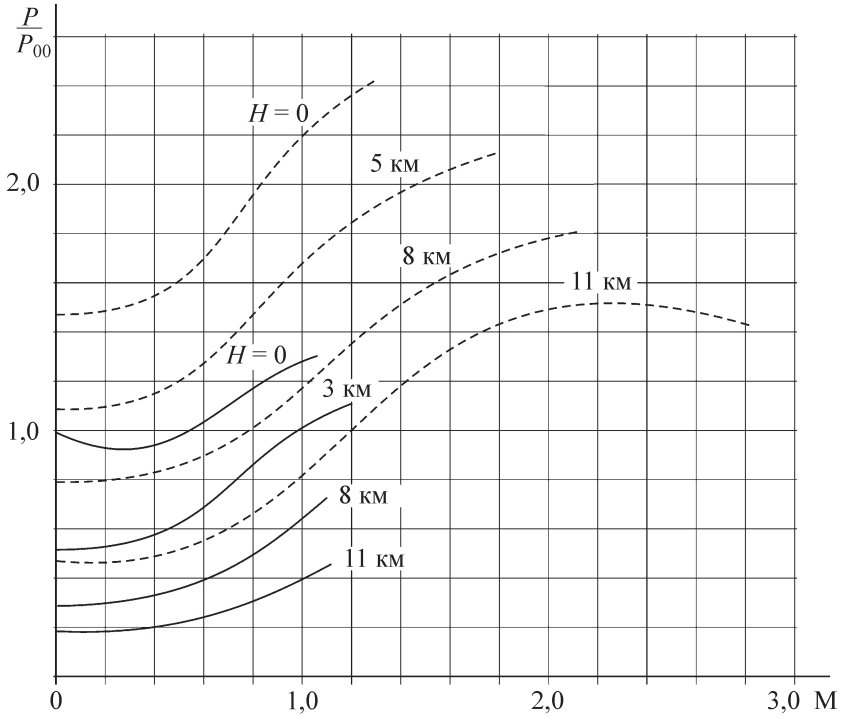


Рис. 2.26. Типичное изменение тяги ТРД при $n = n_{max}$:
—— нефорсированный режим; – – – форсированный режим; P_{00} — тяга при $H = 0$, M = 0, нефорсированный режим

жения воздуха $T_H^* = T_H(1+0{,}2\,\mathrm{M}^2)$ к температуре перед турбиной, т.е. на числах $\mathrm{M} \approx 3{,}0$.

В расчетах первого приближения при отсутствии других данных для вычисления тяги $P(M,\ H,\ \overline{R})$ и удельного расхода $C_e(\mathrm{M},\ H,\ \overline{R})$ можно пользоваться выражениями [7, 8]

$$P(\mathrm{M},\ H,\ \overline{R}) = \overline{R}P_{00}\overline{P}(\mathrm{M},\ H=0,\ \overline{R}=1)\frac{p_H}{p_0}\left(\frac{T_0}{T_H}\right)^n;$$

$$C_e(\mathrm{M},\ H,\ \overline{R}) = \widetilde{C}_e(\overline{R})C_{e\,00}\overline{C}_e(\mathrm{M},\ H=0,\ \overline{R}=1)\sqrt{\frac{T_H}{T_0}}.$$

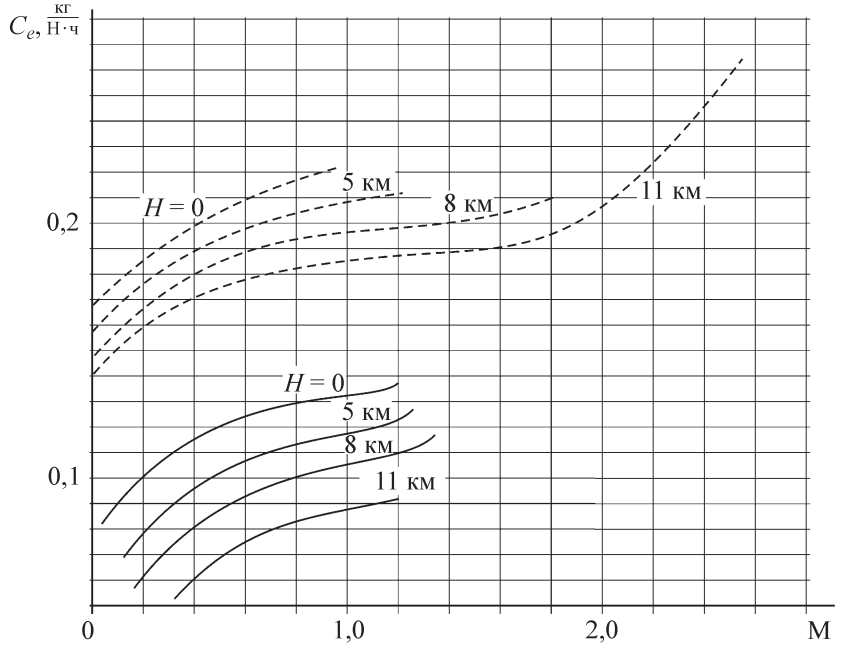


Рис. 2.27. Типичное изменение удельного расхода топлива ТРД при $n = n_{max}$:
—— нефорсированный режим; – – – форсированный режим

Здесь $\overline{R}$ — степень дросселирования тяги, $0 \le \overline{R} \le 1$; $\overline{P}(\mathrm{M}, H = 0, \overline{R} = 1)$, $\overline{C}_e(\mathrm{M}, H = 0, \overline{R} = 1)$ — относительные тяга и удельный расход топлива соответственно; P_{00}, $C_{e\,00}$ — тяга и удельный расход топлива при $\mathrm{M} = 0$, $H = 0$, $\overline{R} = 1$; p_0, p_H, T_0, T_H — давления и температуры воздуха на уровне моря и на высоте полета соответственно; $\widetilde{C}_e(\overline{R})$ — осредненная по высотам и скоростям полета дроссельная характеристика, $\widetilde{C}_e(\overline{R}) = \dfrac{C_e(\overline{R})}{C_e(\overline{R} = 1)}$; n — показатель, зависящий от степени двухконтурности, $n = 1{,}5 \ldots 1{,}8$ (большее значение соответствует меньшей степени двухконтурности).

Тяга существенно уменьшается с увеличением высоты полета, что объясняется уменьшением плотности воздуха и его количества, проходящего через двигатель. Важно отметить, что до высоты 11 км тяга падает медленнее, чем плотность воздуха. Выше 11 км в изотер-

мическом слое можно считать, что тяга изменяется пропорционально плотности или давлению [7, 8]:

$$P_{H>11} = P_{11}\frac{\rho_H}{\rho_{11}} = P_{11}\frac{p_H}{p_{11}}.$$

Удельный расход топлива C_e, т.е. расход массы топлива, затрачиваемый двигателем для создания единицы тяги в единицу времени (час), при постоянном числе оборотов с увеличением числа М увеличивается, с увеличением же высоты полета до 11 км уменьшается, а затем остается постоянным при M = const.

Дроссельная характеристика ТРД представляет собой зависимость удельного расхода топлива от тяги (при постоянных H и М полета) или удельного расхода и тяги от числа оборотов ротора двигателя (рис. 2.28). Дроссельная характеристика ТРДД отличается от аналогичной характеристики одноконтурного ТРД меньшим зна-

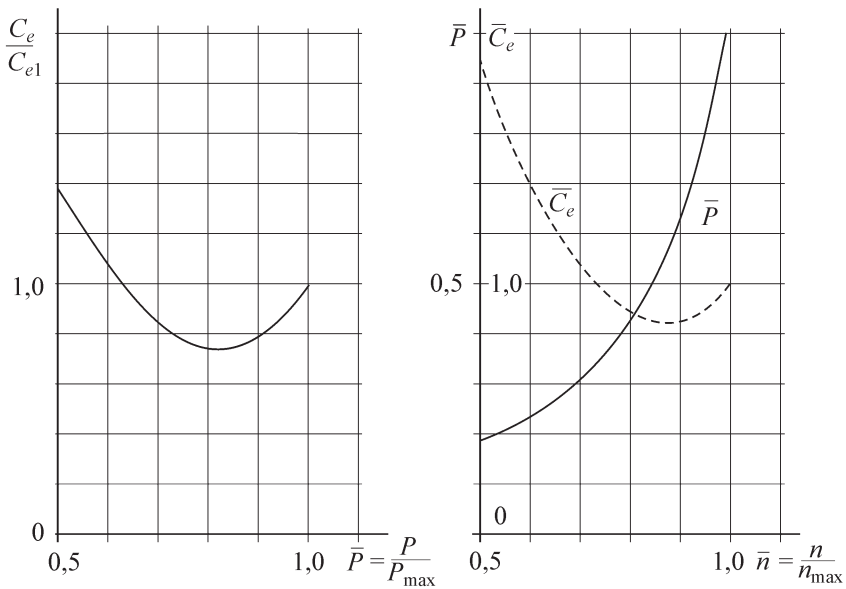


Рис. 2.28. Дроссельная характеристика ТРД при H = const и M = **const:**
C_{e1} — значение C_e при $\overline{P} = 1{,}0$

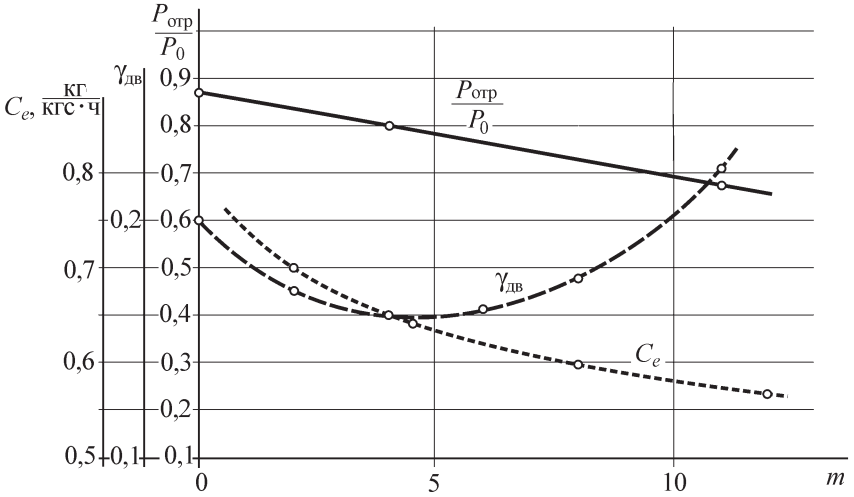


Рис. 2.29. Влияние степени двухконтурности ГТД на его характеристики ($P_{отр}$ — взлетная тяга; P_0 — взлетная тяга при $m = 0$)

чением удельного расхода. Для ТРДД с $m = 0{,}5...2{,}0$ при $H = 11$ км и $M = 0{,}8$ удельный расход $C_e = 0{,}08...0{,}058 \dfrac{\text{кг}}{\text{м} \cdot \text{час}}$. На рис. 2.29 показано влияние степени двухконтурности m на характеристики ТРДД. Увеличение степени двухконтурности уменьшает удельный расход топлива, однако тяга при этом уменьшается, а удельный вес двигателя $\gamma_{дв}$ увеличивается [10].

Суммарная тяга всех двигателей, установленных на самолете, называется располагаемой тягой силовой установки. Располагаемую тягу расчитывают по высотно-скоростным характеристикам двигателей с учетом потерь в воздухозаборнике и сопловом аппарате силовой установки по формуле $P_р = \nu P_{дв}$, где $\nu = \dfrac{p_{0\,дв}}{p_{0\,\infty}}$ — коэффициент восстановления полного давления в воздухозаборнике, который зависит от типа и конструкции воздухозаборника, $p_{0\,дв}$ — среднее полное давление на входе в двигатель, $p_{0\,\infty}$ — полное давление в невозмущенном потоке; $P_{дв}$ — стендовая (паспортная) тяга двигателя. При проектных оценках ЛТХ самолета, когда еще не спроектирован воздухозаборник, можно использовать зависимости $\nu = f(M)$, полученные на основании экспери-

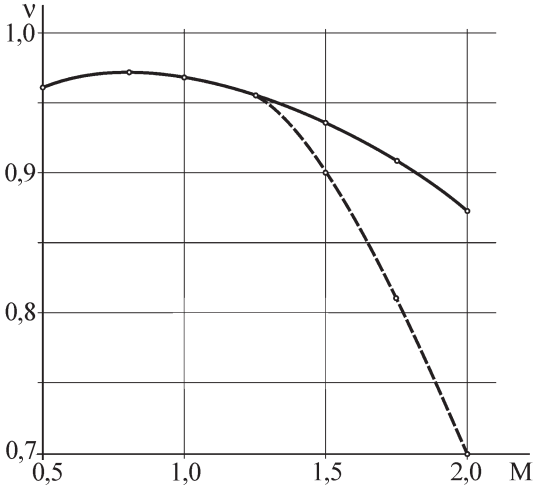


Рис. 2.30. Минимальный коэффициент восстановления полного давления в воздухозаборнике:
—— регулируемый воздухозаборник; – – – нерегулируемый воздухозаборник

ментальных исследований [6], характеризующие минимально возможные потери тяги как для регулируемых воздухозаборников, так и для нерегулируемых (рис. 2.30).

Необходимо также учитывать потери тяги в реактивном сопле, которые могут составлять от 2 до 6 % при $M < 1{,}0$ и от 3 до 7 % при $M > 2{,}0$ в зависимости от типа сопла и закона его регулирования.

Обычно располагаемую тягу определяют для номинального, максимального или полного форсированного режимов работы двигателей.

2.4. ВЫСОТНО-СКОРОСТНЫЕ И ДРОССЕЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТУРБОВИНТОВЫХ И ПОРШНЕВЫХ АВИАЦИОННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

В турбовинтовых и поршневых двигателях в качестве движителей используются воздушные винты, в которых передаваемая им мощность используется для отбрасывания массы воздуха со скоростью, большей скорости набегающего потока, что создает

тягу. Отличие ТВД от ПД заключается в том, что у ТВД 80...90 % энергии от сгорания топлива расходуется на вращение воздушного винта, а 20...10 % — на создание реактивной силы, в то время как у ПД вся мощность двигателя расходуется на вращение воздушного винта.

Суммарная тяга ТВД состоит из тяги воздушного винта $P_{в}$ и реактивной тяги $P_{реакт}$ [11]:

$$P = P_{в} + P_{реакт} = \frac{N_{вал}\eta_{в}}{V} + P_{реакт},$$

где $N_{вал}$ — мощность на валу двигателя, затрачиваемая на вращение воздушного винта; $\eta_{в}$ — КПД воздушного винта.

Для оценки мощности ТВД используется понятие эквивалентной мощности $N_{э}$ — мощности, необходимой для вращения винта, который создал бы тягу, равную всей тяге ТВД:

$$N_{э} = \frac{PV}{\eta_{в}} = N_{вал} + \frac{P_{реакт}V}{\eta_{в}}.$$

При расчете ЛТХ самолетов используют понятия потребной мощности

$$N_{п} = P_{п}V,$$

где $P_{п} = G / K$, и располагаемой мощности $N_{р}$, которая учитывает потери мощности на вращение винта и вычисляется по формуле

$$N_{р} = N_{э}\eta_{в} = N_{вал}\eta_{в} + P_{реакт}V,$$

где $N_{вал}$ — мощность на валу; $\eta_{в}$ — КПД винта.

Располагаемая мощность — это та мощность, которую можно расходовать на преодоление силы сопротивления самолета и набор высоты.

Графики зависимостей $N_{э}$ и удельного расхода топлива C_{e} от скорости и высоты полета называют высотно-скоростными характеристиками ТВД (рис. 2.31).

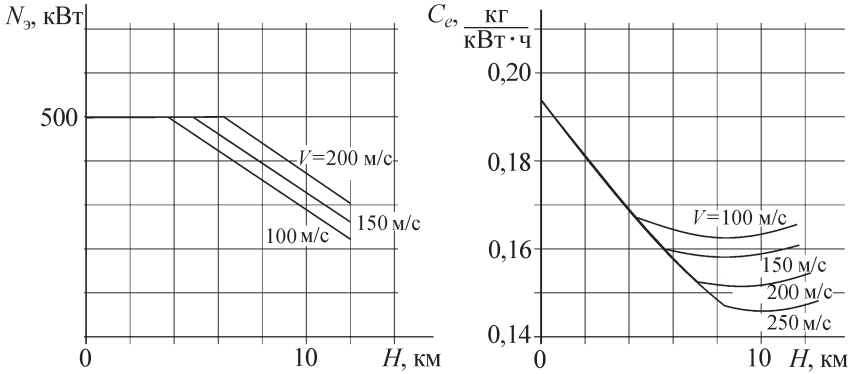


Рис. 2.31. Высотно-скоростные характеристики ТВД

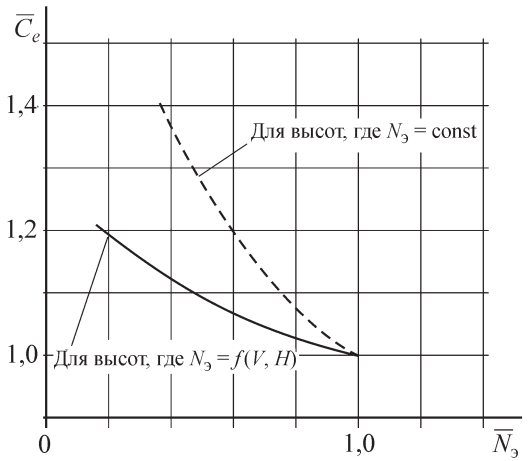


Рис. 2.32. Дроссельная характеристика ТВД

Дроссельные характеристики ТВД показаны на рис. 2.32, где приведены зависимости относительного удельного расхода топлива $\overline{C}_e = C_e / C'_e$ от относительной мощности $\overline{N}_э = N_э / N'_э$, где C'_e и $N'_э$ — удельный расход и мощность при максимальной подаче топлива.

Расчет величины $\eta_в$, необходимой для определения $N_р$, выполняется с помощью графика аэродинамических характеристик воздушного винта (рис. 2.33), прилагаемого к каждому винту изменяемого шага (ВИШ). Для этого при известных мощности на

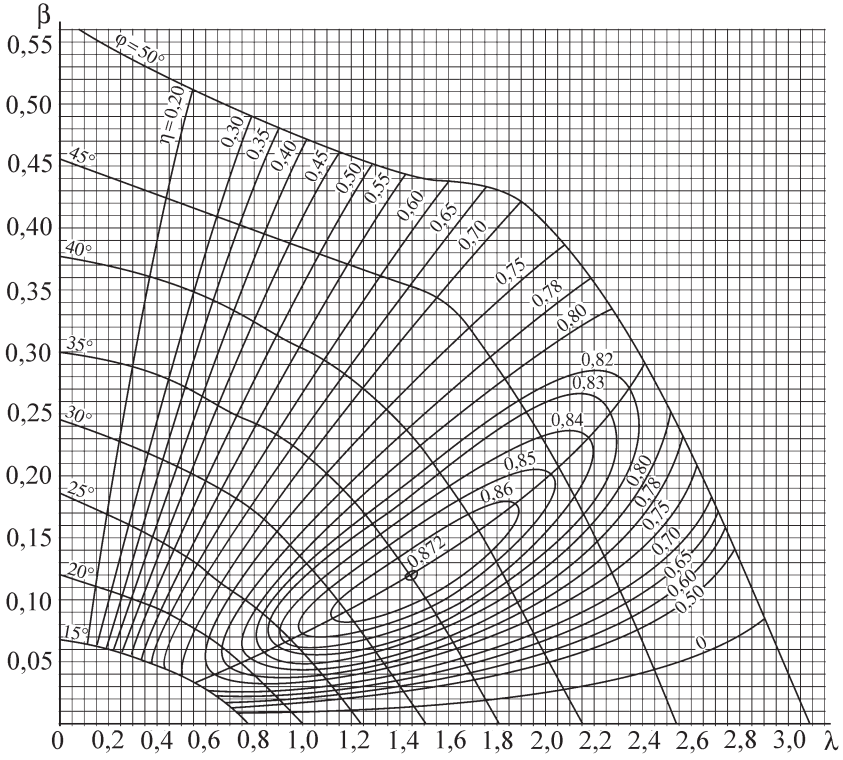


Рис. 2.33. Аэродинамическая характеристика трехлопастного винта

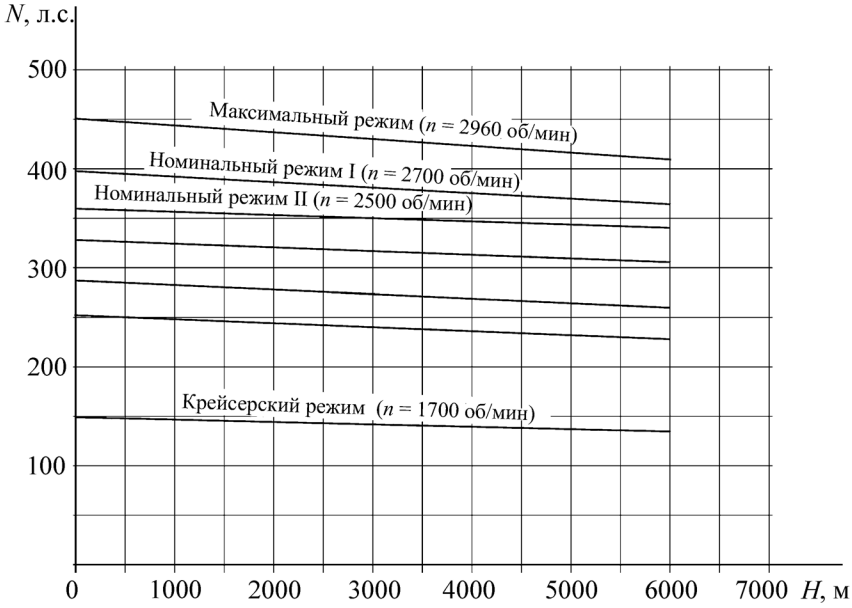


Рис. 2.34. Высотные характеристики ПД с турбокомпрессором

валу для заданного двигателя $N_{\text{вал}} = f(H, V)$ и условях полета — скорости, высоте, частоте вращения винта n_s, а также диаметре винта $D_{\text{в}}$ определяются коэффициент потребляемой винтом мощности $\beta = \dfrac{N_{\text{вал}}}{\rho n_s^3 D_{\text{в}}^5}$ и относительная поступь (коэффициент скорости) $\lambda = \dfrac{V_s}{n_s D_{\text{в}}}$, а затем по характеристикам винта определяется КПД винта $\eta_{\text{в}}$ и шаг винта или угол φ установки лопасти [12]. Здесь V_s — скорость полета в м/с.

При необходимости определения тяги определяется коэффициент тяги $\overline{\alpha} = \eta_{\text{в}}\beta / \lambda$, а затем тяга $P_{\text{в}} = \overline{\alpha}\rho n_s^2 D_{\text{в}}^4$.

Для поршневых двигателей все изложенное выше остается в силе, за исключением понятия скоростные характеристики, поскольку вся мощность на валу идет на вращение винта и реактивная тяга отсутствует. На рис. 2.34 в качестве примера приведены высотные характеристики ПД, а на рис. 2.35 — его дроссельные характеристики при $H = 0$.

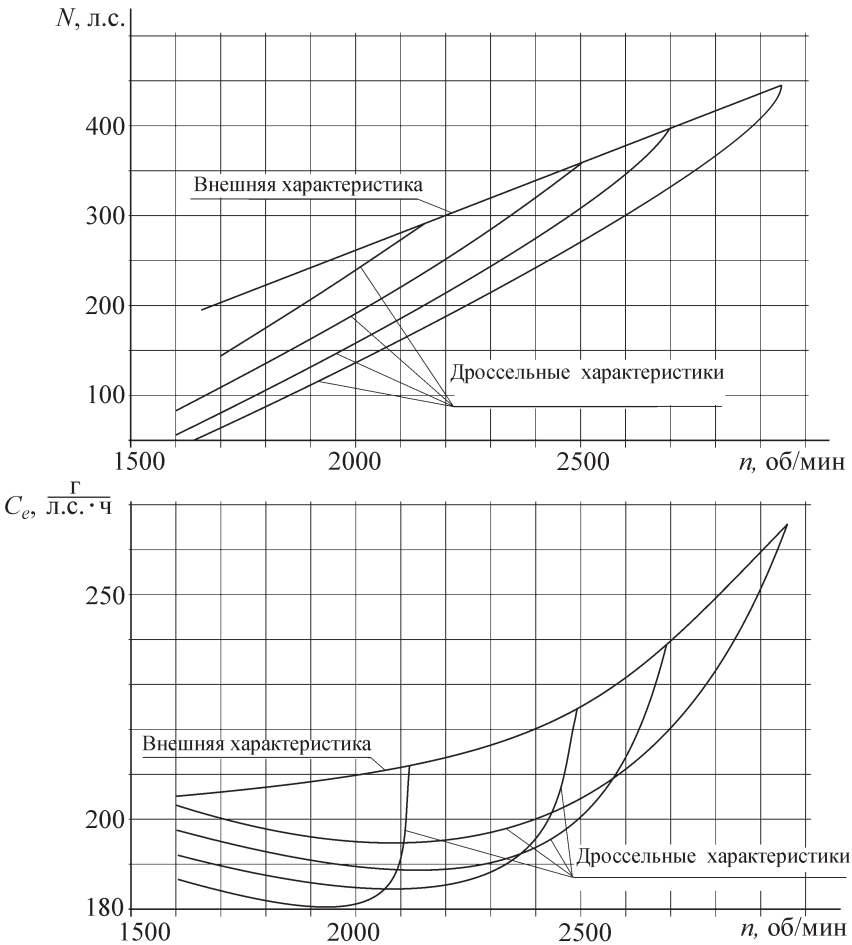


Рис. 2.35. Дроссельные характеристики ПД с турбокомпрессором

2.5. ВЗАИМНОЕ ВЛИЯНИЕ ВИНТА И САМОЛЕТА

При определении летно-технических характеристик самолета можно использовать диаграмму характеристик винта без внесения каких-либо поправок в КПД винта, если условия испытаний в АДТ, по результатам которых построена эта диаграмма, соответствуют реальным условиям работы винта на самолете. В случае когда условия испытаний отличаются от реальных условий работы винта на самолете, в значения КПД винта необходимо вносить поправки $K_{\eta_ф}$, учитывающие взаимное влияние винта и самолета, а также $K_{\eta_м}$, учитывающие влияние сжимаемости воздуха на характеристики винта, т.е. вместо η использовать величину

$$\eta_ф = \eta K_{\eta_ф} K_{\eta_м},$$

где η — КПД винта без учета его установки на самолет и сжимаемости.

Коэффициент влияния на эффективность винта его установки на конкретный самолет

$$K_{\eta_ф} = 0{,}985 \frac{K_ф}{K_{ф\,исп}},$$

где $K_ф$ — коэффициент, характеризующий потери в КПД винта при реальных условиях работы винта на самолете, определяется по графику, приведенному на рис. 2.36, по отношению $d_э / D_в$, $d_э$ — эквивалентный диаметр миделевого сечения гондолы двигателя; $K_{ф\,исп}$ — коэффициент, характеризующий потери в КПД винта при

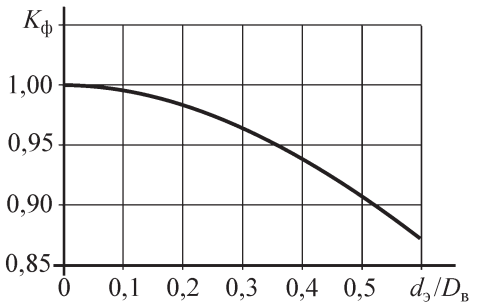


Рис. 2.36. Коэффициент потерь КПД винта при его установке на самолет

его испытании, определяется также по графику, приведенному на рис. 2.36, по отношению $d_э / D_в$.

Можно считать, что вектор результирующей скорости потока, набегающего на какое-либо сечение лопасти винта, приближенно равен геометрической сумме векторов поступательной V и окружной U скоростей рассматриваемого элемента лопасти, поэтому число М потока, обтекающего элемент лопасти,

$$M_R = \frac{\sqrt{V^2 + U^2}}{a}.$$

За характерное число М лопасти можно принять наибольшее число М на концах лопастей:

$$M_R = \frac{\sqrt{V^2 + (\pi n_s D_в)^2}}{a}.$$

Отсюда видно, что даже при сравнительно небольшой скорости полета и достаточно больших числах оборотов винта число М может оказаться больше $M_{кр}$ сечения лопасти и на винте будут иметь место волновые потери. Следовательно, сила сопротивления вращению винта будет увеличиваться. При этом возрастет и мощность, необходимая для вращения винта, а также потребный коэффициент мощности β.

Следовательно, при одном и том же угле установки лопасти φ, но при различных числах М коэффициенты мощности будут различны. Если при малом числе М коэффициент мощности винта β при некотором угле φ был достаточным для получения винтом от двигателя необходимой мощности, то при большем числе М и при том же угле φ для вращения винта потребуется мощность, бóльшая, чем развивает двигатель. Для того чтобы при большом числе М винт снимал с двигателя меньшую мощность, необходимо угол установки лопасти уменьшить. Таким образом, непосредственно по диаграмме характеристик винта, испытанного при больших числах М, нельзя определить угол установки лопастей винта, если он работает при $M > M_{кр}$. Кроме того, вследствие волнового сопротивления лопастей КПД винта, работающего при больших числах М, уменьшится, что приведет к уменьшению тяги винта.

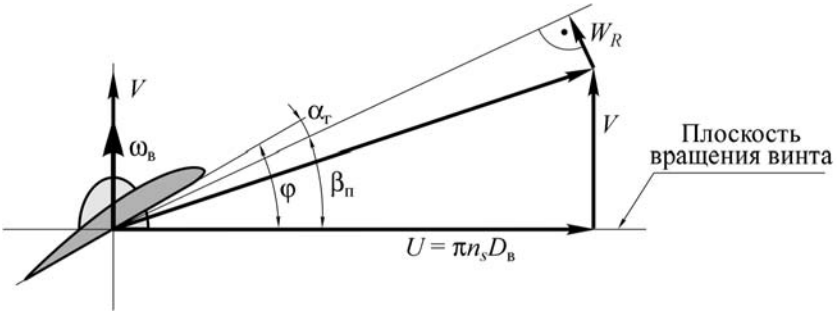


Рис. 2.37. Кинематические параметры вращающегося винта ($\omega_в$ — угловая скорость винта)

Для учета волновых потерь на винте в том случае, когда при испытаниях модели винта они не имели места, пользуются следующим методом, основанным на теоретических и опытных данных [12].

1. По значениям β и λ определяют по диаграмме характеристик винта угол установки лопастей φ в первом приближении (без учета влияния сжимаемости).

2. Определяют угол притекания струй на радиусе лопастей $\bar{r} = r / R = 0{,}075$: $\beta_п = \operatorname{arctg}\dfrac{\lambda}{0{,}75\pi}$ и геометрический угол атаки $\alpha_г = \varphi - \beta_п$ (рис. 2.37). По диаграмме (рис. 2.38) определяют коэффициент K_β, учитывающий увеличение потребляемой винтом мощности вследствие влияния сжимаемости.

3. Определяют коэффициент мощности β', который соответствовал бы отсутствию влияния сжимаемости и мощности двигателя, меньшей на соответствующую величину: $\beta' = \beta / K_\beta$. По диаграмме характеристик винта определяют угол установки лопастей во втором приближении (обычно достаточно двух приближений для того, чтобы полученное значение φ совпало с исходным).

4. По диаграмме характеристик винта определяют КПД винта без поправки на сжимаемость η, соответствующий углу установки лопастей с учетом влияния сжимаемости, а по диаграмме, приведенной на рис. 2.38, находят поправочный коэффициент $K_{\eta м}$, учитывающий влияние сжимаемости.

В результате определяется располагаемая мощность винта: $N_р = N_\eta K_{\eta ф} K_{\eta м}$.

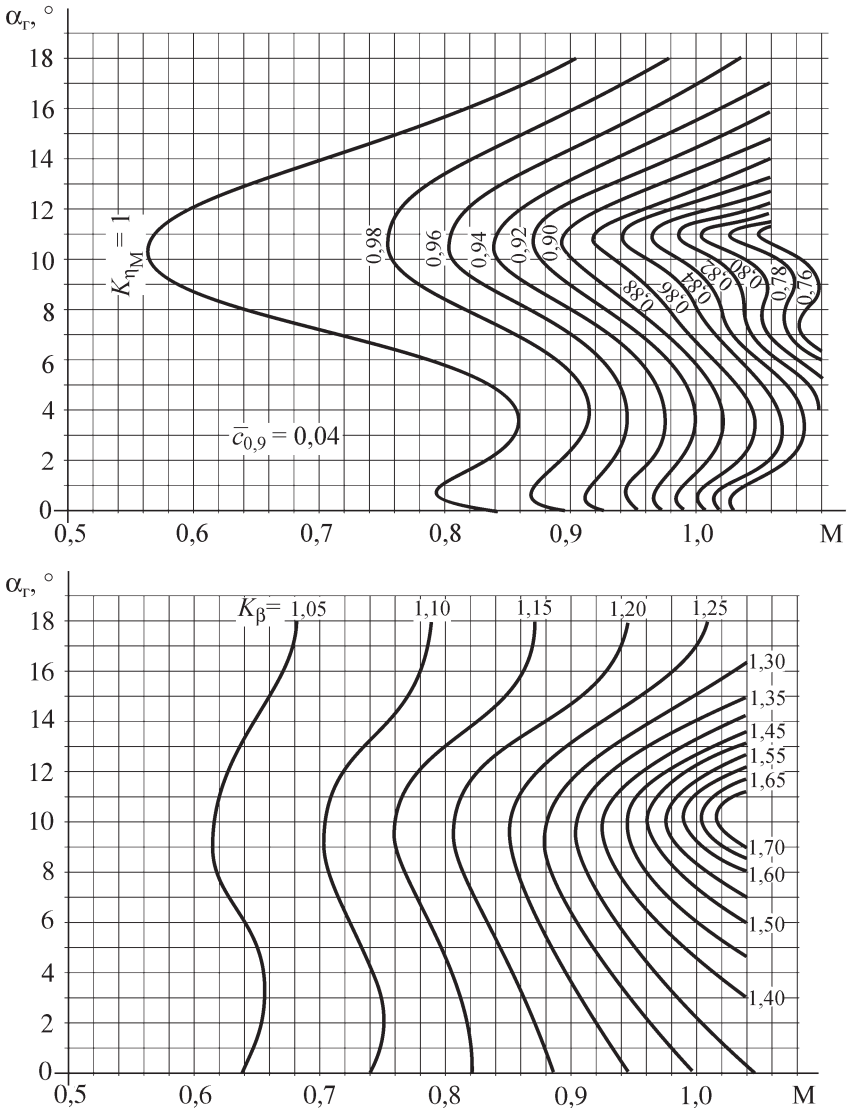


Рис. 2.38. Диаграмма учета влияния сжимаемости на КПД винта

2.6. ВЫБОР ВИНТА И КОЭФФИЦИЕНТА РЕДУКЦИИ

На практике часто бывают случаи, когда при заданной максимальной мощности двигателя и соответствующем числе оборотов, а также при рассматриваемом диаметре винта КПД винта не достигает высокого значения ($\eta \approx 0{,}78...0{,}82$) в расчетной точке режима полета самолета, например при максимальной скорости горизонтального полета и максимальном числе оборотов двигателя (большое значение λ и малое β по серийной диаграмме ВИШ). Переход на меньшее значение λ и большие β возможен путем уменьшения числа оборотов вала двигателя (коэффициент редукции $i = n_{в} / n_{дв} < 1{,}0$) при сохранении числа оборотов вала двигателя, а следовательно, его мощности. При этом возможно увеличение диаметра винта, что позволяет повысить тягу на взлете. Несмотря на некоторые потери, происходящие из-за установки редуктора на самолете: увеличение массы, потерю мощности двигателя на вращение редуктора (2...3 %), его применение может существенно повысить отдачу винтомоторной группы за счет повышения КПД винта.

Для скоростного самолета характеристики винта, в том числе диаметр, и коэффициент редукции двигателя следует выбирать так, чтобы при заданных взлетных характеристиках максимальная скорость горизонтального полета на заданной высоте была наибольшей из возможных.

Для самолетов, у которых максимальная скорость полета не является наиболее важной характеристикой, винт и коэффициент редукции двигателя следует выбирать так, чтобы при максимальной крейсерской скорости горизонтального полета не меньше заданной и длине разбега не больше заданной полезная нагрузка была максимально возможной [12].

Рекомендуется выбор винта и коэффициента редукции двигателя производить с учетом всех конструктивных ограничений еще при эскизном проектировании самолета [12].

Важнейшими конструктивными ограничениями являются следующие:

расстояние между концами лопастей винта и другими частями самолета, в частности фюзеляжем, концами лопастей других винтов и т.д., должно быть не менее 200...250 мм;

расстояние от концов лопастей до поверхности земли при положении самолета, соответствующем горизонтальному полету, и при

полностью обжатых пневматиках и амортизационных стойках должно быть не менее 150...200 мм;

расстояние от кромки лопасти до капота при максимальном угле поворота лопастей должно быть не менее 25 мм.

Достаточно высокое значение КПД винта ($\eta \approx 0{,}78...0{,}82$) при горизонтальном полете с максимальной скоростью может быть получено только при условии, что скорость концов лопастей не превосходит скорость звука. Рекомендуется выбирать диаметр винта и коэффициент редукции двигателя так, чтобы скорость концов лопастей $U = \sqrt{V^2 + (\pi n_s D_в)^2}$ не превосходила величины $(0{,}95...0{,}97)a$, где a — скорость звука.

Ограничение скорости концов лопастей при заданной поступательной скорости сводится к ограничению окружной скорости концов лопастей:

$$\pi n_s D_в \le \sqrt{U^2 - V^2}.$$

Последнее ограничение не определяет еще диаметра винта и редукции двигателя в отдельности. В подавляющем большинстве случаев целесообразно увеличивать диаметр (насколько это позволяют размеры самолета) и уменьшать число оборотов винта так, чтобы при этом окружная скорость винта $\pi n_s D_в$ оставалась неизменной.

Наивыгоднейший вариант винта и коэффициента редукции двигателя выбирается путем непосредственного сравнения возможных вариантов. Возможными являются варианты винта и коэффициента редукции двигателя, удовлетворяющие конструктивным ограничениям и требованиям, отмеченным выше.

В зависимости от основных требований к винту возможны два способа выделения приемлемых вариантов диаметра винта и коэффициента редукции двигателя:

Способ 1. Длина разбега (взлетной дистанции) должна быть не больше заданной, т.е. взлетный КПД или коэффициент тяги винта должен быть не меньше минимально допустимого ($\eta_{взл\ min}$ или $\alpha_{взл\ min}$).

Наименьший допустимый КПД винта, соответствующий приблизительно скорости отрыва $V_{отр}$, определяется по заданной длине разбега из приближенного выражения

$$L_р \approx \frac{V^2}{2g} \frac{VG}{N\eta_{min} - X_a V},$$

где N — мощность двигателя на валу; η_{min} — потребный КПД винта; X_a — сопротивление самолета на разбеге при скорости, равной $0,7V_{отр}$.

До того как окончательно выбраны винт и коэффициент редукции двигателя, точные значения максимальной скорости и скорости отрыва самолета неизвестны, поэтому их приходится определять приближенным способом.

Для определния возможных вариантов диаметра винта и коэффициента редукции двигателя строятся графики зависимости взлетного КПД от диаметра и числа оборотов винта (рис. 2.39). Возможными являются варианты, для которых взлетный КПД больше или равен минимально допустимому взлетному.

Способ 2. Максимальная скорость горизонтального полета на расчетной высоте должна быть не меньше заданной, т.е. соответст-

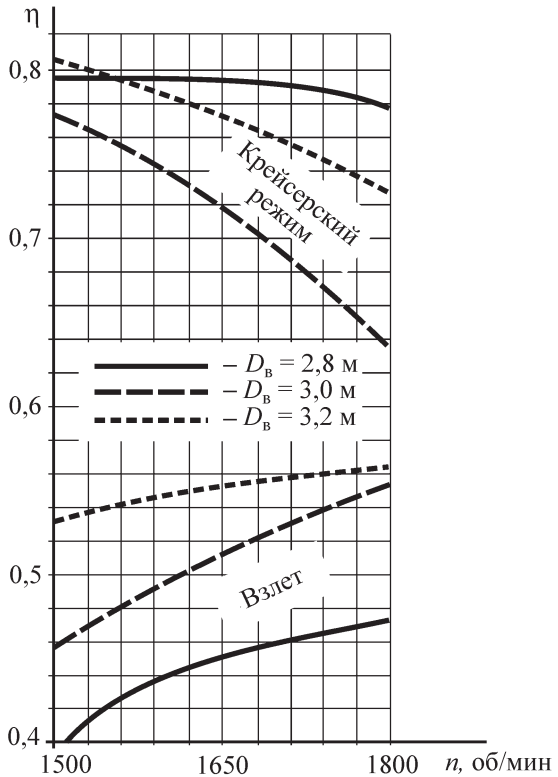


Рис. 2.39. КПД винта на взлете и крейсерском режиме полета

вующее значение КПД должно быть не меньше минимально допустимого $\eta_m = \dfrac{c_x \rho S V_{\max}^3}{150\, N}$.

Для определения возможных вариантов винта и коэффициента редукции двигателя строятся графики зависимости КПД, соответствующего режиму максимальной скорости горизонтального полета, от диаметра и числа оборотов (рис. 2.39). Возможными являются варианты, для которых КПД больше или равен минимально допустимому η_m.

Из определенных указанными способами возможных вариантов диаметра винта и коэффициента редукции двигателя выбирается тот, для которого будет наибольшим при способе 1 КПД винта при горизонтальном полете, а при способе 2 — взлетный КПД.

При оценке КПД необходимо вводить соответствующие поправки на взаимное влияние винта и самолета и на сжимаемость (см. подразд. 2.5)

2.7. ОГРАНИЧЕНИЯ ОСНОВНЫХ ПОЛЕТНЫХ ПАРАМЕТРОВ

Под основными полетными параметрами понимают такие, которые влияют на безопасность полета самолета, а именно угол атаки, число М, нормальную перегрузку, индикаторную скорость, угол скольжения (боковую перегрузку), угловую скорость крена, угол крена (для неманевренных самолетов), центровку, высоту (для самолетов, не имеющих герметизации кабины). Для различных классов и типов самолетов число таких параметров может быть различным. Так, для маневренных самолетов из приведенного перечня исключается угол крена, для самолетов с герметичной кабиной или пассажирским салоном — высота и т.д.

Из практики летных испытаний и эксплуатации самолетов известно, что при превышении определенных значений основных полетных параметров, как правило, существенно ухудшаются аэродинамические характеристики, например $c_{ya}(\alpha)$, характеристики устойчивости и управляемости, прочности, работа силовой установки и т.д., что может привести к выходу самолета на неуправляемые (не контролируемые летчиком) режимы полета и к возникновению аварийной ситуации. Например, при превышении определенных

значений угла атаки α может развиваться сваливание, а затем штопор; числа М полета — сверхзвуковой срыв, потеря путевой устойчивости; индикаторной скорости V_i — неуправляемое движение крена. При превышении заданного значения угловой скорости крена ω_x может произойти потеря продольной и боковой устойчивости; нормальной перегрузки η_y — разрушение элементов конструкции. Такие значения полетных параметров называют предельными. В соответствии с требованиями по безопасности полетов в повседневной эксплуатации самолет не должен выходить за предельные значения полетных параметров даже при непреднамеренных ошибках пилотирования.

Под допустимыми значениями полетных параметров понимают такие значения, непреднамеренное превышение которых в полете летчиком или при воздействии внешних возмущений не приводит к выходу за предельные значения этих параметров. Как следствие этого, допустимые значения $\xi_{i\,\text{доп}}$ всегда меньше предельных $\xi_{i\,\text{пред}}$ на величину $\Delta\xi_i$, которую называют гарантийным запасом по конкретному параметру:

$$\xi_{i\,\text{доп}} = \xi_{i\,\text{пред}} - \Delta\xi_i .$$

В общем случае гарантийные запасы для каждого типа самолетов индивидуальны, хотя существуют рекомендации по их числовым значениям. При установлении самолету минимальных гарантийных запасов должны учитываться особенности его динамики и управляемости в соответствующей предельной области режимов полета, фактический уровень характеристик устойчивости и управляемости для наиболее неблагоприятного сочетания эксплуатационных факторов и степень защищенности самолета от опасного превышения эксплуатационных ограничений, а также ожидаемый характер его критических режимов. Все это основывается на анализе материалов летных испытаний. В случае положительных итогов анализа и моделирования характера критических режимов самолета (за границей предельных режимов) могут быть приняты следующие минимальные гарантийные запасы [4]:

$\Delta\alpha \approx 3...4°$, $\Delta\beta \approx 2...3°$, $\Delta M \approx 0{,}1...0{,}15$, если поперечная перегрузка n_z от развивающегося скольжения не превышает $\pm 0{,}5$;

$\Delta V_i = 50...60$ км/ч, если при $V_i = V_{i\,\text{доп}}$ в полете без крена отклонение ручки управления вбок не превышает 20 % полного ее хода $X_{\text{э max}}$.

В случае аэродинамической симметрии при $V_{i\,\text{доп}}$ реализуемое значение скорости крена при $0{,}2X_{\text{э max}}$ не меньше ее минимального нормируемого значения;

$\Delta\omega_x = 0{,}15|\omega_{x\,\text{доп}}|$, если в процессе вращения самолета со скоростью крена $\omega_{x\,\text{доп}}$ его углы атаки и скольжения, нормальная и поперечная перегрузки не выходят за пределы 80 % их максимальных эксплуатационных значений.

На этапе летных испытаний опытного самолета ограничения полетных параметров носят временный характер и назначаются после анализа результатов продувок моделей в аэродинамических трубах и наземных испытаний на пилотажных стендах, а также материалов испытаний динамически подобных свободно летающих моделей (если они есть).

На рис. 2.40 показан характер некоторых ограничений полетных параметров. Максимальными допустимыми параметрами по условиям прочности конструкции являются скоростной напор или индикаторная скорость $q_{\text{доп}}\,(V_{i\,\text{доп}})$ и нормальная перегрузка $n_{y\,\text{доп}}$.

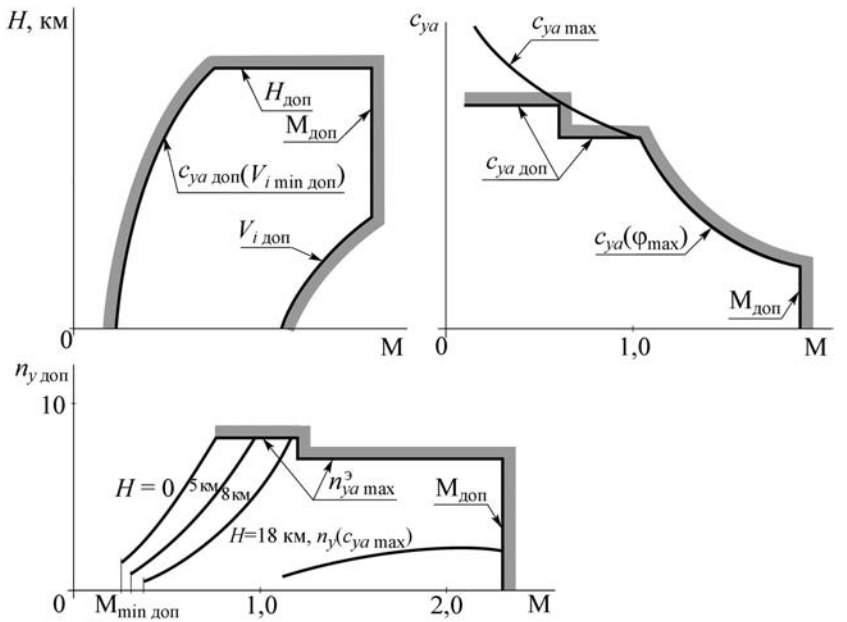


Рис. 2.40. Характер некоторых ограничений полетных параметров

Число $M_{доп}$ может являться ограничением по условиям устойчивости и управляемости или по условиям работы двигателя и нагрева конструкции. Ограничение по углу атаки $\alpha_{доп}$ ($c_{y\,доп}$) может являться следствием ухудшения устойчивости и управляемости, несущей способности крыла ($c_{y\,max}$) или работоспособности двигателя. Максимально допустимая высота полета может быть ограничена исходя из условий работы системы кондиционирования пассажирского салона, условий работы двигателей и т.п.

Ряд ограничений может быть косвенным, например темп перемещения рычагов управления, величины их отклонений, величина скольжения, режим работы двигателя, условия выпуска механизации и т.д., что указывается в Руководстве по летной эксплуатации конкретного типа самолета.

Значения допустимых полетных параметров (полетные ограничения) обязаны выдерживаться летчиком или устройствами, входящими в систему ограничения полетных режимов (ОПР).

Глава 3
УСТАНОВИВШИЕСЯ РЕЖИМЫ ПОЛЕТА

3.1. ПОНЯТИЕ УСТАНОВИВШЕГОСЯ РЕЖИМА ПОЛЕТА

Полет самолета с нулевыми силами инерции $\left(m\frac{d\vec{V}}{dt} = 0 \right)$ называется установившимся режимом полета. Изучение и анализ установившихся режимов полета самолета представляют интерес по следующим причинам:

на установившихся режимах можно оценить предельные возможности самолета (диапазоны скоростей и высот полета, характеристики набора высоты и снижения и т.д.);

изучение летно-технических характеристик самолета на установившихся режимах полета сводится к анализу алгебраических соотношений между кинематическими параметрами движения.

Для получения соотношений, описывающих установившийся режим полета в продольном движении, необходимо в уравнениях (1.36) приравнять силы инерции нулю. За установившийся режим

полета в боковом движении принимают полет с постоянной скоростью. В продольном движении установившиеся режимы полета эквивалентны равновесным режимам полета.

Расчет ЛТХ самолета на равновесных режимах полета иногда называют аэродинамическим расчетом самолета. В результате аэродинамического расчета определяют зависимость кинематических параметров установившегося движения центра масс самолета от действующих на него внешних сил.

В основу метода аэродинамического расчета положено сравнение значений какого-либо параметра, потребных для выполнения выбранного режима полета, и располагаемых значений этого же параметра. Таким параметром для реактивных самолетов служит тяга реактивного двигателя, а для самолетов с винтовыми движителями — мощность двигателя на валу.

3.2. РАСЧЕТ УСТАНОВИВШЕГОСЯ ПРЯМОЛИНЕЙНОГО ГОРИЗОНТАЛЬНОГО ПОЛЕТА

Метод тяг Н.Е. Жуковского. Будем рассматривать установившийся прямолинейный горизонтальный полет самолета ($V = \text{const}$; $\Theta = 0$; $H = \text{const}$) в предположении равенства нулю угла скольжения β и скоростного угла крена γ_a. В этих условиях боковая аэродинамическая сила $Z_a = 0$ и отсутствует проекция тяги на ось $OZ_к$ траекторной системы координат $OX_к Y_к Z_к$.

Уравнения установившегося прямолинейного горизонтального полета самолета в проекциях на оси траекторной системы координат являются частным случаем уравнений (1.30) и имеют вид

$$\begin{aligned} P\cos(\alpha+\varphi_P) - X_a &= 0; \\ P\sin(\alpha+\varphi_P) + Y_a &= mg. \end{aligned} \qquad (3.1)$$

Эти соотношения используются для аэродинамического расчета, целью которого является определение диапазона скоростей полета.

Метод аэродинамического расчета, основанный на сравнении значений потребной и располагаемой тяг, является основным методом аэродинамического расчета самолетов с турбореактивными двигателями и называется методом тяг Жуковского. Условием уста-

новившегося полета является равенство потребной и располагаемой тяг.

Потребной тягой $P_{\text{п}}$ называется тяга, необходимая для выполнения установившегося прямолинейного полета при заданных массе самолета, скорости и высоте полета.

Располагаемой тягой $P_{\text{р}}$ называется тяга, развиваемая двигателем, установленным на самолете, при заданных скорости и высоте полета.

После несложных преобразований запишем систему уравнений (3.1) в виде одного алгебраического уравнения

$$[c_{ya} + c_{xa}\,\mathrm{tg}(\alpha + \varphi_P)] \cdot 0{,}7\, p_H \mathrm{M}^2 S = mg, \qquad (3.2)$$

которое дополним уравнением поляры $c_{xa} = c_{xa}(c_{ya}, \mathrm{M})$ и зависимостью $c_{ya} = c_{ya}(\alpha, \mathrm{M})$. Здесь p_H — давление атмосферы на высоте полета.

Совокупность приведенных выражений достаточна для определения потребной тяги $P_{\text{п}}$, угла атаки α и коэффициента подъемной силы c_{ya}, требующихся для выполнения установившегося прямолинейного горизонтального полета на высоте полета H при числе Маха M либо соответствующей скорости V. Для определения этих параметров применим метод последовательных приближений, которые, как показывает опыт, быстро сходятся. Расчеты можно выполнять либо по числу M, либо по скорости полета V. Ниже приводится последовательность расчета по числу M. Расчет по скорости полета V выполняется аналогично. Выбор между скоростью V и числом M диктуется удобством или существом задачи.

Расчет методом последовательных приближений проводят в следующей последовательности:

1. Задаются весом самолета mg, высотой полета H и рядом значений числа M.

2. Пренебрегая в (3.2) слагаемым $c_{xa}\,\mathrm{tg}(\alpha + \varphi_P)$, для каждого числа M вычисляют потребное значение c_{ya} в первом приближении:

$$c_{ya}^{(1)} = \frac{mg}{0{,}7\, p_H \mathrm{M}^2 S}.$$

3. По поляре $c_{xa} = c_{xa}(c_{ya}, \mathrm{M})$ определяют коэффициент лобового сопротивления $c_{xa}^{(1)}$ в первом приближении.

4. По зависимости $c_{ya} = c_{ya}(\alpha, \text{M})$ находят угол атаки $\alpha^{(1)}$ установившегося прямолинейного горизонтального полета в первом приближении.

5. Найденные значения $c_{xa}^{(1)}, \alpha^{(1)}$ подставляют в уравнение (3.2) и вычисляют $c_{ya}^{(2)}$ во втором приближении:

$$c_{ya}^{(2)} = c_{ya}^{(1)} - c_{xa}^{(1)} \operatorname{tg}(\alpha^{(1)} + \varphi_P).$$

6. Повторяя вычисления по пп. 3...5, определяют значения аэродинамических параметров и угла атаки в $(n+1)$-м приближении:

$$c_{ya}^{(n+1)} = c_{ya}^{(1)} - c_{xa}^{(n)} \operatorname{tg}(\alpha^{(1)} + \varphi_P);$$
$$c_{xa}^{(n+1)} = c_{xa}(c_{ya}^{(n+1)}, \text{M});$$
$$c_{ya}^{(n+1)} = c_{ya}(\alpha^{(n+1)}, \text{M}).$$

7. Сравниваются значения c_{ya}, c_{xa}, α двух последних приближений. Процесс последовательных приближений заканчивается, когда выполняются условия $c_{ya}^{(n+1)} \approx c_{ya}^{(n)}$; $c_{xa}^{(n+1)} \approx c_{xa}^{(n)}$; $\alpha^{(n+1)} \approx \alpha^{(n)}$.

8. Определяют потребную тягу установившегося прямолинейного горизонтального полета:

$$P_{\text{п}} = \frac{c_{xa}^{(n)} \cdot 0{,}7\, p_H \text{M}^2 S}{\cos(\alpha^{(n)} + \varphi_P)}.$$

9. Вычисления по пп. 2...8 повторяются для нового значения числа М.

10. Вычисления по пп. 1...9 повторяются для нового значения высоты полета H.

В большинстве случаев при аэродинамическом расчете можно считать, что выполняются условия $P\sin(\alpha + \varphi_P) << Y_a$, $\cos(\alpha + \varphi_P) \approx 1$ и, следовательно, уравнения (3.10) принимают наиболее простой вид

$$\begin{aligned} P_{\text{п}} &= X_a; \\ mg &= Y_a. \end{aligned} \qquad (3.3)$$

Расчеты по формулам (3.3) называются *упрощенным методом тяг*.

Первое из соотношений (3.3) показывает, что потребная тяга численно равна лобовому сопротивлению и поэтому зависимость

потребной тяги от скорости полета совпадает с зависимостью от скорости силы лобового сопротивления. Лобовое сопротивление является суммой профильного сопротивления $X_0(\mathrm{M})$ (при нулевой подъемной силе) и индуктивного сопротивления $X_i(\mathrm{M})$, обусловленного подъемной силой крыла:

$$X_a(\mathrm{M}) = X_0(\mathrm{M}) + X_i(\mathrm{M}).$$

Для упрощения качественного анализа не будем учитывать зависимость аэродинамических коэффициентов от числа Маха M. Это допустимо при полете на сравнительно небольших числах M, меньших $\mathrm{M}_{\text{кр}}$ — критического числа M, при котором в некоторой точке на поверхности крыла местная скорость набегающего потока впервые становится равной скорости звука.

В качестве поляры рассмотрим квадратичную поляру*

$$c_{xa}(\alpha) = c_{x0}(\alpha) + Bc_{ya}^2(\alpha). \tag{3.4}$$

Выразим потребную величину $c_{ya}(\alpha)$ из второго соотношения (3.3), подставим в (3.4) и в результате получим

$$c_{ya}(\alpha) = \frac{mg}{qS};\quad c_{xa}(\alpha) = c_{x0}(\alpha) + B\left(\frac{mg}{qS}\right)^2.$$

Следовательно, потребная тяга установившегося полета как функция числа M может быть представлена в следующем виде:

$$P_{\text{п}}(\mathrm{M}) = c_{x0}(\alpha)q(\mathrm{M})S + B\frac{(mg)^2}{q(\mathrm{M})S}.$$

Используя для скоростного напора $q(\mathrm{M})$ формулу $q(\mathrm{M}) = 0{,}7\,p_H\,\mathrm{M}^2$, получим явную зависимость потребной тяги от числа M

$$P_{\text{п}}(\mathrm{M}) = c_{x0}(\alpha)\cdot 0{,}7\,p_H\,\mathrm{M}^2S + B\frac{(mg)^2}{0{,}7\,p_H\,\mathrm{M}^2S}.$$

Отсюда видно, что потребная тяга определяется двумя составляющими: профильным сопротивлением, пропорциональ-

* В гл. 2 коэффициент индуктивности обозначен A.

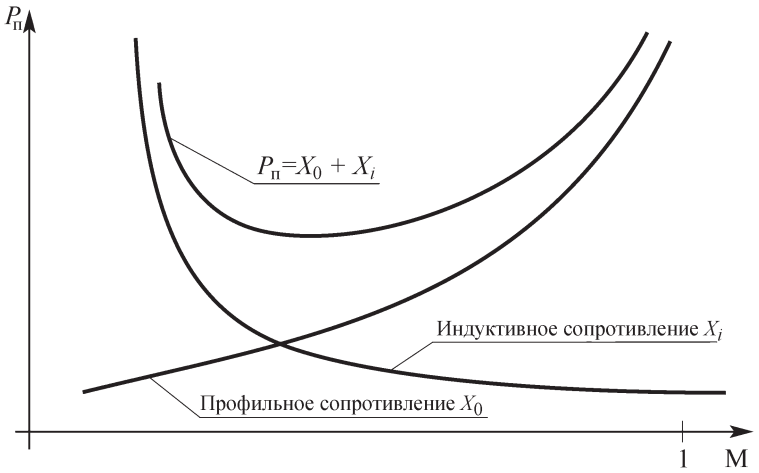


Рис. 3.1. Потребная тяга и ее составляющие

ным M^2, и индуктивным сопротивлением, пропорциональным $1/M^2$. На рис. 3.1 показаны качественные зависимости составляющих потребной тяги и их суммы от числа M. Зависимость $P_п(M)$ является выпуклой вниз кривой. Аналогичный вид имеет зависимость $P_п(V)$.

Объединяя соотношения (3.3) в одно выражение, получим

$$P_п(M) = \frac{mg}{K(M)}, \qquad (3.5)$$

где $K(M)$ — аэродинамическое качество самолета.

Соотношение (3.5) является чрезвычайно простым и емким, оно связывает между собой потребные характеристики силовой установки, вес самолета и его аэродинамические характеристики (выраженные через аэродинамическое качество).

Расчет потребной тяги $P_п(M)$ упрощенным методом тяг выполняется в следующей последовательности:

1. Задаются высотой полета H и предполагаемым диапазоном чисел Маха $[M^{(0)}_{min}, M^{(0)}_{max}]$.

2. Предполагаемый диапазон чисел Маха $[M^{(0)}_{min}, M^{(0)}_{max}]$ разбивают точками M_i на 5–6 интервалов с шагом ΔM, включая и граничные точки $M^{(0)}_{min}$ и $M^{(0)}_{max}$.

3. Для каждого M_i рассчитывают потребное значение безразмерного коэффициента подъемной силы $c_{ya}(\mathrm{M}_i)$ по формуле

$$c_{ya}(\mathrm{M}_i) = \frac{mg}{0{,}7\, p_H \mathrm{M}_i^2 S}.$$

4. По заданной поляре при числе Маха M_i вычисляют безразмерный коэффициент лобового сопротивления $c_{xa}(\mathrm{M}_i)$.

5. Вычисляют аэродинамическое качество самолета при числе Маха M_i:

$$K(\mathrm{M}_i) = \frac{c_{ya}(\mathrm{M}_i)}{c_{xa}(\mathrm{M}_i)}.$$

6. Вычисляют потребную тягу двигателя при числе Маха M_i:

$$P_{\text{п}}(\mathrm{M}_i) = \frac{mg}{K(\mathrm{M}_i)}.$$

7. Вычисления по пп. 3...6 повторяют для всех чисел M_i из предполагаемого диапазона $[\mathrm{M}_{\min}^{(0)}, \mathrm{M}_{\max}^{(0)}]$.

8. Вычисления по пп. 1...7 повторяются для каждой высоты полета H.

Вычислив потребную тягу $P_{\text{п}}$ для всех заданных чисел М, строят диаграмму потребных и располагаемых тяг двигателя $P_{\text{р}}$ в зависимости от М либо от скорости полета V. Типичный вид диаграммы потребных и располагаемых тяг показан на рис. 3.2.

Упрощенный метод тяг не является итерационным и сразу приводит к результату. Во многих практических случаях его точность вполне достаточна для определения летно-технических характеристик самолета.

По диаграмме потребных и располагаемых тяг находятся:

Минимальная допустимая скорость полета $V_{\min\ \text{доп}}$ (число $\mathrm{M}_{\min\ \text{доп}}$):

$$V_{\min\ \text{доп}} = \max\{V_{\min},\ V(c_{ya\ \text{доп}})\}$$

либо

$$\mathrm{M}_{\min\ \text{доп}} = \max\{\mathrm{M}_{\min},\ \mathrm{M}(c_{ya\ \text{доп}})\}.$$

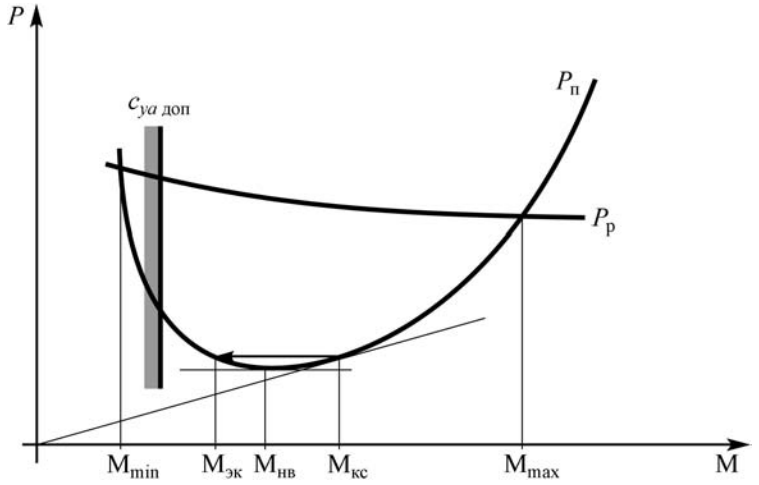


Рис. 3.2. Диаграмма потребных и располагаемых тяг

Здесь V_{min} (M_{min}) — скорость полета (число M), соответствующая крайней левой точке пересечения кривых потребных и располагаемых тяг; $V(c_{ya\ доп})$, ($M(c_{ya\ доп})$) — скорость (число M) установившегося горизонтального полета при допустимом значении коэффициента подъемной силы $c_{ya\ доп}$. Действительно, значение $c_{ya}(M_i)$, вычисленное в п. 3, есть потребное значение коэффициента подъемной силы, необходимое для выполнения полета на высоте H со скоростью, соответствующей числу Маха M_i. Оно может быть неправдоподобно большим на малых скоростях полета. Поэтому минимально допустимая скорость установившегося полета определяется из условия $c_{ya}(M) \le c_{ya\ доп}(M)$. На рис. 3.3 показано графическое определение минимальной допустимой скорости полета.

На рис. 3.2 минимальная скорость полета $V_{min\ доп}$ ($M_{min\ доп}$) показана вертикальной линией со штриховкой с указанием ограничения $c_{ya\ доп}$.

Максимальная допустимая скорость полета $V_{max\ доп}$ (число $M_{max\ доп}$):

$$V_{max\ доп} = \min\{V_{max},\ V_{доп}\}$$

либо

$$M_{max\ доп} = \min\{M_{max},\ M_{доп}\}.$$

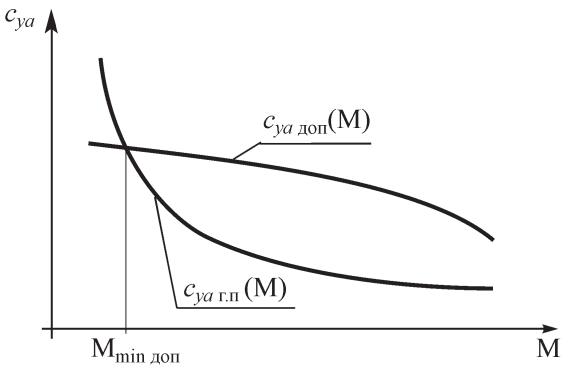


Рис. 3.3. Графическое определение минимальной допустимой скорости полета

Здесь V_{max} (M_{max}) — скорость полета (число М), соответствующая крайней правой точке пересечения кривых потребных и располагаемых тяг; $V_{доп}$ ($M_{доп}$) — наибольшая допустимая скорость (число М) установившегося полета, определяемая прочностными характеристиками конструкции планера самолета, его характеристиками устойчивости и управляемости, характеристиками работы двигательной установки и т.д.

Диапазон скоростей установившегося горизонтального полета как разница между наибольшей и наименьшей скоростями (числами М) полета:

$$V_{max\ доп} - V_{min\ доп} \text{ либо } M_{max\ доп} - M_{min\ доп}.$$

Наивыгоднейшая скорость полета $V_{нв}$ ($M_{нв}$). Эта скорость (число М) полета соответствует наименьшей потребной тяге $P_{п\,min}$. Из соотношения (3.5) следует, что полет на скорости $V_{нв}$ соответствует полету с максимальным аэродинамическим качеством K_{max} с углом атаки $\alpha_{нв}$.

Для случая квадратичной поляры (3.4) аэродинамический коэффициент подъемной силы $c_{ya\,нв}$ и максимальное аэродинамическое качество K_{max} на наивыгоднейшем угле атаки $\alpha_{нв}$ вычисляются по формулам

$$c_{ya\,нв} = \sqrt{\frac{c_{x0}}{B}};\ K_{max} = \frac{1}{2\sqrt{c_{x0}B}}. \qquad (3.6)$$

Значение минимальной потребной тяги

$$P_{\text{п min}} = 2mg\sqrt{c_{x0}B}.$$

Крейсерская скорость $V_{\text{кс}}$ ($\text{M}_{\text{кс}}$) установившегося горизонтального полета обеспечивает наибольшую дальность полета самолета с заданным запасом топлива. Она определяется как точка касания прямой, проведенной из начала координат, и кривой потребной тяги (см. рис. 3.2). Определим $V_{\text{кс}}$ для случая квадратичной поляры. Кривая потребной тяги $P_{\text{п}}(V)$ и тангенс угла наклона касательной к этой кривой (P/V) в этом случае определяются выражениями

$$P_{\text{п}}(V) = c_{x0}\frac{\rho(H)V^2}{2}S + B\frac{2(mg)^2}{\rho(H)S}\frac{1}{V^2};$$

$$\frac{P}{V} = c_{x0}\frac{\rho(H)V}{2}S + B\frac{2(mg)^2}{\rho(H)S}\frac{1}{V^3}.$$

Дифференцируя выражение для $P_{\text{п}}(V)$ по V и приравнивая результат к P/V, получим

$$V_{\text{кс}} = \sqrt[4]{3}V_{\text{нв}}.$$

Вычислим последовательно скоростной напор $q_{\text{кс}}$, аэродинамический коэффициент подъемной силы $c_{ya\,\text{кс}}$, аэродинамическое качество $K_{\text{кс}}$ и потребную тягу $P_{\text{п кс}}$, соответствующие полету на крейсерской скорости $V_{\text{кс}}$:

$$q_{\text{кс}} = \frac{\rho(H)V_{\text{кс}}^2}{2} = \sqrt{3}\frac{\rho(H)V_{\text{нв}}^2}{2} = \sqrt{3}q_{\text{нв}};$$

$$c_{ya\,\text{кс}} = \frac{mg}{q_{\text{кс}}S} = \frac{1}{\sqrt{3}}c_{ya\,\text{нв}};$$

$$c_{xa\,\text{кс}} = c_{x0} + \frac{1}{3}Bc_{ya\,\text{нв}}^2 = \frac{4}{3}c_{x0};$$

$$K_{\text{кс}} = \frac{c_{ya\,\text{кс}}}{c_{xa\,\text{кс}}} = \frac{\sqrt{3}}{2}K_{\max};$$

$$P_{\text{п кс}} = \frac{mg}{K_{\text{кс}}} = \frac{2}{\sqrt{3}} P_{\text{п min}}.$$

Полученные выражения показывают, что скорость крейсерского полета $V_{\text{кс}}$ больше наивыгоднейшей скорости полета $V_{\text{нв}}$ примерно на 32 %; потребный аэродинамический коэффициент $c_{ya\,\text{кс}}$ составляет примерно 58 % $c_{ya\,\text{нв}}$; аэродинамическое качество $K_{\text{кс}}$ — примерно 87 % $K_{\max}$; потребная тяга $P_{\text{п кс}}$ на скорости $V_{\text{кс}}$ больше минимальной тяги $P_{\text{п min}}$ примерно на 15 % .

Экономическая скорость $V_{\text{эк}}$ — определяется как скорость, на которой потребная мощность двигателя $N_{\text{п}} = P_{\text{п}} V$ является наименьшей. Экономическая скорость полета важна для самолетов, оснащенных винтовым движителем (поршневой двигатель, турбовинтовой двигатель). Для квадратичной поляры (3.4) потребной мощности двигателя зависимость от скорости определяется выражением

$$N_{\text{п}}(V) = P_{\text{п}} V = c_{x0} \frac{\rho(H) V^3}{2} S + B \frac{2(mg)^2}{\rho(H) S} \frac{1}{V}.$$

Приравняем производную $\dfrac{dN_{\text{п}}(V)}{dV}$ нулю и найдем экономическую скорость полета:

$$V_{\text{эк}} = \frac{1}{\sqrt[4]{3}} V_{\text{нв}}.$$

Как и для крейсерской скорости полета, определим последовательно скоростной напор $q_{\text{эк}}$; аэродинамический коэффициент подъемной силы $c_{ya\,\text{эк}}$; аэродинамическое качество $K_{\text{эк}}$ и потребную тягу $P_{\text{п эк}}$, соответствующие полету на скорости $V_{\text{эк}}$:

$$q_{\text{эк}} = \frac{\rho(H) V_{\text{эк}}^2}{2} = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{\rho(H) V_{\text{нв}}^2}{2} = \frac{1}{\sqrt{3}} q_{\text{нв}};$$

$$c_{ya\,\text{эк}} = \frac{mg}{q_{\text{эк}} S} = \sqrt{3} c_{ya\,\text{нв}};$$

$$c_{xa\,\text{эк}} = c_{x0} + 3 B c_{ya\,\text{нв}}^2 = 4 c_{x0};$$

$$K_{\text{эк}} = \frac{c_{ya\,\text{эк}}}{c_{xa\,\text{эк}}} = \frac{\sqrt{3}}{2} K_{\max};$$

$$P_{\text{п эк}} = \frac{mg}{K_{\text{эк}}} = \frac{2}{\sqrt{3}} P_{\text{п min}}.$$

Полученные выражения показывают, что экономическая скорость $V_{\text{эк}}$ меньше наивыгоднейшей скорости $V_{\text{нв}}$ и составляет примерно 76 % от нее; потребный аэродинамический коэффициент $c_{ya\,\text{эк}}$ больше $c_{ya\,\text{нв}}$ примерно на 73 %; аэродинамическое качество $K_{\text{эк}}$ и потребная тяга $P_{\text{п эк}}$ совпадают с $K_{\text{кс}}$ и $P_{\text{п кс}}$ соответственно. Для того чтобы найти экономическую скорость полета $V_{\text{эк}}$, сначала необходимо определить крейсерскую скорость полета $V_{\text{кс}}$ и потребную тягу $P_{\text{п кс}}$, затем провести линию, параллельную оси скорости, до пересечения с кривой потребной тяги слева от наивыгоднейшей скорости $V_{\text{нв}}$. Скорость, соответствующая точке пересечения, и будет экономической скоростью $V_{\text{эк}}$ (см. рис. 3.2).

Установленное равенство аэродинамического качества на экономической и крейсерской скоростях полета приводит к удобному графическому способу приближенного определения аэродинамических коэффициентов подъемной силы и лобового сопротивления по известному значению аэродинамического качества и заданной поляре (на рис. 3.4).

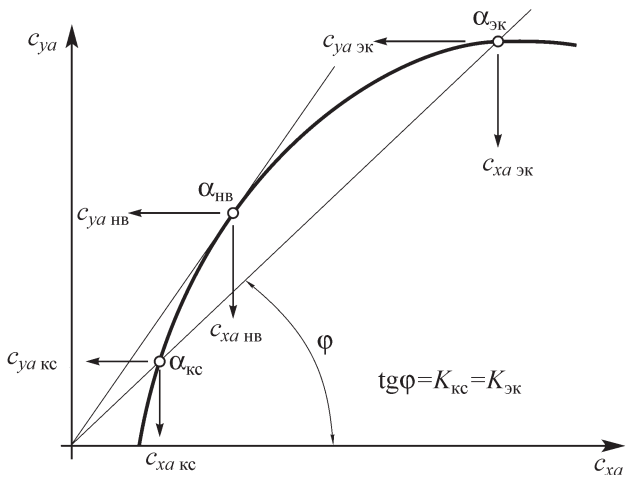


Рис. 3.4. Приближенное определение потребных значений аэродинамических коэффициентов

Для квадратичной поляры этот способ позволяет найти точные значения аэродинамических коэффициентов подъемной силы и лобового сопротивления.

Метод мощностей. Выше уже было отмечено, что для самолетов с винтовыми движителями важным показателем является потребная мощность двигателя (мощность на валу). Поэтому для таких самолетов вместо диаграмм потребных и располагаемых тяг строят диаграмму потребных $N_{\text{п}}$ и располагаемых $N_{\text{р}}$ мощностей. Потребная мощность определяется по скорости полета с помощью выражения

$$N_{\text{п}}(V) = P_{\text{п}}(V)V.$$

Последовательность вычисления $N_{\text{п}}(V)$ определяется последовательностью вычислений $P_{\text{п}}(V)$, рассмотренной в методе тяг.

Располагаемая мощность винто-моторной группы — мощность двигателя с учетом коэффициента полезного действия воздушного винта, которую он может реально развить в условиях полета. Располагаемая мощность двигателя (на валу, без воздушного винта) указана в документации на двигатель. По результатам вычислений потребной мощности строят диаграмму потребных и располагаемых мощностей, типичный вид которой показан на рис. 3.5.

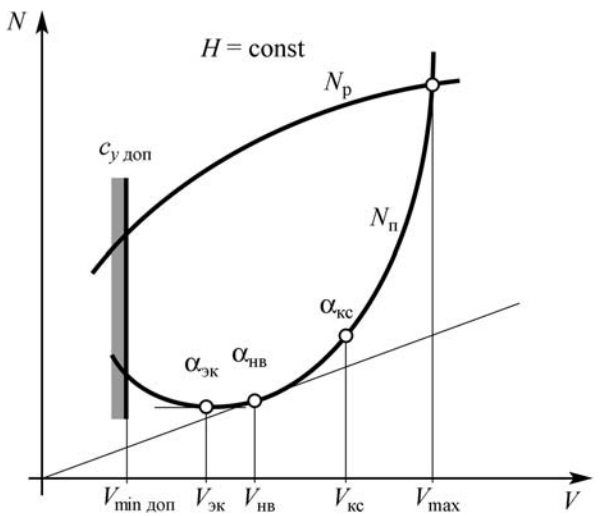


Рис. 3.5. Диаграмма потребных и располагаемых мощностей

По диаграмме потребных и располагаемых мощностей находят основные летно-технические характеристики: минимальную допустимую $V_{\min}$ и максимальную $V_{\max}$ скорости полета; экономическую скорость полета $V_{эк}$, на которой достигается наименьшая потребная скорость; наивыгоднейшую скорость полета $V_{нв}$ как точку касания кривой потребной мощности $N_{п}(V)$ и прямой, проведенной из начала координат. Максимальная скорость полета $V_{\max}$ определяется как крайняя правая точка пересечения кривых потребной и располагаемых мощностей.

Найденные ранее для квадратичной поляры соотношения между скоростями $V_{эк}$, $V_{нв}$, $V_{кс}$ и между соответствующими им значениями потребных тяг $P_{п эк}$, $P_{п \min}$, $P_{п кс}$ позволяют записать аналогичные соотношения между значениями потребных мощностей на экономической скорости полета $N_{п эк}$, на наивыгоднейшей скорости полета $N_{п нв}$ и на крейсерской скорости полета $N_{п кс}$:

$$N_{п кс} = \sqrt{3} N_{п эк};\ N_{п нв} = \frac{\sqrt[4]{27}}{2} N_{п эк}.$$

Видно, что потребные мощности $N_{п кс}$ и $N_{п нв}$ примерно на 73 и 14 % больше $N_{п эк}$ соответственно.

3.3. ПЕРВЫЕ И ВТОРЫЕ РЕЖИМЫ ПОЛЕТА

Для выполнения установившегося горизонтального полета на заданной высоте необходимо добиться равенства потребной и располагаемой тяг (мощностей) на этом режиме полета. Максимальная располагаемая тяга (мощность) в диапазоне скоростей полета $V_{\min доп} \le V \le V_{\max доп}$ больше потребной тяги (мощности), и для полета на заданном режиме (по высоте и скорости) тягу (мощность) двигателей следует уменьшить до значения потребной тяги (мощности). Пилот управляет тягой двигателей с помощью рычага управления двигателями (РУД). Уменьшение или увеличение тяги двигателей называется дросселированием двигателей. При увеличении степени дросселирования располагаемая тяга (мощность) снижается и может случиться так, что кривые потребной и располагаемой тяг пересекутся в двух точках: на скорости $V < V_{нв}$ и на скорости $V > V_{нв}$. Следовательно, уста-

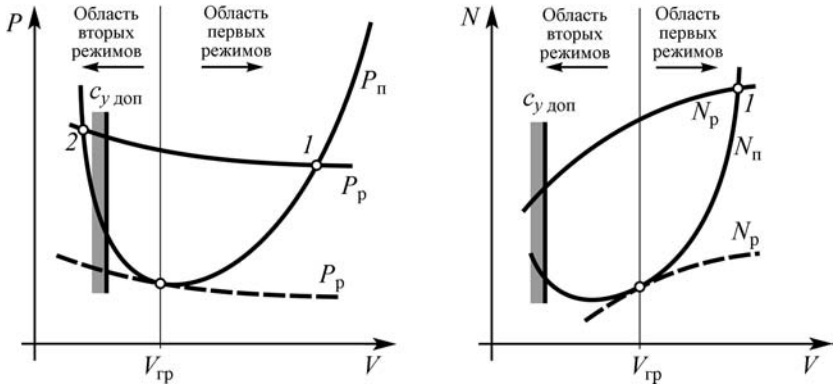


Рис. 3.6. Первые и вторые режимы полета

новившийся горизонтальный полет можно выполнять на скорости, меньшей или большей $V_{нв}$. Однако с точки зрения пилотирования эти два режима полета являются совершенно различными. Различие обусловлено характером устойчивости самолета по скорости полета в окрестностях этих двух равновесных состояний. Заметим, что под скоростью полета здесь понимается исключительно воздушная скорость самолета. На рис. 3.6 равновесные состояния отмечены точками *1* и *2*.

Мысленно опуская кривую располагаемой тяги (мощности) эквидистатно самой себе до касания с кривой потребной тяги (мощности), получим граничную скорость $V_{гр}$, которая разделяет все режимы по скорости полета на первые и вторые. Режимы полета при $V > V_{гр}$ называются первыми режимами, а при $V < V_{гр}$ — вторыми.

Рассмотрим **характер поведения самолета по скорости на первых режимах полета** при условии, что летчик старается сохранить горизонтальный полет и не вмешивается в управление двигателем. На рис. 3.7 показана окрестность точки *1* пересечения кривых потребной и располагаемой тяг.

Пусть по каким-то не зависящим от летчика причинам скорость самолета увеличилась на величину ΔV. При этом подъемная сила возросла и нарушилось равенство сил $mg = Y_a$. Возникла причина для нарушения условия горизонтального полета. Для сохранения горизонтального полета летчик, управляя аэродинамическими поверхностями самолета, уменьшает угол атаки.

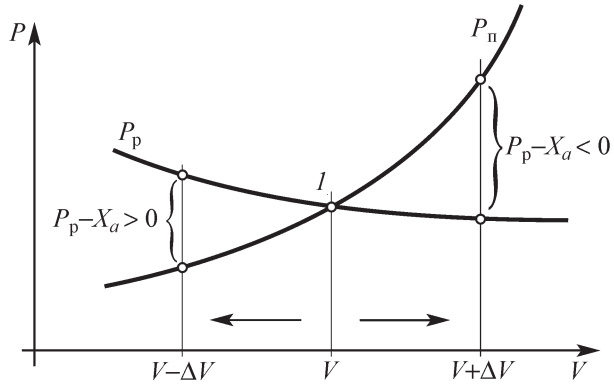


Рис. 3.7. К анализу поведения самолета на первых режимах полета

В результате уменьшается индуктивная составляющая лобового сопротивления, а профильное сопротивление возрастает. Определяющим в диапазоне скоростей, характерном для первых режимов, является изменение профильного сопротивления самолета. Возникает отрицательное ускорение: $\dot{V} < 0$, и самолет самостоятельно, без участия летчика, восстанавливает исходную скорость полета.

Пусть теперь скорость полета уменьшилась на величину ΔV. Для сохранения горизонтального полета летчик увеличивает угол атаки. Индуктивная составляющая лобового сопротивления возрастает, а профильное сопротивление самолета снижается. Возникает положительное ускорение: $\dot{V} > 0$, и самолет самостоятельно, без участия летчика, восстанавливает исходную скорость полета.

Таким образом, на первых режимах полет самолета устойчив по воздушной скорости.

Для управления скоростью горизонтального полета самолета на первых режимах летчику достаточно изменять положение РУД и следить за углом атаки (положением указателя горизонта и стрелкой вариометра). Для увеличения скорости полета необходимо один раз передвинуть РУД вперед, а для уменьшения скорости полета необходимо один раз передвинуть РУД назад.

Рассмотрим теперь **характер поведения самолета по скорости на вторых режимах полета** при условии, что летчик старается сохранить горизонтальный полет и не вмешивается в управление двига-

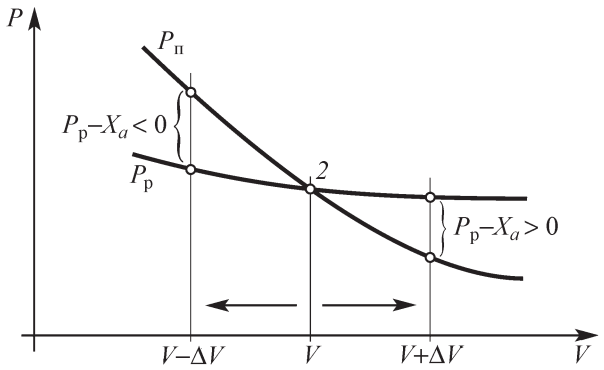


Рис. 3.8. К анализу поведения самолета на вторых режимах полета

телем. На рис. 3.8 показана окрестность точки *2* пересечения кривых потребной и располагаемой тяг.

Пусть по каким-то не зависящим от летчика причинам скорость самолета увеличилась на величину ΔV. При этом возросла подъемная сила и нарушилось равенство сил $mg = Y_a$. Возникла причина для нарушения условия горизонтального полета. Для сохранения горизонтального полета летчик, управляя аэродинамическими поверхностями самолета, уменьшает угол атаки. В результате уменьшается индуктивная составляющая лобового сопротивления, а профильное сопротивление возрастает. Определяющим в диапазоне скоростей, характерном для вторых режимов, является изменение индуктивного сопротивления самолета. Возникает положительное ускорение: $\dot{V} > 0$ и самолет продолжает увеличивать скорость полета.

Пусть теперь скорость полета уменьшилась на величину ΔV. Для сохранения горизонтального полета летчик увеличивает угол атаки. Индуктивная составляющая лобового сопротивления возрастает, а профильное сопротивление самолета снижается. Возникает отрицательное ускорение: $\dot{V} < 0$, и самолет продолжает терять скорость полета.

Таким образом, на вторых режимах полет самолета неустойчив по воздушной скорости и для сохранения скорости горизонтального полета необходимо активное вмешательство летчика в управление тягой двигателя.

Управление скоростью полета на вторых режимах является более сложным, чем управление скоростью полета на первых режимах. Для того чтобы увеличить скорость полета, летчик должен уве-

личить тягу двигателей, передвигая РУД вперед. Возникают положительный избыток тяги: $P_р - X_a > 0$ и положительное ускорение: $\dot{V} > 0$. После достижения заданной скорости избыток тяги остается положительным и даже возрастает по величине. Поэтому следует уменьшить тягу двигателей, передвинув РУД назад. Для уменьшения скорости полета сохраняются все описанные выше действия летчика, но выполняются они в обратном порядке.

Таким образом, управление скоростью самолета на вторых режимах является сложным и требует двойных движений РУДом, что приводит к увеличению нервно-физической нагрузки на летчика.

Граничная скорость $V_{гр}$, разделяющая первые и вторые режимы, меньше наивыгоднейшей скорости полета $V_{нв}$. Для самолетов с ТРДД $V_{гр}$ по величине близка к $V_{нв}$, а для самолетов с ТВД — к экономической скорости $V_{эк}$. Вторые режимы полета не удовлетворяют требованиям безопасности полетов. Горизонтальный полет, как правило, выполняется на первых режимах полета. На практике по соображениям безопасности полетов принимают $V_{гр} = V_{нв}$. Использование механизации крыла существенно сдвигает граничную скорость $V_{гр}$ в сторону меньших скоростей полета. Для сверхзвуковых самолетов не всегда можно указать граничную скорость $V_{гр}$. Это обусловлено сложной зависимостью располагаемой тяги от числа Маха M в области сверхзвуковых скоростей полета. На рис. 3.9 показана возможная качественная зависимость $P_р(M)$ для сверхзвуковых самолетов.

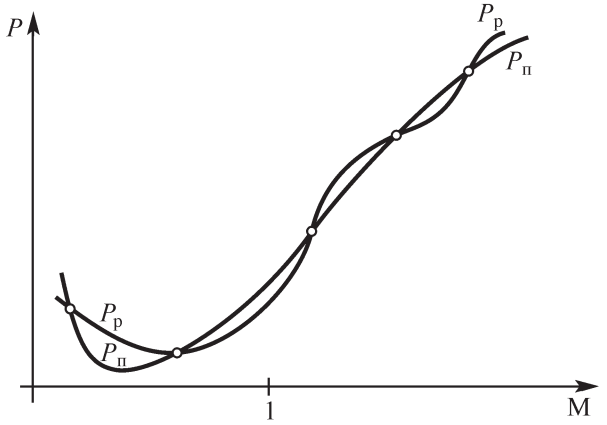


Рис. 3.9. К определению первых и вторых режимов полета сверхзвукового самолета

Видно, первые и вторые режимы на сверхзвуковых скоростях полета могут чередоваться. Признаком первого или второго режима полета служит знак производной избытка тяги по числу Маха. На первых режимах полета выполняется условие $\left.\frac{\partial(P_{\text{р}} - X_a)}{\partial \text{M}}\right|_{H=\text{const}} < 0$, а на вторых режимах — условие $\left.\frac{\partial(P_{\text{р}} - X_a)}{\partial \text{M}}\right|_{H=\text{const}} > 0$.

3.4. ВЛИЯНИЕ ЭКСПЛУАТАЦИОННЫХ ФАКТОРОВ НА ДИАПАЗОН СКОРОСТЕЙ ПОЛЕТА

Рассмотрим влияние высоты полета, массы самолета и температуры наружного воздуха на диаграмму потребной и располагаемой тяг (мощностей). Перечисленные факторы оказывают непосредственное влияние на ЛТХ самолета в процессе его эксплуатации.

Влияние высоты полета. Изменение высоты полета влечет изменение параметров атмосферы: температуры, плотности и давления. Значения этих параметров влияют как на потребную, так и на располагаемую тяги двигателя.

Располагаемая тяга ТРДД пропорциональна величине $\frac{p_H}{p_0}\left(\frac{T_0}{T_H}\right)^m$, где p_H, p_0 — атмосферное давление на высоте полета H и на уровне моря соответственно; T_H, T_0 — температура атмосферы на высоте полета и на уровне моря соответственно; m — показатель, зависящий от степени двухконтурности двигателя. С увеличением высоты полета давление p_H снижается; температура T_H снижается до высоты 11 км и остается постоянной на высотах 11...25 км. Снижение давления приводит к уменьшению располагаемой тяги, а снижение температуры — к увеличению располагаемой тяги. Однако определяющим фактором является снижение давления p_H. Поэтому с увеличением высоты располагаемая тяга снижается, причем наиболее интенсивно на высотах $H > 11$ км. Высотно-скоростные характеристики двигателей ТРДД и ТВД показывают, что с увеличением высоты полета располагаемая тяга $P_{\text{р}}$ и располагаемая мощность $N_{\text{р}}$ снижаются.

В целях упрощения качественного анализа пренебрежем влиянием сжимаемости воздуха на аэродинамические характеристики

самолета. Это предположение вполне приемлемо в диапазоне чисел М полета, меньших критического числа Маха $M_{кр}$.

Формула (3.5) показывает, что значение потребной тяги $P_{п}$ не зависит от высоты полета, так как ни вес самолета, ни его аэродинамическое качество не зависят от высоты полета. Рассмотрим, как влияет высота полета на наивыгоднейшую скорость $V_{нв}$ установившегося горизонтального полета. Найдем $V_{нв}$ для высот полета H_1 и H_2 таких, что $H_1 < H_2$:

$$V_{нв}(H_1) = \sqrt{\frac{2mg}{c_{ya\,нв}\rho(H_1)S}};\quad V_{нв}(H_2) = \sqrt{\frac{2mg}{c_{ya\,нв}\rho(H_2)S}}.$$

Разделив $V_{нв}(H_2)$ на $V_{нв}(H_1)$, получим

$$V_{нв}(H_2) = V_{нв}(H_1)\sqrt{\frac{\rho(H_1)}{\rho(H_2)}}.$$

С увеличением высоты полета плотность атмосферы уменьшается: $\rho(H_1) > \rho(H_2)$, поэтому наивыгоднейшая скорость полета $V_{нв}$ с увеличением высоты возрастает пропорционально $\sqrt{\rho(H_1)/\rho(H_2)}$. Следовательно, все точки кривой потребной тяги с увеличением высоты полета смещаются вправо в сторону бóльших скоростей полета. Смещение кривой потребной тяги вправо сопровождается различной ее деформацией на скоростях полета $V < V_{нв}$ и $V > V_{нв}$. При одной и той же скорости полета с увеличением высоты профильное сопротивление уменьшается пропорционально $\rho(H)$, а индуктивное сопротивление возрастает обратно пропорционально $\rho(H)$. На скоростях полета $V < V_{нв}$ определяющим является индуктивная составляющая лобового сопротивления. Поэтому кривая потребной тяги при $V < V_{нв}$ с увеличением высоты имеет более крутой наклон. На скоростях полета $V > V_{нв}$ определяющим является профильное сопротивление. Кривая потребной тяги при $V > V_{нв}$ с увеличением высоты уменьшает наклон и как бы распрямляется. На рис. 3.10 показаны кривые потребных и располагаемых тяг для высот полета H_1 и H_2.

Потребная мощность $N_{п} = P_{п}V$ изменяется с высотой полета пропорционально скорости полета. Следовательно, кривая $N_{нв} = P_{п\,min}V_{нв}$ сместится в сторону бóльших скоростей и вверх пропорционально величине $\sqrt{\rho(H_1)/\rho(H_2)}$ (рис. 3.11). Характер и

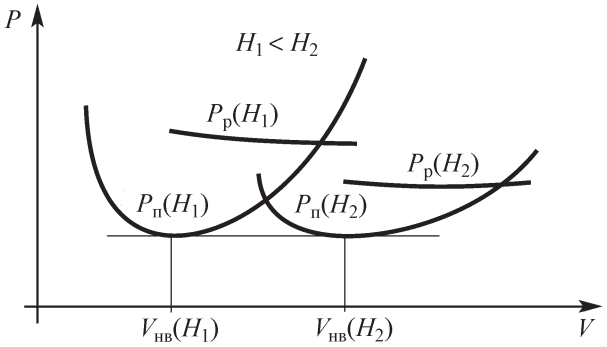


Рис. 3.10. Влияние высоты полета на потребную и располагаемую тяги

причины деформации кривой мощности на скоростях полета $V < V_{\text{нв}}$ и $V > V_{\text{нв}}$ совпадают с рассмотренными выше для деформации кривой потребной тяги.

Таким образом, с увеличением высоты полета $V_{\min\ \text{доп}}$ ($M_{\min\ \text{доп}}$) возрастает; диапазон скоростей полета смещается вправо; $V_{\max\ \text{доп}}$ ($M_{\max\ \text{доп}}$) для малых высот возрастает, а затем начиная с некоторой высоты из-за влияния эксплуатационных факторов начинает уменьшаться. Поэтому диапазон скоростей полета на малых высотах меняется относительно слабо, однако на больших высотах он начинает быстро сужаться.

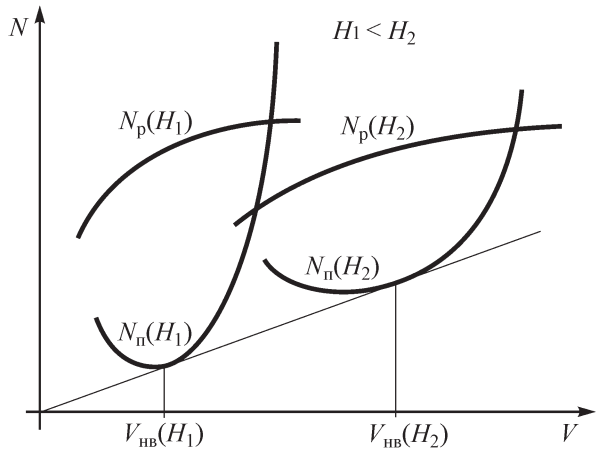


Рис. 3.11. Влияние высоты полета на потребную и располагаемую мощности

Как видно из рис. 3.10, 3.11, с увеличением высоты полета кривые располагаемых тяги и мощности опускаются. На какой-то высоте полета H кривая располагаемой тяги (мощности) коснется кривой потребной тяги (мощности) только в одной точке. Эта высота является предельной высотой установившегося горизонтального полета при максимально допустимом режиме работы двигателя и называется теоретическим потолком самолета $H_т$.

На высоте $H_т$ избыток тяги (мощности) равен нулю и установившийся горизонтальный полет возможен только на одной скорости. Такой скоростью является для дозвуковых самолетов с ТРДД $V_{\min\,доп} = V_{\max\,доп} \approx V_{нв}$, для самолетов с ТВД $V_{\min\,доп} = V_{\max\,доп} \approx V_{эк}$.

Из-за особенностей высотно-скоростных характеристик двигателей самолеты с ТРДД имеют бóльшую высоту теоретического потолка, чем самолеты с ТВД.

Влияние температуры воздуха. Рассмотрим установившийся горизонтальный полет при постоянном давлении p_H на высоте полета H и влияние температуры окружающего воздуха на диаграммы потребных тяг и мощностей.

Значение располагаемой тяги $P_р$ пропорционально величине $\left(\frac{1}{T_H}\right)^m$, и повышение температуры окружающего воздуха уменьшает располагаемую тягу (мощность). Кривые располагаемой тяги (мощности) опускаются при увеличении температуры T_H. С другой стороны, значение потребной тяги, вычисленное по формуле (3.5), от температуры наружного воздуха T_H не зависит. Однако, как следует из уравнения состояния идеального газа

$$\frac{p_H}{\rho(H)} = gRT_H,$$

плотность $\rho(H)$ уменьшается обратно пропорционально T_H. Поэтому значения температур и плотностей идеального газа при постоянном давлении p_H (полет на постоянной барометрической высоте) связаны между собой соотношением

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{\rho_1}{\rho_2},$$

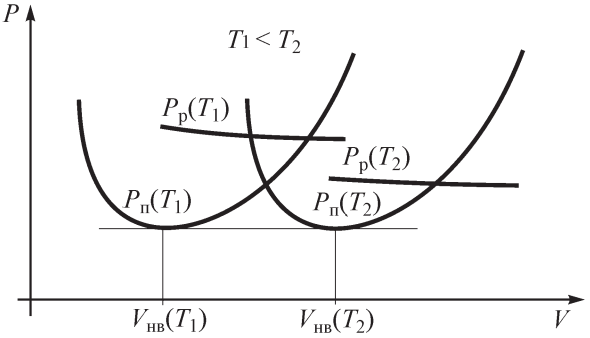


Рис. 3.12. Влияние температуры окружающего воздуха на потребную и располагаемую тяги

где нижние индексы «1» и «2» указывают на то, что рассматриваются две различные температуры. Пусть для определенности $T_2 > T_1$, тогда $\rho_2 < \rho_1$. Как было показано выше, между наивыгоднейшими скоростями при различных плотностях существует зависимость

$$V_{нв2} = V_{нв1}\sqrt{\frac{\rho_1}{\rho_2}}.$$

Таким образом, с увеличением температуры окружающего воздуха наивыгоднейшая скорость $V_{нв}$ возрастает. Кривая потребной тяги при увеличении температуры окружающего воздуха смещается в сторону бóльших скоростей полета (рис. 3.12). Потребная мощность возрастает и смещается в сторону бóльших скоростей полета (рис. 3.13).

Снижение располагаемой тяги (мощности) вследствие повышения температуры окружающего воздуха приводит к уменьшению теоретического потолка $H_т$. На практике принимают, что увеличение температуры окружающего воздуха на 1 °С уменьшает теоретический потолок на 50...60 м.

Влияние массы самолета. Располагаемая тяга (мощность) от массы самолета не зависит. Поэтому влияние массы самолета на ЛТХ будет определяться только через ее влияние на потребную тягу (мощность). Аэродинамические характеристики также не зависят от массы самолета.

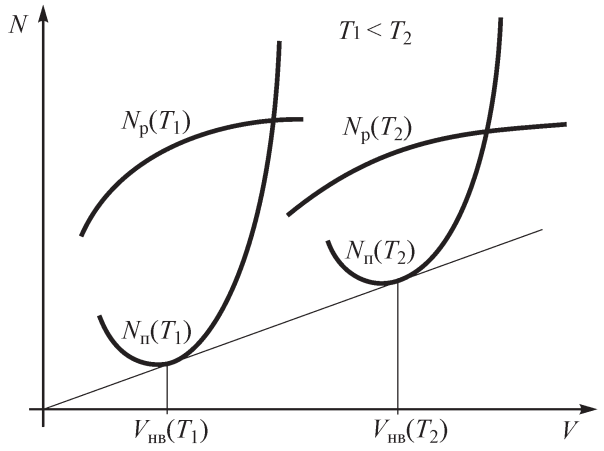


Рис. 3.13. Влияние температуры окружающего воздуха на потребную и располагаемую мощности

Формула (3.5) показывает, что с увеличением массы самолета возрастает и потребная тяга. Пусть $P_{п1}$, $P_{п2}$ — потребные тяги самолетов массами m_1 и m_2 соответственно и пусть для определенности $m_1 < m_2$. Тогда из формулы (3.5) следует выражение

$$P_{п2} = P_{п1} \frac{m_2}{m_1}.$$

Таким образом, изменение потребной тяги прямо пропорционально отношению масс m_2 / m_1.

Для оценки влияния массы самолета на положение кривой потребной тяги по скорости полета будем считать, что изменяется только масса самолета, а все остальные параметры остаются неизменными. Тогда из условия равенства подъемной силы и веса самолета получим

$$V_2 = V_1 \sqrt{\frac{m_2}{m_1}},$$

где V_1, V_2 — скорости полета самолетов массами m_1 и m_2 соответственно.

Следовательно, с ростом массы самолета кривая потребной тяги смещается в сторону бóльших скоростей полета и тяга возрастает.

В случае квадратичной поляры самолета выражение для потребной тяги показывает, что изменение потребной тяги с изменением массы обусловлено изменением только индуктивной составляющей лобового сопротивления. Профильное сопротивление самолета от его массы не зависит. Индуктивное сопротивление с увеличением массы самолета возрастает прямо пропорционально величине

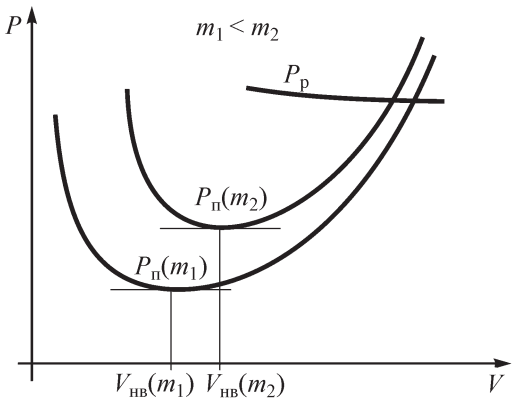


Рис. 3.14. Влияние массы самолета на потребную и располагаемую тяги

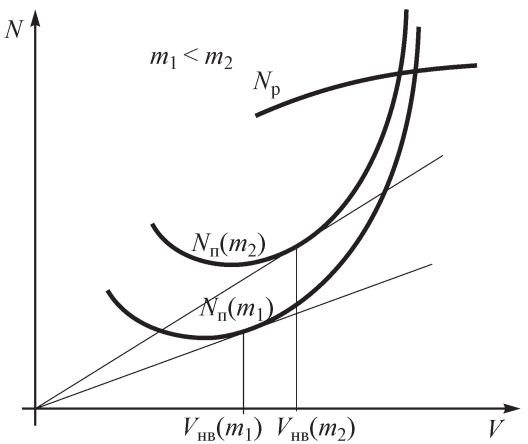


Рис. 3.15. Влияние массы самолета на потребную и располагаемую мощности

$(m_2 / m_1)^2$. Например, увеличение массы самолета на 10 % приводит к росту индуктивного сопротивления примерно на 20 % при одних и тех же условиях полета.

Кривая потребной мощности смещается вправо по оси скорости пропорционально $\sqrt{\frac{m_2}{m_1}}$ и вверх по величине пропорционально $\frac{m_2}{m_1}\sqrt{\frac{m_2}{m_1}}$.

На рис. 3.14 и рис. 3.15 показано влияние увеличения массы самолета на кривые потребных тяг и мощностей.

3.5. ПОСТРОЕНИЕ ОБЛАСТИ РАСПОЛАГАЕМЫХ ВЫСОТ И СКОРОСТЕЙ УСТАНОВИВШЕГОСЯ ГОРИЗОНТАЛЬНОГО ПОЛЕТА

Диаграммы располагаемых и потребных тяг (мощностей) дают возможность построить область режимов полета, которая называется областью располагаемых скоростей и высот установившегося горизонтального полета самолета. Эта область строится на плоскости (V, H) либо (M, H). Необходимые расчеты выполняются в следующей последовательности.

1. Задаются весом самолета G.

2. Строят сетку кривых потребных и располагаемых тяг (мощностей) для различных высот полета.

3. Для каждой высоты полета H определяют $V_{\min}$ $(\mathrm{M}_{\min})$ и $V_{\max}$ $(\mathrm{M}_{\max})$ как левые и правые точки пересечения кривых потребных и располагаемых тяг (мощностей).

4. Для каждой высоты полета H определяют $V_{\min\,доп}$ $(\mathrm{M}_{\min\,доп})$ и $V_{\max\,доп}$ $(\mathrm{M}_{\max\,доп})$ как наименьшие и наибольшие скорости установившегося горизонтального полета с учетом всех эксплуатационных ограничений.

5. Для каждой высоты полета H скорости $V_{\min}$ $(\mathrm{M}_{\min}), V_{\max}$ $(\mathrm{M}_{\max})$, $V_{\min\,доп}$ $(\mathrm{M}_{\min\,доп})$ и $V_{\max\,доп}$ $(\mathrm{M}_{\max\,доп})$ наносят на плоскости (V, H) либо (M, H) и соединяют полученные точки плавной кривой.

Полученные области высот и скоростей установившегося горизонтального полета для дозвукового и сверхзвукового самолетов имеют вид, показанный на рис. 3.16 и рис. 3.17.

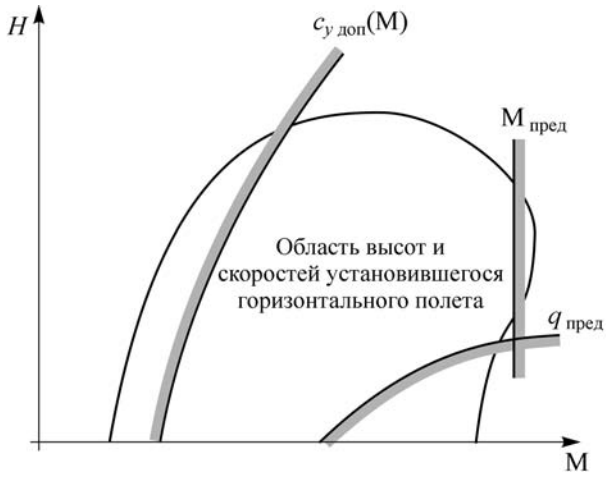


Рис. 3.16. Область располагаемых высот и скоростей полета дозвукового самолета

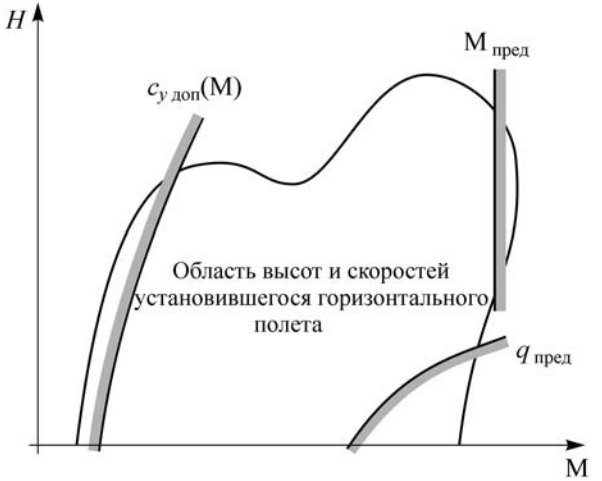


Рис. 3.17. Область располагаемых высот и скоростей полета сверхзвукового самолета

Все эксплуатационные ограничения на режимы полета, которые наносятся на плоскость (V, H) либо (M, H), обязательно надписываются. Надписи на ограничениях указывают на причину введения данного ограничения.

3.6. УСТАНОВИВШИЕСЯ НАБОР ВЫСОТЫ И СНИЖЕНИЕ

Набор высоты и снижение являются важнейшими этапами полета любого самолета. Установившийся набор высоты и снижение выполняются по прямолинейным траекториям с постоянной скоростью полета: $V = \text{const}$.

Анализ полета самолета на траекториях набора и снижения дает возможность определить основные характеристики такого движения: потребную тягу (мощность) и скорость полета; вертикальную скорость набора высоты или снижения; максимальную высоту полета; дальность и расход топлива; время полета, необходимое для набора заданной высоты. Качественный анализ характеристик набора высоты обычно проводят упрощенным методом тяг.

Установившийся набор высоты. Движение самолета на траектории набора высоты происходит под действием сил, показанных на рис. 3.18.

Проецируя силы, действующие на самолет, на оси траекторной системы координат и пренебрегая влиянием угла атаки на величину

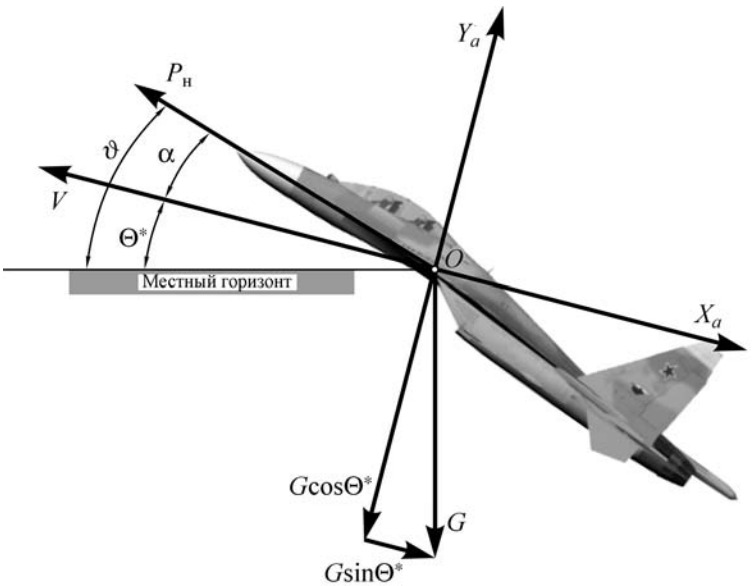


Рис. 3.18. Схема сил, действующих на самолет на траектории набора высоты

проекций тяги, получим выражения для потребной тяги для набора высоты $P_{\text{н}}$ и подъемной силы

$$P_{\text{н}} = X_a + mg\sin\Theta^*;\ Y_a = mg\cos\Theta^*,$$

где звездочкой помечены параметры, относящиеся к установившемуся движению.

Предполагая, что самолет имеет квадратичную поляру (3.4), найдем скорость установившегося набора высоты $V_{\text{н}}$. Из условия равенства подъемной силы и проекции веса самолета на нормаль к траектории найдем коэффициент подъемной силы:

$$c_{ya} = \frac{\bar{p}_s}{q_{\text{н}}}\cos\Theta^*,$$

где $\bar{p}_s$ — удельная нагрузка на крыло; $q_{\text{н}}$ — скоростной напор на траектории установившегося набора высоты.

Подставляя формулу для c_{ya} в выражение (3.4), найдем коэффициент лобового сопротивления на траектории установившегося набора высоты:

$$c_{xa} = c_{x0} + B\left(\frac{\bar{p}_s}{q_{\text{н}}}\right)^2\cos^2\Theta^*.$$

Из условия равенства проекций сил на ось $OX_{\text{к}}$ траекторной системы координат получим

$$\bar{p}_{\text{н}} = c_{x0}\left(\frac{q_{\text{н}}}{\bar{p}_s}\right) + B\cos^2\Theta^*\left(\frac{\bar{p}_s}{q_{\text{н}}}\right) + \sin\Theta^*,$$

где $\bar{p}_{\text{н}}$ — тяговооруженность самолета на траектории набора высоты.

Решая это уравнение относительно $q_{\text{н}} / \bar{p}_s$, получим

$$\frac{q_{\text{н}}}{\bar{p}_s} = \frac{\bar{p}_{\text{н}} - \sin\Theta^*}{2c_{x0}}\left[1 \pm \sqrt{1 - \frac{1}{K^2_{\max}}\left(\frac{\cos\Theta^*}{\bar{p}_{\text{н}} - \sin\Theta^*}\right)^2}\right]$$

и затем вычислим скорость набора высоты $V_{\text{н}}$:

$$V_{\text{н}} = \sqrt{\frac{\bar{p}_s}{\rho(H)} \frac{\bar{p}_{\text{н}} - \sin\Theta^*}{2c_{x0}} \left[1 \pm \sqrt{1 - \frac{1}{K_{\max}^2} \left(\frac{\cos\Theta^*}{\bar{p}_{\text{н}} - \sin\Theta^*} \right)^2} \right]}. \quad (3.7)$$

Отсюда видно, что установившийся набор высоты может выполняться на двух различных скоростях, из которых бóльшая скорость соответствует первым, а меньшая — вторым режимам полета. По условиям безопасности набор высоты, как правило, выполняют на первых режимах полета.

Установившийся набор высоты возможен только в тех случаях, когда выполняются условия

$$\bar{p}_{\text{н}} > \sin\Theta^*; \; K_{\max}(\bar{p}_{\text{н}} - \sin\Theta^*) > \cos\Theta^*.$$

Для очень пологих траекторий набора высоты таких, что $\sin\Theta^* \approx \Theta^*$, $\cos\Theta^* \approx 1$, из второго выражения получим

$$\bar{p}_{\text{н}} > \Theta^* + \frac{1}{K_{\max}},$$

т.е. потребная тяговооруженность для набора высоты снижается с ростом максимального аэродинамического качества самолета.

На сравнительно пологих траекториях с малыми углами наклона траектории Θ^* с приемлемой для практики точностью можно считать $\cos\Theta^* \approx 1$ и, следовательно, $V_{\text{н}} \approx V_{\text{г.п}}$. Однако в установившемся горизонтальном полете со скоростью $V_{\text{г.п}}$ лобовое сопротивление X_a численно равно потребной тяге $P_{\text{п}}$. Поэтому можем записать, что

$$P_{\text{н}} = P_{\text{п}} + mg\sin\Theta^*. \quad (3.8)$$

Для анализа летно-технических характеристик самолета на траекториях набора высоты принимают потребную тягу $P_{\text{н}}$ равной располагаемой тяге $P_{\text{р}}$. Этот прием дает возможность связать анализ установившегося набора высоты со свойствами диаграммы потребных и располагаемых тяг (мощностей).

Выполняя в (3.8) замену $P_н$ на $P_р$, найдем угол наклона траектории установившегося набора высоты:

$$\sin\Theta^* = \frac{P_р - P_п}{mg}.$$

Таким образом, установившийся угол наклона траектории определяется избытком тяги $\Delta P = P_р - P_п$. Чем больше избыток тяги, тем по более крутой траектории самолет может набирать высоту. Наиболее крутой набор высоты выполняется на скорости полета, при которой избыток тяги ΔP максимален. Ее можно найти по диаграмме потребных и располагаемых тяг, мысленно переместив кривую располагаемой тяги вниз эквидистантно самой себе до касания с кривой потребной тяги (рис. 3.19). Эта скорость — граничная скорость $V_{гр}$, разделяющая первые и вторые режимы полета, т.е. наиболее крутой набор высоты должен выполняться на скорости, меньшей наивыгоднейшей скорости $V_{нв}$. Однако анализ первых и вторых режимов полета показал, что в качестве граничной скорости $V_{гр}$ следует принимать наивыгоднейшую скорость полета $V_{нв}$.

Установившемуся набору высоты соответствуют точки диаграммы потребных и располагаемых тяг, заключенные между кривыми располагаемой и потребной тяг.

По скорости полета и углу наклона траектории можно найти вертикальную скорость набора высоты V_y^*:

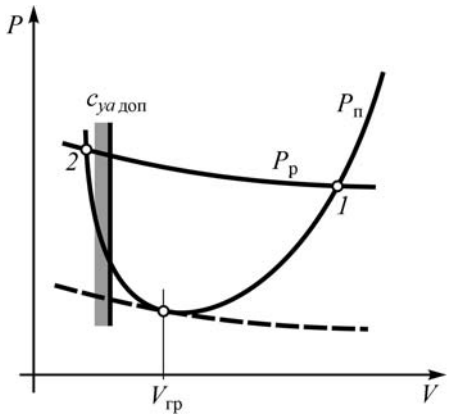


Рис. 3.19. К определению скорости полета для наиболее крутого набора высоты

$$V_y^* = V \sin\Theta^* = \frac{V(P_\text{р} - P_\text{п})}{mg}. \qquad (3.9)$$

Скорость V_y^* определяет скороподъемность самолета. Формула (3.9) показывает, что скороподъемность самолета определяется избытком мощности $\Delta N = V(P_\text{р} - P_\text{п})$ и не зависит от типа двигателя. Наибольшая скороподъемность V_y^* достигается на скорости полета $V_\text{нв.н}$, на которой избыток мощности ΔN максимален. Скорость $V_\text{нв.н}$ называется наивыгоднейшей скоростью набора высоты. Скорость $V_\text{нв.н}$ можно отыскать по диаграмме потребных и располагаемых мощностей, мысленно переместив кривую располагаемой мощности вниз эквидистантно самой себе до касания с кривой потребной мощности (рис. 3.20).

Анализ скороподъемности самолета на фиксированной высоте полета удобно выполнять с помощью диаграммы скоростей. Диаграмма скоростей строится на плоскости (V, V_y^*) и для дозвукового самолета имеет вид, показанный на рис. 3.21. Расчет диаграммы скоростей выполняется в следующей последовательности.

1. По диаграмме потребных и располагаемых тяг, построенной для определенной высоты полета, определяют избыток тяги для всех скоростей из интервала $V_\text{min доп} \le V \le V_\text{max доп}$.

2. По формуле (3.9) вычисляют скороподъемность самолета V_y^* как функцию скорости полета V.

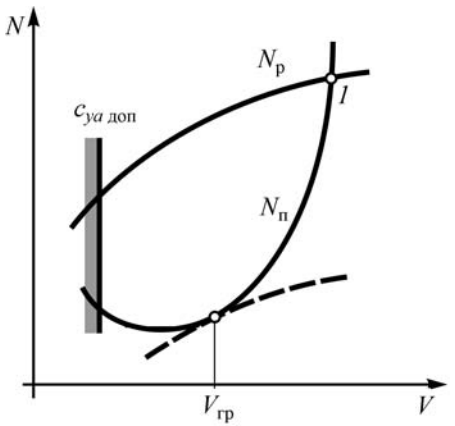


Рис. 3.20. К определению наивыгоднейшей скорости полета набора высоты

3. На плоскости (V, V_y^*) строят диаграмму скоростей.

На диаграмме скоростей можно выделить следующие точки:

1 — режим полета со скороподъемностью $V_{y\max}^*$ на наивыгоднейшей скорости набора высоты $V_{\text{нв.н}}$;

2 — режим полета по наиболее крутой траектории набора высоты со скороподъемностью $V_{y\Theta}^*$ и скоростью полета $V_\Theta \approx V_{\text{нв}}$.

Наибольший угол наклона траектории $\Theta_{\max}^*$ установившегося набора высоты можно определить по диаграмме скоростей как угол наклона прямой, проведенной из начала координат до касания с диаграммой скоростей.

Из диаграммы скоростей следует, что наивыгоднейшая скорость набора высоты больше наивыгоднейшей скорости установившегося горизонтального полета: $V_{\text{нв.н}} > V_{\text{нв}}$ и $\Theta_{\text{нв.н}}^* < \Theta_{\max}^*$. Расчеты показывают, что для самолетов с ТВД наивыгоднейшая скорость набора высоты близка к наивыгоднейшей скорости установившегося горизонтального полета: $V_{\text{нв.н}} \approx V_{\text{нв}}$. Диаграмма скоростей также показывает, что набор высоты можно выполнять при любом угле наклона траектории $\Theta^* < \Theta_{\max}^*$. Однако при этом необходимо учитывать возможность попадания на вторые режимы полета. Рассмотрим набор высоты на режимах полета, отмеченных на рис. 3.21 точками *1* и *2*. Набор высоты на режиме полета в точке *1* выполняется на ско-

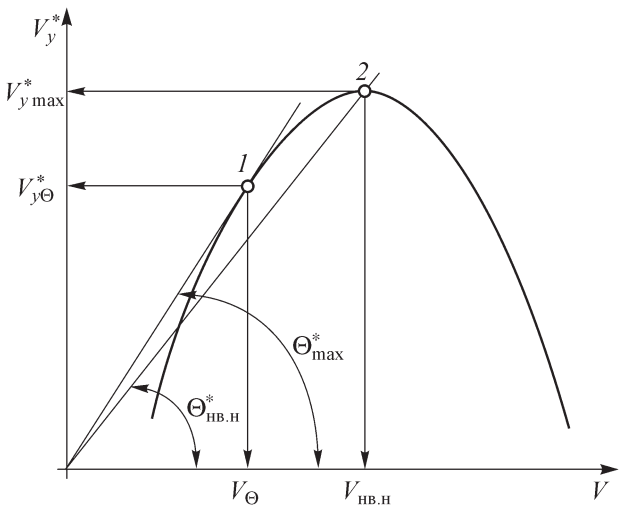


Рис. 3.21. Диаграмма скоростей в анализе скороподъемности дозвукового самолета

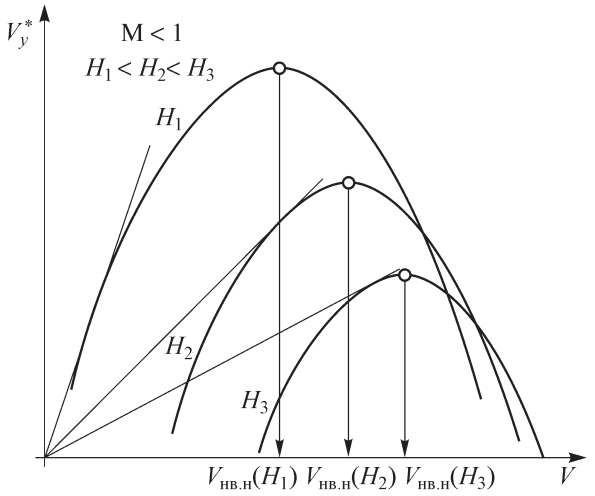


Рис. 3.22. Влияние высоты полета на диаграмму скоростей дозвукового самолета

рости V_{Θ}, которая меньше наивыгоднейшей скорости $V_{нв}$ и лежит в области вторых режимов полета. Набор высоты на режиме полета в точке *2* выполняется на скорости $V_{нв.н}$, которая больше наивыгоднейшей скорости $V_{нв}$ и лежит в области первых режимов полета. Область первых режимов — это область устойчивых по скорости полета режимов, где не требуется постоянного вмешательства пилота в управление скоростью самолета.

Рассмотрим влияние на диаграмму скоростей высоты полета. Выше было установлено, что с увеличением высоты полета наивыгоднейшая скорость $V_{нв}$ смещается вправо по оси скорости в сторону бóльших значений. С ростом высоты располагаемая тяга также снижается и избыток тяг уменьшается. Следовательно, скороподъемность $V^*_{y\,max}$ уменьшается. Совокупность этих факторов приводит к тому, что диаграмма скоростей смещается в сторону бóльших скоростей полета и значения V_y^* уменьшаются (рис. 3.22).

На рис. 3.22 видно, что с увеличением высоты полета угол наклона наиболее крутой траектории уменьшается: $\Theta^*_{max\,1} > \Theta^*_{max\,2}$, а скорость полета возрастает: $V_{нв.н1} < V_{нв.н2}$. Анализ влияния температуры окружающего воздуха и массы самолета на характеристики траектории набора высоты показывает, что увеличение температуры окружающего воздуха и массы самолета снижают его скороподъемность.

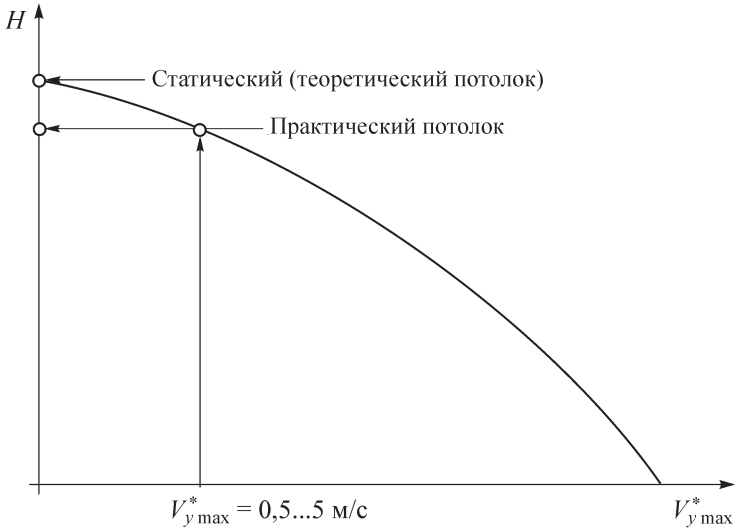


Рис. 3.23. К определению статического и практического потолков самолета

Построив сетку диаграмм скоростей для различных высот полета, можно определить зависимость максимальной скорости набора высоты от высоты полета $V^*_{y\,\max}(H)$. Эта зависимость называется характеристикой скороподъемности самолета. По характеристике скороподъемности $V^*_{y\,\max}(H)$ можно уточнить теоретический потолок самолета $H_т$ и вычислить время набора $t_{нв}$ заданной высоты полета. Для определения теоретического потолка самолета $H_т$ на плоскости $(V^*_{y\,\max}, H)$ строят график $H(V^*_{y\,\max})$ (рис. 3.23).

На теоретическом потолке скороподъемность $V^*_{y\,\max}(H_т) = 0$. На этой высоте возможен только горизонтальный полет со скоростью $V_{г.п}(H_т)$.

Диаграмма скоростей для сверхзвукового самолета имеет свои особенности, которые обусловлены характером изменения потребных и располагаемых тяг (см. рис. 3.9). В общем случае диаграмма скоростей сверхзвукового самолета имеет вид, показанный на рис. 3.24. Видно, что у сверхзвукового самолета имеются два режима полета, на которых достигается наибольшая скороподъемность: дозвуковой и сверхзвуковой. Влияние на диаграмму скоростей высоты полета, температуры окружающего воздуха и массы самолета сохраняется и имеет тот же характер, что и для дозвукового самолета.

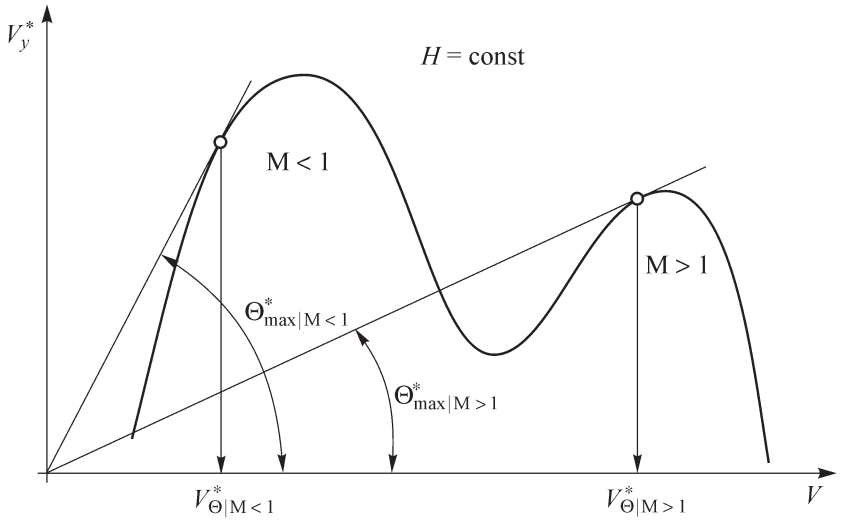


Рис. 3.24. Диаграмма скоростей при анализе скороподъемности сверхзвукового самолета

Сетка диаграмм скоростей для сверхзвукового самолета показана на рис. 3.25.

На малых высотах полета наибольшая скороподъемность достигается на дозвуковых скоростях полета. С увеличением высоты полета $V^*_{y\,\max}|_{M<1}$ переходит в $V^*_{y\,\max}|_{M>1}$. На некоторой высоте полета $H_м$ эти величины становятся равными:

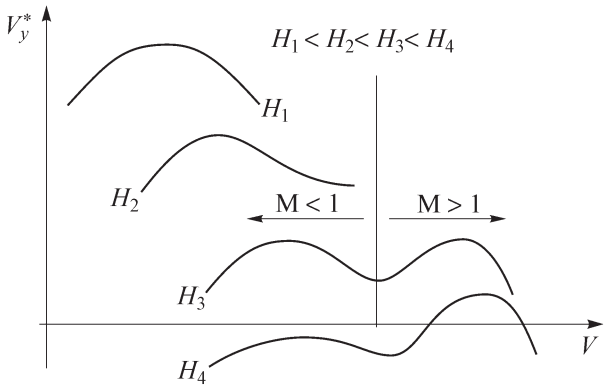


Рис. 3.25. Влияние высоты полета на диаграмму скоростей сверхзвукового самолета

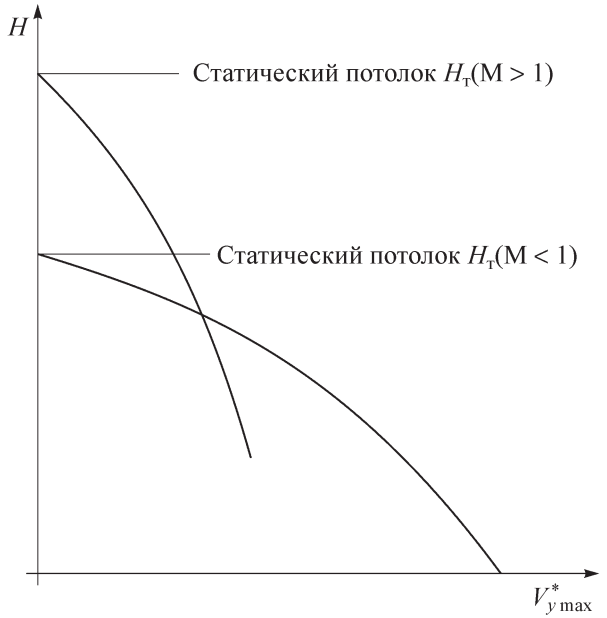


Рис. 3.26. К определению статического потолка сверхзвукового самолета

$V^*_{y\,max}(H_м)|_{M<1} = V^*_{y\,max}(H_м)|_{M>1}$. Следовательно, для установившегося набора высоты с максимальной скороподъемностью сначала следует набирать высоту на дозвуковой скорости, затем на высоте $H_м$ в горизонтальном полете разогнаться до сверхзвуковой скорости $V_{нв.н}(H_м)$, на которой достигается скороподъемность $V^*_{y\,max}(H_м)|_{M>1}$, и продолжать набор высоты на сверхзвуковой скорости. На рис. 3.26 показана программа набора высоты для сверхзвукового самолета.

Сетка диаграмм скоростей сверхзвукового самолета показывает, что сверхзвуковой самолет имеет два теоретических потолка $H_т$: на дозвуковых и сверхзвуковых скоростях полета (см. рис. 3.26).

Время $t_{н.в}$, необходимое для установившегося набора высоты от H_1 до H_2, определяется очевидным образом:

$$t_{н.в} = \int_{H_1}^{H_2} \frac{dH}{V^*_y}. \qquad (3.10)$$

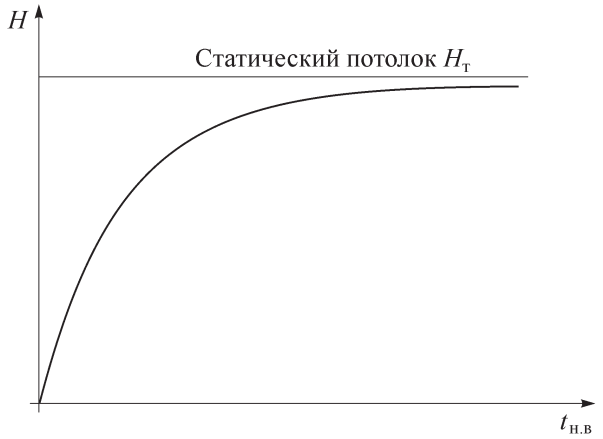


Рис. 3.27. Барограмма набора высоты

Интеграл вычисляют численным методом по известной зависимости $V_y^*(H)$, найденной по сетке диаграмм скоростей. Зависимость $t_{н.в}(H)$ называется барограммой набора высоты. Барограмма набора высоты имеет вид, показанный на рис. 3.27.

Поскольку $V_y^* \to 0$ при $H \to H_т$, то из выражения (3.10) следует, что время набора высоты теоретического потолка $t_{н.в} \to \infty$. Другими словами, теоретический потолок $H_т$ самолета в установившемся наборе высоты недостижим. Поэтому наряду с понятием теоретического потолка $H_т$ вводят понятие практического потолка $H_{пр}$. Практическим потолком $H_{пр}$ называется высота полета, на которой максимальная вертикальная скорость не больше заданной: $V_{y\,max}^* \le V_{y\,п.п}^*$. На рис. 3.23 показано отличие практического потолка самолета от теоретического.

Обычно для дозвуковых самолетов принимают

$$V_{y\,п.п}^* = \begin{cases} 5\ \text{м/с} & \text{для легких самолетов;} \\ 0{,}5\ \text{м/с} & \text{для тяжелых самолетов.} \end{cases}$$

Для сверхзвуковых самолетов $V_{y\,п.п}^*$ составляет 2...3 % от $V_{y\,max}^*$ при $H = 0$.

Расход топлива $m_т$ на траектории установившегося набора высоты от H_1 до H_2 определяется решением следующей системы дифференциальных уравнений:

$$\frac{dm_{\text{т}}}{dt} = \frac{P_{\text{р}} C_e}{3600};$$

$$\frac{dH}{dt} = V_y^*,$$

где C_e — удельный расход топлива, является характеристикой двигателя.

Разделив первое уравнение на второе и проинтегрировав в пределах от H_1 до H_2, получим

$$m_{\text{т}} = \int_{H_1}^{H_2} \frac{P_{\text{р}} C_e}{3600 V_y^*} dH.$$

Интеграл вычисляется численными методами. Для определения расхода топлива необходимо знать высотно-скоростные характеристики двигателей.

Установившееся снижение самолета. Движение самолета на траектории снижения происходит под действием сил, показанных на рис. 3.28.

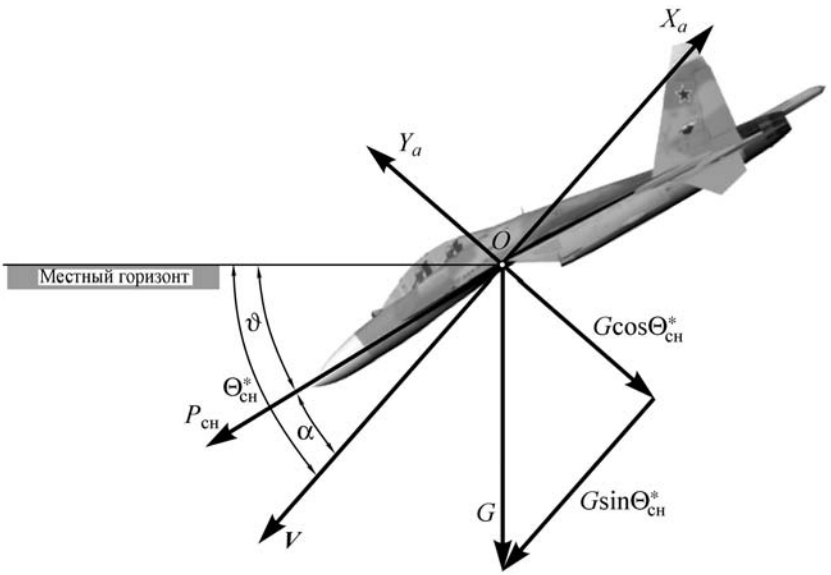


Рис. 3.28. Схема сил, действующих на самолет на траектории снижения

Проецируя силы, действующие на самолет, на оси траекторной системы координат, получим выражения для потребной при снижении тяги $P_{\text{сн}}$ и подъемной силы

$$\begin{aligned} P_{\text{сн}} \cos\alpha &= X_a + mg \sin\Theta^*_{\text{сн}}; \\ P_{\text{сн}} \sin\alpha + Y_a &= mg \cos\Theta^*_{\text{сн}}, \end{aligned} \tag{3.11}$$

где, как и раньше, звездочкой отмечены параметры, относящиеся к установившемуся движению.

Выражения (3.11) могут быть представлены в виде одного уравнения относительно потребной тяги $P_{\text{сн}}$:

$$P_{\text{сн}} \left(\cos\alpha + \frac{\sin\alpha}{K} \right) = mg \left(\sin\Theta^*_{\text{сн}} + \frac{\cos\Theta^*_{\text{сн}}}{K} \right).$$

Как правило, на траекториях установившегося снижения углы атаки невелики и можно принять

$$\cos\alpha \approx 1; \ \sin\alpha \approx \alpha; \ \alpha / K << 1.$$

Эти приближенные выражения равносильны допущению, что можно пренебречь влиянием угла атаки на величину проекций тяги $P_{\text{сн}}$ на оси траекторной системы координат $OX_{\text{к}} Y_{\text{к}} Z_{\text{к}}$. Поэтому выражение для потребной тяги $P_{\text{сн}}$ примет вид

$$P_{\text{сн}} = mg \left(\sin\Theta^*_{\text{сн}} + \frac{\cos\Theta^*_{\text{сн}}}{K} \right). \tag{3.12}$$

Избыток тяги на траектории установившегося снижения

$$\Delta P_{\text{сн}} = P_{\text{сн}} - P_{\text{п}} = mg \left(\sin\Theta^*_{\text{сн}} - \frac{1 - \cos\Theta^*_{\text{сн}}}{K} \right).$$

Так как на траектории снижения $\Theta^*_{\text{сн}} < 0$, то $\Delta P_{\text{сн}} < 0$. На диаграмме потребных и располагаемых тяг (мощностей) область режимов установившегося снижения составляют точки, расположенные ниже кривой потребной тяги (мощности) горизонтального полета.

На траектории снижения наименьшая потребная тяга $P_{\text{сн}} = 0$. Если снижение выполняется с тягой $P_{\text{сн}} = 0$ или близкой к нулю (на-

пример, на режиме малого газа), то такое установившееся снижение называется планированием. В этом случае из уравнения (3.12) следует, что угол наклона траектории планирования $\Theta^*_{\text{пл}}$ и аэродинамическое качество связаны соотношением

$$\operatorname{tg}\Theta^*_{\text{пл}} = -\frac{X_a}{Y_a} = -\frac{1}{K}.$$

Таким образом, угол траектории планирования обратно пропорционален аэродинамическому качеству самолета. Наименьший угол планирования $\Theta^*_{\text{пл}}$ достигается при снижении на максимальном аэродинамическом качестве $K_{\max}$ и, следовательно, на наивыгоднейшем угле атаки $\alpha_{\text{нв}}$ и наивыгоднейшей скорости полета $V_{\text{нв}}$.

Вертикальная скорость снижения находится из очевидного кинематического соотношения

$$V^*_{y\,\text{сн}} = V \sin\Theta^*_{\text{сн}}.$$

Найдем зависимость вертикальной скорости снижения $V^*_{y\,\text{сн}}$ от скорости полета V. Пусть аэродинамические характеристики самолета определяются квадратичной полярой

$$c_{xa}(\alpha) = c_{x0}(\alpha) + Bc^2_{ya}(\alpha).$$

Умножим левую и правую части выражения (3.12) на скорость V и, принимая во внимание равенство

$$c_{ya}\frac{\rho V^2}{2}S = mg\cos\Theta^*_{\text{сн}},$$

получим формулы

$$V^*_{y\,\text{сн}} = V\overline{P}_{\text{сн}} - \frac{V\cos\Theta^*_{\text{сн}}}{K(V)};$$

$$\frac{1}{K(V)} = \frac{c_{x0}qS}{mg\cos\Theta^*_{\text{сн}}} + B\frac{mg\cos\Theta^*_{\text{сн}}}{qS},$$

где $\overline{P}_{\text{сн}} = P_{\text{сн}}/(mg)$ — тяговооруженность самолета на траектории снижения.

Объединяя эти формулы, получим

$$V^*_{y\,\text{сн}} = V\overline{P}_{\text{сн}} - \frac{c_{x0}\rho S}{2mg}V^3 - B\frac{2mg\cos^2\Theta^*_{\text{сн}}}{\rho S}\frac{1}{V}.$$

Обычно установившееся снижение выполняется на сравнительно пологих траекториях с малыми углами наклона траектории $\Theta^*_{\text{сн}}$. На таких траекториях с приемлемой для практики точностью можно считать $\cos\Theta^*_{\text{сн}} \approx 1$. Следовательно, зависимость вертикальной скорости снижения $V^*_{y\,\text{сн}}$ от скорости полета V можно записать в более простой форме:

$$V^*_{y\,\text{сн}} = V\overline{P}_{\text{сн}} - \frac{c_{x0}\rho S}{2mg}V^3 - B\frac{2mg}{\rho S}\frac{1}{V}.$$

Диаграмма скоростей на траектории установившегося снижения показана на рис. 3.29 для случаев снижения с тягой $P_{\text{сн}} > 0$ и планирования: $P_{\text{сн}} \approx 0$.

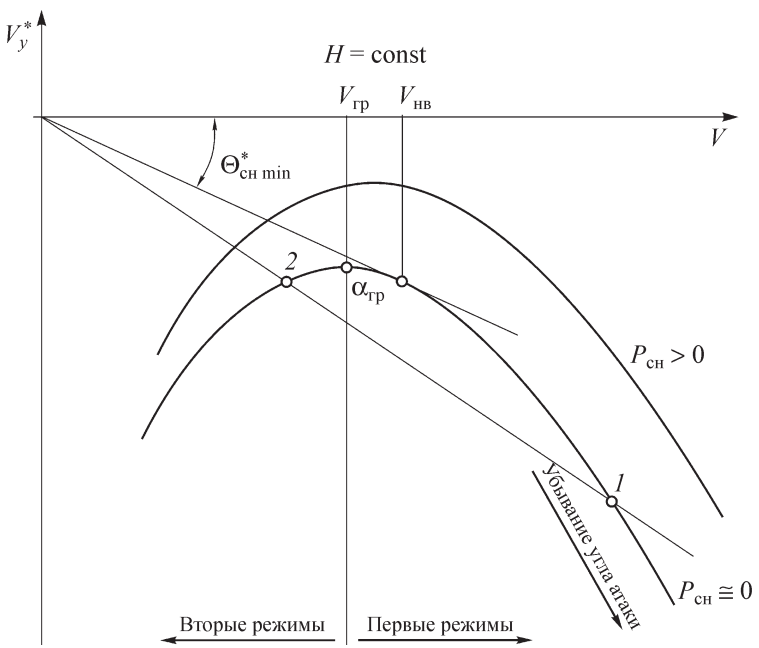


Рис. 3.29. Диаграмма скоростей на траектории снижения

Форма кривой $V^*_{y\,\text{сн}}(V)$ на траектории планирования ($P_{\text{сн}} \approx 0$) на малых скоростях полета определяется индуктивным сопротивлением и изменяется как $1/V$, а на больших скоростях полета определяется профильным сопротивлением и изменяется пропорционально V^3. В случае $P_{\text{сн}} > 0$ диаграмма $V^*_{y\,\text{сн}}(V)$ смещается вверх на величину $V\overline{P}_{\text{сн}}$ и происходит ее деформация. На малых скоростях полета форма кривой $V^*_{y\,\text{сн}}(V)$ меняется слабо, так как определяющим является индуктивное сопротивление. На больших скоростях полета кривая $V^*_{y\,\text{сн}}(V)$ немного распрямляется за счет влияния положительного слагаемого $V\overline{P}_{\text{сн}}$.

Можно выделить следующие режимы снижения самолета:

1. Режим полета с минимальной вертикальной скоростью снижения $V^*_{y\,\text{сн min}}$, который разделяет режимы снижения на первые и вторые. Полет выполняется на граничном угле атаки $\alpha_{\text{гр}}$.

2. Режим полета с минимальным углом наклона траектории снижения $\Theta^*_{\text{сн min}}$. На планировании этот режим соответствует полету с максимальным аэродинамическим качеством $K_{\max}$ и наивыгоднейшей скоростью $V_{\text{нв}}$.

Вертикальная скорость планирования на траекториях полета с малыми углами наклона траектории $\Theta^*_{\text{пл min}}$ (такими, что $\text{tg}\Theta^*_{\text{пл min}} \approx \approx \sin\Theta^*_{\text{пл min}}$) может быть вычислена по формуле

$$V^*_{y\,\text{сн}}\big|_{\Theta^*_{\text{пл min}}} = -\frac{V_{\text{нв}}}{K_{\max}}.$$

Зависимость $V^*_{y\,\text{сн}}(V)$ является нелинейной. Наименьший угол наклона траектории снижения $\Theta^*_{\text{сн min}}$ и соответствующую ему скорость снижения $V^*_{y\,\text{сн min}}$ можно найти по диаграмме скоростей как точку касания прямой, проведенной из начала координат до касания с диаграммой скоростей (см. рис. 3.29).

Если угол наклона траектории снижения больше минимального угла снижения $\Theta^*_{\text{сн min}}$, то снижение возможно на двух установившихся режимах полета: первом или втором (точки *1* и *2* на рис. 3.29). Полет на вторых режимах приводит к повышенной нервно-физической нагрузке пилота, так как он управляет самолетом, неустойчивым по скорости. Как первый, так и второй режимы полета являются равновесными.

Найдем граничную скорость полета $V_{\text{гр}}$, соответствующую абсолютной наименьшей скорости снижения $|V^*_{y\,\text{сн min}}|$ для самолета с квадратичной полярой на траектории планирования ($\overline{P}_{\text{сн}} \approx 0$). Из

уравнения $dV^*_{y\,\text{сн}} / dV = 0$ с учетом (3.6) после несложных преобразований, получим

$$V_{\text{гр}} = \frac{1}{\sqrt[4]{3}} V_{\text{нв}};\ c_{ya\,\text{гр}} = \sqrt{3} c_{ya\,\text{нв}}.$$

Отметим, что и набор высоты по наиболее крутой траектории, и планирование по наиболее пологой траектории выполняются при максимальном аэродинамическом качестве $K_{\max}$ и наивыгоднейшей скорости полета $V_{\text{нв}}$.

Предположим, что самолет имеет квадратичную поляру (3.4) и можно пренебречь влиянием угла атаки на проекции тяги, тогда установившаяся скорость снижения с учетом выражения (3.12) определяется по формуле

$$V_{\text{сн}} = \sqrt{\frac{\bar{p}_s}{\rho(H)} \frac{\bar{P}_{\text{сн}} - \sin\Theta^*}{2c_{x0}} \left[1 \pm \sqrt{1 - \frac{1}{K^2_{\max}} \left(\frac{\cos\Theta^*}{\bar{P}_{\text{сн}} - \sin\Theta^*} \right)^2} \right]},$$

где угол наклона траектории $\Theta^* < 0$.

Отсюда видно, что установившееся снижение может выполняться на двух различных скоростях, из которых бóльшая соответствует первым, а меньшая — вторым режимам полета. По условиям безопасности снижение, как правило, выполняют на первых режимах полета.

На траектории установившегося планирования ($\bar{P}_{\text{сн}} \approx 0$) формула для вычисления скорости планирования имеет вид

$$V_{\text{пл}} = \sqrt{\frac{\bar{p}_s}{\rho(H)} \frac{|\sin\Theta^*|}{2c_{x0}} \left[1 \pm \sqrt{1 - \left(\frac{K}{K_{\max}} \right)^2} \right]}. \qquad (3.13)$$

Таким образом, скорость установившегося планирования существенно зависит от отношения текущего аэродинамического качества к максимально возможному аэродинамическому качеству самолета.

Угол наклона траектории установившегося снижения определяется из условия постоянства скорости снижения, т.е. тангенциальная перегрузка n_{xa} должна быть равна $\sin\Theta^*_{\text{сн}}$:

$$\sin\Theta^{*}_{\text{сн}} = \frac{P_{\text{сн}} - X_a}{mg}. \qquad (3.14)$$

Установим возможные режимы установившегося снижения и их влияние на потребную тяговооруженность $\overline{P}_{\text{сн}}$ на траектории снижения.

Из условия равенства подъемной силы и проекции веса самолета на нормаль к траектории найдем скорость самолета на траектории снижения $V_{\text{сн}}$:

$$V_{\text{сн}} = \sqrt{\frac{2mg}{c_{ya\,\text{сн}}\rho(H)S}\cos\Theta^{*}_{\text{сн}}},$$

или

$$V_{\text{сн}} = V_{\text{г.п}}\sqrt{\frac{c_{ya\,\text{г.п}}}{c_{ya\,\text{сн}}}\cos\Theta^{*}_{\text{сн}}},$$

где $c_{ya\,\text{г.п}}$, $c_{ya\,\text{сн}}$ — аэродинамические коэффициенты подъемной силы в установившемся горизонтальном полете на высоте H и траектории снижения соответственно.

Отсюда видно, что возможны два различных режима установившегося снижения.

Снижение на скорости горизонтального полета: $V_{\text{сн}} = V_{\text{г.п}}$. Условием установившегося снижения на этом режиме является $c_{ya\,\text{сн}} = c_{ya\,\text{г.п}}\cos\Theta^{*}_{\text{сн}}$, т.е. снижение самолета выполняется при $c_{ya\,\text{сн}} < c_{ya\,\text{г.п}}$ и, следовательно, с меньшим индуктивным сопротивлением, чем в установившемся горизонтальном полете. Если горизонтальный полет и снижение самолета выполняются на первых режимах полета, то снижение самолета происходит с аэродинамическим качеством $K_{\text{сн}}$, меньшим, чем аэродинамическое качество в горизонтальном полете $K_{\text{г.п}}$, т.е. $K_{\text{сн}} < K_{\text{г.п}}$.

Снижение с аэродинамическим коэффициентом подъемной силы $c_{ya\,\text{сн}} = c_{ya\,\text{г.п}}$. В этом случае аэродинамическое качество в установившемся горизонтальном полете и на траектории снижения равны: $K_{\text{сн}} = K_{\text{г.п}}$, а скорость снижения определяется выражением

$$V_{\text{сн}} = V_{\text{г.п}}\sqrt{\cos\Theta^{*}_{\text{сн}}}.$$

На траектории установившегося снижения сила лобового сопротивления может быть вычислена по формулам

$$X_a = c_{xa}\frac{\rho V_{\text{сн}}^2}{2}S = c_{xa}\frac{\rho V_{\text{г.п}}^2}{2}S\cos\Theta^*_{\text{сн}} = P_{\text{п}}\cos\Theta^*_{\text{сн}} = P_{\text{п}}\sqrt{1-\sin^2\Theta^*_{\text{сн}}}.$$

Подставляя последнее выражение в формулу (3.14) и принимая во внимание, что $\frac{P_{\text{п}}}{mg} = \frac{1}{K}$, после разрешения относительно $\sin\Theta^*_{\text{сн}}$, получим

$$\sin\Theta^*_{\text{сн}} = \frac{P_{\text{сн}}}{mg}\frac{1}{1+\frac{1}{K^2}}\left\{1-\sqrt{1+\left(1+\frac{1}{K^2}\right)\left[\left(\frac{P_{\text{п}}}{P_{\text{сн}}}\right)^2-1\right]}\right\}. \quad (3.15)$$

Для самолетов на всех режимах полета характерно, что $1/K^2 << 1$. Поэтому формула (3.15) может быть записана значительно проще:

$$\sin\Theta^*_{\text{сн}} = \frac{P_{\text{сн}} - P_{\text{п}}}{mg},$$

т.е. в выражении (3.14) без большой погрешности можно заменить силу лобового сопротивления X_a потребной тягой $P_{\text{п}}$ горизонтального полета на скорости $V_{\text{г.п}}$.

Это выражение дает возможность вычислить угол наклона траектории установившегося снижения по известному значению избытка тяги.

Сравним потребную тяговооруженность на траекториях снижения с равными углами наклона для двух рассмотренных режимов полета. Следуя формуле (3.12), можно записать два соответствующих им выражения:

$$\overline{P}_{\text{сн}}\big|_{V_{\text{сн}}=V_{\text{г.п}}} = \sin\Theta^*_{\text{сн}} + \frac{\cos\Theta^*_{\text{сн}}}{K_{\text{сн}}};$$

$$\overline{P}_{\text{сн}}\big|_{c_{ya\,\text{сн}}=c_{ya\,\text{г.п}}} = \sin\Theta^*_{\text{сн}} + \frac{\cos\Theta^*_{\text{сн}}}{K_{\text{г.п}}}.$$

Вычитая одно из другого, получим

$$\overline{P}_{\text{сн}}\big|_{V_{\text{сн}}=V_{\text{г.п}}} - \overline{P}_{\text{сн}}\big|_{c_{ya\,\text{сн}}=c_{ya\,\text{г.п}}} = \left(\frac{1}{K_{\text{сн}}} - \frac{1}{K_{\text{г.п}}}\right)\cos\Theta^{*}_{\text{сн}}.$$

С учетом соотношения $K_{\text{сн}} < K_{\text{г.п}}$ (справедливого на первых режимах полета) получим, что $\overline{P}_{\text{сн}}\big|_{V_{\text{сн}}=V_{\text{г.п}}} > \overline{P}_{\text{сн}}\big|_{c_{ya\,\text{сн}}=c_{ya\,\text{г.п}}}$. Таким образом, потребная тяговооруженность на режиме снижения $V_{\text{сн}} = V_{\text{г.п}}$ больше потребной тяговооруженности на режиме снижения $c_{ya\,\text{сн}} = c_{ya\,\text{г.п}}$.

Глава 4
НЕУСТАНОВИВШИЕСЯ КВАЗИПРЯМОЛИНЕЙНЫЕ РЕЖИМЫ ПОЛЕТА

4.1. ПОНЯТИЕ РАСЧЕТА НЕУСТАНОВИВШИХСЯ РЕЖИМОВ ПОЛЕТА

Полет современных самолетов сопровождается быстрым изменением высоты и скорости полета. Такие режимы полета называются неустановившимися. Таким образом, анализ траекторного движения самолетов не может ограничиваться рассмотрением только установившихся режимов полета. В полном объеме анализ неустановившихся режимов полета можно выполнить, рассматривая решения дифференциальных уравнений движения самолетов. Такой анализ требует проведения большого объема численных решений дифференциальных уравнений движения центра масс самолета. Однако на практике в большинстве случаев неустановившиеся режимы движения самолетов представляют собой полет по траекториям с малой кривизной. Поэтому для выполнения приближенного анализа можно в ряде случаев пренебречь инерционными силами, обусловленными кривизной траектории, и рассматривать квазипрямолинейные траектории движения центра масс. Анализ характеристик полета по квазипрямолинейным траекториям движения приводит к результатам, точность которых с практической точки зрения вполне приемлема.

Для неустановившихся квазипрямолинейных режимов полета изучаются характеристики траекторий набора высоты и снижения. В качестве характеристик рассматриваются время набора высоты и снижения, дальность набора высоты и снижения, затраты топлива на набор высоты и снижение, время разгона и торможения. Эти характеристики зависят от условий полета самолета. Поэтому возникает задача поиска таких условий движения, на которых перечисленные характеристики принимают свои предельные в каком-то смысле значения, например поиска траектории с наименьшим временем набора заданных высоты и скорости полета. Примерами других задач могут служить поиск условий полета с наибольшей дальностью снижения с начальной высоты на заданную конечную высоту полета или с наименьшими затратами топлива на набор высоты полета. Существуют и другие задачи. Приведенные задачи являются задачами оптимизации траекторий полета самолета. Решение этих задач дает возможность оценить предельные возможности конкретного самолета, связанные с его эксплуатацией. Методы решения задач оптимизации также рассматриваются в этой главе.

Рассмотрение неустановившегося полета самолета по квазипрямолинейным траекториям дает возможность применить к решению задачи оптимизации графоаналитический метод. В этом случае решения задачи оптимизации имеют ясный физический смысл, а процесс нахождения решения — геометрическую интерпретацию.

4.2. ПОНЯТИЕ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ ВЫСОТЫ

При наборе высоты или снижении на постоянной скорости полета изменяется потенциальная энергия самолета. На режимах разгона и торможения в горизонтальном полете интенсивно изменяется кинетическая энергия самолета. Полет по произвольным траекториям сопровождается интенсивным изменением полной энергии самолета.

Запишем выражение полной энергии самолета:

$$E = mgH + \frac{mV_{к}^{2}}{2}$$

и найдем относительную энергию, отнесенную к весу самолета,

$$H_э = \frac{E}{mg} = H + \frac{V_к^2}{2g}.$$

Полученная величина имеет размерность высоты. По этой причине относительная энергия самолета $H_э$ называется энергетической высотой. Энергетическая высота $H_э$ является суммой геометрической высоты и кинетической высоты $\frac{V_к^2}{2g}$. Если полет самолета происходит на постоянной энергетической высоте (постоянной относительной энергии) вдоль траектории движения, то говорят об изоэнергетическом маневре. Если набор высоты выполняется по изоэнергетической траектории полета и если на траектории найдется точка, в которой $V_к = 0$, то в этой точке энергетическая и геометрическая высоты совпадают: $H_э = H$.

Таким образом, физический смысл энергетической высоты состоит в том, что энергетическая высота есть максимальная высота полета, которую можно достигнуть в полете по изоэнергетической траектории. На изоэнергетической траектории высота и скорость полета связаны параболической зависимостью

$$H = H_э - \frac{V_к^2}{2g}.$$

На рис. 4.1 показано семейство изоэнергетических траекторий полета для различных значений энергетической высоты. Изоэнергетическая траектория, являющаяся касательной к границе области располагаемых высот и скоростей установившегося горизонтального полета, соответствует максимальной энергетической высоте $H_{э\,max}$.

Полет по изоэнергетической траектории возможен только с набором высоты и торможением (траектория *A* на рис. 4.2) или со снижением и разгоном (траектория *B* на рис. 4.2).

Действительно, пусть $H_э = \text{const}$. Найдем полный дифференциал энергетической высоты (при $H_э = \text{const}$):

$$dH + \frac{V_к}{g} dV_к = 0.$$

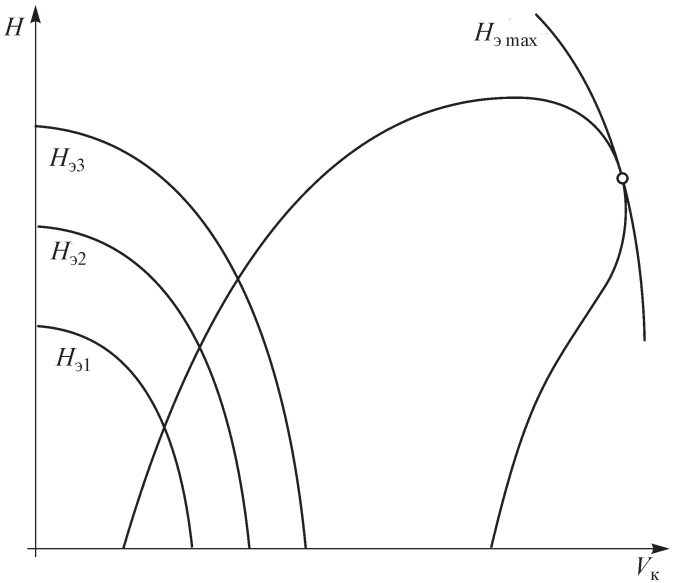


Рис. 4.1. Изоэнергетические траектории полета

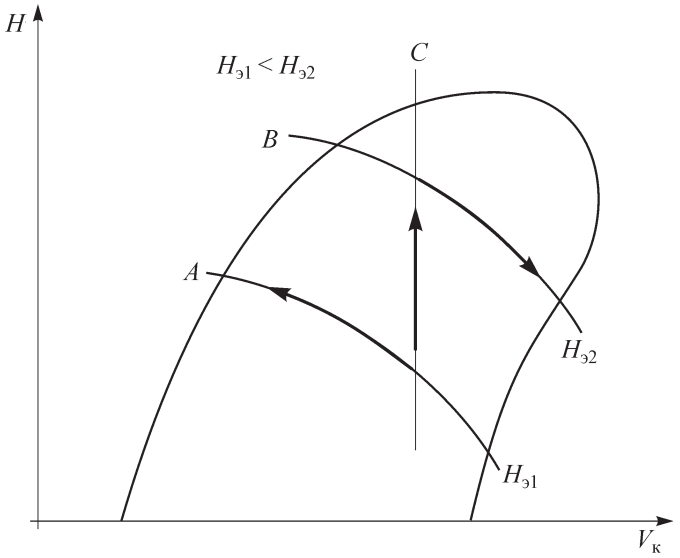


Рис. 4.2. К свойствам изоэнергетических траекторий полета

После замены дифференциалов конечными приращениями получим

$$\Delta H + \frac{V_к}{g}\Delta V \approx 0.$$

Следовательно, $\Delta H \approx -\frac{V_к}{g}\Delta V_к$, т.е. при движении по изоэнергетической траектории абсолютные значения малых изменений высоты и скорости полета пропорциональны друг другу. Переход с изоэнергетической траектории с меньшей (большей) энергетической высотой $H_{э1}$ на изоэнергетическую траекторию с большей (меньшей) энергетической высотой $H_{э2}$ возможен по различным траекториям движения. Например, переход с $H_{э1}$ на $H_{э2}$ по траектории C (см. рис. 4.2.) соответствует набору высоты с постоянной скоростью $V = \text{const}$, т.е. установившемуся набору высоты (см. гл. 3).

4.3. УРАВНЕНИЯ ПРОДОЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ В ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ ФОРМЕ

Энергетическая форма записи уравнений движения самолета получается переходом от времени как независимой переменной к новой независимой переменой — энергетической высоте. Энергетическая форма записи уравнений движения удобна для анализа траекторий набора высоты и снижения. На траектории только набора высоты или только снижения энергетическая высота либо только возрастает, либо только убывает. Поэтому с математической точки зрения переход к энергетической высоте в качестве независимой переменной является корректной операцией.

Найдем производную энергетической высоты по времени. С учетом уравнений

$$\frac{dV_к}{dt} = g(n_{xa} - \sin\Theta); \quad \frac{dH}{dt} = V_к \sin\Theta$$

получим

$$\frac{dH_э}{dt} = V_к \sin\Theta + \frac{V_к}{g} g(n_{xa} - \sin\Theta) = V_к n_{xa}. \qquad (4.1)$$

Это уравнение характеризует изменение относительной энергии (энергетической высоты) самолета по времени. Поэтому величину $dH_э / dt$ иногда называют энергетической скороподъемностью или удельной избыточной мощностью.

Правая часть уравнения (4.1) определяется тангенциальной перегрузкой $n_{xa} = \dfrac{P - X_a}{mg}$ и не зависит от составляющей веса $mg\sin\Theta$. Это отражает тот факт, что сила тяжести не влияет на скорость изменения полной энергии самолета.

Переход к новой независимой переменной $H_э$ приводит к тому, что скорость $V_к$ и геометрическая высота полета уже не могут рассматриваться как независимые траекторные переменные. Поэтому число независимых траекторных переменных сокращается.

Поделив уравнения (1.33) на уравнение (4.1), получим уравнения продольного движения самолета в проекциях на оси траекторной системы координат $OX_к Y_к Z_к$, записанные относительно независимой переменной $H_э$

$$\begin{aligned} \frac{d\Theta}{dH_э} &= \frac{g}{V_к^2} \frac{n_{ya} - \cos\Theta}{n_{xa}}; \\ \frac{dX_g}{dH_э} &= \frac{\cos\Theta}{n_{xa}}. \end{aligned} \qquad (4.2а)$$

К этим уравнениям необходимо добавить уравнения времени (обратное уравнению (4.1)) и расхода топлива $m_т$ при изменении $H_э$

$$\begin{aligned} \frac{dt}{dH_э} &= \frac{1}{V_к n_{xa}}; \\ \frac{dm_т}{dH_э} &= \frac{PC_e}{3600 V_к n_{xa}}. \end{aligned} \qquad (4.2б)$$

Уравнения (4.2) позволяют записать интегральные соотношения относительно времени t, дальности X_g и затрат топли-

ва $m_т$ на траектории полета при заданном изменении энергетической высоты от некоторого начального $H_{эн}$ до конечного значения $H_{эк}$:

$$t = \int_{H_{эн}}^{H_{эк}} \frac{dH_э}{V_к n_{xa}};$$

$$X_g = \int_{H_{эн}}^{H_{эк}} \frac{\cos\Theta dH_э}{n_{xa}}; \qquad (4.3)$$

$$m_т = \int_{H_{эн}}^{H_{эк}} \frac{PC_e}{3600 V_к n_{xa}} dH_э .$$

Выражения (4.3) применяют в качестве критериев в задачах оптимизации траекторий набора высоты и снижения.

К недостаткам уравнений движения в энергетической форме (4.3) относится невозможность их применения к анализу изоэнергетических траекторий полета ($H_э = \text{const}$). В этом случае значения всех интегралов в соотношениях (4.3) равны нулю.

4.4. НАБОР ВЫСОТЫ ПО ЗАДАННОЙ ПРОГРАММЕ $V_к(H)$

Рассмотрим набор высоты, если известна программа изменения скорости по высоте полета $V_к(H)$. Формирование этой программы полета будет рассмотрено ниже.

Поделив первое уравнение (1.33) на уравнение изменения высоты полета, получим

$$\frac{dV_к}{dH} = \frac{g}{V_к}\frac{n_{xa}}{\sin\Theta} - \frac{g}{V_к}.$$

Полагая производную $dV_к / dH$ известной (известна программа набора высоты $V_к(H)$), можно найти угол наклона траектории $\Theta_{н.в}$ набора высоты:

$$\sin\Theta_{\text{н.в}} = \frac{n_{xa}}{1 + \dfrac{V_{\text{к}}}{g}\dfrac{dV_{\text{к}}}{dH}},$$

или

$$\sin\Theta_{\text{н.в}} = \chi n_{xa} \ , \tag{4.4}$$

где $\chi = \dfrac{1}{1 + \dfrac{V_{\text{к}}}{g}\dfrac{dV_{\text{к}}}{dH}}$.

Поскольку при установившемся наборе высоты тангенциальная перегрузка n_{xa} численно равна $\sin\Theta^*$, то выражение (4.4) можно записать в виде

$$\sin\Theta_{\text{н.в}} = \chi \sin\Theta^*. \tag{4.5}$$

Умножая (4.5) на скорость $V_{\text{к}}$, получим скороподъемность самолета

$$V_{yg} = \chi V_{yg}^*. \tag{4.6}$$

Таким образом, угол наклона траектории и скороподъемность самолета в неустановившемся движении зависят от программы набора высоты.

Установим физический смысл коэффициента χ. Знаменатель коэффициента χ есть производная энергетической высоты $H_{\text{э}}$ по геометрической высоте:

$$\frac{dH_{\text{э}}}{dH} = 1 + \frac{V_{\text{к}}}{g}\frac{dV_{\text{к}}}{dH} = \frac{1}{\chi}.$$

Таким образом, коэффициент χ определяет темп прироста геометрической высоты при изменении энергетической высоты. Другими словами, коэффициент χ равен изменению потенциальной энергии по отношению к полной энергии самолета на траектории набора высоты. Значения коэффициента χ зависят от программы набора высоты. Рассмотрим следующие случаи.

Набор высоты с разгоном: $dV_к / dH > 0$. В этом случае $0 < \chi < 1$. Возвращаясь к выражениям (4.5), можно сделать вывод, что угол наклона траектории $\Theta_{н.в}$ набора высоты в неустановившемся движении меньше соответствующих значений в установившемся движении.

Установившийся набор высоты: $V_к = \text{const}$. В этом случае $dV_к / dH = 0$ и $\chi = 1$. На траектории установившегося набора высоты происходит увеличение только потенциальной энергии самолета, а его кинетическая энергия остается постоянной.

Набор высоты с торможением: $dV_к / dH < 0$. В этом случае $\chi > 1$. Угол наклона траектории $\Theta_{н.в}$ набора высоты в неустановившемся движении (см. (4.5)) больше соответствующих значений в установившемся движении.

Время набора заданной высоты t, дальность X_g и затраты топлива $m_т$ на траектории набора определяются по выражениям (4.3).

4.5. НЕУСТАНОВИВШЕЕСЯ СНИЖЕНИЕ САМОЛЕТА

Уменьшение тяги двигателя до значений $P_р < P_{п\,min} = \dfrac{mg}{K_{max}}$ приводит к тому, что самолет переходит на траекторию снижения. Если траектория снижения является квазипрямолинейной, тогда выполняется условие $Y_a \approx G\cos\Theta$.

В этом случае тангенциальная перегрузка n_{xa} определяется формулой

$$n_{xa} = \frac{P_р - X_a}{mg} = \frac{P_р - X_a}{Y_a}\cos\Theta$$

и дальность X_g в неустановившемся снижении можно вычислить с помощью выражения

$$X_g = \int_{H_{э\,н}}^{H_{э\,к}} \frac{Y_a}{P_р - X_a} dH_э .$$

Если снижение выполняется с пренебрежимо малой тягой: $P_р \approx 0$, то говорят, что имеет место режим так называемого динамического планирования. Дальность полета $L_{пл}$ на режиме динамического планирования определяется выражением

$$L_{\text{пл}} = -\int_{H_{\text{эн}}}^{H_{\text{эк}}} \frac{Y_a}{X_a} dH_{\text{э}} = -\int_{H_{\text{эн}}}^{H_{\text{эк}}} K dH_{\text{э}}. \qquad (4.7)$$

Для вычисления по этой формуле необходимо при заданной программе снижения $V_{\text{к}}(H)$ для каждой пары (V, H) вычислить энергетическую высоту $H_{\text{э}}$ и аэродинамическое качество $K(H_{\text{э}})$.

4.6. ОПТИМИЗАЦИЯ ТРАЕКТОРИЙ НАБОРА ВЫСОТЫ

Рассмотренный выше набор высоты по программе $V_{\text{к}}(H)$ предполагает, что такая программа заранее известна. Программы $V_{\text{к}}(H)$ можно формировать произвольно при условии, что полет по ним можно выполнить на практике. Неединственность назначения программ $V_{\text{к}}(H)$ приводит к мысли, что из всего их множества можно выбрать программы, полет по которым в каком-то смысле лучше, чем по всем другим. Программы полета, наилучшие в каком-то смысле, называются оптимальными. Рассмотрим примеры задач, в которых можно говорить о выборе оптимальных программ набора высоты.

Перехват воздушных целей, летящих на большой высоте и скорости, требует вывода самолета-перехватчика в зону применения оружия за минимальное время. В этом случае оптимальной программой полета будет та, при которой интеграл

$$t_{\text{н.в}} = \int_{H_{\text{эн}}}^{H_{\text{эк}}} \frac{dH_{\text{э}}}{V_{\text{к}} n_{xa}} \qquad (4.8)$$

принимает наименьшее значение.

Набор высоты крейсерского полета тяжелыми транспортными самолетами сопровождается ощутимыми затратами топлива. В этом случае оптимальной программой набора высоты крейсерского полета будет та, при которой интеграл

$$m_{\text{т н.в}} = \int_{H_{\text{эн}}}^{H_{\text{эк}}} \frac{PC_e}{3600 V_{\text{к}} n_{xa}} dH_{\text{э}} \qquad (4.9)$$

принимает наименьшее значение.

Этап набора крейсерской высоты тяжелыми самолетами с обычной для них малой тяговооруженностью может иметь довольно большую дальность и занимать продолжительное время. Это может оказаться неприемлемым для службы управления воздушным движением (УВД). В этом случае оптимальной программой набора высоты крейсерского полета будет та, при которой интеграл (4.9) принимает наименьшее значение либо при заданной дальности

$$X_{g\,\text{зад}} = \int_{H_{\text{э н}}}^{H_{\text{э к}}} \frac{\cos\Theta dH_{\text{э}}}{n_{xa}},$$

либо при заданном времени набора высоты

$$t_{\text{н.в зад}} = \int_{H_{\text{э н}}}^{H_{\text{э к}}} \frac{dH_{\text{э}}}{V_{\text{к}} n_{xa}}.$$

Этот тип задач оптимизации называется задачами оптимизации с изопериметрическими условиями или просто изопериметрическими задачами. Рассмотрим приближенное решение задачи минимизации времени набора высоты. Требуется найти программу $V_{\text{к}}(H)$ такую, что среди всех программ набора высоты от заданного начального состояния ($V_{\text{к н}}$, $H_{\text{н}}$) до заданного конечного состояния ($V_{\text{к кон}}$, $H_{\text{кон}}$), $V_{\text{к н}} < V_{\text{к кон}}$, время набора высоты (4.8) наименьшее. Задачу будем решать энергетическим методом И.В. Остославского и А.А. Лебедева [5] при следующих упрощающих предположениях и условиях:

масса самолета на траектории набора высоты остается постоянной, ее можно принять равной среднему значению на траектории набора высоты;

влиянием сжимаемости воздуха на аэродинамические коэффициенты самолета можно пренебречь;

изменение скорости самолета на оптимальной траектории должно соответствовать первым режимам полета, т.е. всюду на траектории набора высоты $V_{\text{к}} \geq V_{\text{н.в}}$;

максимальные скорости полета ограничены максимальной скоростью $V_{\text{max доп}}$, т.е. на траектории набора высоты всюду должно выполняться условие $V_{\text{к}} \leq V_{\text{max доп}}$.

Значение интеграла (4.8) является критерием отбора различных программ $V_{\text{к}}(H)$ набора высоты. Часто (4.8) называют оптимизируемым функционалом.

Как следует из (4.8), время набора высоты $t_{н.в}$ будет наименьшим, если подынтегральное выражение $\dfrac{1}{V_к n_{xa}}$ будет наименьшим на всей траектории полета. Выясним характер зависимости этой величины от энергетической высоты $H_э$.

Из практических соображений ясно, что тяга двигателя на траектории набора высоты должна быть максимальной — $P_{p\,max}$. Произведение $V_к n_{xa}$ есть удельная избыточная мощность:

$$V_к n_{xa} = V_к \frac{P_р - X_a}{mg}.$$

Рассмотрим две различные высоты полета H_1 и H_2, $H_1 < H_2$, на которых кривые потребных и располагаемых тяг имеют по две точки пересечения: на малых и больших скоростях полета. С учетом принятых предположений диаграмма потребных и располагаемых тяг имеет вид, показанный на рис. 4.3.

Здесь отмечены наивыгоднейшие скорости $V_{нв1}$, $V_{нв2}$ для высот полета H_1 и H_2 соответственно. В точках *1* и *2* избыточная мощность равна нулю и, следовательно, на этих скоростях полета набор высоты невозможен. На рис. 4.4 приведены кривые удельной избыточной мощности для тех же самых высот при $n_{ya} = 1$.

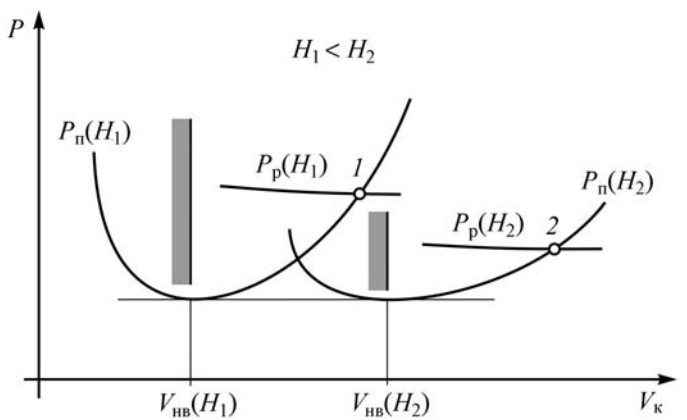


Рис. 4.3. Диаграммы потребных и располагаемых тяг для двух высот полета

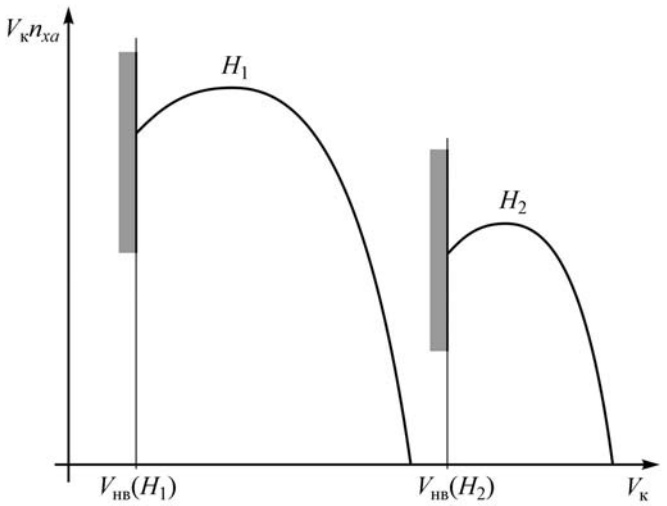


Рис. 4.4. Удельная избыточная мощность для двух высот полета, $n_{уа} = 1$

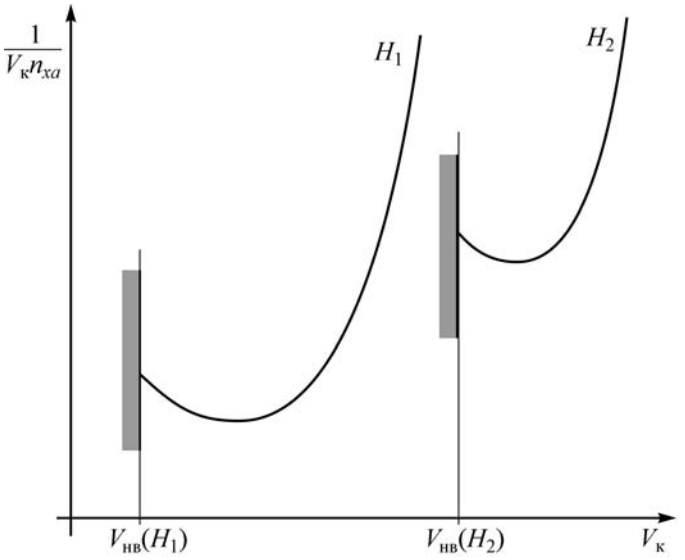


Рис. 4.5. Зависимость величины $\frac{1}{V_к n_{xa}}$ от скорости и высоты полета

На рис. 4.5 показаны кривые зависимости величины $\frac{1}{V_к n_{xa}}$ от скорости полета для высот H_1 и H_2.

Видно, что с увеличением высоты полета кривые $\frac{1}{V_к n_{xa}}$ сдвигаются в сторону больших скоростей полета, а значение величины $\frac{1}{V_к n_{xa}}$ возрастает. Характер этих кривых не изменится, если вместо скорости по оси абсцисс отложить энергетическую высоту $H_э$, так как $V_к = \sqrt{2g(H_э - H)}$.

Выбор оптимальной программы $V_к(H)$ набора высоты без учета краевых условий ($V_{к\,н}$, $H_н$), ($V_{к\,кон}$, $H_{кон}$), $V_{к\,н} < V_{к\,кон}$ состоит из следующих шагов (учет краевых условий будет рассмотрен ниже).

1. В диапазоне высот от $H_н$ до $H_{кон}$ выбираются с шагом ΔH несколько высот, включая начальную $H_н$ и конечную $H_{кон}$ высоты: $H_1 = H_н$, H_2, H_3, ..., $H_n = H_{кон}$.

2. Для каждой фиксированной высоты полета H_i $(i = 1, ..., n)$ строят диаграммы потребных и располагаемых тяг, определяют наивыгоднейшую скорость $V_{нв\,i}$ и максимально допустимую скорость полета $V_{max\,доп\,i}$.

3. Для каждой фиксированной высоты полета H_i $(i = 1, ..., n)$ вычисляют величину $\frac{1}{V_к n_{xa}}$ в функции энергетической высоты $H_э$.

Полученное семейство кривых показано на рис. 4.6.

Очевидно, что время набора высоты $t_{н.в}$ будет наименьшим, если площадь под кривой $\frac{1}{V_к n_{xa}}$ (см. выражение (4.8)) будет наименьшей, т.е. программа полета $V_к(H)$ должна соответствовать нижней огибающей семейства кривых на рис. 4.6. В точках касания нижней огибающей и кривой $\frac{1}{V_к n_{xa}}$ определяются значения энергетических высот $H_{э\,i}$ $(i = 1, ..., n)$ на оптимальной траектории набора высоты за минимальное время. Для каждой пары (H_i, $H_{э\,i}$) $(i = 1, ..., n)$ вычисляется скорость полета

$$V_{к\,i} = \sqrt{2g(H_{э\,i} - H_i)}.$$

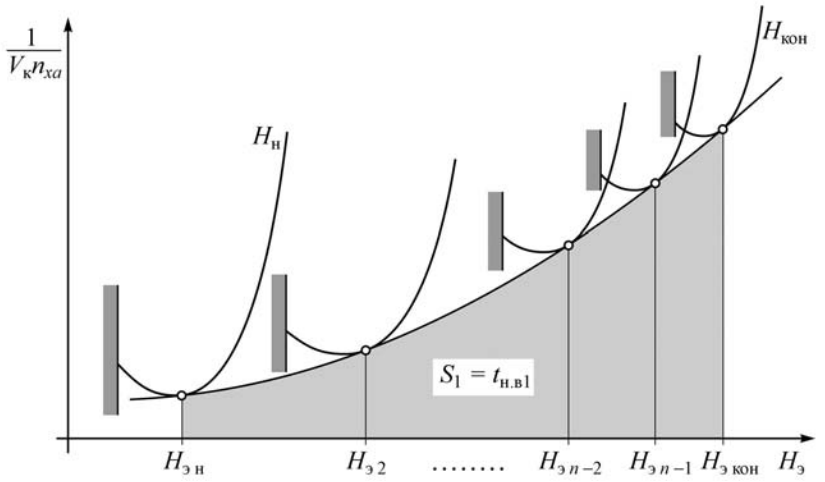


Рис. 4.6. К определению наименьшего времени набора высоты

Таким образом, набор пар ($V_{к\,i}$, H_i) определяет оптимальную программу набора высоты без учета краевых условий по скорости полета ($V_{к\,н}$, $V_{к\,кон}$). Площадь S_1 под огибающей кривых $\frac{1}{V_к n_{xa}}$ на рис. 4.6 равна времени полета $t_{н.в1}$ от ($V_{к1}$, $H_н$) до ($V_{к\,n}$, $H_{кон}$).

Найденная оптимальная программа $V_к(H)$ называется экстремалью. К сожалению, в общем случае экстремаль $V_к(H)$ не проходит через заданное начальное ($V_{к\,н}$, $H_н$) и конечное ($V_{к\,кон}$, $H_{кон}$) состояния. Поэтому необходимо дополнительно рассмотреть условия сопряжения краевых условий и экстремали.

Пусть $V_{нв} \le V_{к\,н} < V_{к\,1}$ и $V_{к\,кон} \ge V_{к\,n}$. Тогда для энергетической высоты $H_э$, определенной в начальном и конечном состояниях, выполняются условия $H_{э\,н} < H_{э1}$; $H_{э\,n} < H_{э\,кон}$. Этот случай показан на рис. 4.7.

Для набора высоты $H_{кон}$ вначале следует разогнаться в горизонтальном полете на высоте $H_н$ до скорости $V_{к\,1}(H_н)$ (участок *A*), а в конце набора на высоте $H_{кон}$ перейти в горизонтальный полет и разогнаться до скорости $V_{к\,кон}$ (участок *B*). На плоскости (V, H) в области располагаемых высот и скоростей установившегося полета оптимальная программа набора высоты будет иметь вид, показанный на рис. 4.8.

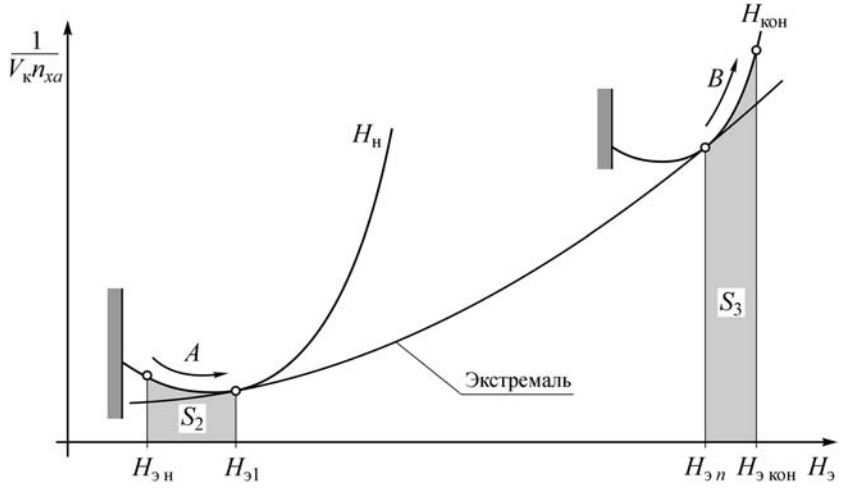


Рис. 4.7. Сопряжение краевых условий и экстремали при $V_{н\,в} \le V_{к\,н} < V_{к1}$ и $V_{к\,кон} \ge V_{к\,п}$

Полное время набора высоты по оптимальной траектории будет суммой времени разгона $t_{разг1} = S_2$ на высоте $H_н$, времени движения

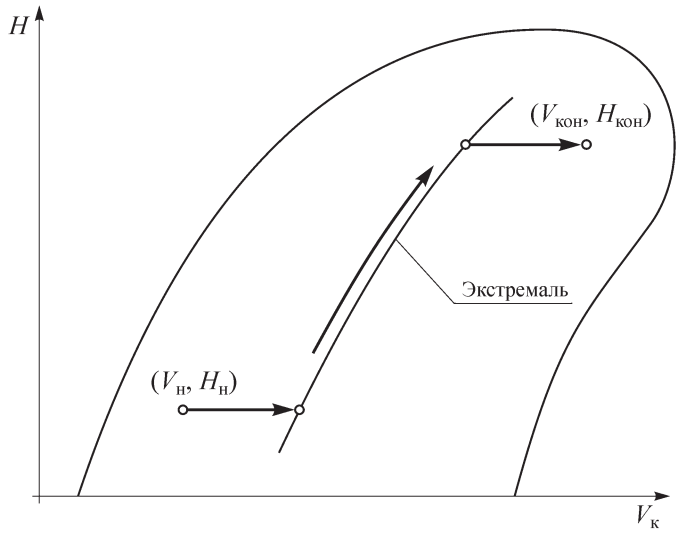


Рис. 4.8. Оптимальная траектория набора высоты при краевых условиях, приведенных на рис. 4.7

по экстремали $t_{\text{н.в1}}$ и времени разгона $t_{\text{разг2}} = S_3$ на высоте $H_{\text{кон}}$ (площади S_2 и S_3 показаны на рис. 4.7):

$$t_{\text{н.в}} = t_{\text{разг1}} + t_{\text{н.в1}} + t_{\text{разг2}}.$$

В случае попадания экстремали на ограничение по скорости полета $V_{\text{max доп}}$ следует двигаться по этому ограничению.

Резюмируя полученные результаты, можно сделать следующие выводы:

1. Траектория набора высоты за наименьшее время из заданного начального состояния ($V_{\text{к н}}$, $H_{\text{н}}$) в заданное конечное состояние ($V_{\text{к кон}}$, $H_{\text{кон}}$) в общем случае состоит из этапов разгона-торможения в горизонтальном полете и этапа движения по оптимальной программе (экстремали) $V_{\text{к}}(H)$.

2. Оптимальный набор высоты происходит на скоростях, соответствующих первым режимам полета.

3. В общем случае оптимальная программа набора высоты $V_{\text{к}}(H)$ не проходит через точки с заданными начальными ($V_{\text{к н}}$, $H_{\text{н}}$) и конечными условиями ($V_{\text{к кон}}$, $H_{\text{кон}}$).

З а м е ч а н и е. Для практической реализации оптимальной траектории летчиком необходимо аппроксимировать оптимальную траекторию на плоскости ($V_{\text{к}}$, H) траекторией на плоскости ($V_{\text{пр}}$, H), где $V_{\text{пр}}$ — приборная скорость полета, так как приборная скорость и высота полета H измеряются бортовым измерительным комплексом и контролируются летчиком. Аппроксимированная траектория на плоскости ($V_{\text{пр}}$, H) должна иметь наиболее простой вид. Например, состоять из отрезков $H = \text{const}$ или $V_{\text{пр}} = \text{const}$.

4.7. ОПТИМИЗАЦИЯ ТРАЕКТОРИИ СНИЖЕНИЯ

Обычно снижение начинается на высоте крейсерского полета и заканчивается в районе аэродрома посадки. Если программа снижения $V_{\text{к}}(H)$ выбрана рационально, то можно получить существенную экономию топлива и значительный прирост дальности полета.

При оптимизации траектории снижения требуется из всех программ снижения из заданного начального состояния ($V_{\text{к н}}$, $H_{\text{н}}$) в заданное конечное состояние ($V_{\text{к кон}}$, $H_{\text{кон}}$), $H_{\text{кон}} < H_{\text{н}}$, выбрать такую программу $V_{\text{к}}(H)$, при которой дальность снижения достигнет своего максимального значения. Задачу будем решать при тех же упрощающих предположениях, что и задачу набора высоты.

Дальность полета определяется выражением

$$X_g = \int_{H_{эн}}^{H_{эк}} \frac{Y_a}{P_р - X_a} dH_э. \qquad (4.10)$$

Выражение (4.10) показывает, что дальность снижения зависит от программы изменения тяги двигателя по траектории снижения. На практике одновременное выполнение программы по тяге двигателя и программы $V_к(H)$ возможно только с помощью системы автоматического управления снижением. Однако большинство самолетов различных классов, от легких до тяжелых транспортных, управляется на траектории снижения летчиком. Сделаем еще одно упрощающее предположение. Будем считать, что тяга двигателя на траектории снижения пренебрежимо мала: $P_р \approx 0$. В этом случае летчик должен выдержать только программу снижения $V_к(H)$.

Таким образом, будем искать оптимальную программу $V_к(H)$, максимизирующую дальность планирования самолета

$$L_{пл} = \int_{H_{эк}}^{H_{эн}} K dH_э. \qquad (4.11)$$

Видно, что оптимизируемый функционал принимает максимальное значение, если снижение выполняется при максимальном аэродинамическом качестве K_{max}. Следовательно, оптимальной программой снижения будет полет на наивыгоднейшей скорости $V_{нв}$ на всех высотах, т.е. $V_к(H) = V_{нв}$. Как было установлено в гл. 3, с уменьшением высоты полета снижается и наивыгоднейшая скорость полета прямо пропорционально отношению плотностей $\sqrt{\rho(H_2)/\rho(H_1)}$:

$$V_{нв}(H_1) = V_{нв}(H_2)\sqrt{\frac{\rho(H_2)}{\rho(H_1)}};\ H_1 < H_2.$$

Поэтому снижение по оптимальной программе $V_к(H) = V_{нв}$ — это полет со снижением и торможением.

Как и при оптимизации траектории набора высоты, экстремаль $V_к(H) = V_{нв}$ не проходит через заданное начальное состояние ($V_{к\,н}$, $H_н$) и заданное конечное состояние ($V_{к\,кон}$, $H_{кон}$), если $V_{к\,н} > V_{нв}(H_н)$ и $V_{к\,кон} > V_{нв}(H_{кон})$. Следовательно, необходимо дополнительно рассмотреть условия сопряжения краевых условий и экстремали. Обычно скорость в конце траектории снижения не за-

дается: скорость самолета должна находиться в области первых режимов. Поэтому рассмотрим сопряжение только начальных условий ($V_{к\,н}$, $H_н$) и экстремали.

Переход из начального состояния ($V_{к\,н}$, $H_н$) в точку ($V_{нв}(H_н)$, $H_н$) на экстремали осуществляется в горизонтальном полете с торможением. Расстояние $L_{г.п}$, которое проходит самолет на этом этапе, определяется выражением (4.11). Поскольку высота полета остается постоянной, то

$$dH_э = \frac{1}{2g} dV_к^2$$

и интеграл (4.11) принимает вид

$$L_{г.п} = \frac{1}{2g} \int_{V_{нв}^2}^{V_{к\,н}^2} K dV_к^2.$$

Для приближенного вычисления $L_{г.п}$ заменим аэродинамическое качество $K(V_к^2)$ его средним значением

$$K_{ср} = \frac{1}{2}[K_{max} + K(V_{к\,н})].$$

Тогда $L_{г.п}$ определится выражением

$$L_{г.п} = K_{ср} \frac{V_{к\,н}^2 - V_{нв}^2}{2g}.$$

Для достижения наибольшей дальности $L_{г.п}$ аэродинамическое качество должно быть наибольшим, т.е. на этом этапе самолет должен тормозиться в крейсерской конфигурации (шасси и закрылки убраны). Полная дальность этапа планирования

$$L_{пл} = L_{г.п} + K_{max}(H_{э\,н}^{opt} - H_{э\,к}^{opt}),$$

где $H_{э\,н}^{opt} = H_н + \frac{V_{нв}^2(H_н)}{2g}$; $H_{э\,к}^{opt} = H_к + \frac{V_{нв}^2(H_к)}{2g}$.

На рис. 4.9 показана оптимальная программа снижения на максимальную дальность.

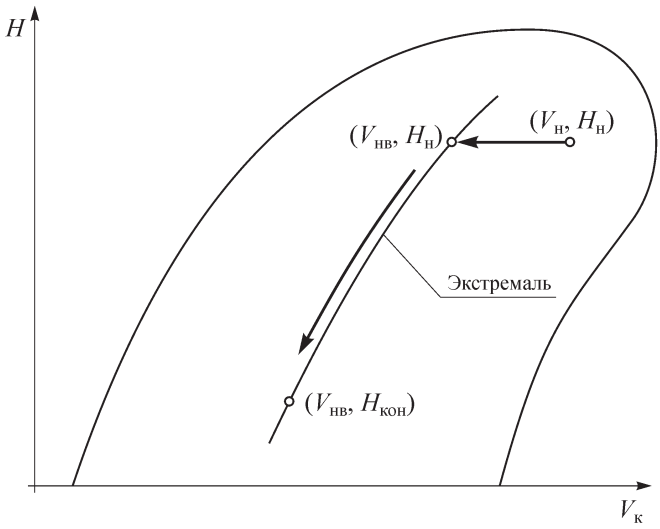


Рис. 4.9. Оптимальная траектория снижения самолета на максимальную дальность

Полученная оптимальная программа снижения не всегда может быть использована на практике, так как современные магистральные самолеты имеют высокое аэродинамическое качество, которое приводит к весьма большой дальности снижения, что может не удовлетворять требованиям УВД. В этом случае при постановке задачи оптимизации необходимо учесть требования УВД в виде дополнительных условий. Однако это уже другая задача оптимизации, требующая отдельного анализа и решения.

4.8. ДИНАМИЧЕСКИЙ ПОТОЛОК СВЕРХЗВУКОВОГО САМОЛЕТА

Маневры в вертикальной плоскости относятся к неустановившимся режимам полета. На таких режимах скорость и высота полета самолета изменяются в широких пределах. Скорости полета, наиболее благоприятные для маневров в вертикальной плоскости, лежат в дозвуковой области на высотах ниже статического потолка. Однако сверхзвуковой самолет, используя свой значительный запас кинетической энергии, может в неустановившемся вертикальном маневре выходить на высоты, превышающие его статический потолок на не-

сколько километров. Этот маневр происходит по баллистической траектории с потерей скорости. После достижения наибольшей высоты полета самолет переходит на траекторию пикирования и возвращается в область установившихся режимов полета. Для сохранения устойчивости и управляемости скоростной напор на наибольшей высоте полета не должен быть меньше минимально допустимого скоростного напора $q_{\min\ доп}$. Такой набор высоты называется динамическим набором, а наибольшая высота полета, достижимая на таком маневре, называется динамическим потолком $H_{дин}$.

Выход на динамический потолок начинается на несколько километров ниже статического потолка. Самолет разгоняется с тем, чтобы выйти на границу области установившихся режимов полета с максимально возможными полной энергией и углом наклона траектории.

Точное решение задачи достижения динамического потолка возможно только численными методами. При этом необходимо рассматривать полные уравнения движения самолета и иметь исчерпывающую информацию относительно высотно-скоростных характеристик двигателя и аэродинамических коэффициентов самолета. Приближенно теоретическое значение динамического потолка может быть получено следующим образом. Начальный угол наклона траектории $\Theta_н$ определяется на границе области установившихся режимов полета там, где изоэнергетическая кривая движения касается области установившихся режимов полета (рис. 4.10) [6].

Эта изоэнергетическая кривая соответствует траектории движения с максимальной энергетической высотой $H_{э\,max}$. Поэтому в дальнейшем самолет должен двигаться из начального состояния ($V_н$, $H_н$) по изоэнергетической траектории:

$$H_{э\,max} = H_н + \frac{V_н^2}{2g} = \text{const}$$

в конечное состояние ($\Theta_{кон} = 0,\ H_{дин}$), где $\Theta_{кон}$ — угол наклона траектории на динамическом потолке $H_{дин}$.

Теоретический динамический потолок $H_{дин}$ достигается за счет полного израсходования кинетической энергии вертикальной составляющей скорости

$$\frac{V_н^2}{2g}\sin^2\Theta_н,$$

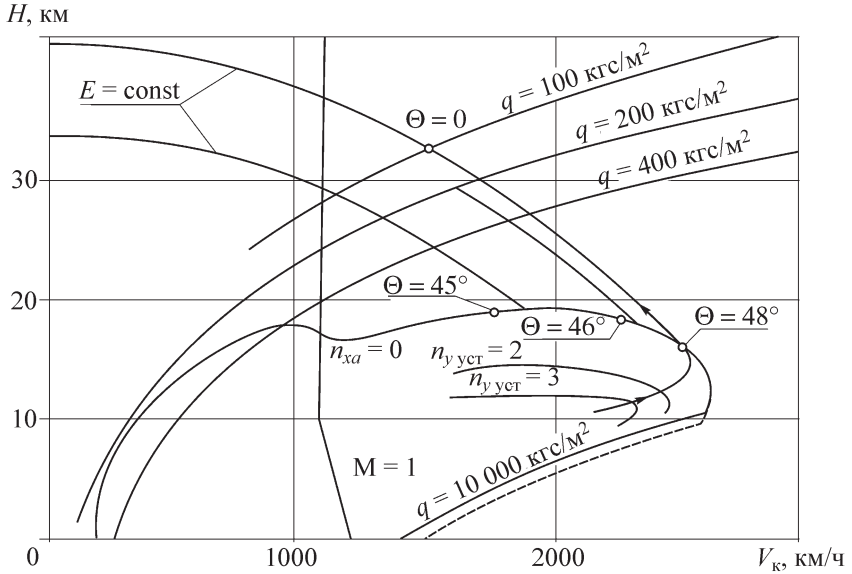


Рис. 4.10. К задаче определения динамического потолка самолета

поэтому динамический потолок определяется выражением

$$H_{\text{дин}} = H_{\text{н}} + \frac{V_{\text{н}}^2}{2g}\sin^2\Theta_{\text{н}}. \qquad (4.12)$$

Горизонтальная скорость полета $V_{\text{н}}\cos\Theta_{\text{н}}$ должна обеспечивать минимально допустимый скоростной напор $q_{\min\text{ доп}}$ на высоте $H_{\text{дин}}$:

$$\rho(H_{\text{дин}})V_{\text{н}}^2\cos^2\Theta_{\text{н}} = 2q_{\min\text{ доп}}. \qquad (4.13)$$

Уравнения (4.11) и (4.12) можно рассматривать как систему нелинейных алгебраических уравнений относительно двух неизвестных — угла наклона траектории $\Theta_{\text{н}}$ в начальном состоянии ($V_{\text{н}}$, $H_{\text{н}}$) и динамического потолка $H_{\text{дин}}$. Эта система имеет решение и может быть решена графически, как показано на рис. 4.10.

Возвращение самолета в область установившихся режимов полета происходит с увеличением скорости по нисходящей ветви баллистической траектории движения. В реальном полете на траекто-

рии набора высоты и снижения происходит потеря полной энергии, за счет работы сил лобового сопротивления. Поэтому скорость полета при возвращении на исходную высоту будет меньше начальной. Таким образом, полет на динамический потолок сверхзвукового самолета требует предварительного решения задачи оптимизации траектории вывода самолета в точку на границе области установившихся режимов, в которой достигается максимальная относительная энергия самолета $H_{э\,max}$.

Точка пересечения кривых $H_{э\,max}$ и $q_{min\,доп}$ на плоскости (V, H) определяет динамический потолок $H_{дин}$ (см. рис. 4.10).

Маневр достижения динамического потолка, траектория которого в качестве примера приведена на рис. 4.11, начинается на высоте $H = 11...12$ км и скорости $V_к = 2200$ км / ч. Самолет выполняет набор высоты с разгоном, увеличивая одновременно угол наклона траектории. Максимальный угол наклона траектории $\Theta = 48°$ достигается на скорости $V_{к\,н} = 2550$ км / ч и высоте

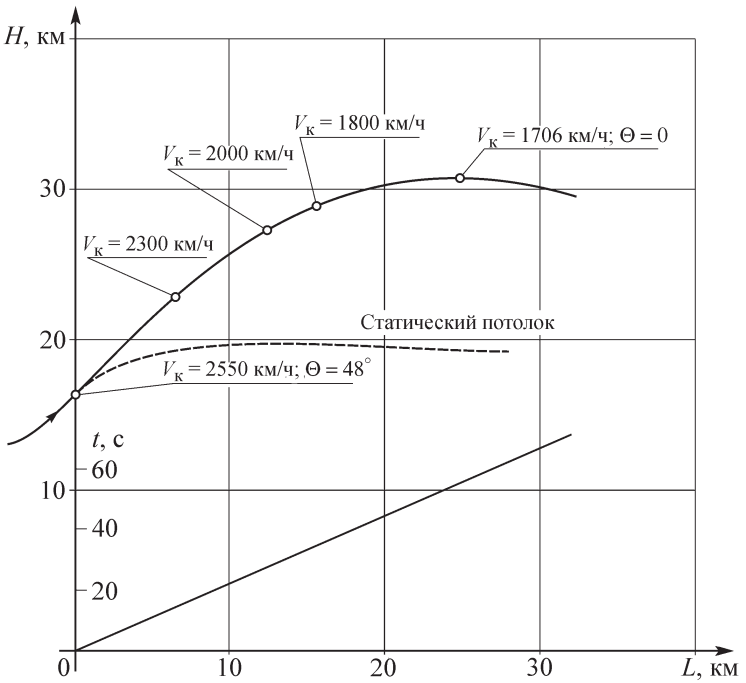


Рис. 4.11. Траектория полета самолета на достижение динамического потолка

установившегося полета $H_{н} = 16$ км. Далее полет происходит по баллистической траектории. Динамический потолок $H_{дин}$ превышает 30 км и достигается через одну минуту после начала маневра. Скорость полета на динамическом потолке составляет $V_{к\,кон} = 1706$ км / ч, т.е. динамический потолок достигается на сверхзвуковой скорости полета. Принимается минимально допустимый скоростной напор $q_{min\ доп} = 200$ кгс / м^2.

В 1977 г. летчик-испытатель А.В. Федотов на самолете Е-266 установил абсолютный рекорд высоты $H_{дин} = 37\,650$ м, что соответствует $V_{к\,н} = 3000$ км / ч и $q_{min\ доп} = 100$ кгс / м^2.

Глава 5
ДАЛЬНОСТЬ И ПРОДОЛЖИТЕЛЬНОСТЬ ПОЛЕТА

5.1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Дальность и продолжительность полета самолета относятся к его важнейшим летно-техническим характеристикам. Дальность и продолжительность полета конкретного самолета зависят как от его конструктивных особенностей, так и от ряда эксплуатационных факторов: массы полезного груза, запаса топлива, высоты и скорости полета, режима работы двигателей, регулировки топливных агрегатов двигателей, состояния поверхности самолета, балансировочного сопротивления самолета, метода пилотирования, состояния атмосферы (температуры, влажности, плотности, наличия ветра, степени турбулентности и т.п.).

При оценке дальности полета самолета пользуются понятиями технической и практической дальности; соответственно им определяют продолжительность полета.

Технической дальностью полета называют расстояние по горизонтали, которое самолет проходит при израсходовании всего запаса топлива в условиях полного безветрия, при этом траектория полета лежит в местной вертикальной плоскости.

Практической дальностью полета называют расстояние по горизонтали, которое самолет проходит при израсходовании некоторой

части полного запаса топлива (располагаемого запаса топлива) в условиях полного безветрия, при этом траектория полета лежит в местной вертикальной плоскости.

Располагаемый запас топлива получают путем вычитания из полного запаса топлива, имеющегося в баках самолета, некоторого количества топлива, так называемого аэронавигационного запаса топлива (АНЗ). АНЗ — часть запаса топлива, находящегося на борту самолета к началу разбега, заправленная сверх расчетного количества, необходимого для выполнения полета от аэродрома вылета до аэродрома назначения. АНЗ предназначен для обеспечения безопасного завершения полета с посадкой на аэродроме назначения или на запасном аэродроме с учетом неблагоприятных случайных событий, к которым относятся увеличение фактических затрат топлива по сравнению с расчетными (вследствие неблагоприятных отклонений метеоусловий полета от принятых в плане полета, в том числе обхода зон опасных метеоявлений; погрешностей самолетовождения и режимов полета; изменений профиля и маршрута полета, вызванных требованиями службы управления воздушным движением); необходимость продлить полет до наиболее удаленного запасного аэродрома; уменьшенный по сравнению с расчетным фактический запас топлива на борту вследствие погрешностей топливоизмерительной системы и методики измерения плотности топлива [10]. АНЗ определяется на основании опытных данных.

Метод расчета дальности полета самолета остается одинаковым независимо от того, рассчитывается техническая или практическая дальность полета; разница получается только количественная, поскольку запасы топлива, принимаемые в расчетах в двух перечисленных случаях, оказываются различными.

Полная дальность полета складывается из следующих расстояний, проходимых самолетом на трех этапах полета (рис. 5.1):

расстояния по горизонтали $L_{\text{наб}}$, которое самолет проходит за время подъема на высоту крейсерского полета (т.е. когда начинается собственно полет на дальность);

расстояния по горизонтали $L_{\text{кс}}$, которое самолет проходит на основном режиме полета на дальность — крейсерском режиме;

расстояния по горизонтали $L_{\text{пл}}$, которое самолет проходит при снижении (планировании) в конце полета.

Таким образом, полная дальность полета самолета $L_{\text{полн}}$ может быть представлена в виде следующей суммы:

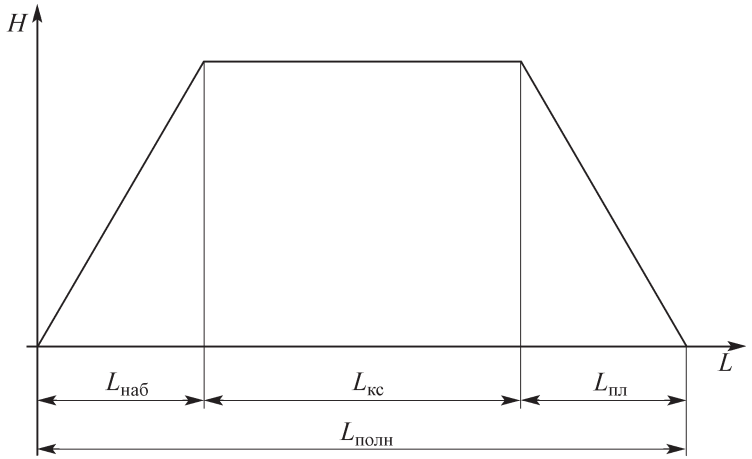


Рис. 5.1. Этапы полета на дальность

$$L_{полн} = L_{наб} + L_{кс} + L_{пл}.$$

Продолжительностью полета T называется время от начала взлета до посадки самолета. Так же, как полная дальность, она может быть представлена в виде суммы:

$$T = T_{наб} + T_{кс} + T_{пл}.$$

Относительный вклад слагаемых, входящих в формулы для $L_{полн}$ и T, существенно зависит от высоты полета самолета и полной дальности его полета. Для самолетов с большой дальностью полета слагаемые $L_{кс}$, $T_{кс}$ оказываются значительно больше двух других и иногда составляют 90...95 % всей дальности и продолжительности полета соответственно. Однако для скоростных самолетов, летающих на относительно небольшие расстояния, дальность и продолжительность всех трех этапов полета могут оказаться соизмеримыми по величине. В этой главе основное внимание будет уделено расчету крейсерского участка полета самолета.

При расчете дальности и продолжительности крейсерского полета можно исходить из уравнений установившегося горизонтального прямолинейного движения самолета.

За малый промежуток времени Δt самолет переместится по горизонтали на расстояние

$$\Delta L = 3{,}6V\Delta t,$$

где скорость V измеряется в м/с.

За время Δt будет израсходовано некоторое количество топлива $\Delta m_т$, так что полетная масса самолета изменится на величину

$$\Delta m = -\Delta m_т.$$

Обозначим расход топлива в час через $q_ч$. Тогда расход топлива за время Δt составит

$$\Delta m_т = -\Delta m = q_ч \Delta t.$$

Из этих соотношений находим:

$$\Delta t = -\frac{\Delta m}{q_ч};\ \Delta L = -3{,}6\frac{V}{q_ч}\Delta m = -\frac{\Delta m}{q_{км}}, \tag{5.1}$$

где $q_{км}$ — километровый расход.

Часовым расходом топлива $q_ч$ называется расход топлива за час полета; для самолетов с ТРД он определяется как произведение тяги двигателя P на удельный расход топлива C_e:

$$q_ч = PC_e.$$

Километровым расходом топлива $q_{км}$ называется расход топлива за километр пройденного пути; он имеет размерность кг/км и связан с часовым расходом соотношением

$$q_{км} = \frac{q_ч}{3{,}6V}.$$

Выполняя в (5.1) переход от малых приращений к бесконечно малым и суммируя, получим выражения для дальности и продолжительности крейсерского этапа полета

$$L_{кс} = \int_{m_к}^{m_н} \frac{dm}{q_{км}};$$
$$T_{кс} = \int_{m_к}^{m_н} \frac{dm}{q_ч}, \tag{5.2}$$

где $m_{н}$, $m_{к}$ — массы самолета в начале и в конце крейсерского этапа полета соответственно.

Таким образом, при заданном запасе топлива $m_{т} = m_{н} - m_{к}$ дальность крейсерского этапа полета определяется километровым расходом топлива $q_{км}$, а продолжительность — часовым расходом топлива $q_{ч}$. Дальность и продолжительность полета непосредственно связаны с экономичностью работы двигателей, которая определяется удельным расходом топлива C_e. Для ТРД удельный расход есть расход топлива в единицу времени, приходящийся на единицу тяги. В СИ его размерность — кг/(Н·ч).

Удельный расход топлива зависит от степени дросселирования двигателя

$$\overline{R} = \frac{P(\mathrm{M},\ H)}{\max\limits_{\mathrm{M}} P(\mathrm{M},\ H)}$$

на заданной высоте крейсерского полета, а также от числа Маха М (рис. 5.2).

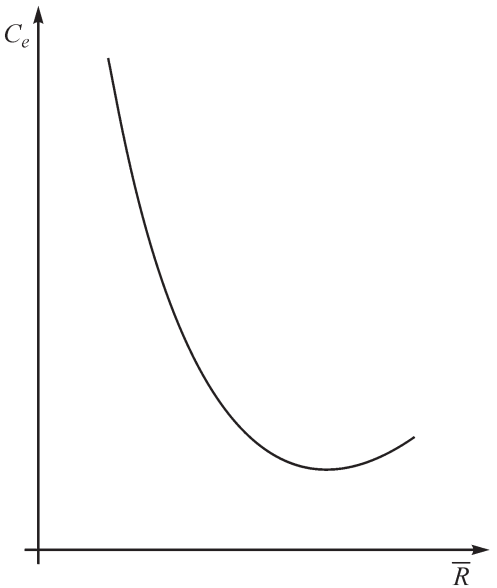


Рис. 5.2. Зависимость удельного расхода топлива от степени дросселирования

5.2. РАСЧЕТ ДАЛЬНОСТИ КРЕЙСЕРСКОГО ПОЛЕТА САМОЛЕТА С ТРД

Рассмотрим расчет дальности полета самолета с ТРД. Экономические характеристики таких двигателей оценивают удельным расходом топлива C_e.

Потребная тяга установившегося горизонтального полета (см. гл.3)

$$P_{\text{п}} = \frac{mg}{K}.$$

Так как в установившемся горизонтальном полете потребная и располагаемая тяги равны:

$$P_{\text{п}} = P_{\text{р}},$$

то для часового и километрового расходов топлива справедливы следующие выражения:

$$q_{\text{ч}} = C_e \frac{mg}{K};\ q_{\text{км}} = mg \frac{C_e}{3{,}6\,KV}. \tag{5.3}$$

Подставив эти выражения в выражения (5.2), получим следующие формулы для определения дальности и продолжительности полета самолета с ТРД:

$$\begin{aligned} L_{\text{кс}} &= \frac{3{,}6}{g} \int_{m_{\text{к}}}^{m_{\text{н}}} \frac{KV}{C_e} \frac{dm}{m}; \\ T_{\text{кс}} &= \frac{1}{g} \int_{m_{\text{к}}}^{m_{\text{н}}} \frac{K}{C_e} \frac{dm}{m}. \end{aligned} \tag{5.4}$$

Отсюда следует, что расчет дальности и продолжительности крейсерского полета сводится к определению функций

$$f_L(m) = \frac{KV}{C_e};\ f_T(m) = \frac{K}{C_e} \tag{5.5}$$

как функций текущей массы самолета $m_{\text{к}} \le m \le m_{\text{н}}$ и последующему вычислению интегралов (5.4).

Располагаемая тяга ТРД в общем случае является функцией высоты полета H, числа М и степени дросселирования двигателя $\overline{R}$:

$$P_{\text{р}} = P(\text{М},\ H,\ \overline{R}).$$

Условие равенства потребной и располагаемой тяг в каждый момент времени имеет вид

$$P(\text{М},\ H,\ \overline{R}) = c_{xa} \cdot 0{,}7\, p_H \text{М}^2 S,$$

а условие равенства веса и подъемной силы самолета:

$$mg = c_{ya} \cdot 0{,}7\, p_H \text{М}^2 S.$$

Используя эти соотношения, найдем потребные значения аэродинамических коэффициентов подъемной силы и лобового сопротивления для выполнения установившегося горизонтального полета на высоте H при заданном числе М и соответствующем режиме работы двигателя (степени дросселирования) $\overline{R}$:

$$\begin{aligned} c_{ya}\left(\text{М},\ \frac{m}{p_H}\right) &= \frac{g}{0{,}7S}\frac{m}{p_H}\frac{1}{\text{М}^2}; \\ c_{xa}(\text{М},\ H,\ \overline{R}) &= \frac{P(\text{М},\ H,\ \overline{R})}{0{,}7\, p_H \text{М}^2 S}. \end{aligned} \qquad (5.6)$$

Рассмотрим случай постоянного режима работы двигателя, т.е. $\overline{R} = \text{const}$. Тогда вычисление функций (5.5) выполняется следующим образом.

Зададимся рядом значений отношения m / p_H и для каждого такого значения несколькими значениями числа М. Тогда для каждого фиксированного значения величины m / p_H потребное значение аэродинамического коэффициента подъемной силы определяется как

$$c_{ya}\left(\text{М},\ \frac{m}{p_H}\right) = \frac{\text{const}}{\text{М}^2}.$$

По полярам самолета для различных чисел М и потребным значениям c_{ya} для каждого М получим соответствующие значения c_{xa} и аэродинамического качества K.

Высоту полета H, соответствующую каждой паре значений $\left(\mathrm{M}, \frac{m}{p_H}\right)$ при $\overline{R} = \text{const}$, найдем, решая второе уравнение (5.6). Зная H для каждой пары значений $\left(\mathrm{M}, \frac{m}{p_H}\right)$, найдем массу самолета, удовлетворяющую уравнениям движения:

$$m = \left(\frac{m}{p_H}\right) p_H,$$

где давление атмосферы p_H определяется по таблицам стандартной атмосферы для найденной высоты полета H.

По дроссельным характеристикам двигателя для заданного режима работы $\overline{R} = \text{const}$ (степени дросселирования) в зависимости от полученных значений M и H находят удельный расход топлива C_e и вычисляют функции (5.5).

Задача расчета дальности и продолжительности крейсерского полета может решаться в различных постановках. Наибольший практический интерес представляют следующие:

1. Найти дальность и продолжительность крейсерского полета при заданных числе M, режиме работы двигателя $\overline{R} = \text{const}$ и заданном запасе топлива независимо от того, на какой высоте осуществляется полет.

2. Найти режим работы двигателя $\overline{R}$, дальность и продолжительность крейсерского полета при заданном запасе топлива и при условии, что полет осуществляется на заданной высоте $H = \text{const}$ с заданной скоростью полета V. Вариантом этой задачи является определение такой скорости полета, при которой на заданной высоте достигается наибольшая возможная дальность или продолжительность крейсерского полета.

3. Найти наибольшую возможную дальность (продолжительность) крейсерского полета на высотах $H \geq 11$ км (если самолет может летать на этих высотах) при израсходовании заданного запаса топлива и заданном режиме работы двигателя $\overline{R}$ независимо от высоты и скорости полета.

Рассмотрим эти задачи последовательно.

Дальность и продолжительность полета при заданном числе M. Решая эту задачу, необходимо выполнить расчет так, как это было описано выше, но только для одного заданного числа M. Интегра-

лы (5.4) вычисляют либо численно, либо графически. В последнем случае надо построить зависимости $f_L(m)$, $f_T(m)$ и определить площади, ограниченные этими кривыми на заданном интервале изменения массы самолета $m_к \le m \le m_н$.

Дальность и продолжительность полета при заданных высоте H и скорости полета V. В этом случае режим работы двигателя (степень дросселирования $\overline{R}$) заранее не задается и его необходимо определить.

Поскольку высота полета H и число М заданы, для каждого значения полетной массы самолета из интервала $m_к \le m \le m_н$ можно по формуле

$$c_{уа}\left(\mathrm{M},\ \frac{m}{p_H}\right)=\frac{g}{0{,}7S}\frac{m}{p_H}\frac{1}{\mathrm{M}^2}$$

определить коэффициент подъемной силы и по поляре для заданного М найти коэффициент лобового сопротивления $c_{ха}\left(\mathrm{M},\ \frac{m}{p_H}\right)$, а затем вычислить аэродинамическое качество: $K = c_{уа} / c_{ха}$. Далее определяют потребную тягу:

$$P_п = \frac{mg}{K}$$

и степень дросселирования двигателя:

$$\overline{R}=\frac{P(\mathrm{M},\ H)}{\max\limits_{\mathrm{M}} P(\mathrm{M},\ H)}.$$

По дроссельным характеристикам двигателя и степени дросселирования $\overline{R}$ определяют удельный расход топлива C_e.

Дальность и продолжительность полета, как и прежде, определяются либо численными методами, либо графически. Задаваясь для заданной высоты H несколькими значениями числа М, получим несколько значений дальности и продолжительности полета $L_{кс}$, $T_{кс}$. Построив графики $L_{кс}(\mathrm{M})$, $T_{кс}(\mathrm{M})$, можно найти значение числа Маха $\mathrm{M}_{кс}$ на крейсерском участке полета, при котором достигается наибольшая возможная дальность или продолжительность горизонтального полета.

Наибольшая дальность полета. Решение этой задачи сводится к решению задачи 1 для нескольких значений числа М и построению графиков дальности и продолжительности полета $L_{кс}$, $T_{кс}$ в зависи-

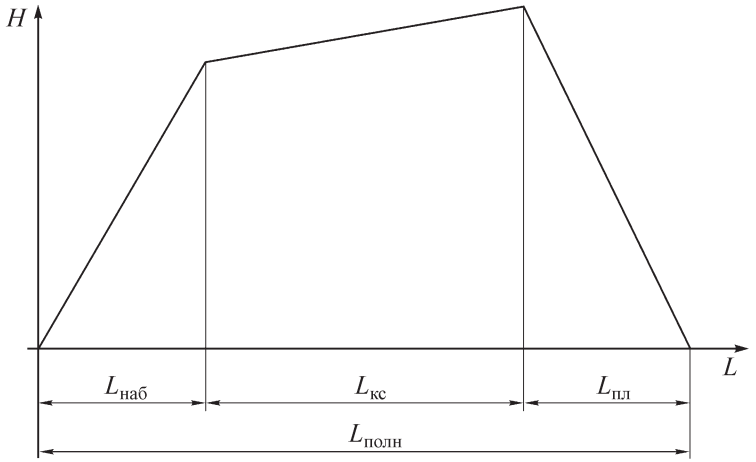


Рис. 5.3. Примерный вид зависимости H от L при полете на наибольшую дальность

мости от числа М. По этим графикам определяют наибольшую возможную дальность и продолжительность полета при израсходовании заданного запаса топлива.

Заметим, что при полете на дальность с заданной крейсерской скоростью (задача 1) или при полете на наибольшую дальность (задача 3), как это следует из приведенных выше выражений, по мере выгорания топлива и снижения массы самолета высота полета непрерывно увеличивается. Примерный вид зависимости высоты H от расстояния по горизонтали L при полете на дальность показан на рис. 5.3.

Упрощенный расчет дальности полета самолета с ТРД

Зависимость располагаемой тяги ТРД как функции числа М, высоты полета H и степени дросселирования двигателя $\overline{R}$

$$P_{\text{р}} = P(\text{M},\ H,\ \overline{R})$$

в ряде случаев можно представить в более простой форме (см. гл.2)

$$P_{\text{р}} = P(\text{M},\ H,\ \overline{R}) = f_1(H)\, f_2(\text{M},\ \overline{R}).$$

В этом случае расчет дальности и продолжительности полета существенно упрощается.

Пусть полет на крейсерском участке выполняется на высотах $H \geq 11$ км. Данные высоты соответствуют изотермическому атмосферному слою, в котором температура наружного воздуха остается постоянной. В этом случае функция $f_1(H)$ пропорциональна давлению окружающего воздуха p_H с коэффициентом пропорциональности

$$\frac{f_{11}}{p_{11}} = \text{const},$$

где $f_{11} = f_1(H = 11)$, $p_{11} = p_H(H = 11)$ — значения на высоте полета $H = 11$ км.

Таким образом, для самолетов с ТРД на высотах полета $H \geq 11$ км для располагаемой тяги можно принять соотношение

$$P_{\text{р}}(H) = f_{11}\frac{p_H}{p_{11}} f_2(\text{M}, \bar{R}) = P_{11}\frac{p_H}{p_{11}},$$

где $P_{11} = P_{\text{р}}(H = 11)$ — располагаемая тяга на высоте $H = 11$ км.

Из второго уравнения (5.6) находим потребный коэффициент лобового сопротивления

$$c_{xa}(\text{M}, H, \bar{R}) = \frac{1}{0{,}7 p_{11} S}\frac{P_{11}}{\text{M}^2}. \qquad (5.7)$$

Отсюда видно, что потребное значение коэффициента лобового сопротивления является функцией только числа М, степени дросселирования двигателя $\bar{R}$ и не зависит от массы самолета m. Следовательно, и потребное аэродинамическое качество $K = c_{ya}/c_{xa}$ в этом случае не будет зависеть от полетной массы самолета (каждому значению c_{xa} по поляре соответствует единственное значение c_{ya}). Удельный расход топлива на высотах полета $H \geq 11$ км также является только функцией числа М и степени дросселирования двигателя $\bar{R}$, т.е. $C_e = C_e(\text{M}, \bar{R})$. Скорость звука в изотермическом атмосферном слое на высотах $H \geq 11$ км остается постоянной, т.е. $a(H) = \text{const}$.

Задача о дальности полета на заданных высоте и скорости (задача 2) упрощенно решается следующим образом.

Учитывая, что в этом случае $H = \text{const}$ и $V = \text{const}$, по совокупности уравнений (5.6), (5.7) и поляре самолета находим по-

требные значения аэродинамических коэффициентов и потребной тяги

$$c_{ya}\left(\mathrm{M},\frac{m}{p_H}\right)=\frac{g}{0{,}7S}\frac{m}{p_H}\frac{1}{\mathrm{M}^2}=c_1 m;$$

$$c_{ya}\left(\mathrm{M},\frac{m}{p_H}\right)\overset{\text{по поляре}}{\Rightarrow} c_{xa}\left(\mathrm{M},\frac{m}{p_H}\right);$$

$$P_{\text{п}}=c_{xa}\left(\mathrm{M},\frac{m}{p_H}\right)\cdot 0{,}7\,p_{11}S\mathrm{M}^2,$$

где $c_1=\dfrac{g}{0{,}7\,p_H\mathrm{M}^2S}$.

Затем по высотно-скоростным характеристикам двигателя находим степень дросселирования двигателя и удельный расход топлива C_e как функции полетной массы m самолета.

Так как потребное значение коэффициента подъемной силы c_{ya} зависит только от массы самолета m, то и коэффициент лобового сопротивления c_{xa} при заданном числе М будет зависеть тоже только от m. Следовательно, потребное значение аэродинамического качества также будет функцией только массы самолета: $K = K(m)$.

Объединяя эти результаты, получим следующие выражения для функций (5.5):

$$f_L(m)=a(H)\frac{c_1\mathrm{M}}{C_e(m)c_{xa}(m)}m;\ f_T(m)=\frac{c_1 m}{C_e(m)c_{xa}(m)}.$$

Формулы (5.4) для вычисления дальности и продолжительности полета примут вид

$$L_{\text{кс}}=\frac{3{,}6a(H)\mathrm{M}c_1}{g}\int\limits_{m_{\text{к}}}^{m_{\text{н}}}\frac{dm}{C_e(m)c_{xa}(m)};$$

$$T_{\text{кс}}=\frac{c_1}{g}\int\limits_{m_{\text{к}}}^{m_{\text{н}}}\frac{dm}{C_e(m)c_{xa}(m)}. \qquad (5.8)$$

Задача расчета дальности и продолжительности полета при заданном числе М и заданном режиме работы двигателя (задача 1) упрощенно решается следующим образом (на высотах $H \geq 11$ км).

Удельный расход топлива C_e при заданном числе М и заданном режиме работы двигателя $\overline{R}$ является величиной постоянной. Тогда выражения (5.5) показывают, что наибольшие дальность и продолжительность полета достигаются на режиме аэродинамического качества $\widetilde{K}$, соответствующего заданному числу М. Функции (5.5) в этом случае оказываются постоянными. Интегрируя, получим

$$L_{\text{кс}} = \frac{3{,}6a(H)}{g}\frac{\widetilde{K}\text{M}}{C_e}\ln\left(\frac{m_{\text{н}}}{m_{\text{к}}}\right);$$
$$T_{\text{кс}} = \frac{\widetilde{K}}{gC_e}\ln\left(\frac{m_{\text{н}}}{m_{\text{к}}}\right). \qquad (5.9)$$

Формула (5.9) для вычисления дальности полета известна как формула Бреге. По мере выгорания топлива масса самолета уменьшается и для выдерживания полета при аэродинамическом качестве $\widetilde{K}$ необходимо увеличивать высоту полета.

Задача о наибольшей дальности полета (на высотах $H \geq 11$ км) (задача 3) упрощенно решается с помощью первой формулы (5.9), если в нее подставить наибольшее возможное значение

$$\left(\frac{K\text{M}}{C_e}\right)_{\max}.$$

Для его определения надо построить график зависимости

$$\left(\frac{K\text{M}}{C_e}\right) = f(\text{M})$$

и по этому графику найти максимум искомой функции и число $\text{M}_{\text{кс}}$, при котором он достигается (рис. 5.4).

По найденному числу $\text{M}_{\text{кс}}$ и поляре самолета находим аэродинамические коэффициенты c_{xa}, c_{ya}. Таким образом, максимальная дальность полета на крейсерском режиме определяется выражением

$$L_{\text{кс}} = \frac{3{,}6a(H)}{g}\left(\frac{KV}{C_e}\right)_{\max\max}\ln\left(\frac{m_{\text{н}}}{m_{\text{к}}}\right).$$

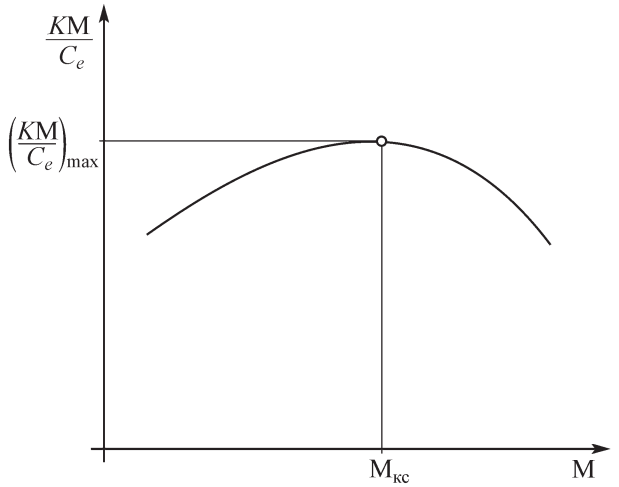


Рис. 5.4. К определению наибольшей дальности полета

Используя первое выражение (5.6) и найденные значения c_{ya}, $\text{M}_{\text{кс}}$, получим

$$p_H = \frac{g}{0{,}7 c_{ya} \text{M}_{\text{кс}}^2 S} m = \text{const} \cdot m.$$

Отсюда следует, что давление наружного воздуха p_H должно меняться прямо пропорционально массе самолета m, т.е. по мере снижения массы самолета необходимо увеличивать высоту полета.

Задача определения наибольшей дальности полета на заданной высоте $H = \text{const}$ и при произвольной скорости (задача 2) упрощенно может быть решена следующим образом. На основании первого выражения (5.6) найдем

$$\text{M} = \sqrt{\frac{mg}{0{,}7 p_H S}} \frac{1}{\sqrt{c_{ya}}}.$$

Тогда произведение $K\text{M}$ можно выразить следующим образом:

$$K\text{M} = \sqrt{\frac{mg}{0{,}7 p_H S}} \frac{\sqrt{c_{ya}}}{c_{xa}}.$$

Подставив это выражение в первую формулу (5.4), получим

$$L_{\text{кс}} = \frac{3{,}6a(H)}{g}\sqrt{\frac{g}{0{,}7p_H S}}\int_{m_\text{к}}^{m_\text{н}} \frac{1}{C_e}\frac{\sqrt{c_{ya}}}{c_{xa}}\frac{dm}{\sqrt{m}}. \qquad (5.10)$$

Так как в этом случае двигатель работает на дроссельном режиме, то удельный расход топлива C_e определяется по высотно-скоростным характеристикам двигателя в зависимости от числа М и потребной тяги:

$$P_\text{п} = P(\text{M},\ H,\ \overline{R}) = c_{xa}\cdot 0{,}7p_H \text{M}^2 S.$$

Зададимся рядом значений чисел М и для каждого из них — несколькими значениями c_{ya}. По поляре самолета для каждой пары значений (М, c_{ya}) найдем соответствующее значение c_{xa} и по приведенной формуле вычислим потребную тягу $P_\text{п}$, а затем по высотно-скоростным характеристикам двигателя — степень дросселирования $\overline{R}$ и удельный расход топлива C_e. Далее вычислим значения функции

$$\varphi = \frac{1}{C_e}\frac{\sqrt{c_{ya}}}{c_{xa}}$$

и построим график зависимости этой функции от числа М и c_{ya} (рис. 5.5).

Наибольшая дальность полета будет соответствовать максимальному значению функции

$$\varphi_{\max\ \max} = \left.\frac{1}{C_e}\frac{\sqrt{c_{ya}}}{c_{xa}}\right|_{\max\ \max},$$

которое можно найти по графику, приведенному на рис. 5.6.

Для этого сначала определим $\varphi_{\max}$ при М = const (рис. 5.5), а затем построим график зависимости $\varphi_{\max}(\text{M})$ (рис. 5.6) и по этому графику определим $\varphi_{\max\ \max}$ и соответствующее число $\text{M}_{\text{кс}}$.

Для сравнительного анализа влияния режима полета на максимальную дальность предположим, что удельный расход топлива C_e можно считать постоянным. Тогда в выражении (5.10)

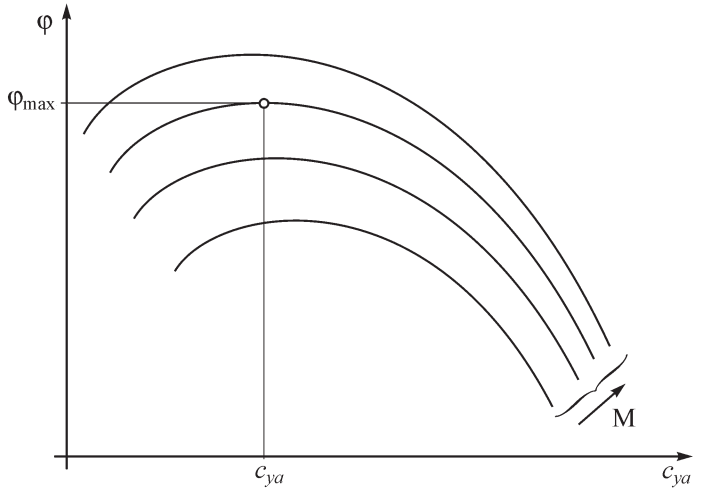


Рис. 5.5. Примерный вид зависимости функции φ от M и c_{ya}

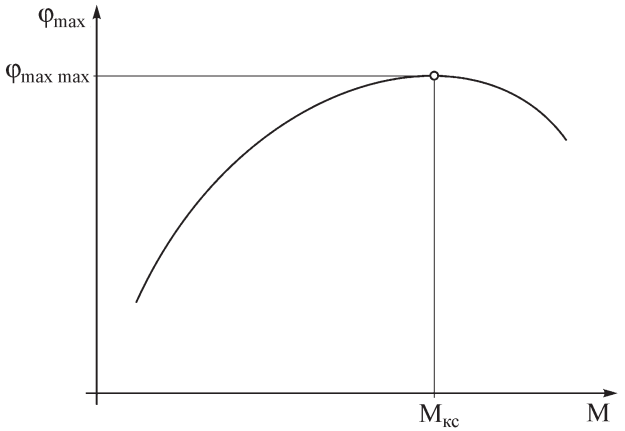


Рис. 5.6. Определение $\varphi_{max\,max}$

его можно вынести за знак интеграла. В результате для определения дальности полета получим выражение

$$L_{кс} = \frac{3{,}6a(H)}{g}\sqrt{\frac{g}{0{,}7p_H S}}\,\frac{1}{C_e}\int_{m_к}^{m_н}\frac{\sqrt{c_{ya}}}{c_{xa}}\,\frac{dm}{\sqrt{m}}. \qquad (5.11)$$

Отсюда следует, что наибольшая дальность полета на заданной высоте $H = \text{const}$ и при условии $C_e = \text{const}$ достигается при полете на таком режиме, на котором достигает своего максимального значения подынтегральная функция:

$$\frac{\sqrt{c_{ya}}}{c_{xa}} = \left(\frac{\sqrt{c_{ya}}}{c_{xa}} \right)_{\max}.$$

Если влиянием сжимаемости воздуха на поляру самолета можно пренебречь, то интеграл в (5.11) может быть вычислен в квадратурах. Вынесем в (5.11) $(\sqrt{c_{ya}} / c_{xa})_{\max}$ из под знака интеграла и, интегрируя, получим формулу для вычисления максимальной дальности полета на заданной высоте $H = \text{const}$:

$$L_{\text{кс}\max} = \frac{7{,}2a(H)}{g} \sqrt{\frac{g}{0{,}7 p_H S}} \frac{1}{C_e} \left(\frac{\sqrt{c_{ya}}}{c_{xa}} \right)_{\max} (\sqrt{m_{\text{н}}} - \sqrt{m_{\text{к}}}).$$

Рассмотрим самолет с квадратичной полярой. Несложные вычисления показывают, что

$$\left(\frac{\sqrt{c_{ya}}}{c_{xa}} \right)_{\max} = \frac{\sqrt[4]{27}}{2} \left(\frac{\sqrt{c_{ya}}}{c_{xa}} \right)_{\text{нв}} \approx 1{,}14 \left(\frac{\sqrt{c_{ya}}}{c_{xa}} \right)_{\text{нв}},$$

где $(\sqrt{c_{ya}} / c_{xa})_{\text{нв}}$ соответствует полету при максимальном аэродинамическом качестве $K_{\max}$.

Таким образом, максимальная дальность полета примерно на 14 % больше дальности полета на максимальном аэродинамическом качестве.

Рассмотренные в этом разделе задачи позволили при некоторых упрощающих предположениях получить аналитические выражения для расчета дальности и продолжительности полета при различных условиях, связывающих скорость и высоту полета.

5.3. РАСЧЕТ ДАЛЬНОСТИ КРЕЙСЕРСКОГО ПОЛЕТА САМОЛЕТА С ВИНТОВЫМИ ДВИГАТЕЛЯМИ

К самолетам с винтовыми двигателями относятся самолеты, на которых установлены турбовинтовые (ТВД) или поршневые (ПД)

двигатели. Экономические характеристики этих двигателей задаются в виде зависимости удельного расхода топлива C_e — расхода топлива в час, приходящегося на единицу мощности, — от режима работы двигателя, скорости и высоты полета.

Часовой и километровый расходы топлива в этом случае определяются выражениями

$$q_{\text{ч}} = iC_e N;$$

$$q_{\text{км}} = \frac{q_{\text{ч}}}{3{,}6V} = \frac{iC_e N}{3{,}6V},$$

где скорость полета V берется в м/с, мощность N — в л. с., удельный расход топлива C_e — в кг/(ч·л.с.), i — число двигателей на самолете.

В дальнейшем под заданным режимом работы двигателя будем понимать определенное число оборотов винта.

Для самолетов с ТВД располагаемая мощность является суммой мощности, обусловленной тягой винтов, и мощности, обусловленной реактивной тягой P_r, возникающей вследствие прямой реакции газовой струи, выходящей из сопла двигателя. У самолетов с ПД реактивной тяги нет и располагаемая мощность ПД целиком обусловлена тягой винтов. Далее анализ будет проводиться для самолетов с ТВД. Для самолетов с ПД в полученных ниже выражениях надо положить $P_r = 0$.

Из условия равенства потребной и располагаемой мощностей в горизонтальном установившемся полете

$$\frac{mg}{K}V = i \cdot 75\, N\eta + iP_r V$$

найдем мощность N на валу двигателя и подставим ее в выражения для часового и километрового расходов, получим

$$q_{\text{ч}} = \frac{C_e V}{75\eta}\left(\frac{mg}{K} - iP_r\right);\ q_{\text{км}} = \frac{C_e}{270\eta}\left(\frac{mg}{K} - iP_r\right). \qquad (5.12)$$

Здесь η — КПД воздушного винта.

Подставив (5.12) в (5.2), получим выражения для вычисления дальности и продолжительности крейсерского полета самолетов с ТВД

$$L_{\text{кс}} = 270 \int_{m_{\text{к}}}^{m_{\text{н}}} \frac{K\eta}{C_e} \frac{dm}{1 - i\dfrac{P_r K}{mg}};$$

$$T_{\text{кс}} = 75 \int_{m_{\text{к}}}^{m_{\text{н}}} \frac{1}{V} \frac{K\eta}{C_e} \frac{dm}{1 - i\dfrac{P_r K}{mg}}. \qquad (5.13)$$

Обычно полезная мощность, обусловленная реактивной тягой P_r, невелика по сравнению с полезной мощностью, создаваемой винтами. Поэтому выражения (5.13) можно упростить, введя понятие условной мощности $N_{\text{усл}}$. Условная мощность определяется выражением

$$N_{\text{усл}} = N + \frac{P_r V}{\eta_{\text{усл}}},$$

где $\eta_{\text{усл}}$ — условный КПД воздушного винта, в расчетах можно принять $\eta_{\text{усл}} = 0{,}8$.

Тогда равенство потребной и располагаемой мощностей примет вид

$$\frac{mg}{K} V = c_{xa} \cdot 0{,}7 p_H Sa(H) \text{M}^3 = i \cdot 75 N_{\text{усл}} \eta, \qquad (5.14)$$

а удельный расход топлива C_e можно заменить удельным расходом топлива, отнесенным к условной мощности:

$$C_{e\,\text{усл}} = C_e \frac{N}{N_{\text{усл}}}.$$

Найдем из уравнения (5.14) потребную условную мощность:

$$iN_{\text{усл}} = \frac{mg}{75 K\eta} V.$$

Выражения для часового и километрового расходов топлива, записанные относительно условного удельного расхода топлива $C_{e\,\text{усл}}$ и условной мощности $N_{\text{усл}}$, примут вид

$$q_{\text{ч}} = mg\frac{C_{e\,\text{усл}}V}{75K\eta};\ q_{\text{км}} = mg\frac{C_{e\,\text{усл}}}{270K\eta}. \tag{5.15}$$

После подстановки (5.15) в (5.2) получим выражения для определения дальности и продолжительности полета самолетов с винтовыми двигателями

$$\begin{aligned} L_{\text{кс}} &= 270\int_{m_{\text{к}}}^{m_{\text{н}}}\frac{K\eta}{C_{e\,\text{усл}}}\frac{dm}{m};\\ T_{\text{кс}} &= 75\int_{m_{\text{к}}}^{m_{\text{н}}}\frac{1}{V}\frac{K\eta}{C_{e\,\text{усл}}}\frac{dm}{m}. \end{aligned} \tag{5.16}$$

В дальнейшем при расчете дальности и продолжительности полета будем пользоваться выражениями (5.16), а для упрощения их записи будем опускать индекс «усл» в обозначениях условной мощности и условного удельного расхода топлива.

Рассмотрим решение поставленных выше трех задач расчета дальности и продолжительности полета (см. подразд. 5.2), но для самолетов с ТВД и ПД.

Решение задачи 1. Задаваясь различными значениями высоты полета H, можно найти скорости V, соответствующие заданному числу М. По высотно-скоростным характеристикам двигателя для каждой высоты H и скорости V при заданном числе оборотов винта n можно найти условную мощность N на валу двигателя, а затем определить относительную поступь винта λ и коэффициент мощности β:

$$\lambda = \frac{V}{nD};\ \beta = \frac{75N}{\rho(H)n^3D^5}$$

и по характеристикам воздушного винта — коэффициент полезного действия η (D — диаметр воздушного винта).

Из уравнения (5.14) найдем потребный коэффициент лобового сопротивления c_{xa}, по поляре самолета для заданного числа М и найденного c_{xa} определим аэродинамический коэффициент подъемной силы c_{ya}, а затем потребное аэродинамическое качество самолета $K = c_{ya}/c_{xa}$ на выбранном режиме полета.

По характеристикам двигателя для заданных высоты H, скорости полета V и числа оборотов турбины n можно найти удельный расход топлива C_e и вычислить значение подынтегральных функций в выражениях (5.16):

$$\frac{K\eta}{C_e m};\ \frac{1}{V}\frac{K\eta}{C_e m}.$$

Интегралы в (5.16) вычисляются численными методами или графически.

Решение задачи 3 аналогично решению задачи 1, только вместо одного значения числа М необходимо задаться его несколькими значениями и затем построить график $L_{кс} = L_{кс}(\mathrm{M})$. По максимуму ординаты этой кривой можно найти максимальную дальность и соответствующее ей число М.

Высота при полете на дальность с заданной скоростью или на наибольшую дальность по мере выгорания топлива увеличивается, как и в случае самолета с ТРД.

Решение задачи 2. Задаваясь различными значениями массы самолета m в интервале $m_к \le m \le m_н$, можно вычислить для заданных высоты и скорости полета потребные значения аэродинамического коэффициента подъемной силы c_{ya}, по поляре найти соответствующие значения коэффициента лобового сопротивления c_{xa} и вычислить потребное аэродинамическое качество $K = c_{ya} / c_{xa}$.

Условная мощность, расходуемая на вращение винта, определяется формулой

$$75N = \beta\rho(H)n^3D^5.$$

Располагаемая мощность, расходуемая на перемещение самолета, зависит от КПД винта и может быть представлена следующим образом:

$$75N_р = \eta\beta\rho(H)n^3D^5.$$

Условие равенства потребной и располагаемой мощностей имеет вид

$$\eta\beta\rho(H)n^3D^5 = c_{xa}\frac{\rho(H)V^3}{2}S.$$

Принимая во внимание выражения для относительной поступи винта λ и коэффициента мощности β, можно переписать условие равенства потребной и располагаемой мощности так:

$$\frac{\eta\beta}{\lambda^3} = c_{xa}\frac{S}{2D^2 i}. \qquad (5.17)$$

Для каждого значения массы самолета m определяют коэффициент лобового сопротивления c_{xa}, так что правая часть уравнения (5.17) для каждого значения m — величина постоянная.

Зададимся значением КПД винта η_1, и на плоскости (λ, β), используя уравнение (5.17), построим график кривой, которая описывается уравнением

$$\beta_1 = c_{xa}\frac{S}{2D^2 i}\frac{1}{\eta_1}\lambda^3 = \text{const}\cdot\lambda^3.$$

Совместив этот график с диаграммой характеристик винта (рис. 5.7) [5], в точках пересечения графика с кривыми $\eta = \text{const}$ находим соответствующее заданному значению η_1 значение λ_1.

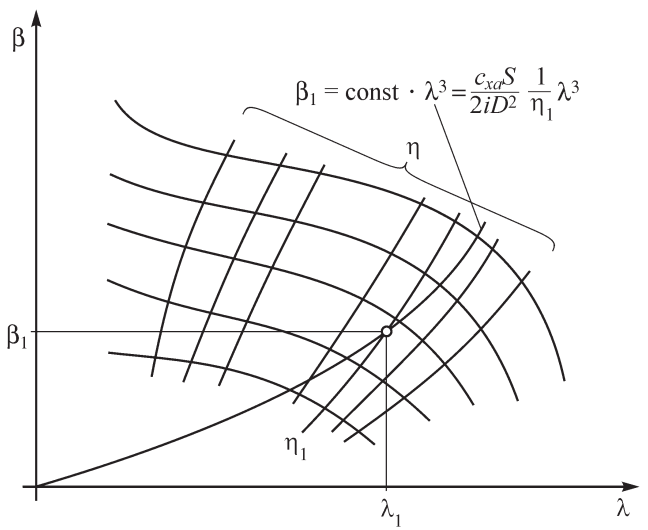


Рис. 5.7. К определению режима работы винта

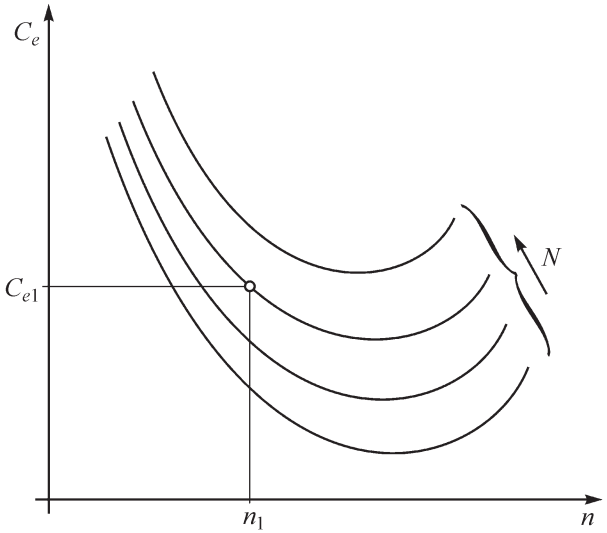


Рис. 5.8. К определению удельного расхода топлива C_e

По заданным скорости полета V и КПД воздушного винта η_1 находим число оборотов винта и условную мощность:

$$n = \frac{V}{\lambda_1 D}; \quad N = \frac{mg}{75}\frac{V}{K}\frac{1}{\eta_1}.$$

Этой паре $(n,\ N)$ на заданных высоте и скорости полета соответствует удельный расход топлива C_e, который определяется по характеристикам двигателя (рис. 5.8).

Таким образом, каждому значению КПД винта η соответствуют определенные значения отношения η / C_e и числа оборотов n. Построив графики зависимости $\eta / C_e = f(n)$ (рис. 5.9), можно найти максимальное значение $(\eta / C_e)_{\max}$, соответствующее принятому значению массы самолета m.

Таким образом, для каждого значения массы самолета m можно вычислить значения подынтегральных функций в выражениях (5.16)

$$\frac{K\eta}{C_e m}; \quad \frac{1}{V}\frac{K\eta}{C_e m},$$

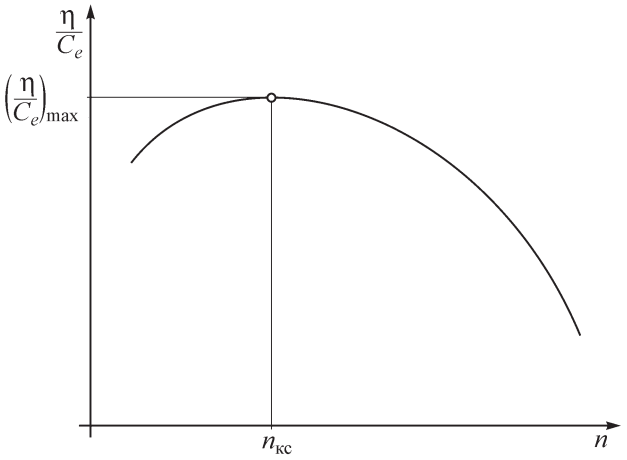


Рис. 5.9. Определение $(\eta / C_e)_{max}$

а интегралы вычислить либо численными методами, либо графически. Приведенную последовательность расчета можно упростить в случае слабой зависимости удельного расхода C_e от числа оборотов n. В этом случае наилучшие результаты достигаются на кривой $\beta = \text{const} \cdot \lambda^3$, соприкасающейся с кривой $\eta = \text{const}$ (рис. 5.10),

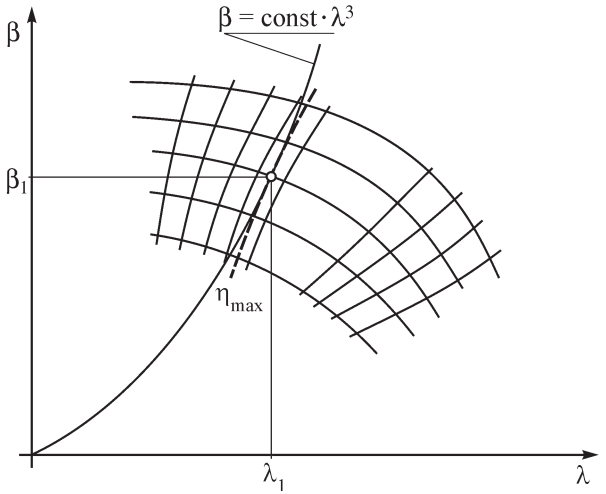


Рис. 5.10. Определение максимального КПД воздушного винта

так как при этом КПД воздушного винта будет иметь максимальное значение.

Далее по найденному значению λ_1 определяют число оборотов n и величину удельного расхода C_e по правилам, приведенным выше. Число оборотов, соответствующее максимальному значению КПД в точке касания кривых на рис. 5.10, не должно превышать допустимого числа оборотов двигателя.

Упрощение расчета дальности полета для самолета с ТВД

Если полет происходит в изотермическом атмосферном слое, на высотах $H \geq 11$ км, то расчет дальности полета самолета с ТВД можно упростить. На этих высотах полета располагаемая условная мощность на валу двигателя может быть представлена выражением

$$N_{\text{р}} = N_{11} \frac{p_H}{p_{11}},$$

где располагаемая условная мощность $N_{\text{р}}$ на высоте $H \geq 11$ км и условная мощность N_{11} на высоте $H = 11$ км берутся для одинаковых скорости полета V и числа оборотов n. Подставив это выражение в уравнение (5.14), найдем потребное значение коэффициента лобового сопротивления:

$$c_{xa} = \frac{75 N_{11} \eta_{11}}{0{,}7 p_{11} a(H) S} \frac{1}{\text{М}^3}. \qquad (5.18)$$

Коэффициент мощности винта в этом случае будет определяться выражением

$$\beta = \frac{75 N_{11} p_H}{p_{11} \rho(H) n^3 D^5} = \beta_{11},$$

где β и β_{11} соответствуют одному и тому же режиму работы двигателя.

Поэтому при одинаковых скорости полета V и числе оборотов n на высотах $H \geq 11$ км и $H = 11$ км значения КПД воздушного винта получаются одинаковыми. В таком случае потребный ко-

эффициент лобового сопротивления (5.18) не зависит от полетной массы самолета m и является только функцией числа М и числа оборотов винта n.

Рассмотрим расчет дальности полета при заданной скорости полета V и заданном числе оборотов винта n (задача 1). Заданной скорости полета V соответствуют определенные коэффициент мощности β, поступь винта $\lambda = V/(nD)$ и значение КПД воздушного винта η. На высотах полета $H \geq 11$ км удельный расход топлива C_e зависит только от числа М и режима работы двигателя. Поэтому при заданном числе оборотов n удельный расход топлива C_e имеет определенное значение.

По найденному потребному значению коэффициента лобового сопротивления c_{xa} по поляре самолета определяют коэффициент подъемной силы c_{ya} и аэродинамическое качество $K = c_{ya}/c_{xa}$. Отношение $K\eta/C_e$ получается не зависящим от полетной массы самолета m, и в первом выражении (5.16) его можно вынести за знак интеграла. Вычисляя интеграл, получим формулу для определения дальности крейсерского участка полета самолета с ТВД

$$L_{\text{кс}} = 270\frac{K\eta}{C_e}\ln\left(\frac{m_{\text{н}}}{m_{\text{к}}}\right). \qquad (5.19)$$

Формула (5.19) является аналогом формулы Бреге (5.9) для расчета дальности крейсерского участка полета самолета с ТВД.

Наибольшая дальность крейсерского участка полета самолета с ТВД $L_{\text{кс max}}$ достигается при максимальном значении $(K\eta/C_e)_{\max}$, которое можно найти по графику кривой $(K\eta/C_e) = \varphi(\text{M})$. Вместе со значением $(K\eta/C_e)_{\max}$ определяется и число М, на котором достигается $L_{\text{кс max}}$. Формула для вычисления $L_{\text{кс max}}$ имеет вид

$$L_{\text{кс max}} = 270\left(\frac{K\eta}{C_e}\right)_{\max}\ln\left(\frac{m_{\text{н}}}{m_{\text{к}}}\right).$$

5.4. ВЛИЯНИЕ ВЕТРА НА ДАЛЬНОСТЬ ПОЛЕТА

Все приведенные выше расчетные выражения для определения дальности крейсерского полета были получены при условии, что полет самолета выполняется в спокойной атмосфере, без ветра. Од-

нако в действительности, как правило, полет самолета сопровождается ветром. Ветер может быть попутный, встречный, боковой, попутно-боковой и попутно-встречный. В условиях полета с ветром дальность крейсерского участка уже будет отличаться от рассчитанной при отсутствии ветра.

Для анализа влияния скорости ветра на дальность полета вводят понятия технической и путевой скорости полета самолета. Скорость движения центра масс самолета относительно воздуха называют *технической* или истинной *скоростью* $\vec{V}$. В полете на заданной высоте H, с заданным коэффициентом подъемной силы c_{ya} (углом атаки α) и заданной массой m техническая скорость $\vec{V}$ не зависит от скорости ветра. *Путевой скоростью* $\vec{V}_{\text{п}}$ называют скорость движения центра масс самолета относительно поверхности земли. Векторы технической и путевой скоростей полета лежат в местной горизонтальной плоскости. В расчетах дальности полета ветер с боковой составляющей скорости относительно направления полета (попутно-боковой и попутно-встречный ветер) заменяют фиктивным ветром. Фиктивный ветер является только попутным или встречным ветром, который изменяет путевую скорость так, как ее изменяет ветер, дующий с постоянной скоростью с любого направления. Фиктивный ветер называют еще *эквивалентным ветром*. Введение понятия эквивалентного ветра позволяет при анализе влияния ветра на дальность полета ограничится рассмотрением только попутного или только встречного ветра. В этом случае от векторов скоростей можно перейти к величинам скоростей. Путевая скорость $V_{\text{п}}$, техническая скорость полета V и скорость эквивалентного ветра $W_{\text{э}}$ связаны соотношением

$$V_{\text{п}} = V \pm W_{\text{э}}, \tag{5.20}$$

где знак «+» соответствует попутному ветру, знак «–» — встречному.

Дальность полета самолета определяется километровым расходом топлива. Из приведенных выше рассуждений понятно, что при наличии ветра километровый расход топлива будет зависеть от путевой скорости $V_{\text{п}}$. Часовой расход топлива $q_{\text{ч}}$ от ветра не зависит. Поэтому километровый расход топлива при наличии ветра $q_{\text{км}\,W}$ вычисляется по формуле

$$q_{\text{км}\,W} = \frac{q_{\text{ч}}}{3{,}6V_{\text{п}}}.$$

Разделив и умножив это выражение на техническую скорость полета V при отсутствии ветра и подставив выражение (5.20), получим

$$q_{\text{км}\,W} = \frac{q_{\text{ч}}}{3{,}6V}\frac{V}{V \pm W_{\text{э}}} = q_{\text{км}\,W=0}\frac{V}{V \pm W_{\text{э}}},$$

где $q_{\text{км}\,W=0}$ — километровый расход при отсутствии ветра ($W_{\text{э}} = 0$).

Подставим выражение для километрового расхода с учетом скорости ветра $q_{\text{км}\,W}$ в формулу определения дальности полета (5.2), получим

$$L_{\text{кс}\,W} = \int_{m_{\text{к}}}^{m_{\text{н}}} \frac{dm}{q_{\text{км}\,W}} = \left(1 \pm \frac{W_{\text{э}}}{V}\right)\int_{m_{\text{к}}}^{m_{\text{н}}} \frac{dm}{q_{\text{км}\,W=0}} = \left(1 \pm \frac{W_{\text{э}}}{V}\right)L_{\text{кс}\,W=0},$$

где $L_{\text{кс}\,W}$, $L_{\text{кс}\,W=0}$ — дальности крейсерского полета с ветром и при отсутствии ветра соответственно.

Таким образом, дальность крейсерского полета при попутном ветре увеличивается, а при встречном ветре — уменьшается. Попутный и встречный ветер (например, при попадании в струйное течение) могут привести к изменению дальности полета на 20...25 %.

5.5. ВЛИЯНИЕ НЕКОТОРЫХ ФАКТОРОВ НА ДАЛЬНОСТЬ И ПРОДОЛЖИТЕЛЬНОСТЬ ПОЛЕТА

На дальность и продолжительность полета оказывают влияние различные факторы. Рассмотрим влияние на дальность и продолжительность полета высоты полета H, полетной массы самолета m и температуры окружающего воздуха T, а также отказа или целенаправленного выключения одного двигателя (для многодвигательных самолетов).

Влияние высоты на дальность и продолжительность полета самолета с ТРД. С ростом высоты полета снижаются температура окружающего воздуха, располагаемая тяга и степень дросселирования двигателей. Совокупность этих факторов приводит к снижению удельного расхода топлива C_e (рис. 5.11).

Температура окружающего воздуха снижается до высоты 11 км в условиях стандартной атмосферы. На высотах более 11 км атмосферное давление и плотность воздуха продолжают уменьшаться, а температура остается постоянной. Это приводит сначала к замедле-

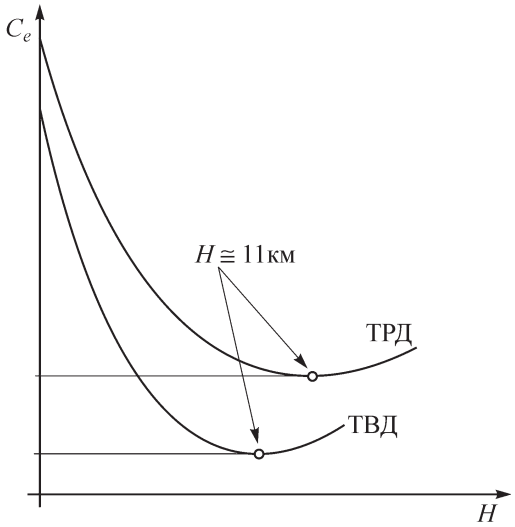


Рис. 5.11. Зависимость удельного расхода топлива от высоты полета

нию темпа снижения удельного расхода топлива, а затем к его росту. В результате на высотах 10...12 км минимальный часовой расход топлива $q_{ч}$ оказывается на 40...60 % меньше, чем при полетах на уровне моря. При дальнейшем увеличении высоты часовой расход топлива возрастает. Поэтому наибольшая продолжительность полета достигается на высотах 10...12 км.

Километровый расход топлива $q_{км}$ определяется часовым расходом топлива $q_{ч}$ и скоростью полета V. С увеличением высоты полета до $H = 11$ км часовой расход топлива $q_{ч}$ уменьшается, а скорость установившегося горизонтального полета увеличивается. Поэтому километровый расход топлива $q_{км}$ с увеличением высоты полета уменьшается на всех высотах, причем более интенсивно, чем часовой расход топлива. Увеличение высоты полета приводит к росту скорости установившегося горизонтального полета, и на некоторой высоте число М может возрасти до критических значений M_{*}. Дальнейшее увеличение высоты полета и связанное с этим увеличение скорости полета приводят к развитию волнового кризиса и росту лобового сопротивления самолета и, следовательно, к необходимости увеличения тяги двигателей (снижению степени дросселирования). В результате наблюдаются рост часового и километрового расходов топлива и уменьшение

дальности и продолжительности полета. На практике минимальный километровый расход топлива достигается на высоте полета, которая на 2...3 км меньше высоты практического потолка. Расход топлива при полете на этой высоте на 50...75 % меньше, чем на уровне моря.

Влияние высоты на дальность и продолжительность полета самолета с ТВД. Для самолетов с ТВД увеличение высоты полета приводит к уменьшению удельного расхода топлива как вследствие снижения температуры воздуха до высоты $H = 11$ км, так и за счет уменьшения степени дросселирования двигателей. На высоте $H = 11$ км в условиях стандартной атмосферы удельный расход топлива достигает минимального значения, а при дальнейшем увеличении высоты полета растет. С ростом высоты полета повышается КПД воздушного винта η вследствие увеличения скорости установившегося горизонтального полета и возрастает потребная мощность двигателей $N_{\text{п}}$. В результате отношение C_e / η уменьшается более интенсивно, чем увеличивается потребная мощность двигателей $N_{\text{п}}$, что приводит к уменьшению часового расхода $q_{\text{ч}}$. На высотах полета, близких к практическому потолку, часовой расход топлива самолетов с ТВД в 1,5...2 раза меньше, чем при полете на уровне моря. Таким образом, наибольшая продолжительность полета достигается на высотах, близких к высоте ограничения мощности двигателя, и на скорости $V \geq V_{\text{эк}}$. Высота ограничения мощности двигателя определяется по техническому описанию двигателя.

Километровый расход топлива $q_{\text{км}}$ для самолетов с ТВД достигает минимального значения на высоте установившегося горизонтального полета, на которой отношение C_e / η является минимальным. Отношение C_e / η с увеличением высоты полета уменьшается в диапазоне скоростей полета, на которых еще не проявляется волновой кризис. Дальнейшее увеличение высоты полета и связанное с ним увеличение скорости установившегося горизонтального полета (приближение волнового кризиса) приводят к росту потребной мощности двигателей и росту отношения C_e / η. Поэтому отношение C_e / η достигает минимума на некоторой оптимальной высоте полета. На этой высоте километровый расход топлива $q_{\text{км}}$ в 2...2,5 раза меньше, чем на уровне моря.

Влияние полетной массы. Увеличение полетной массы самолета приводит к увеличению потребной тяги или потребной мощности двигателей и, следовательно, к росту часового и километрового рас-

ходов топлива. В результате дальность и продолжительность полета уменьшаются.

Снижение полетной массы, обусловленное расходом топлива в полете, которое может составить 20...40 %, приводит к уменьшению километрового и часового расходов.

Уменьшение полетной массы самолета по мере расхода топлива приводит также к увеличению теоретического $H_т$ и практического $H_{пр}$ потолков, а следовательно, и оптимальной высоты (в смысле наибольшей дальности и продолжительности крейсерского полета). Выше, при изложении расчетных методов определения дальности и продолжительности полета, было отмечено, что для обеспечения максимальной дальности необходимо выполнять полет по траектории с набором высоты (при $c_{у\,г.п} = \text{const}$). Полет с постепенным набором высоты называется полетом «по потолкам». При дальности полета, равной (8...10) тыс. км, увеличение высоты полета составляет 4...5 км. Полет «по потолкам» иногда называют режимом крейсерского набора высоты. Полет «по потолкам» приводит к уменьшению километрового расхода и увеличению дальности и продолжительности полета как для самолетов с ТРД, так и для самолетов с ТВД. Однако это увеличение для самолетов с ТВД происходит менее интенсивно, чем у самолетов с ТРД. У самолетов с ТРД дальность полета «по потолкам» примерно в 2,5...2,7 раза больше дальности полета у земли, тогда как у самолетов с ТВД — всего лишь в 1,5...1,6 раза [11].

Влияние температуры воздуха. Увеличение температуры воздуха T приводит к уменьшению располагаемой тяги $P_р$ и располагаемой мощности $N_р$ двигателей. Поэтому при повышении температуры воздуха следует уменьшать степень дросселирования двигателей, а при понижении температуры — увеличивать. Следовательно, с ростом температуры воздуха часовой расход топлива $q_ч$ увеличивается. Часовой расход топлива $q_ч$ зависит от температуры окружающего воздуха T через ее зависимость от располагаемой тяги (мощности) и через зависимость от T удельного расхода топлива. Для двухконтурных ТРД (ТРДД) влияние температуры окружающего воздуха T на располагаемую тягу определяется степенью двухконтурности двигателя. Увеличение степени двухконтурности двигателя несколько снижает влияние температуры окружающего воздуха на располагаемую тягу. Наиболее сильное влияние на часовой расход топлива при изменении температуры воздуха оказывает зависимость от T удельного расхода топлива C_e. Поэтому в первом приближении при анализе влияния температуры окружающего воздуха T на часовой

расход топлива $q_{ч}$ будем учитывать зависимость от T только удельного расхода $C_e(T)$. В полете при постоянных высоте и скорости удельные расходы при температурах T_1 и T_2 связаны соотношением

$$C_e(T_2) = C_e(T_1)\sqrt{T_2 / T_1}.$$

Отсюда следует аналогичное соотношение и для часовых расходов:

$$q_{ч}(T_2) = q_{ч}(T_1)\sqrt{T_2 / T_1}.$$

Таким образом, с увеличением температуры воздуха ($T_2 > T_1$) часовой расход возрастает и продолжительность полета уменьшается.

Анализ влияния температуры окружающего воздуха на диаграмму потребных и располагаемых тяг (мощностей), проведенный в гл. 3, показал, что для скоростей установившегося горизонтального полета справедливо соотношение

$$V(T_2) = V(T_1)\sqrt{T_2 / T_1}.$$

Определяя километровые расходы $q_{км}(T_1)$ и $q_{км}(T_2)$ при температурах T_1 и T_2 соответственно, получим

$$q_{км}(T_2) = \frac{q_{ч}(T_2)}{3{,}6V(T_2)} = \frac{q_{ч}(T_1)}{3{,}6V(T_1)}\sqrt{\frac{T_2}{T_1}}\sqrt{\frac{T_1}{T_2}} = q_{км}(T_1).$$

Таким образом, в первом приближении изменение температуры воздуха не влияет на дальность полета.

Влияние выключения или отказа одного двигателя. Выключение или отказ одного двигателя у многодвигательного самолета увеличивает его лобовое сопротивление, уменьшает располагаемую тягу и диапазон скоростей полета. Для сохранения скорости установившегося горизонтального полета при выключении или отказе одного двигателя необходимо увеличить тягу (мощность) остальных двигателей (уменьшить степень дросселирования). Если при этом располагаемая тяга (мощность) больше или равна потребной тяге (мощности), то горизонтальный установившийся полет возможен на прежней высоте. В противном случае горизонтальный установившийся полет возможен только на меньшей высоте. Уменьшение высоты полета и повышение лобового со-

противления самолета ведут к увеличению часового и километрового расходов топлива, а следовательно, к уменьшению продолжительности и дальности полета.

Однако если при целенаправленном выключении одного двигателя возможно продолжение полета без значительного изменения высоты и скорости полета, то увеличение режима работы двигателей (уменьшение степени дросселирования) может сопровождаться уменьшением удельного расхода топлива, а следовательно, и уменьшением часового и километрового расходов, что ведет к увеличению дальности и продолжительности крейсерского полета (далее при некотором увеличении лобового сопротивления самолета, обусловленного выключенным двигателем). Целенаправленное выключение одного двигателя иногда применяется как способ увеличения дальности и продолжительности крейсерского полета. Этот способ применялся во время кругосветного полета самолета «Вояджер», конструкции Б. Рутана.

5.6. РАСЧЕТ ТРАНСПОРТНОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ

Транспортная эффективность самолета определяется скоростью и дальностью полета с заданной коммерческой нагрузкой. Зависимость дальности полета от перевозимой коммерческой нагрузки представляется диаграммой «дальность — масса груза» (рис. 5.12).

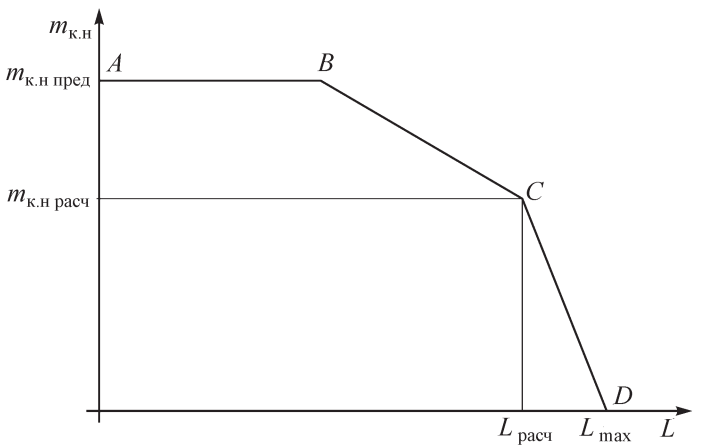


Рис. 5.12. Общий вид диаграммы «дальность–масса груза»

Наибольшая дальность полета L_{max} достигается при полете самолета с полной заправкой $m_т$ без коммерческой (полезной) нагрузки: $m_{к.н} = 0$. Если не изменять массу топлива, а увеличивать массу коммерческой нагрузки $m_{к.н}$, то это приведет к росту потребной тяги и увеличению километрового расхода топлива $q_{км}$. В результате дальность полета снизится. Это снижение имеет монотонный характер (участок *C — D* на рис. 5.12). Ограничения, которые обусловлены условиями эксплуатации конкретного самолета (прочностью шасси, длиной и состоянием взлетно-посадочной полосы (ВПП) и т.д.), приводят к тому, что массу коммерческой нагрузки можно увеличивать (без изменения массы полной заправки топливом $m_т$) только до некоторого предела $m_{к.н\ расч}$, называемого расчетной коммерческой нагрузкой. Дальнейшее увеличение массы коммерческой нагрузки $m_{к.н}$ возможно, только если уменьшать массу заправляемого топлива $m_т$. Совокупность этих факторов приводит к более интенсивному снижению дальности полета (участок *B–C* на рис. 5.12). Точка *C* определяет расчетную дальность полета $L_{расч}$ с полной заправкой топливом. Точка *B* соответствует дальности полета с предельной массой коммерческой нагрузки $m_{к.н\ пред}$. Участок полета *A–B* соответствует дальности полета с предельной массой коммерче-

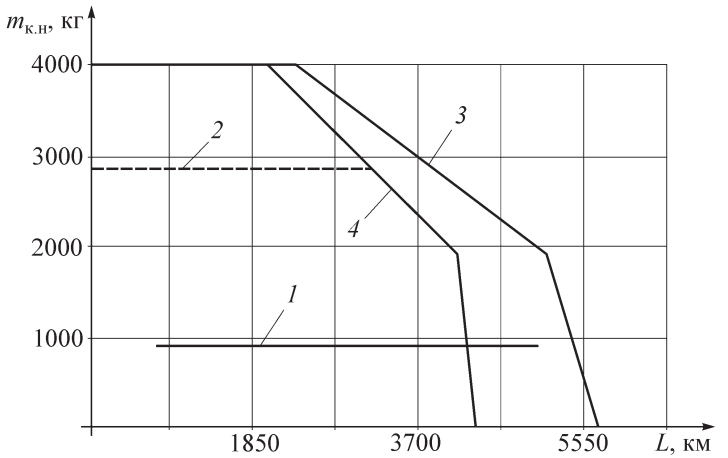


Рис. 5.13. Диаграмма «дальность–масса груза» для магистрального самолета в условиях МСА:
1 — резерв топлива определен из расчета: 45 мин ожидания посадки, перелет на запасной аэродром на расстояние 370 км и непредвиденный расход 5%; *2* — 281 пассажир с багажом; *3* — высота полета 9...10 км, M = 0,78; *4* — высота полета 7,5 км, M = 0,84

ской нагрузки $m_{\text{к.н пред}}$. Расчетная дальность $L_{\text{расч}}$ и предельная масса коммерческой нагрузки $m_{\text{к.н пред}}$ задаются в задании на проектирование самолета. Масса коммерческой нагрузки в условиях эксплуатации не должна превышать предельную массу: $m_{\text{к.н}} \le m_{\text{к.н пред}}$. Участки *A–B* и *B–C* (см. рис. 5.12) соответствуют дальности полета с максимальной взлетной массой. Диаграмма «дальность — масса груза» обычно строится для полета на большую дальность с максимальной скоростью и различных условий эксплуатации (рис. 5.13) [5].

5.7. ОСОБЕННОСТИ РАСЧЕТА ДАЛЬНОСТИ ПОЛЕТА СВЕРХЗВУКОВОГО САМОЛЕТА

Стремление сократить время полета на большие расстояния привело к созданию самолетов, способных совершать крейсерский полет на сверхзвуковой скорости при нефорсированном режиме работы двигателей. Гражданские сверхзвуковые самолеты на крейсерском участке траектории выполняют полет на скорости, соответствующей M = 2,2...2,4. Перспективные проекты сверхзвуковых самолетов рассчитаны на M = 2,7...3,2. По требованию службы управления воздушным движением гражданские сверхзвуковые самолеты полет на сверхзвуковых скоростях должны выполнять на высотах более 11 км. В основном это ограничение связано с необходимостью ослабления негативного влияния звукового удара на людей и животных на поверхности земли под траекторией полета.

Сущность звукового удара можно коротко объяснить следующим образом. При полете на сверхзвуковой скорости возникают две основные ударные волны: от носа и хвоста самолета. На поверхности земли эти ударные волны создают локальное очень быстрое, импульсное сначала повышение, затем снижение атмосферного давления и, наконец, его восстановление до нормальных значений. Эти импульсные колебания атмосферного давления ощущаются наблюдателем, находящимся на земле под пролетающим самолетом, как два сильных последовательных хлопка (звуковой удар). Интенсивность звукового удара зависит от угла атаки самолета, высоты и числа M полета, атмосферных условий, характера местности под пролетающим самолетом и др. Установлено, что интенсивность звукового удара возрастает с увеличением угла атаки и уменьшается с ростом высоты полета. По этим причинам крейсерский полет сверхзвуковых самолетов должен происходить на высотах бо-

лее 11 км и выполняться над водной поверхностью (море, океан) или малонаселенной местностью.

Исходя из изложенного рассмотрим расчет дальности крейсерского участка траектории сверхзвукового самолета при постоянном числе М, заданном нефорсированном режиме двигателей и на высотах более 11 км (в изотермическом слое атмосферы — стратосфере). В этих условиях для вычисления дальности полета можно применить формулу Бреге (5.9).

При условии, что отношение масс $m_{\text{н}} / m_{\text{к}} = \text{const}$, наибольшая дальность полета определяется сотношением произведения $K_{\max}\text{M}$ и удельного расхода топлива C_e. Характер изменения $K_{\max}\text{M}$ и C_e по числу М полета приводит к следующим особенностям расчета дальности полета сверхзвукового самолета.

Удельный расход топлива C_e связан с дроссельной характеристикой двигателя $C_e(\overline{R})$. Как правило, $C_e(\overline{R})$ имеет только один минимум на дозвуковых скоростях полета (в области $\text{M} = 0{,}8...0{,}9$) и не имеет минимумов на сверхзвуковых скоростях.

На сверхзвуковых скоростях полета снижается несущая способность крыла. Поэтому уменьшаются значения коэффициента подъемной силы. С другой стороны, появление на больших околозвуковых скоростях полета волнового сопротивления приводит к росту коэффициента лобового сопротивления. В результате на сверхзвуковых скоростях полета максимальное аэродинамическое качество $K_{\max}$ становится существенно меньше, чем на дозвуковых скоростях полета:

$$\frac{K_{\max}(\text{M} < 1)}{K_{\max}(\text{M} > 1)} > 2...3.$$

Это соотношение ясно показывает, что при одной и той же полетной массе потребная тяга двигателей на сверхзвуковой скорости полета, соответствующей $K_{\max}$, возрастает более чем в 2...3 раза. С учетом роста удельных расходов топлива это обстоятельство приводит к значительному росту расхода топлива на сверхзвуковом крейсерском участке полета. Поэтому сверхзвуковой крейсерский полет является весьма затратной летной операцией.

На рис. 5.14 приведены типичные кривые $K_{\max}$ и $K_{\max}\text{M}$ по числу М полета. Видно, что произведение $K_{\max}\text{M}$ имеет максимум на дозвуковых скоростях полета (обычно в области $\text{M}_{\text{opt}} = 0{,}8...0{,}9$) и возрастает на сверхзвуковых скоростях. Следовательно, для достижения наибольшей дальности крейсерского участка на дозвуковых

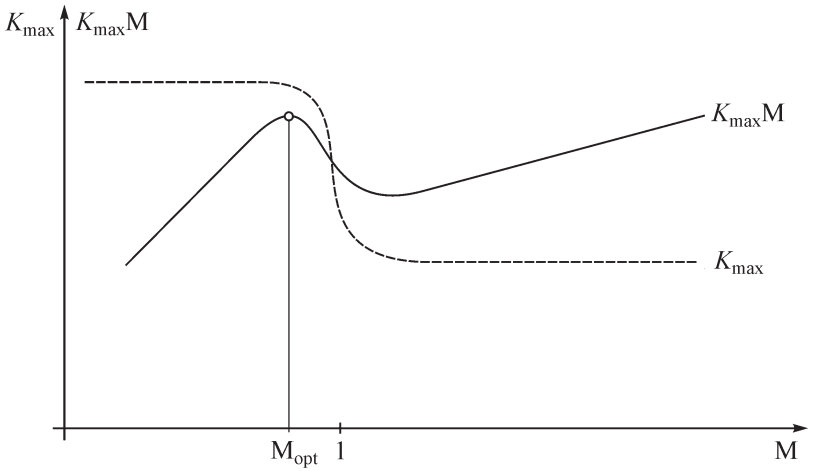


Рис. 5.14. К определению скорости полета сверхзвукового самолета

скоростях минимум дроссельной характеристики двигателя $C_e(\overline{R})$ и максимальное значение произведения K_{max}M должны быть согласованы по числу M полета. Наибольшая дальность полета на сверхзвуковых скоростях полета определяется эксплуатационными характеристиками устойчивости работы двигателя и конструкции самолета.

В остальном расчет дальности полета сверхзвукового самолета не отличается от аналогичного расчета дозвукового самолета.

5.8. ВЛИЯНИЕ УВД НА ОПТИМАЛЬНЫЕ РЕЖИМЫ ПОЛЕТА ТРАНСПОРТНЫХ САМОЛЕТОВ

Рассмотренные оптимальные режимы полета самолетов и методы их определения не учитывают особенностей организации полетов в воздушном пространстве страны. Чрезвычайно плотное воздушное движение ставит под сомнение эффективность полученных оптимальных решений, так как реальный полет выполняется в условиях, отличных от принятых при решении задач оптимизации. Основным фактором, который делает неприемлемыми полученные оптимальные режимы полета (в смысле минимального расхода топлива), является наличие этапа ожидания разрешения на посадку. Самолет направляется в зону ожидания в районе аэродрома, где вы-

полняет полет на малой высоте (~800 м) и, как следствие, на неэкономичных режимах работы двигателей. В результате возникает весьма заметный перерасход топлива. Поэтому в современных условиях эксплуатации самолетов необходимо искать оптимальные траектории полета не только по трем пространственным координатам, но и по времени прибытия самолета в аэропорт назначения как дополнительной координате. Такие оптимальные режимы полета получили название «четырехмерной навигации».

Сообщение, поступившее на борт самолета на некотором расстоянии до аэродрома назначения, о том, что время посадки переносится на $\Delta T > 0$, приводит к появлению дополнительного времени полета. Дополнительное время можно распределить по маршруту и участку снижения так, чтобы исключить полет в зоне ожидания. Таким образом можно сократить общий расход топлива на полет. Возможная экономия топлива будет функцией двух переменных: дальности оповещения экипажа $L_{оп}$ и дополнительного времени полета ΔT. Данные, приведенные в работе [9], показывают, что если экипажу самолета Ил-96 за 3000 км до аэродрома назначения сообщить о задержке рейса на 20 мин, то экономия топлива вследствие соответствующей оптимизации режима полета может составить до 2000 кг по сравнению с обычным полетом в режиме максимальной дальности и ожидания в течение 20 мин на высоте 800 м.

Кроме того, в условиях «четырехмерной навигации» за счет исключения полета в зоне ожидания на малой высоте сокращение аэронавигационного запаса топлива по сравнению с обычным полетом может достигать 20 %.

Таким образом, правильный учет особенностей УВД приводит к заметной экономии топлива на самолетах.

Глава 6
МАНЕВРЕННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ САМОЛЕТА

Под маневренностью самолета понимают его способность изменять свое положение в пространстве, скорость и направление полета за определенный промежуток времени.

Такие этапы полета, как набор высоты, снижение, также являются маневрами [13]. Но эти этапы обычно достаточно протяжен-

ны, их длительность сравнима с полной продолжительностью полета, а движение можно считать установившимся (квазиустановившимся) или прямолинейным (квазипрямолинейным). Поэтому термин «маневр» используют только для коротких этапов с интенсивным изменением параметров движения.

При выполнении расчетов и при анализе маневров самолета используются следующие допущения:

продольное и боковое движения самолета рассматриваются независимо. Поэтому анализ маневренности самолета обычно можно разделить на анализ координированных маневров, выполняемых без скольжения ($\beta = 0$), и анализ маневров со скольжением при единичной перегрузке ($n_y = 1$);

аэродинамические силы определяются только величиной и знаком параметров движения самолета в рассматриваемый момент времени и не зависят от величин этих параметров в предшествующие моменты времени;

масса самолета за время выполняемого маневра не изменяется;

конфигурация самолета (открытие щитков, изменение угла стреловидности) во время маневра не изменяется.

Из рассмотрения уравнений движения самолета как точки массой m в траекторной системе координат (см. гл. 1)

$$\begin{aligned}
\dot{V} &= g(n_{xa} - \sin\Theta);\\
\dot{\Theta} &= \frac{g}{V}(n_{ya}\cos\gamma_a - n_{za}\sin\gamma_a - \cos\Theta);\\
-\dot{\Psi} &= \frac{g}{V\cos\Theta}(n_{ya}\sin\gamma_a + n_{za}\cos\gamma_a);\\
\dot{L} &= V\sin\Theta\cos\Psi;\\
\dot{H} &= V\sin\Theta;\\
\dot{Z} &= -V\cos\Theta\sin\Psi
\end{aligned} \qquad (6.1)$$

видно, что степень изменения скорости полета и ее направление (углы Θ и Ψ) определяются составляющими перегрузки в скоростных осях n_{xa}, n_{ya}, n_{za} и скоростным углом крена γ_a. Летчик в процессе полета воздействует соответствующими рычагами на перегрузки и угол крена и в результате изменяет траекторию полета, т.е. совершает маневр.

Поскольку составляющие перегрузки не определяют вид выполняемого маневра и зависят от характеристик самолета и движителя,

то их обычно принимают в качестве показателей маневренности и называют общими показателями маневренности.

Характеристики конкретных видов маневров (время выполнения, радиус разворота, угловая скорость и т.д.) относят к частным показателям маневренности.

В общем случае маневр самолета является пространственным, он связан с изменением как высоты и угла наклона траектории, так и бокового смещения и угла пути. Однако достаточно полное представление о маневренных возможностях самолета дает анализ показателей его маневренности для двух упрощенных случаев: маневров только в вертикальной плоскости (угол пути нулевой, крена и скольжения нет) и только в горизонтальной плоскости (угол наклона траектории равен нулю, высота постоянна).

6.1. ОБЩИЕ ПОКАЗАТЕЛИ МАНЕВРЕННОСТИ

В скоростной системе координат составляющие перегрузки

$$n_{xa} = \frac{1}{G}[P\cos(\alpha+\varphi_P)\cos\beta - X_a];$$

$$n_{ya} = \frac{1}{G}[P\sin(\alpha+\varphi_P) + Y_a];$$

$$n_{za} = \frac{1}{G}[Z_a - P\cos(\alpha+\varphi_P)\sin\beta].$$

Следует отметить, что на практике маневрирование (за редким исключением) выполняется при $\beta = 0$. Это объясняется несколькими причинами, а именно возможным провоцированием более раннего развития неуправляемого движения, бóльшим сопротивлением, возможным нарушением работы газотурбинного двигателя и дискомфортом экипажа при полете с углом $\beta \neq 0$. Поэтому в уравнениях (6.1) можно исключить члены с n_{za}. Маневры при $\beta = 0$ называют координированными.

Зависимость n_{xa} (n_{ya}) на данных H, V (или М) при данных массе m, конфигурации и определенном режиме работы двигателя (максимальный нефорсированный, полный форсированный) называется *перегрузочной полярой самолета*.

Для разных чисел М на заданной высоте можно определить серию перегрузочных поляр.

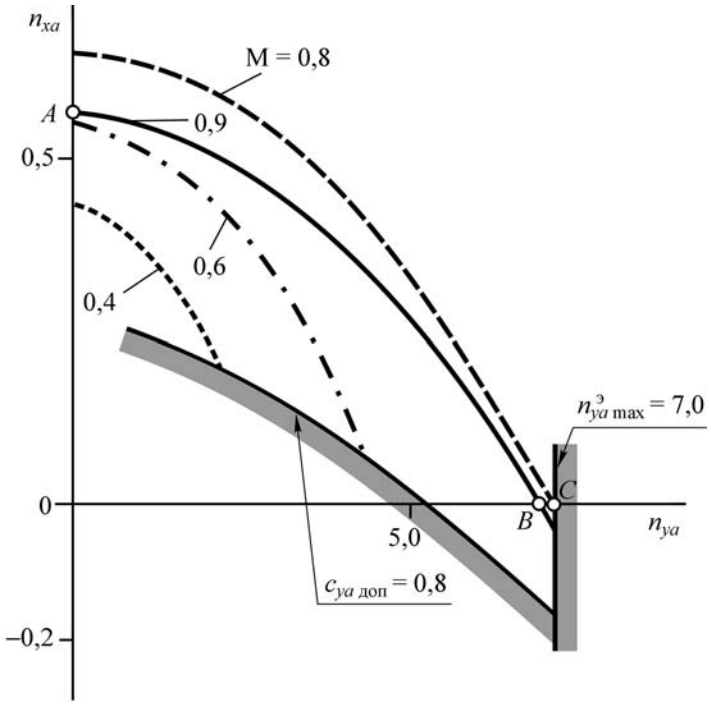


Рис. 6.1. Связь тангенциальной и нормальной перегрузок (нагрузка на крыло G/S = = 500 кгс/м^2; форсированный режим; H = 1000 м)

На рис. 6.1 приведена характерная зависимость $n_{xa} = f(n_{ya})$ для заданных H, M, m и форсированного режима работы двигателя. Можно показать характер изменения тангенциальной перегрузки n_{xa} с увеличением n_{ya}, если поляру представить в виде $c_{xa} = c_{x0} + Ac_{ya}^2$ и принять $\cos(\alpha + \varphi_P) \approx 1$. Тогда

$$n_{xa} = \frac{P - X_a}{G} = \frac{c_P - c_{x0} - c_{xi}}{c_{ya\,\text{г.п}}} = \frac{c_{R0}}{c_{ya\,\text{г.п}}} - \frac{Ac_{ya}^2}{c_{ya\,\text{г.п}}} = \frac{c_{R0}}{c_{ya\,\text{г.п}}} - An_{ya}^2 c_{ya\,\text{г.п}}, \quad (6.2)$$

где $c_P = P/qS$ — коэффициент тяги; $c_{R0} = c_P - c_{x0}$ — коэффициент избытка тяги при $c_{ya} = 0$.

На зависимости $n_{xa} = f(n_{ya})$ имеются несколько характерных точек: $n_{xa\,\max}$ при $n_{ya} = 0$ (точка A); $n_{xa} = 0$ при $n_{ya} = n_{ya\,\text{уст}}$ (точка B); $n_{xa\,\min}$ при $n_{ya} = n_{ya\,\text{доп}}$ (точка C).

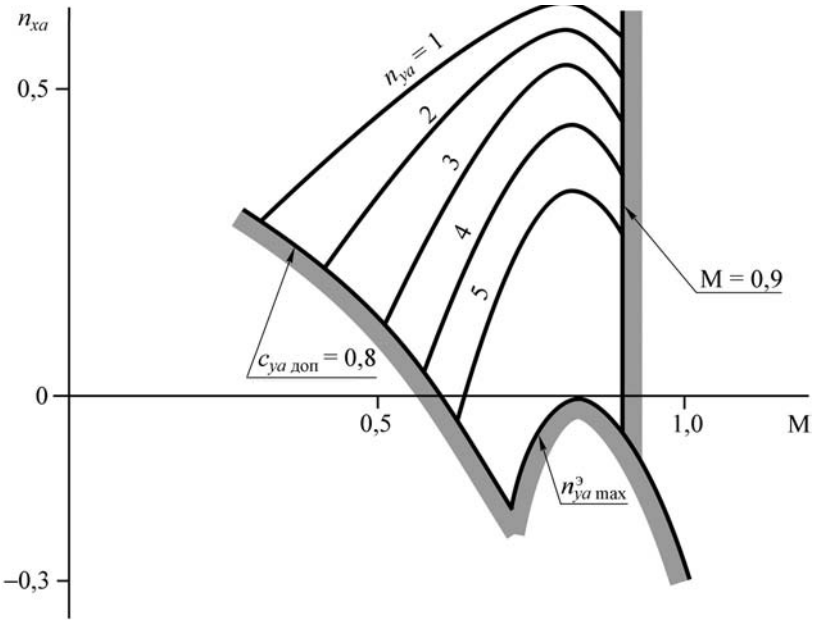


Рис. 6.2. Тангенциальные и нормальные перегрузки (форсированный режим; H = 1000 м)

Перегрузочная поляра характеризует общие маневренные возможности самолета на данных высоте и скорости (числе М) полета. Чтобы обобщить эту характеристику на весь диапазон полетных скоростей на данной высоте H (и при данной массе самолета m), строят зависимость располагаемой нормальной перегрузки $n_{xa\ расп}$ (М) для ряда постоянных значений n_{ya} (рис. 6.2).

Располагаемые значения нормальной перегрузки — это значения нормальной перегрузки, которые допускаются в эксплуатации (допустимые) и достижимые в полете. На рис. 6.3 приведен типичный характер допустимых и достижимых нормальных перегрузок. При числах М < 0,8 и высоте $H = 0$ нормальная перегрузка ограничивается допустимым значением коэффициента подъемной силы (угла атаки)

$$n_{ya\ доп} \approx \frac{c_{ya\ доп}}{c_{ya\ г.п}}.$$

Иногда при числах М ≥ 1,1 на $H \geq 11$ км максимальная достижимая перегрузка ограничивается максимальным балансировочным значением $c_{ya\ max}$ при $\varphi = \varphi_{max}$:

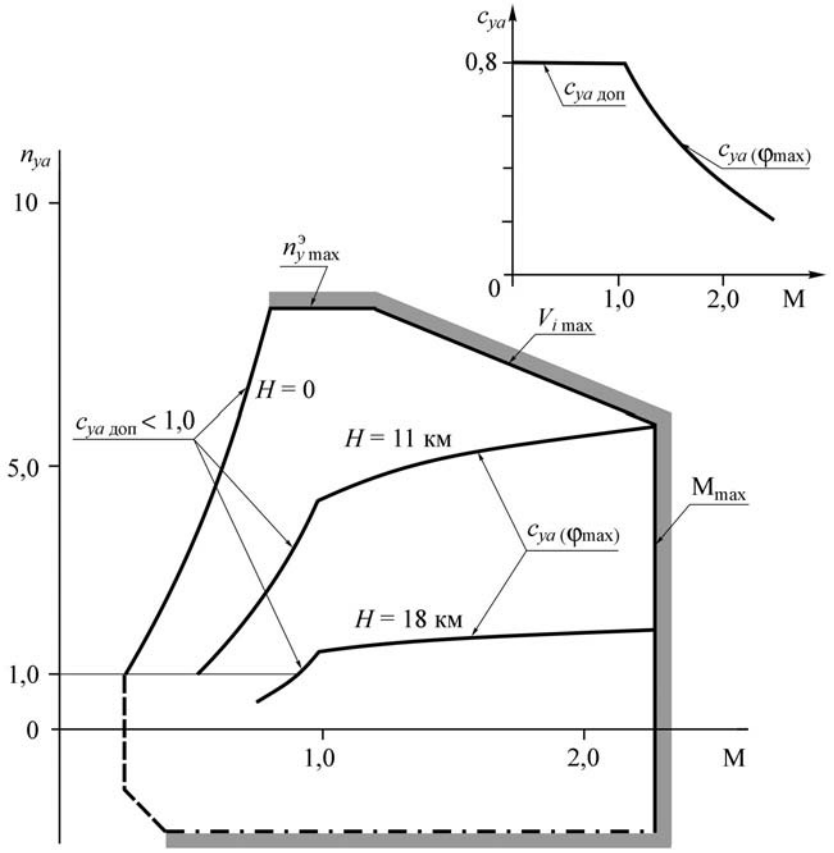


Рис. 6.3. Возможные значения допустимых и располагаемых нормальных перегрузок

$$n_{ya\ доп} \approx \frac{c_{ya\,max}(\varphi_{max})}{c_{ya\ г.п}}.$$

Часто вместо $n_{xa} = f(n_{ya})$ используют зависимость $\dot{H}_э = f(n_{ya})$ или $V_y^* = f(n_{ya})$ при постоянных H, М, режиме работы двигателя и конфигурации, так как известно, что $\dot{H}_э = V_y^* = n_{xa} V_s$. На рис. 6.4 приведены характеристики $V_y^* = f(n_{ya})$ для двух самолетов. Видно, что при $n_{ya} < n_{ya}^*$ самолет № 1 имеет преимущество в маневренности, так как V_y^* (или $\dot{H}_э$) у него больше, чем у самолета № 2, что дает возможность превращать избыток удельной механической

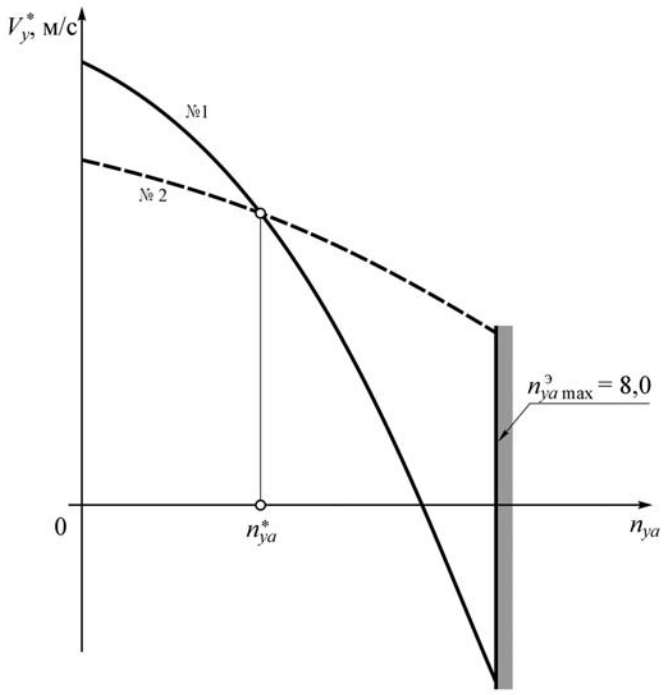


Рис. 6.4. Энергетическая скороподъемность и нормальная перегрузка для двух самолетов ($H = 1000$ м, $M = 0{,}9$)

энергии либо в приращение скорости, либо в приращение роста высоты. При $n_{ya} > n_{ya}^*$ самолет № 2 имеет преимущество по тем же причинам.

Данный пример показывает, что у каждого самолета существует такое значение n_{ya}, которому соответствует $V_y^* = 0$ (установившийся разворот на $H = \text{const}$). Используя зависимости $n_{xa} = f(n_{ya}, M, H)$ типа показанных на рис. 6.2, можно построить области установившихся маневров с различными нормальными перегрузками n_{ya}, характер которых показан на рис. 6.5.

При задании поляры в виде параболы установившаяся перегрузка $n_{ya\,\text{уст}}$ определяется из (6.2):

$$\frac{c_{R0}}{c_{ya\,\text{г.п}}} = A n_{ya\,\text{уст}}^2 c_{ya\,\text{г.п}}\,;\; n_{ya\,\text{уст}} = \frac{1}{c_{ya\,\text{г.п}}}\sqrt{\frac{c_{R0}}{A}}. \qquad (6.3)$$

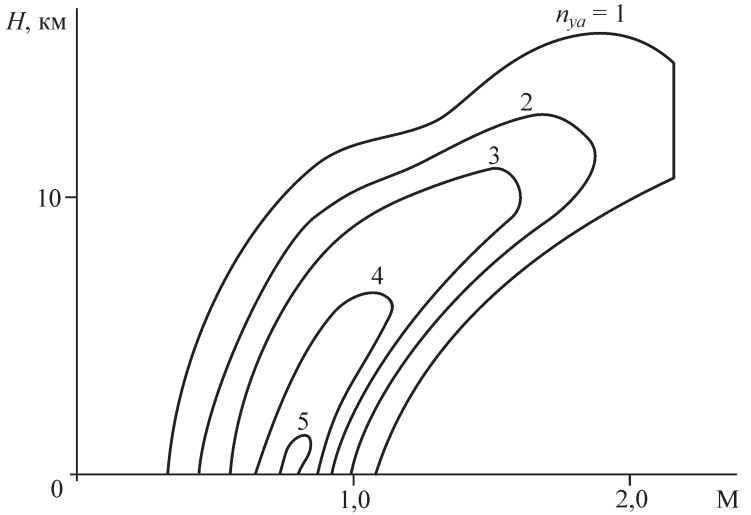


Рис. 6.5. Области установившихся режимов полета с $n_{ya} = \text{const}$ ($n_{xa} = 0$)

Используя зависимости, показанные на рис. 6.2 и рассчитанные с помощью (6.2) для ряда высот, можно построить области полета с $n_{xa} = \text{const}$ или $V_y^* = \text{const}$, характер которых показан на рис. 6.6.

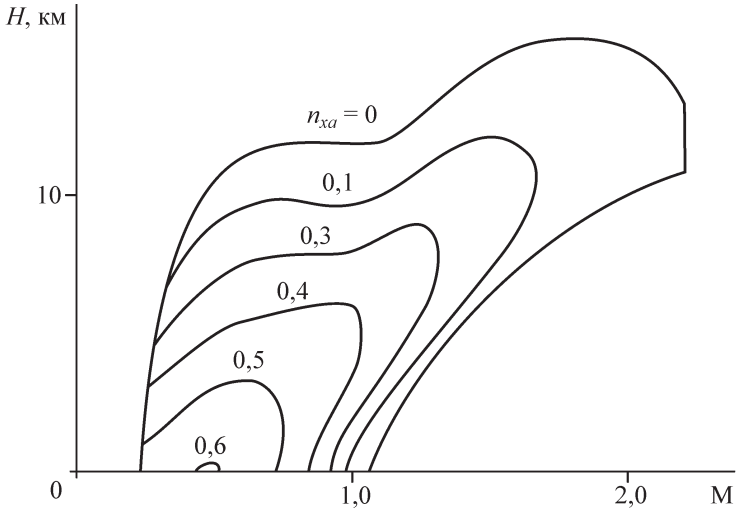


Рис. 6.6. Уровни тангенциальной перегрузки при $n_{ya} = 1$ и максимальной тяге двигателя

6.2. МАНЕВРИРОВАНИЕ В ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ПЛОСКОСТИ

При маневре в горизонтальной плоскости при $\beta = 0$ из (6.1) следуют уравнения

$$\begin{aligned}
\dot{V} &= g n_{xa};\\
n_{ya} &= \frac{1}{\cos\gamma_a};\\
\dot{\Psi} &= -\frac{g}{V} n_{ya} \sin\gamma_a;\\
\dot{L} &= V\cos\Psi;\\
\dot{Z} &= -V\sin\Psi.
\end{aligned} \qquad (6.4)$$

Скорость и траектория в горизонтальной плоскости вычисляются численным интегрированием уравнений (6.4) при задании $\gamma_a\,(n_{xa})$, режима работы двигателя и начальных значений H, V. В частном случае, при разгоне или торможении на $H = \text{const}$, $\gamma_a = 0$ и заданном режиме работы двигателя (максимальная тяга или «малый газ»), из первого уравнения (6.4) определяется время маневра: $t = \frac{1}{g}\int\limits_{V_0}^{V_к} \frac{dV}{|n_{xa}|}$, а пройденный путь определяется из четвертого уравнения с учетом первого: $L = \frac{1}{g}\int\limits_{V_0}^{V_к} \frac{V dV}{|n_{xa}|}$. Третье уравнение в (6.4) характеризует угловую скорость маневра (точнее, угловую скорость поворота вектора скорости в горизонтальной плоскости). С учетом условия криволинейного полета в горизонтальной плоскости $n_{ya} = \frac{1}{\cos\gamma_a}$

$$\dot{\Psi} = \omega_{\text{вир}} = -\frac{g}{V} n_{ya} \sin\gamma_a = \mp\frac{g}{V}\sqrt{n_{ya}^2 - 1}. \qquad (6.5)$$

Правый крен ($\gamma_a > 0$) соответствует $\dot{\Psi} < 0$, левый крен ($\gamma_a < 0$) — величине $\dot{\Psi} > 0$.

Маневр, выполняемый для изменения направления полета (угла пути Ψ), называется *разворотом*. Разворот на 360° в гори-

зонтальной плоскости называется *виражом*. Вираж, при выполнении которого скорость, нормальная перегрузка и угол крена остаются постоянными, называется установившимся. В этом случае $n_{xa} = 0$ ($V_y^* = 0$, $\dot{H}_э = 0$) и первое уравнение (6.4) не рассматривается, а $n_{ya} = n_{ya\,уст}$. Установившийся вираж при $\beta = 0$ называется правильным (см. гл. 1).

Правильный вираж. Так как $n_{xa} = 0$, то, используя очевидное соотношение $\dot{\Psi} = \omega_{вир} = -V / R_{вир}$, определим с учетом (6.5) радиус виража:

$$R_{вир} = \frac{V^2}{g\sqrt{n_{ya\,уст}^2 - 1}}. \qquad (6.6)$$

Время выполнения виража

$$T_{вир} = \frac{2\pi R_{вир}}{V} = \frac{2\pi V}{g\sqrt{n_{ya\,уст}^2 - 1}}. \qquad (6.7)$$

Поскольку $n_{ya} > 1$, то для выполнения виража необходимо увеличить c_{ya} по сравнению с $c_{ya\,г.п}$ на той же скорости. При этом возрастает сопротивление, а значит, потребная тяга на вираже $P_{п\,в} > P_{п\,г.п}$.

Диапазоны скоростей и высот, в которых возможен установившийся правильный вираж с заданной перегрузкой n_{ya}, определяются областью установившихся режимов (см. рис. 6.5). На границах этих областей $P_{п\,в} = P_р$. Рассмотрим, как меняются параметры виража при изменении скорости от $V_{min\,г.п}$ (при $c_{ya\,г.п} = c_{ya\,доп}$) до $V_{max\,г.п}$ (при $P_{п\,в} = P_р$ и $n_{xa} = 0$) на данной высоте H (рис. 6.7).

При скоростях $V_{min\,г.п}$ и $V_{max\,г.п}$ (точки *1* и *2* на рис. 6.7) установившийся вираж невозможен, так как увеличению перегрузки сверх единицы в первом случае препятствует невозможность увеличения $c_{ya\,доп}$ ($n_{ya\,расп} = 1$), а во втором — недостаток располагаемой тяги ($n_{ya\,уст} = 1$).

Внутри этой области $n_{ya\,расп} > 1$ (так как $c_{ya\,г.п} < c_{ya\,доп}$) и $n_{ya\,уст} > 1$ (так как $n_{xa} > 0$ при $n_{ya} = 1$), так что правильный установившийся вираж выполним. Минимальный радиус правильного виража будет при максимально возможной перегрузке n_{ya} (см. рис. 6.7), ограниченной либо $n_{ya\,расп}$ (по условиям $c_{ya} \le c_{ya\,доп}$ и $n_{ya} < n_{ya}^э$), либо $n_{ya\,уст}$ (по условию $n_{xa} = 0$). Правильный вираж минимального радиуса называют *предельным*. Рассчитать радиус предельного виража на данной высоте и скорости можно, используя выражение (6.6) для предельной перегрузки $n_{ya\,пр}$, которая определяется из условия $P_{п\,в} = P_р$ для за-

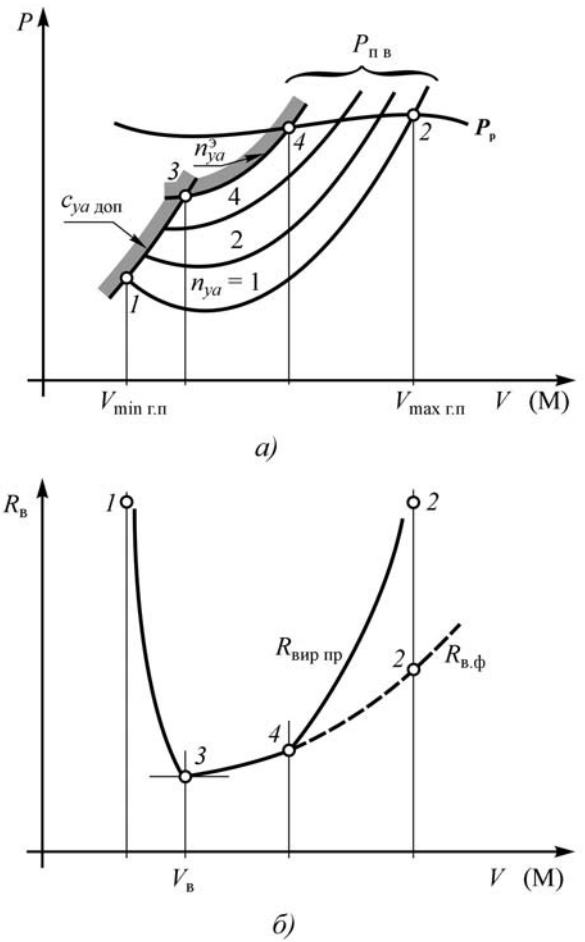


Рис. 6.7. Характеристики предельного виража:
а — потребная тяга и ограничения по $c_{уа\ доп}$ и $n^э_{уа}$; *б* — радиус виража

данных H и М. Выбирая в качестве $n_{уа\ пр}$ наименьшее из значений перегрузок $n^э_{уа}$, $n_{уа\ расп}$ и $n_{уа\ уст}$, подставляем его в (6.6) и находим $R_{вир\ пр}$.

Характеристики предельного виража в зависимости от скорости представлены на рис. 6.7 [3] вместе с графиком потребной тяги $P_{п\,в}$ для установившегося виража с заданной перегрузкой $n_{уа}$. Видно, что ограничение по $c_{уа\ доп}$ и по тяге определяет характеристики пре-

дельного виража (т. 3 и 4 на рис. 6.7). Зависимость $R_{\text{вир пр}}$ от скорости имеет минимум $R^{\min}_{\text{вир пр}}$ при скорости $V_{\text{в}}$, называемой для данной высоты наивыгоднейшей скоростью виража. При ограничении $R_{\text{вир пр}}$ по $n^{\text{э}}_{ya}$, как на рис. 6.7, $V_{\text{в}}$ соответствует обычно переходу от ограничения по $c_{ya\ \text{доп}}$ к ограничению по $n^{\text{э}}_{ya}$ (точка 3 рис. 6.7). На бóльших высотах или при умеренной тяговооруженности (например, на нефорсированном режиме) участка *3–4* ограничения по $n^{\text{э}}_{ya}$ (см. рис. 6.7) может не быть (ограничения по $c_{ya\ \text{доп}}$ и $P_{\text{п в}} = P_{\text{р}}$ сливаются при $n_{ya} < n^{\text{э}}_{ya}$). Тогда скорость $V_{\text{в}}$ определяется энергетическими возможностями самолета. Очевидно, что с ростом высоты полета радиус предельного виража растет, так как $n_{ya\ \text{уст}}$ уменьшается (см. рис. 6.5).

Радиус, угловая скорость (или время) предельного виража на расчетной высоте — важные показатели маневренности, включаемые в летные данные самолета.

Неустановившийся вираж. На больших скоростях полета установившееся значение перегрузки $n_{ya\ \text{уст}}$, при котором совершается предельный вираж, меньше, чем ее максимальное значение, ограниченное $n^{\text{э}}_{ya}$ или $n_{ya\ \text{расп}}$ (см. рис. 6.7, *а*). Поэтому существует возможность выполнения виража с перегрузкой, превышающей $n_{ya\ \text{уст}}$, вплоть до $n^{\text{э}}_{ya}$, если допустить торможение самолета ($n_{xa} < 0$). Вираж, выполняемый при $n_{ya} > n_{ya\ \text{уст}}$ с торможением, называют *форсированным виражом*, так как этот маневр более энергичен, чем предельный вираж. Выполнять форсированный вираж имеет смысл на большой скорости, когда торможение в процессе маневра допустимо.

Характеристики неустановившегося виража (или разворота) определяются численным интегрированием уравнений (6.1), если в качестве n_{ya} рассматривать $n_{ya\ \max}$.

Мгновенные значения радиуса форсированного виража $R_{\text{в.ф}}$ в сравнении с радиусом предельного виража на той же скорости (для тех же высоты полета H и массы m) показаны на рис. 6.7, *б* пунктиром. Видно, что форсированный вираж обеспечивает более интенсивный разворот вплоть до скорости в точке *4*, на которой целесообразен переход к предельному виражу. Если задача маневра — как можно быстрее осуществить разворот, то при форсированном вираже ($n^{\text{э}}_{ya}$) целесообразно ускорить торможение самолета, переходя на пониженный режим работы двигателя, выпуская воздушные тормоза и т.п.

Помимо координированных маневров, при которых боковая сила в горизонтальной плоскости создается вследствие крена самолета, возможно также выполнение маневра без крена за счет сколь-

жения β (силы $Z_a = c_{z_a}^{\beta} \beta qS$) или за счет силы, создаваемой органом непосредственного управления боковой силой (НУБС) (силы $Z_a = c_{za}^{\delta_{\text{НУБС}}} \delta_{\text{НУБС}} qS$). Такой маневр называется плоским разворотом самолета без крена.

6.3. ХАРАКТЕРНЫЕ МАНЕВРЫ САМОЛЕТА В ВЕРТИКАЛЬНОЙ ПЛОСКОСТИ

Типичные маневры в вертикальной плоскости ($\dot{\Psi} = 0$) выполняются без крена и скольжения. Управление движением осуществляется выбором программы изменения нормальной перегрузки n_{ya} и уровня тяги движителя, а также, если необходимо, путем выпуска воздушных тормозов [4].

В вертикальной плоскости рассмотрим четыре характерных маневра: пикирование, горку, петлю и переворот.

Уравнения движения центра масс самолета для всех этих маневров можно записать, используя (6.1), при условии $\Psi = 0$; $\gamma_a = \beta = 0$:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= g(n_{xa} - \sin\Theta); \\ \dot{\Theta} &= \frac{g}{V}(n_{ya} - \cos\Theta); \\ \dot{L} &= V\cos\Theta; \\ \dot{H} &= V\sin\Theta. \end{aligned} \tag{6.8}$$

Пикирование самолета. Неустановившееся крутое снижение самолета, сопровождаемое быстрой потерей высоты, называется пикированием самолета. Будем считать, что траектория пикирования (рис. 6.8) лежит в вертикальной плоскости. Условно ее можно разбить на три участка: криволинейный участок входа в пикирование *1–2*, служащий для перехода от горизонтального полета к снижению; прямолинейный участок пикирования *2–3* с углом наклона траектории к горизонту $\Theta_{\text{п}}$; криволинейный участок выхода из пикирования *3–4*.

Вход в пикирование и выход из него представляют собой неустановившиеся движения по криволинейным траекториям. При обычном входе в пикирование из горизонтального полета летчик отклоняет руль высоты, уменьшая угол атаки крыла, а следовательно, и подъемную силу, которая уже не уравновешивает силу тяже-

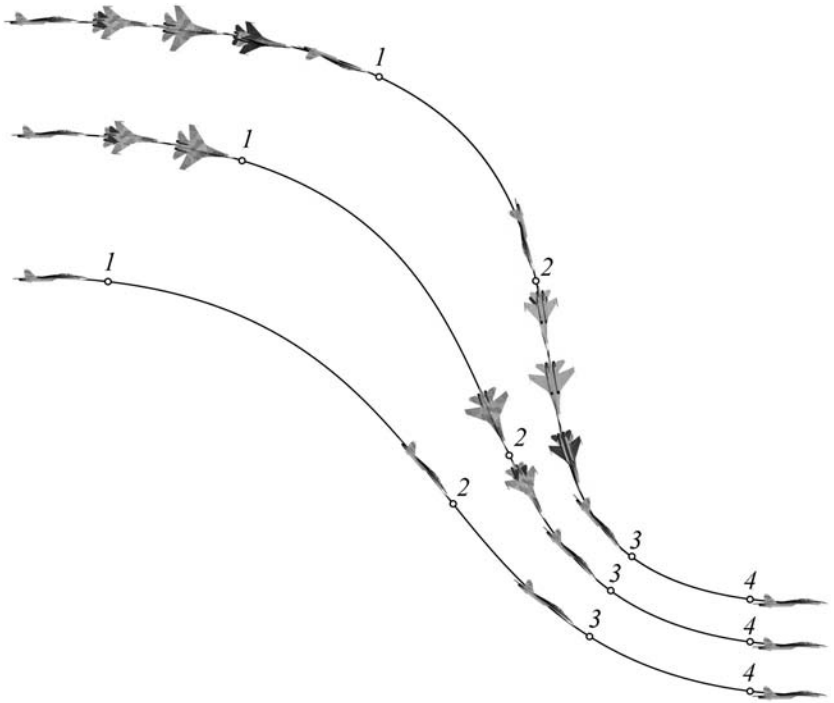


Рис. 6.8. Возможные схемы выполнения пикирования

сти. Получившаяся центростремительная сила искривляет траекторию полета вниз. Чтобы траектория была криволинейной, необходимо на всем участке ввода в пикирование выдерживать перегрузку $n_{ya\,\text{вв}} < 1{,}0$ (условие $\dot{\Theta} < 0$). Как только достигнуто необходимое значение угла наклона траектории, летчик переводит самолет в прямолинейный полет, сохраняя перегрузку $n_{ya\,\text{п}} = \cos\Theta_{\text{п}}$ постоянной. Чем меньше будет $n_{ya\,\text{вв}}$, тем круче вход в пикирование. На практике часто применяется вход в пикирование с разворотом при накренении самолета примерно на 90° при $n_{ya\,\text{вв}}$, близкой к нулю. Крен обеспечивает летчику хороший обзор. В этом случае искривление траектории происходит под действием только силы тяжести. Применяется также метод входа с переворотом на 180°, позволяющий использовать большие положительные перегрузки и значительно уменьшающий радиус входа, но требующий от пилота высокой квалификации. На прямолинейном участке $n_{ya\,\text{п}} = \cos\Theta_{\text{п}}$.

Тягу движителя можно принять равной нулю, если нежелателен быстрый рост скорости и, наоборот, максимальной, если целью пикирования является быстрый разгон. На крутых траекториях во избежание выхода на скорость, превышающую допустимую (с учетом ограничений по $q_{\max}$), используется выпуск воздушных тормозов.

Для вывода самолета из пикирования необходимо создать центростремительную силу. С этой целью, отклоняя руль высоты, летчик увеличивает угол атаки, создавая перегрузку $n_{ya\,\text{выв}} > \cos\Theta_{\text{п}}$. Траектория искривляется вверх, угол $\Theta_{\text{п}}$ (отрицательный) увеличивается, пока не достигнет нужного значения $\Theta_{\text{к}}$ (в частном случае это может быть $\Theta_{\text{к}} = 0$, соответствующий горизонтальному полету).

Расчет траектории пикирования выполняется численным методом по уравнениям (6.8) для выбранных $n_{ya\,\text{вв}}$ на участке ввода, $n_{ya\,\text{п}} = \cos\Theta_{\text{п}}$ на участке пикирования и $n_{ya\,\text{выв}} > 1{,}0$ на участке вывода с учетом изменения n_{xa}.

Уравнения для коротких по времени участков ввода и вывода можно проинтегрировать аналитически, если принять, что на этих участках при $|n_{ya}| > 1{,}0$ перегрузка $n_{xa} \approx 0$ и энергия практически не изменяется ($\dot{H}_{\text{э}} \approx 0$) [4]. В результате

$$V = V_0 \frac{n_{ya} - \cos\Theta_0}{n_{ya} - \cos\Theta};$$
$$H = H_0 + \frac{1}{2g}(V_0^2 - V^2), \tag{6.9}$$

где индексом «0» отмечены параметры в начале участка.

Если $n_{xa} \neq 0$, то уравнения интегрируются только численно.

Горка. Горкой называется маневр самолета, проводимый с целью быстрого набора высоты по S-образной траектории, лежащей в вертикальной плоскости (рис. 6.9). Для начала маневра летчик увеличивает угол атаки, создавая перегрузку $n_{ya} > 1{,}0$. Самолет переходит в криволинейный полет по восходящей траектории — вход в горку (участок *1–2*). По достижении требуемого угла наклона траектории $\Theta_{\max}$ самолет переводится в прямолинейный полет с $n_{ya} = \cos\Theta_{\max}$ (участок *2–3*). Криволинейный выход из горки (участок *3–4*) совершается с перегрузкой $n_{ya} < \cos\Theta$. Расчет входа в горку и выхода из нее производят так же, как и расчет выхода из пикирования и входа в него. Определение параметров движения на прямолинейном участке производится численным интегрированием системы (6.8)

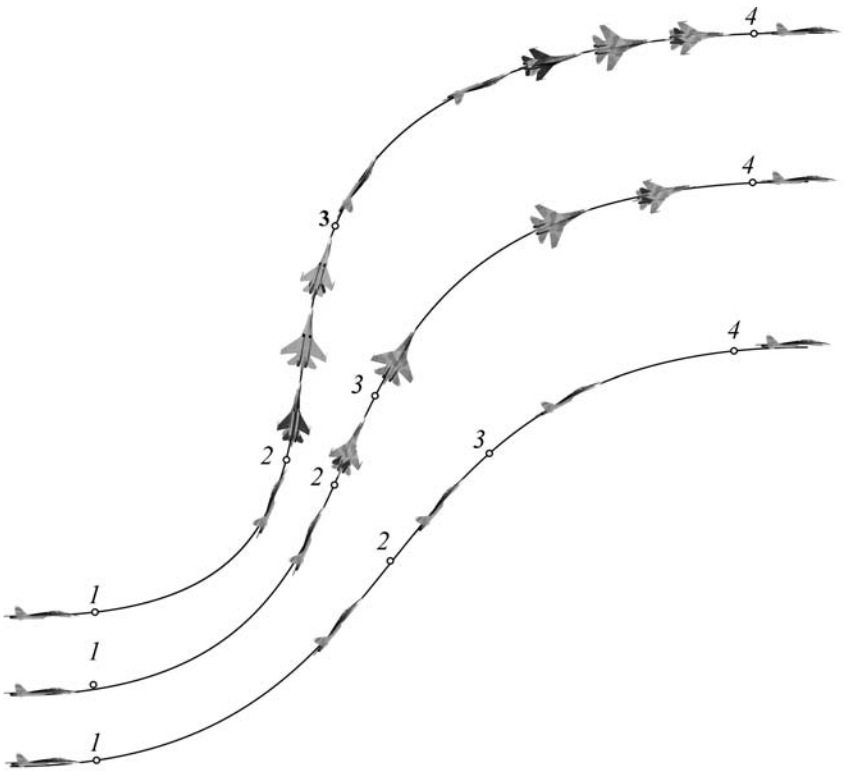


Рис. 6.9. Возможные схемы выполнения горки

при $n_{ya} = \cos\Theta_{\max}$. В отличие от пикирования скорость при выполнении горки, как правило, уменьшается. Поэтому, если после горки должен следовать горизонтальный участок полета, нужно, чтобы в конце горки скорость была больше минимальной скорости горизонтального полета на этой высоте. Если горизонтальный полет не обязателен, то скорость должна быть не меньше скорости, при которой аэродинамические рули сохраняют достаточную эффективность для управления угловым положением самолета.

Петля Нестерова. Данная фигура пилотажа относится к маневрам, которые используют боевые самолеты при атаке наземной цели и в воздушном бою. На рис. 6.10 показана схема данной фигуры в координатах $H - L$. На рис. 6.11 показана запись параметров полета и управления при выполнении петли.

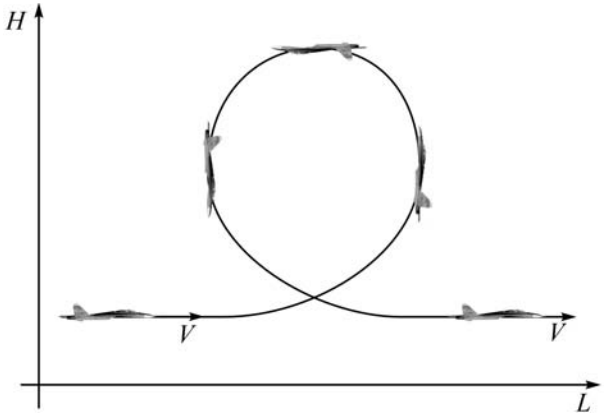


Рис. 6.10. Схематичное изображение петли Нестерова

Ввод в петлю производится созданием подъемной силы, в 4...6 раз превышающей силу тяжести самолета, т.е. с нормальной перегрузкой 4...6. Такую перегрузку летчик создает в течение 2...4 с. Ограничение темпа увеличения перегрузки обусловлено различными факторами. Один из них состоит в том, что при таком темпе создания перегрузки летчику легче ее дозировать.

Одним из условий успешного выполнения петли является требование иметь в верхней точке скорость не ниже определенной величины (для каждого самолета она индивидуальна), при которой сохраняется достаточная управляемость. Для современных боевых самолетов она лежит в диапазоне $V_i \approx 250...450$ км/ч (в зависимости от полетной нагрузки на крыло); и иногда эту скорость называют эволютивной.

В процессе выполнения первой половины петли (полупетли) интенсивно уменьшается скорость вследствие влияния составляющей силы $-G\sin\Theta$, увеличения индуктивного сопротивления при больших перегрузках n_{ya} ($c_{xai} \approx Ac^2_{ya\,\text{т.п}} n^2_{ya}$) и уменьшения тяги движителя с ростом высоты.

Если на вводе в петлю Нестерова нормальные перегрузки $n_{ya\,\text{вв}}$ больше рекомендуемых, то при подходе к верхней точке скорость может быть меньше эволютивной. Это объясняется интенсивным ростом сопротивления, вследствие чего несмотря на уменьшение радиуса траектории скорость успевает значительно уменьшиться.

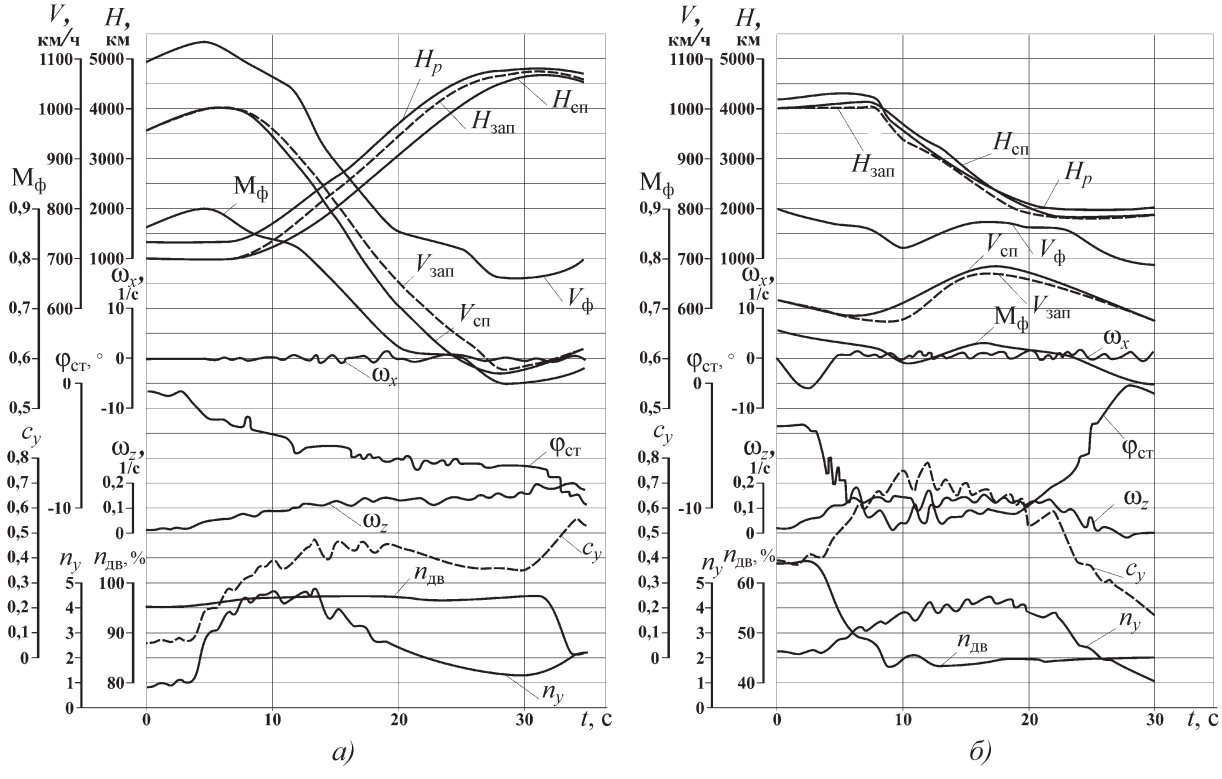


Рис. 6.11. Изменение полетных параметров при выполнении самолетом петли Нестерова ($G / S = 360$ кгс / м^2, $\chi = 63°$, режим работы двигателя — максимальный)

Если перегрузки на вводе меньше рекомендованных, то это приводит к растянутости траектории, большому изменению высоты полета, что также сопровождается чрезмерным падением скорости при подходе к верхней точке, но за большее время.

На форму петли Нестерова и изменение ее параметров оказывают существенное влияние начальные значения скорости, высоты полета, режим работы двигателя, начальные значения нормальной перегрузки и характер ее изменения в процессе выполнения маневра.

Сам расчет петли Нестерова не имеет каких-либо особенностей, если использовать уравнения движения (6.8) и решать их численным интегрированием. Сложность заключается в выборе закона управления нормальной перегрузкой n_{ya} в процессе маневра. Постоянной перегрузка быть не может в силу падения скорости в первой половине петли, что увеличивает $c_{ya} = n_{ya} c_{ya\,\text{г.п}}$, который может превысить $c_{ya\,\text{доп}}$. По сути, выбор закона управления нормальной перегрузкой является задачей на оптимизацию в зависимости от поставленного критерия (минимальная высота в верхней точке, минимум потери скорости в ней).

При первоначальных расчетах закон изменения нормальной перегрузки может быть принят в следующем виде:

начальная перегрузка $n_{ya\,\text{вв}} = 4...6$;

время ее создания $t_{\text{вв}} = 2...3$ с;

при достижении $c_{ya\,\text{доп}}$ перегрузка n_{ya} соответствует $c_{ya\,\text{доп}} = \text{const}$, $n_{ya} = c_{ya\,\text{доп}} / c_{ya\,\text{г.п}}$.

Вторая половина петли выполняется аналогично — сначала выдерживается $c_{ya\,\text{доп}} = \text{const}$, а при достижении $n_{ya} = 4...6$ выдерживается постоянной нормальная перегрузка. Режим работы двигателя в первой половине петли должен соответствовать максимальной тяге, а во второй половине может быть любым вплоть до малого газа.

На рис. 6.12 показана область начальных значений скорости ввода и высоты, при которых возможно выполнение петли Нестерова из условия обеспечения минимальной заданной скорости на траектории (область выполнимости петли).

Переворот по сути представляет собой вторую половину петли Нестерова. Ввод в переворот осуществляется переворотом через крыло ($\gamma_a = 180°$), а дальнейшее криволинейное движение происходит при условии $c_{ya} \le c_{ya\,\text{доп}}$, $n_{ya} = 4...6$.

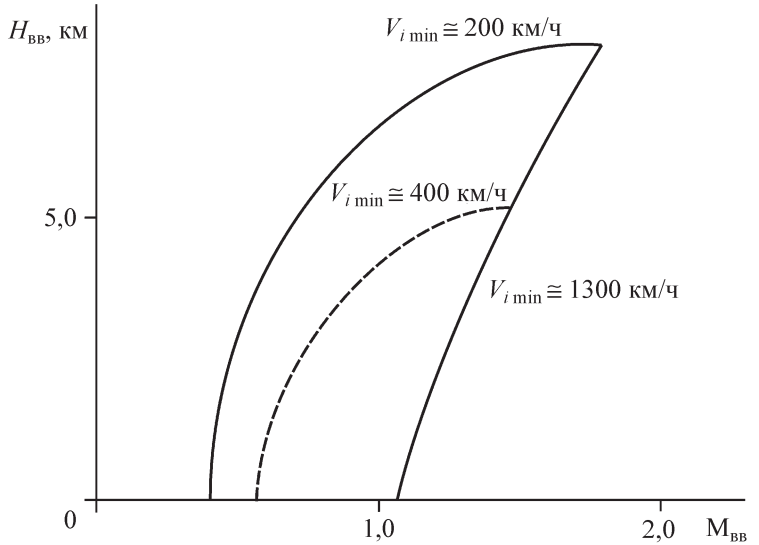


Рис. 6.12. Области начальных скоростей и высот ввода в петлю ($G / S = 360$ кгс / м^2, режим двигателя — максимальный, $\chi = 45°$)

6.4. ПРОСТРАНСТВЕННЫЙ МАНЕВР САМОЛЕТА

В общем случае траектория маневра не лежит в одной плоскости, а является пространственной. К таким маневрам относятся боевой разворот, спираль, косая петля и т.д. Рассмотрим боевой разворот [4].

Боевым разворотом называется маневр самолета, при котором одновременно с изменением направления полета производится набор высоты. Пространственная траектория такого маневра является как бы комбинацией виража и горки. При расчете боевого разворота влияние боковой силы Z_a и перегрузки n_{za} невелико и маневр можно считать координированным ($\beta \approx 0, n_{za} \approx 0$).

Расчет боевого разворота ведется численным интегрированием уравнений (6.1).

Для расчета траектории боевого разворота кроме задания максимального режима работы двигателя необходимо иметь еще две управляющие функции, за которые удобно принять $n_{ya}(\Psi)$ и $\gamma_a(\Psi)$.

Типичный характер изменения угла крена и перегрузки приведен на рис. 6.13. Выбор значений параметров $\gamma_{ya\,max}$ и $n_{ya\,max}$ зависит от поставленной задачи боевого разворота. Из уравнений движения

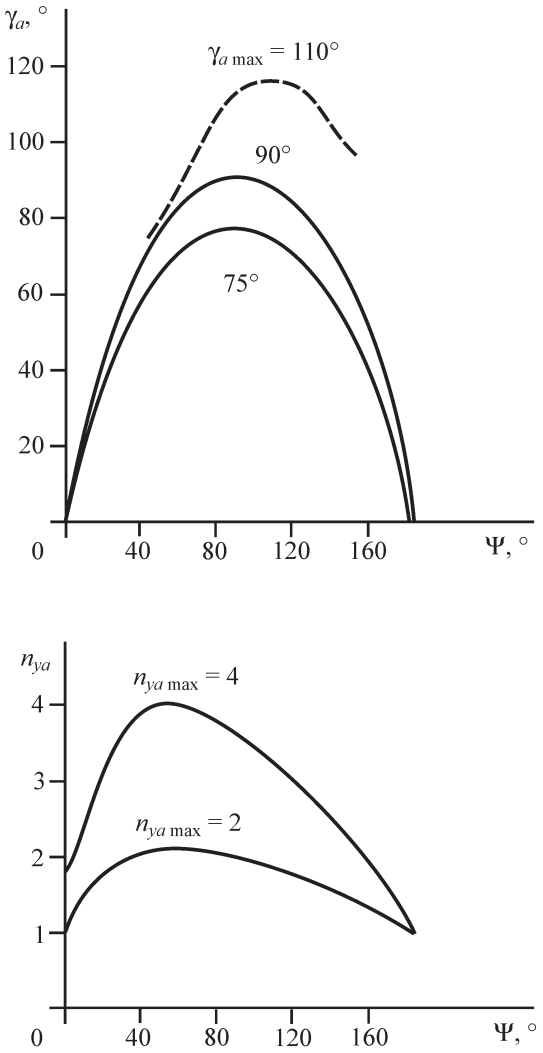


Рис. 6.13. Типовая программа изменения угла крена γ_a и перегрузки n_{ya} при боевом развороте

видно, что чем меньше перегрузка, тем меньше угловая скорость вращения, и тем бóльшим будет время выполнения боевого разворота. Увеличение угла крена при заданной перегрузке приводит к

уменьшению набираемой высоты. В предельном случае можно подобрать столь большой угол крена, что боевой разворот превратится в вираж. При очень малых углах крена траектория будет приближаться к траектории горки.

Возможности выполнения любого маневра, как плоского, так и пространственного, ограничены располагаемым значением нормальной перегрузки $n_{уа\ расп}$ и минимальной эволютивной скоростью полета, на которой возможен маневр ($n_{уа\ расп} > 1$, сохраняется эффективность органов управления, не происходит сваливания и т.п.).

Маневренные возможности можно повысить, если для самолетов, для которых требуются высокие показатели маневренности, применять крыло с профилем, изменяемым по режимам полета (по скорости, углу атаки). Так, отклоняя в полете при выходе на большие углы атаки предкрылки и закрылки, можно существенно увеличить аэродинамическое качество, $\alpha_{кр}$ и $c_{уа\ доп}$, предотвратить срыв и сваливание; существенно уменьшить границу минимальной скорости при маневре. Такое управление конфигурацией крыла при маневре должно выполняться автоматически, так как внимание летчика при пилотировании перегружено. Быстродействие приводов, управляющих элементами маневренной механизации крыла, должно быть достаточным, чтобы гибко изменять их положение при энергичных маневрах. Маневренные возможности самолета на малых скоростях при этом значительно возрастают.

Глава 7
ВЗЛЕТНО-ПОСАДОЧНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ САМОЛЕТОВ

7.1. ОСОБЕННОСТИ ВЗЛЕТНО-ПОСАДОЧНЫХ РЕЖИМОВ ДВИЖЕНИЯ САМОЛЕТОВ

Для взлета и посадки самолетов используются аэродромы. Аэродромы классифицируются по длине взлетно-посадочной полосы (ВПП) и взлетной массе принимаемых самолетов, а международные аэропорты — еще по размаху крыла самолета и расстоянию между внешними колесами основной опоры шасси. Классы аэродромов и их элементы приведены в прил. 2.

Взлет и посадка относятся к важнейшим этапам полета самолетов, на которых летчик испытывает повышенные нервно-физические нагрузки. Формированию рациональных взлетно-посадочных характеристик самолета всегда уделяется большое внимание. Взлет и посадка являются неустановившимися режимами движения самолета по ВПП и на небольшой высоте от нее, при которых интенсивно изменяются скорость, высота и угол наклона траектории. Движение выполняется соответственно во взлетной или в посадочной конфигурации. Взлет и посадка включают уже рассмотренные режимы движения самолета по наклонной траектории с постоянным углом наклона, а также полет по криволинейной траектории в вертикальной плоскости. Поэтому главное внимание будет уделено изучению движения самолета по ВПП.

7.2. ТРАЕКТОРИЯ ВЗЛЕТА

Взлетом самолета называется его движение от начала разбега до достижения безопасных скорости и высоты. Траектория взлета показана на рис. 7.1.

Взлет самолета состоит из двух этапов: разбега по ВПП от момента начала движения до достижения скорости отрыва $V_{отр}$ и разгона от скорости $V_{отр}$ до безопасной скорости взлета V_2 с одновременным набором высоты условного препятствия 10,7 м (АП-25). *Безопасной скоростью* V_2 является скорость, на которой самолет об-

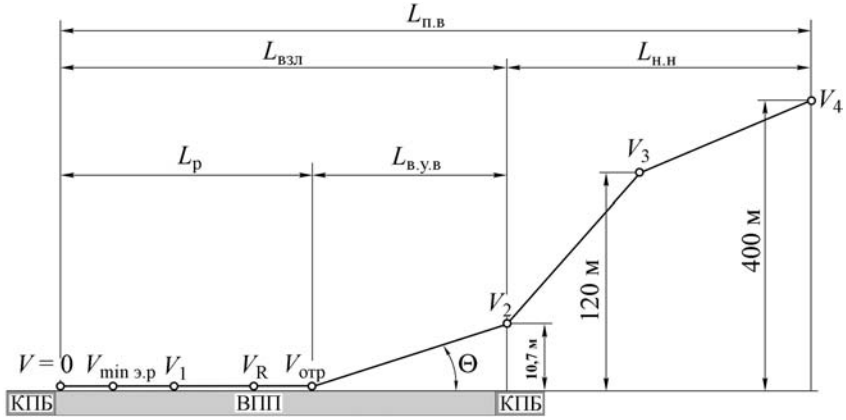


Рис. 7.1. Схема взлета

ладает достаточными устойчивостью и управляемостью для перехода к следующему этапу — начальному набору высоты.

Взлетная дистанция $L_{взл}$ — расстояние по горизонтали, проходимое самолетом от момента начала движения на линии старта до момента набора высоты 10,7 м (над уровнем ВПП в точке отрыва). Таким образом, взлетная дистанция включает в себя дистанцию разбега $L_р$ и дистанцию воздушного участка взлета $L_{в.у.в}$ с набором высоты:

$$L_{взл} = L_р + L_{в.у.в}.$$

Разбег до скорости отрыва $V_{отр}$ начинается от линии старта. Самолет движется сначала на колесах задней и передней опор, постепенно увеличивая скорость (рис. 7.2). При этом угол атаки самолета близок к стояночному $\alpha_{ст}$.

На скорости V_R пилот отклонением штурвала отрывает от поверхности ВПП колеса вспомогательной передней опоры (движением штурвала на себя) или вспомогательной задней опоры (движением штурвала от себя), и самолет продолжает разбег только на колесах основной опоры (рис. 7.3), постепенно увеличивая скорость до $V_{отр}$.

Отрыв самолета от ВПП происходит по достижении скорости отрыва $V_{отр}$, на угле атаки $\alpha_{отр}$. Для самолетов со вспомогательным хвостовым колесом летчик перед отрывом от ВПП дополнительно перемещает штурвал на себя. Отрыв от ВПП может происходить и без такого перемещения штурвала.

Взлет современных самолетов с основными опорами шасси, расположенными позади центра масс, может отличатся от описанного (классического) тем, что практически весь разбег совершается на трех опорах при угле атаки $\alpha \approx \alpha_{ст}$. По достижении скорости подъема колес передней опоры V_R плавным движением штурвала на себя пилот отрывает колеса передней опоры от ВПП и выводит самолет на угол атаки $\alpha_{отр}$. Разница в скоростях подъема колес передней опоры V_R и отрыва $V_{отр}$ не превышает 15...20 км/ч.

После отрыва самолета от ВПП начинается воздушный участок взлета, на котором происходит набор высоты с одновременным увеличением скорости и уменьшением угла атаки. На безопасной высоте 10,7 м выполняется уборка шасси, а скорость полета достигает значения V_2. На этом взлет самолета считается законченным.

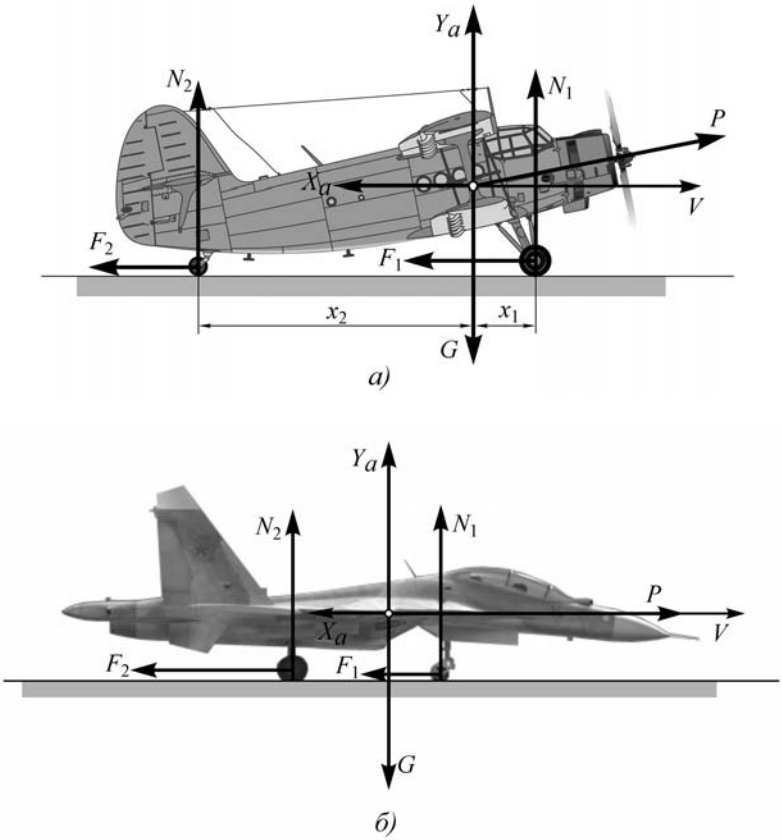


Рис. 7.2. Начало разбега самолета:
а — с хвостовой вспомогательной опорой; *б* — с носовой вспомогательной опорой

Полной взлетной дистанцией $L_{\text{п.в}}$ называется расстояние по горизонтали, измеренное от момента начала движения самолета на линии старта до момента набора высоты 400 м (над уровнем ВПП в точке отрыва). Полная взлетная дистанция состоит из дистанции взлета $L_{\text{взл}}$ и дистанции начального набора высоты $L_{\text{н.н}}$:

$$L_{\text{п.в}} = L_{\text{взл}} + L_{\text{н.н}}.$$

Дистанция начального набора высоты $L_{\text{н.н}}$ включает в себя этап разгона самолета от скорости V_2 до *безопасной скорости начала убор-*

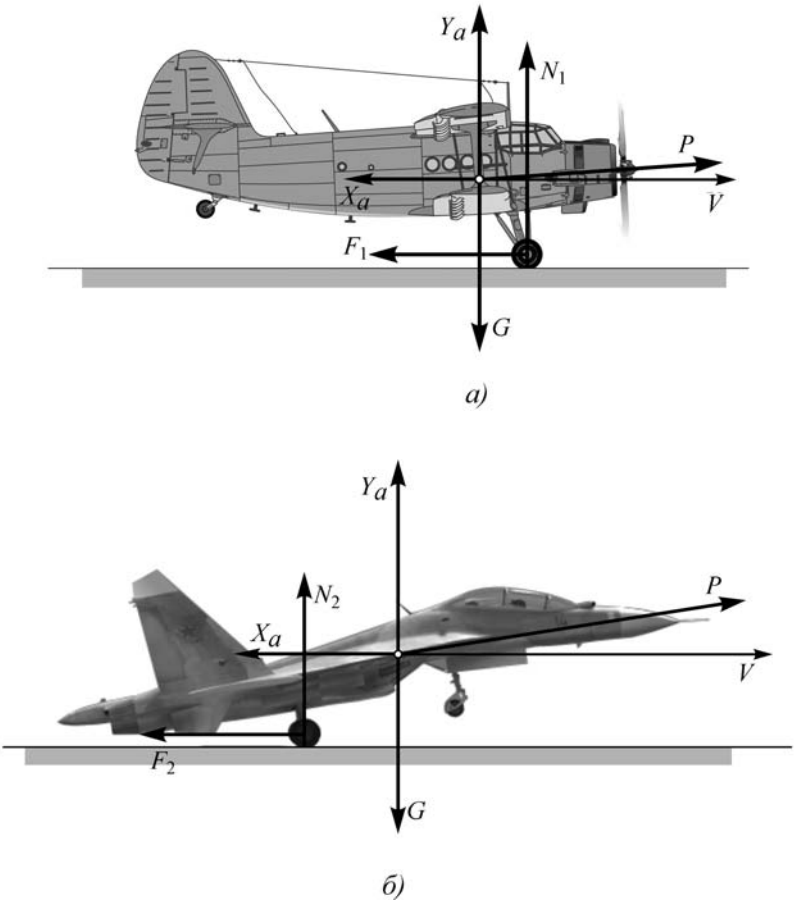


Рис. 7.3. Разбег самолета:
а — с хвостовой вспомогательной опорой; *б* — с носовой вспомогательной опорой

ки механизации V_3 с одновременным набором высоты $H_3 = 120$ м и этап, на котором завершается уборка механизации, скорость самолета увеличивается до *рекомендуемой скорости начального набора высоты* V_4 с одновременным набором высоты 400 м (см. рис. 7.1). Скорости $V_R, V_{\text{отр}}, V_2, V_3, V_4$ устанавливаются для конкретного типа самолета на основании летных испытаний из условия обеспечения безопасности полетов. Согласно требованиям АП-25 для самолетов с основными опорами шасси, расположенными позади центра

масс, скорость движения самолета, на которой осуществляется отрыв передней опоры от ВПП, должна удовлетворять условию $V_R \geq 1{,}05\max(V_{св}, V_{min\,э.р}, V_{min\,э.в})$. Здесь $V_{св}$ — скорость сваливания самолета во взлетной конфигурации, шасси выпущено; $V_{min\,э.р}$ — *минимальная эволютивная скорость разбега*, при которой в случае отказа критического двигателя при помощи одних только аэродинамических органов управления обеспечивается прямолинейное движение самолета по ВПП; $V_{min\,э.в}$ — *минимальная эволютивная скорость взлета*, при которой в случае полного отказа критического двигателя только одними аэродинамическими органами управления обеспечивается восстановление прямолинейного полета с углом крена не более 5° без уменьшения мощности работающих двигателей. Скорость отрыва $V_{отр}$ выбирается с учетом обеспечения запаса по углу атаки до начала сваливания, обеспечения запаса по углу тангажа с целью предотвращения касания фюзеляжем поверхности ВПП и обеспечения условий обзора местности экипажу. На практике принимают $V_{отр} \geq 1{,}1V_{св}$. Безопасная скорость взлета V_2 выбирается таким образом, чтобы обеспечить безопасные нормируемые градиенты набора высоты на втором этапе полного взлета. Для самолетов, имеющих два или три двигателя, эта скорость выбирается из условия $V_2 \geq 1{,}2V_{св}$, а для самолетов, имеющих более трех двигателей, $V_2 \geq 1{,}15V_{св}$. Безопасная скорость начала уборки механизации $V_3 \geq 1{,}2V_{св}$ для самолетов с двумя двигателями и $V_3 \geq 1{,}15V_{св}$ для самолетов, имеющих более двух двигателей или $V_3 \geq V_{min\,э.в}$. Здесь $V_{св}$ — скорость сваливания в крейсерской конфигурации. По достижении самолетом высоты 120 м и скорости V_3 начинается этап уборки механизации с одновременным увеличением скорости полета до скорости V_4. К окончанию этого этапа самолет достигает высоты 400 м и скорости V_4 начального набора высоты.

Градиент набора высоты $\eta = 100\,\mathrm{tg}\Theta$, %, должен быть не менее 5 % на этапе L_3 и не менее 3 % на этапе L_4.

7.3. РАСЧЕТ ВЗЛЕТНОЙ ДИСТАНЦИИ САМОЛЕТА

Дистанция разбега. В начале разбега самолет движется на трех точках: на основных (главных) опорах и на вспомогательной носовой или хвостовой опоре (в зависимости от типа шасси). Уже при сравнительно небольшой скорости движения вспомогательная опора отделяется от земли, и дальнейшее движение самолета про-

должается на основных опорах вплоть до момента отрыва от поверхности аэродрома. Поэтому при расчете разбега будем принимать, что разбег на всем своем протяжении осуществляется при движении самолета на основных опорах.

Во время разбега на самолет действуют следующие силы (см. рис. 7.2, 7.3): тяга P, вес $G = mg$, аэродинамическая подъемная сила Y_a, сила лобового сопротивления X_a, силы реакции колес N и силы трения колес о поверхность аэродрома F. Центр масс самолета перемещается параллельно поверхности ВПП. Масса самолета практически остается постоянной на этапе взлета, и можно пренебречь влиянием вертикальной составляющей тяги $P\sin(\alpha + \varphi_P)$. Запишем уравнения продольного движения самолета при разбеге на колесах основных опор в проекциях на оси траекторной системы координат $OX_к Y_к Z_к$:

$$\begin{aligned} m\frac{dV_к}{dt} &= P - X_a - F; \\ mg - Y_a &= N; \\ \frac{dL}{dt} &= V_к, \end{aligned} \qquad (7.1)$$

где L — расстояние, которое самолет проходит по ВПП на этапе разбега.

Сила трения F, действующая на колеса, принимается пропорциональной силе реакции колес N:

$$F = fN,$$

где f — коэффициент трения качения колес о поверхность аэродрома.

Коэффициент f зависит от состояния поверхности ВПП. В расчетах для различных ВПП можно применять следующие ориентировочные значения:

сухое бетонное покрытие	0,02...0,04
мокрое бетонное покрытие	0,04...0,06
твердый грунт	0,06...0,10
сухая трава	0,06...0,07
мокрая трава	0,10...0,12
обледеневшее покрытие, снег	0,10...0,12
мягкий песчаный грунт	0,12...0,30

Выразив силу трения колес через вес самолета и аэродинамическую подъемную силу и подставив результат в первое уравнение системы (7.1), получим

$$m\frac{dV_{\text{к}}}{dt} = P - fmg - \frac{\rho V_{\text{к}}^2}{2} S(c_{xa} - fc_{ya}).$$

Выполним в этом уравнении и в последнем уравнении (7.1) переход к новой независимой переменной $V_{\text{к}}$, получим систему дифференциальных уравнений для определения дистанции и времени разбега

$$\frac{dL}{dV_{\text{к}}} = \frac{1}{g}\frac{V_{\text{к}}}{\overline{P} - f - \dfrac{\rho V_{\text{к}}^2}{2\overline{p}_s}(c_{xa} - fc_{ya})};$$

$$\frac{dt}{dV_{\text{к}}} = \frac{1}{g}\frac{1}{\overline{P} - f - \dfrac{\rho V_{\text{к}}^2}{2\overline{p}_s}(c_{xa} - fc_{ya})}.$$

Интегрируя эти уравнения на интервале $[0, V_{\text{отр}}]$, получим следующие расчетные выражения в интегральной форме:

$$L_{\text{р}} = \frac{1}{2g}\int_0^{V_{\text{отр}}^2} \frac{dV_{\text{к}}^2}{\overline{P} - f - \dfrac{\rho V_{\text{к}}^2}{2\overline{p}_s}(c_{xa} - fc_{ya})};$$

$$t_{\text{р}} = \frac{1}{g}\int_0^{V_{\text{отр}}} \frac{dV_{\text{к}}}{\overline{P} - f - \dfrac{\rho V_{\text{к}}^2}{2\overline{p}_s}(c_{xa} - fc_{ya})}. \qquad (7.2)$$

Здесь $\overline{P} = P/mg$ — тяговооруженность; $\overline{p}_s = mg/S$ — удельная нагрузка на крыло.

Выражения (7.2) показывают, что дистанция разбега $L_{\text{р}}$ и время разбега $t_{\text{р}}$ зависят от программы изменения коэффициента подъемной силы c_{ya} на этапе разбега. На практике летчик перед самым отрывом увеличивает угол атаки и, следовательно, коэффициент

подъемной силы (до значений $c_{ya\,\text{отр}}$). Тогда скорость отрыва определится по формуле

$$V_{\text{отр}} = \sqrt{\frac{2mg}{c_{ya\,\text{отр}}\rho S}}.$$

Коэффициент силы лобового сопротивления c_{xa}, входящий в выражения (7.2), определяется по поляре самолета во взлетной конфигурации.

В случае самолета с винтовыми двигателями, винты которых расположены перед крылом, необходимо учесть увеличение подъемной силы крыла, обусловленное бóльшими, чем скорость движения самолета, скоростями в струе винта. В первом приближении для таких самолетов скорость отрыва можно определять по эмпирической формуле

$$V_{\text{отр}} = \sqrt{\frac{2mg}{c_{ya\,\text{отр}}\rho S\left(1+0{,}8\dfrac{P_1}{mg}\right)}},$$

где P_1 — тяга винтов на месте, при $V_{\text{к}} = 0$.

Интегралы в уравнениях (7.2) в общем случае находят графическим путем. Входящие в подынтегральные выражения переменные обычно задаются графически или таблично. Подготовка этих данных для проведения вычислений занимает значительное время. Поскольку на этапе проектирования нового самолета, определения его взлетно-посадочных характеристик высокая точность расчетов не требуется, можно применить приближенные формулы.

В подынтегральных выражениях (7.2) знаменатель есть тангенциальная перегрузка n_{xa} на этапе разбега, поэтому эти интегральные соотношения можно записать в виде

$$\begin{aligned} L_{\text{р}} &= \frac{1}{2g}\int_0^{V_{\text{отр}}^2} \frac{dV_{\text{к}}^2}{n_{xa}(V_{\text{к}}, \alpha)}; \\ t_{\text{р}} &= \frac{1}{g}\int_0^{V_{\text{отр}}} \frac{dV_{\text{к}}}{n_{xa}(V_{\text{к}}, \alpha)}. \end{aligned} \qquad (7.3)$$

Заменим в (7.3) тангенциальную перегрузку n_{xa} ее средним значением $n_{xa\,\text{ср}} = \text{const}$, получим

$$L_{\text{р}} \approx \frac{V_{\text{отр}}^2}{2gn_{xa\,\text{ср}}};$$
$$t_{\text{р}} \approx \frac{V_{\text{отр}}}{gn_{xa\,\text{ср}}}. \tag{7.4}$$

Среднее значение тангенциальной перегрузки $n_{xa\,\text{ср}}$ на этапе разбега можно вычислить при стояночном угле атаки: $\alpha = \alpha_{\text{ст}}$ и скорости $V_{\text{к}} = V_{\text{отр}}$ по формуле

$$n_{xa\,\text{ср}} = \frac{1}{2}[n_{xa}(0,\, \alpha_{\text{ст}}) + n_{xa}(V_{\text{отр}},\, \alpha_{\text{ст}})].$$

Здесь $n_{xa}(0,\, \alpha_{\text{ст}})$ — тангенциальная перегрузка в момент начала движения самолета по ВПП.

После несложных преобразований, получим

$$n_{xa\,\text{ср}} = \overline{P}_{\text{ср}} - f - \frac{(c_{xa} - fc_{ya})_{\text{ст}}}{2c_{ya\,\text{отр}}},$$

где $\overline{P}_{\text{ср}} = \frac{1}{2}[\overline{P}(V_{\text{к}} = 0) + \overline{P}(V_{\text{к}} = V_{\text{отр}})]$ — среднее значение тяговооруженности; можно приближенно принять

$$\overline{P}_{\text{ср}} = \begin{cases} 0{,}95\overline{P}(V_{\text{к}} = 0) & \text{для самолетов с ТРД;} \\ 0{,}9\overline{P}(V_{\text{к}} = 0) & \text{для самолетов с ТРДД.} \end{cases}$$

Подставляя выражение для $n_{xa\,\text{ср}}$ в (7.4), получим

$$L_{\text{р}} \approx \frac{1}{2g} \frac{V_{\text{отр}}^2}{\overline{P}_{\text{ср}} - f - \dfrac{(c_{xa} - fc_{ya})_{\text{ст}}}{2c_{ya\,\text{отр}}}};$$
$$t_{\text{р}} \approx \frac{1}{g} \frac{V_{\text{отр}}}{\overline{P}_{\text{ср}} - f - \dfrac{(c_{xa} - fc_{ya})_{\text{ст}}}{2c_{ya\,\text{отр}}}}. \tag{7.5}$$

Для современных самолетов, особенно для тяжелых транспортных и бомбардировщиков с большой нагрузкой на крыло, длина разбега получается значительной. Большая длина разбега требует больших размеров аэродрома, а это усложняет и удорожает эксплуатацию самолетов; поэтому уменьшение длины разбега имеет особое значение.

Как видно из (7.2), уменьшить длину разбега (оставаясь в рамках обычной конструктивной схемы самолета) можно двумя способами. Длина разбега $L_{\text{р}}$ уменьшается при уменьшении скорости отрыва $V_{\text{отр}}$ и при увеличении тяговооруженности. Уменьшить скорость отрыва можно, увеличив коэффициент подъемной силы $c_{y\,\text{отр}}$ при отрыве. Увеличить $c_{y\,\text{отр}}$ можно, отклонив закрылки. Практика показывает, что оказывается выгодным отклонять закрылки на угол около 25...30°.

Для увеличения тяги P при разбеге для военных самолетов помимо форсирования двигателя иногда применяют специальные стартовые ускорители ракетного типа, способные на короткое время развивать значительную тягу (после взлета стартовые ускорители обычно сбрасываются).

Дистанция воздушного участка взлета. После отрыва от ВПП самолет переводится в неустановившийся набор высоты. На воздушном участке взлета происходит разгон от скорости отрыва $V_{\text{отр}}$ до безопасной скорости V_2 с одновременным набором высоты $H_2 = 10{,}7$ м. Длина проекции траектории движения самолета на плоскость ВПП определяет дистанцию воздушного участка взлета $L_{\text{в.у.в}}$. В зависимости от типа самолета и программы полета вид траектории на воздушном участке взлета может быть различным. Однако ввиду быстротечности и малой протяженности этого участка можно ограничиться приближенным расчетом его дистанции.

С достаточной для практики точностью $L_{\text{в.у.в}}$ можно определить энергетическим методом. На воздушном участке взлета самолет движется под действием силы тяжести, тяги и аэродинамических сил. В процессе движения на этом участке изменяется полная энергия самолета. Это изменение определяется работой всех сил, действующих на самолет в полете. Сила тяжести совершает работу, связанную с изменением потенциальной энергии самолета. Причем величина этой работы не зависит от формы траектории движения. Работа тяги и работа аэродинамических сил определяют изменение кинетической энергии.

Полная энергия самолета в момент отрыва равна накопленной кинетической энергии:

$$E_{\text{отр}} = \frac{mV_{\text{отр}}^2}{2}.$$

Полная энергия самолета в момент достижения безопасной высоты $H_2 = 10{,}7$ м равна сумме потенциальной и кинетической энергий:

$$E_2 = mgH_2 + \frac{mV_2^2}{2}.$$

Работа внешних сил, действующих вдоль проекции движения самолета на поверхность ВПП,

$$A = \int_0^{L_{\text{в.у.в}}} (P - X_a)\cos\Theta dL.$$

Принимая во внимание, что углы наклона траектории Θ на воздушном участке взлета невелики, будем считать $\cos\Theta \approx 1$. Тогда можно записать приближенное соотношение между приращением полной энергии самолета и работой внешних сил

$$E_2 - E_{\text{отр}} = mgH_2 + \frac{mV_2^2}{2} - \frac{mV_{\text{отр}}^2}{2} \approx \int_0^{L_{\text{в.у.в}}} (P - X_a)dL.$$

Разделив левую и правую части этого соотношения на вес самолета mg, получим

$$H_2 + \frac{V_2^2 - V_{\text{отр}}^2}{2g} \approx \int_0^{L_{\text{в.у.в}}} n_{xa}dL. \qquad (7.6)$$

Величину тангенциальной перегрузки n_{xa} можно принять постоянной, равной $n_{xa\,\text{ср}}$, определяемой как полусумма значений n_{xa} в начале и конце этого участка:

$$n_{xa\,\text{ср}} = \frac{1}{2}[n_{xa}(V_{\text{отр}}) + n_{xa}(V_2)].$$

Тогда из выражения (7.6) получим приближенную формулу для определения дистанции воздушного участка взлета

$$L_{\text{в.у.в}} \approx \frac{1}{n_{xa\,\text{ср}}}\left(H_2 + \frac{V_2^2 - V_{\text{отр}}^2}{2g} \right).$$

7.4. ПРЕРВАННЫЙ И ПРОДОЛЖЕННЫЙ ВЗЛЕТ

При взлете самолета с несколькими двигателями может произойти отказ одного или части двигателей при разбеге. Тяговооруженность современных самолетов позволяет совершить взлет при работе половины двигателей, поэтому при отказе двигателя возможны и продолжение взлета с работающими двигателями, и прекращение взлета.

Прерванным называется взлет, протекающий, как нормальный, до момента отказа двигателя, после чего начинается прекращение взлета с последующим торможением самолета до его полной остановки на ВПП.

Продолженным называется взлет, протекающий, как нормальный, до момента отказа двигателя в процессе взлета, после чего взлет продолжается с отказавшим двигателем.

Принятие решения о прекращении или продолжении взлета зависит от величины скорости, при которой произошел отказ. Очевидно, что при отказе на малой скорости следует прекратить взлет, а при отказе на скорости, близкой к скорости отрыва, следует продолжать взлет с оставшимися работающими двигателями. Критерием для принятия решения является так называемая *критическая скорость принятия решения* V_1. Это наибольшая достигаемая самолетом скорость, при которой в случае отказа двигателя возможны как безопасное прекращение взлета в пределах располагаемой длины взлетной полосы, так и продолжение взлета. Значение скорости принятия решения должно удовлетворять условию

$$V_{\min\,\text{э.р}} \le V_1 \le V_R.$$

Для определения V_1 необходимо, задавшись рядом значений скорости отказа двигателей $V_{\text{отк}}$, рассчитать дистанцию продолженного взлета, в которую входят участок разбега при всех работающих двигателях от $V = 0$ до $V_{\text{отк}}$, участок разбега при одном

неработающем двигателе от $V_{отк}$ до $V_{отр}$ и участок набора высоты 10,7 м. Для тех же значений $V_{отк}$ рассчитывается дистанция прерванного взлета. В нее входят участок разбега при всех работающих двигателях, участок разбега при одном неработающем двигателе и участок торможения до $V = 0$. Участок разбега при одном неработающем двигателе определяется временем, необходимым летчику для принятия решения о прекращении взлета (это время принимают равным 3 с).

Строятся графики длин рассмотренных участков в функции $V_{отк}$ (рис. 7.4).

Точка пересечения этих двух кривых определяет скорость принятия решения V_1. При отказе двигателя на скорости, меньшей V_1, взлет следует прекратить. При $V_{отк} > V_1$ взлет следует продолжить. Потребная взлетная дистанция, соответствующая и прекращению, и продолжению взлета при отказе двигателя на $V_{отк} = V_1$, называется *сбалансированной взлетной дистанцией* $L_{сб}$. Длина ВПП (вместе с полосой безопасности) должна быть больше $L_{сб}$ и по крайней мере на 15 % больше $L_{взл}$ при нормальном взлете (АП-25).

Безопасность взлета однодвигательного самолета обеспечивается при таком сочетании взлетной массы и длины ВПП, при котором летчик в случае отказа двигателя на разбеге при любой скорости

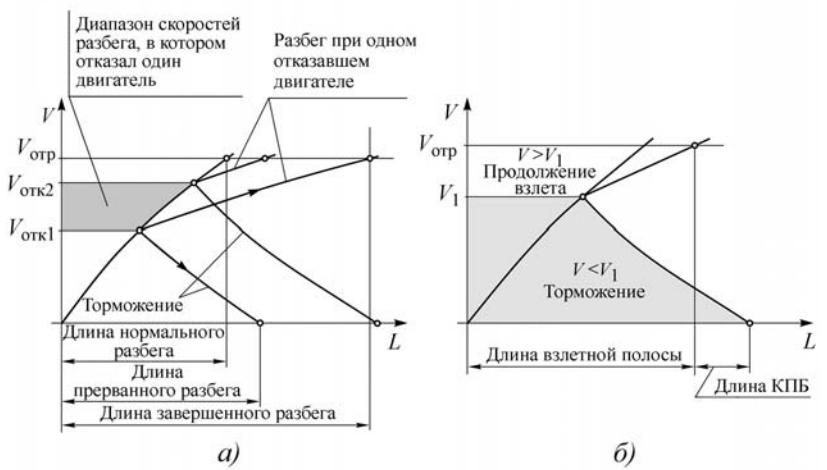


Рис.7.4. Определение скорости принятия решения (*а*) и сбалансированной длины ВПП (*б*)

$V_{\text{отк}} \le V_{\text{отр}}$ может прекратить взлет, так чтобы длина прерванного разбега оставалась меньше суммарной длины взлетной полосы и концевой полосы безопасности (КПБ).

Для повышения безопасности взлета самолета с одним отказавшим двигателем желательно, чтобы его аэродинамическое качество (во взлетной конфигурации) при $c_{ya\,\text{отр}}$ было бы максимальным или близким к нему, т.е. $K(c_{ya\,\text{отр}}) \Rightarrow \max$. В этом случае при отказе одного двигателя на взлете сохраняется наибольший запас по тяге работающих двигателей. Выбор такой поляры самолета во взлетной конфигурации является одной из задач этапа внешнего аэродинамического проектирования самолета.

7.5. ТРАЕКТОРИЯ ПОСАДКИ

Полная посадочная дистанция $L_{\text{п.п}}$ состоит из участка захода на посадку $L_{\text{з.п}}$ воздушного участка посадки $L_{\text{в.у.п}}$ и дистанции пробега $L_{\text{проб}}$:

$$L_{\text{п.п}} = L_{\text{з.п}} + L_{\text{в.у.п}} + L_{\text{проб}}.$$

Траектория посадки самолета показана на рис. 7.5.

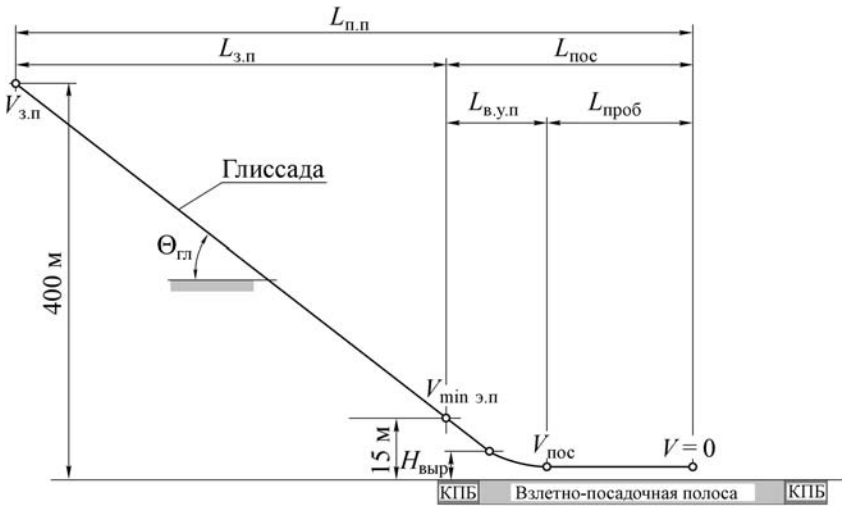


Рис. 7.5. Схема захода на посадку и посадки

На участке захода на посадку самолет снижается по прямолинейной траектории, которая называется *глиссадой*, с высоты 400 м до высоты начала посадки $H_{\text{п}} = 15$ м с постоянной скоростью захода на посадку $V_{\text{з.п}}$. Скорость $V_{\text{з.п}}$ должна удовлетворять условию $V_{\text{з.п}} \geq 1{,}3V_{\text{св}}$ или $V_{\text{з.п}} \geq 1{,}05V_{\min\text{э.п}}$, где $V_{\text{св}}$ — скорость сваливания в посадочной конфигурации (механизация крыла в посадочном положении, шасси выпущено); $V_{\min\text{э.п}}$ — минимальная эволютивная скорость посадки.

Минимальной эволютивной скоростью посадки $V_{\min\text{э.п}}$ называется такая минимальная скорость, при которой в случае отказа двигателя в режиме прямолинейного полета без крена и скольжения обеспечивается возможность с помощью одних только основных аэродинамических органов управления восстанавливать управление самолетом, а затем сохранять установившийся прямолинейный полет на этой скорости при крене не более 5°. При этом градиент снижения не должен превышать 5 %.

Скорость захода на посадку $V_{\text{з.п}}$, удовлетворяющая этим условиям, позволяет выполнять необходимые маневры по устранению возможных отклонений от глиссады. Угол наклона глиссады $\Theta_{\text{гл}}$ составляет –2°40′...–3°. Градиент снижения $\eta_{\text{гл}} \leq 5\,\%$.

Так как заход на посадку выполняется в посадочной конфигурации самолета (механизация крыла и шасси выпущены), то аэродинамическое качество самолета на посадке ниже, чем в крейсерской конфигурации. Поэтому потребная тяга двигателей на глиссаде выше минимальной потребной тяги в крейсерском полете.

Посадка самолета состоит из этапов снижения с высоты 15 м, касания ВПП и последующего пробега с торможением до его остановки.

В настоящее время для транспортных самолетов приняты две типовые схемы посадки.

Первая типовая (классическая) схема посадки (рис. 7.6). При посадке по этой схеме самолет достигает высоты $H_{\text{п}} = 15$ м со скоростью захода на посадку $V_{\text{з.п}}$. Затем, продолжая полет с этой же или постепенно уменьшающейся скоростью и с постоянным углом наклона траектории, равным $\Theta_{\text{гл}}$, самолет снижается до высоты начала выравнивания $H_{\text{выр}}$.

С высоты $H_{\text{выр}}$ самолет движется по криволинейной траектории и переходит от прямолинейной траектории снижения к траектории движения, параллельной поверхности ВПП. Этот этап посадки называется выравниванием. На участке выравнивания скорость само-

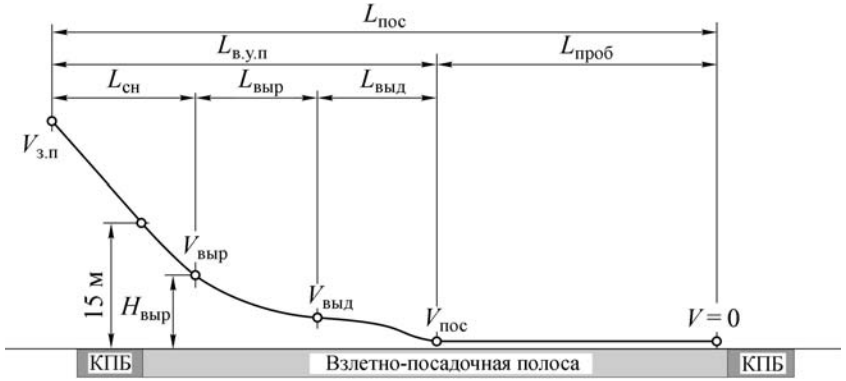


Рис. 7.6. Первая типовая (классическая) траектория посадки транспортного самолета

лета снижается от значения $V_{з.п}$ до скорости выдерживания $V_{выд}$. Вертикальная скорость снижения при этом уменьшается практически до нуля. Выравнивание заканчивается на высоте начала выдерживания $H_{выд}$, и начинается этап выдерживания.

На этапе выдерживания полет происходит по траектории с нулевым или очень малым отрицательным углом наклона траектории к поверхности ВПП на режиме малого газа (малой мощности). Для сохранения траектории выдерживания летчик непрерывно увеличивает угол атаки. При этом сила лобового сопротивления возрастает и скорость самолета уменьшается. Увеличение угла атаки ограничено допустимым значением коэффициента подъемной силы: $c_{ya} \le c_{ya\,доп}$. Этап выдерживания заканчивается при выполнении условия $c_{ya} = c_{ya\,доп}$. В этот момент нарушается условие горизонтального полета $Y_a = mg$. Разность сил $Y_a - mg < 0$ создает ускорение, направленное вниз, самолет парашютирует и касается колесами главных опор поверхности ВПП (если главные опоры шасси находятся позади центра масс). Самолет с главными опорами шасси, расположенными впереди центра масс, и вспомогательной хвостовой опорой приземляется сразу на все три опоры. Этот этап посадки называется парашютированием. Горизонтальная составляющая скорости самолета в момент приземления называется посадочной скоростью $V_{пос}$. Вертикальная скорость самолета в момент приземления в основном определяет «жесткость» посадки. Чем меньше вертикальная скорость в момент приземления, тем более мягкой будет посадка.

Значительное влияние на характеристики движения самолета на этапе выдерживания оказывает близость земли. Влияние экранирующего воздействия поверхности ВПП проявляется в уменьшении угла скоса воздушного потока за крылом, увеличении фактического значения коэффициента подъемной силы, уменьшении вертикальной скорости, увеличении длины участка выдерживания.

После приземления наступает этап пробега самолета по ВПП. Вначале пробег самолета выполняется на колесах основных опор (если главные опоры шасси находятся позади центра масс). По мере снижения скорости угол атаки самолета уменьшается, колеса передней опоры касаются ВПП, и дальнейшее движение самолета на пробеге осуществляется на трех опорах. Самолет с главными опорами шасси, расположенными впереди центра масс, и вспомогательной хвостовой опорой выполняет пробег на всех трех опорах с постоянным углом атаки, равным стояночному: $\alpha = \alpha_{ст}$. При пробеге по возможности используются все средства торможения: реверс тяги, тормоза колес, тормозные щитки, увеличивающие лобовое сопротивление, гасители подъемной силы, увеличивающие нагрузку на колеса и силу трения колес о ВПП, и т.п. Применение средств торможения сокращает длину пробега.

Вторая типовая схема посадки (рис. 7.7). Эта схема посадки характерна для самолетов, у которых главные опоры шасси находятся позади центра масс. Начиная с высоты $H_{п} = 15$ м и до $H = 0$ самолет движется по криволинейной траектории с постепенным уменьше-

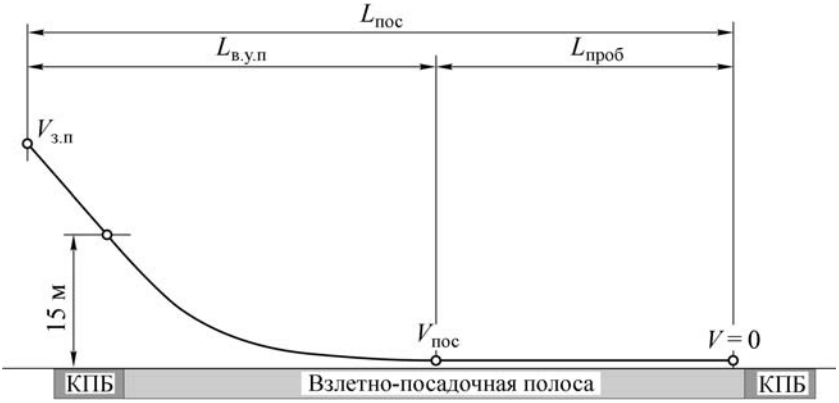


Рис. 7.7. Вторая типовая траектория посадки транспортного самолета

нием скорости от $V_{з.п}$ до $V_{пос}$. Снижение завершается касанием колесами главных опор ВПП и последующим пробегом.

В этой схеме посадки отсутствуют этапы выдерживания и парашютирования, что без заметного усложнения техники пилотирования позволяет сократить посадочную дистанцию.

По условиям безопасности располагаемая длина ВПП должна быть по крайней мере в 1,5 раза больше потребной посадочной дистанции, представляющей собой сумму воздушного участка и дистанции пробега:

$$L_{пос} = L_{в.у.п} + L_{проб}.$$

7.6. РАСЧЕТ ПОСАДОЧНОЙ ДИСТАНЦИИ САМОЛЕТА

За начальный момент посадки принимают момент времени, соответствующий высоте начала посадки $H_{п} = 15$ м, с которой самолет начинает планировать. Проекция траектории движения самолета к поверхности ВПП от $H_{п} = 15$ м до $H = 0$ определяет дистанцию воздушного участка посадки $L_{в.у.п}$. В дальнейшем этап парашютирования не будет рассматриваться, так как расстояние, которое самолет проходит на этапе парашютирования, много меньше расстояний, проходимых самолетом на других этапах посадки. Таким образом, **воздушный участок посадки** в общем случае состоит из трех этапов: планирования, выравнивания, выдерживания.

Рассмотрим эти этапы последовательно.

На этапе *планирования* тягу движителя уменьшают до наименьшей возможной, так что при расчете можно принять $P = 0$. На этом этапе самолет сохраняет скорость $V_{з.п}$ и угол наклона траектории. Поэтому этап планирования можно рассматривать как установившееся снижение и, следовательно, применить результаты, полученные в гл. 3. Длина участка планирования $L_{пл}$ определяется по формуле (см. гл. 3)

$$L_{пл} = KH_{п},$$

где K — аэродинамическое качество самолета в посадочной конфигурации (механизация крыла и шасси выпущены). Практика показывает, что аэродинамическое качество самолета на этапе планирования соответствует $c_{ya\,пл} = (0{,}7...0{,}8)c_{ya\,доп}$.

При расчете дистанции *выравнивания* можно принять, что радиус кривизны траектории R постоянный, угол наклона траектории мал, а скорость полета остается постоянной и равной $V_{\text{з.п}}$. Тогда расстояние L_S по траектории, пройденное самолетом на этапе выравнивания, можно принять приближенно равным дистанции выравнивания $L_{\text{выр}}$:

$$L_{\text{выр}} \approx \Theta R,$$

где угол наклона траектории определяется через аэродинамическое качество самолета (см. гл. 3):

$$\Theta = \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{K}\right).$$

На этапе выравнивания аэродинамическое качество самолета соответствует $c_{ya\ \text{выр}} = (0{,}85...0{,}9)c_{ya\ \text{доп}}$.

Для определения радиуса кривизны траектории R рассмотрим проекции сил на ось $OY_{\text{к}}$ траекторной системы координат (см. гл. 1):

$$\frac{mV_{\text{з.п}}^2}{R} = Y_a - mg\cos\Theta.$$

Здесь подъемная сила Y_a вычисляется для этапа выравнивания при $c_{ya} = c_{ya\ \text{выр}}$. Полагая $\cos\Theta \approx 1$, находим радиус кривизны траектории:

$$R = \frac{V_{\text{з.п}}^2}{g(c_{ya\ \text{выр}} / c_{ya\ \text{пл}} - 1)}.$$

Таким образом, дистанция выравнивания может быть приближенно вычислена по формуле

$$L_{\text{выр}} = \frac{V_{\text{з.п}}^2}{gK(c_{ya\ \text{выр}} / c_{ya\ \text{пл}} - 1)}.$$

На этапе *выдерживания* уравнения движения самолета в проекциях на оси траекторной системы координат $OX_{\text{к}}Y_{\text{к}}Z_{\text{к}}$ имеют вид

$$m\frac{dV_{\text{к}}}{dt} = -X_a;\quad Y_a = mg;\quad \frac{dL}{dt} = V_{\text{к}}.$$

Разделив первое уравнение на третье и учитывая, что

$$\frac{dV_к}{dt} = \frac{1}{2}\frac{dV_к^2}{dL},$$

получим выражение для определения дистанции выдерживания

$$L_{выд} = \frac{1}{2g}\int_{V_{пос}^2}^{V_{з.п}^2} K dV_к^2,$$

где посадочная скорость $V_{пос}$ определяется при посадочном значении коэффициента подъемной силы $c_{уа\,пос} = (0{,}7...0{,}8)c_{уа\,доп}$ по формуле

$$V_{пос} = \sqrt{\frac{2mg}{c_{уа\,пос}\rho S}}.$$

Принимая во внимание, что в процессе выдерживания на больших углах атаки аэродинамическое качество самолета K изменяется в узких пределах и не превышает максимального значения K_{max}, получим приближенное выражение для оценки дистанции выдерживания

$$L_{выд} \approx \frac{K_{max}}{2g}(V_{з.п}^2 - V_{пос}^2).$$

После касания поверхности ВПП колесами самолет выполняет **пробег по аэродрому**. На этапе пробега можно принять тягу $P \approx 0$ и на самолет действуют следующие силы (см. рис. 7.2): аэродинамическая подъемная сила Y_a, сила лобового сопротивления X_a, вес G, силы реакции передних и задних колес N_1 и N_2, силы трения о поверхность ВПП передних и задних колес F_1 и F_2.

При расчете пробега независимо от типа шасси угол атаки можно считать постоянным.

Уравнения движения самолета на этапе пробега в проекциях на оси траекторной системы координат $OX_к Y_к Z_к$ имеют вид

$$\begin{aligned} m\frac{dV_к}{dt} &= -X_a - F_1 - F_2; \\ mg &= Y_a + N_1 + N_2; \\ \frac{dL}{dt} &= V_к. \end{aligned} \qquad (7.7)$$

Для самолетов, шасси которых имеет основные опоры позади центра масс, следует принять $N_1 = 0$; $F_1 = 0$. Для самолетов с хвостовой вспомогательной опорой вместо двух сил трения F_1 и F_2 колес передних и задней опор удобно ввести одну результирующую приведенную силу трения F, которую можно вычислить следующим образом.

Полагая момент аэродинамических сил относительно центра масс самолета равным нулю, запишем условие равенства моментов сил реакции колес передних и задней опор шасси относительно центра масс:

$$N_1 x_1 = N_2 x_2.$$

Решая это уравнение совместно со вторым уравнением (7.7), найдем силы реакций колес:

$$N_1 = \frac{mg - Y_a}{1 + x_1 / x_2}; \quad N_2 = \frac{mg - Y_a}{1 + x_2 / x_1}.$$

Обозначив коэффициенты трения качения колес передних и задней опор через f_1 и f_2 соответственно, получим суммарную силу трения F на пробеге:

$$F = F_1 + F_2 = f_1 N_1 + f_2 N_2 = f_{\text{пр}} (mg - Y_a),$$

где $f_{\text{пр}}$ — приведенный коэффициент трения, вычисляемый по формуле

$$f_{\text{пр}} = \frac{f_1}{1 + x_1 / x_2} + \frac{f_2}{1 + x_2 / x_1}.$$

Приведенный коэффициент трения колес о ВПП при торможении зависит от качества и состояния ВПП, давления в пневматиках, типа и рисунка протектора и настройки автомата торможения. Зависимости расчетных значений максимального приведенного коэффициента трения $f_{\max}$ от скорости движения самолета по ВПП разного типа показаны на рис. 7.8.

Установлено, что при торможении летчик средней квалификации может обеспечить примерно 30....50 % величины $f_{\max}$.

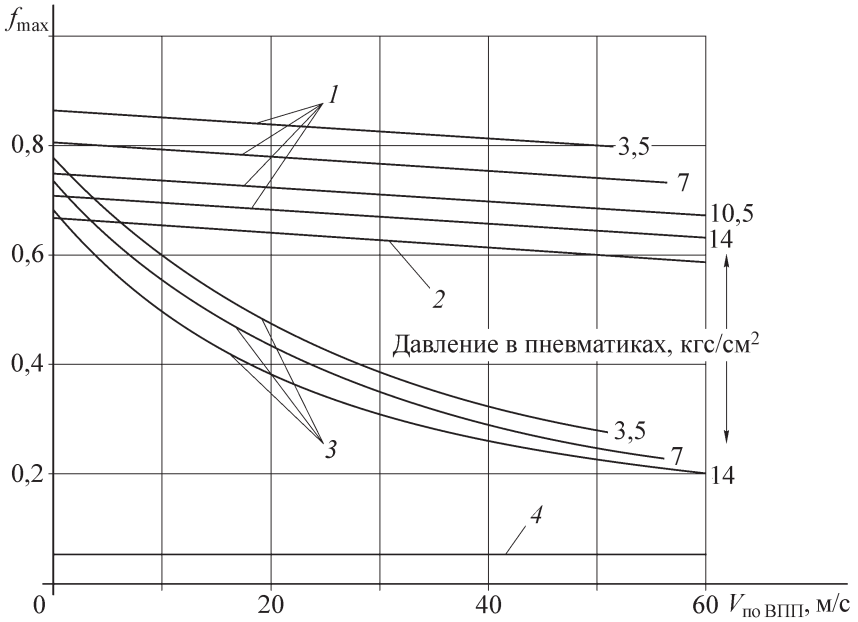


Рис. 7.8. Максимальные значения коэффициента трения f_{max} в зависимости от скорости движения самолета по ВПП, типа и состояния ВПП:
1 — сухой бетон; *2* — гравий; *3* — мокрая, гладкая поверхность; *4* — обледенелая поверхность

Это приводит к значениям коэффициента трения $f_{пр} \approx 0{,}2 \ldots 0{,}35$. Поэтому разработаны специальные противоюзовые механические и электронные устройства, повышающие эффективность торможения. Эффективность торможения определяется коэффициентом

$$\eta_{торм} = \frac{f}{f_{max}}.$$

Эффективный коэффициент трения с использованием противоюзовой системы можно оценить по следующей приближенной формуле

$$f = 0{,}85\,\eta_{торм}\, f_{max}.$$

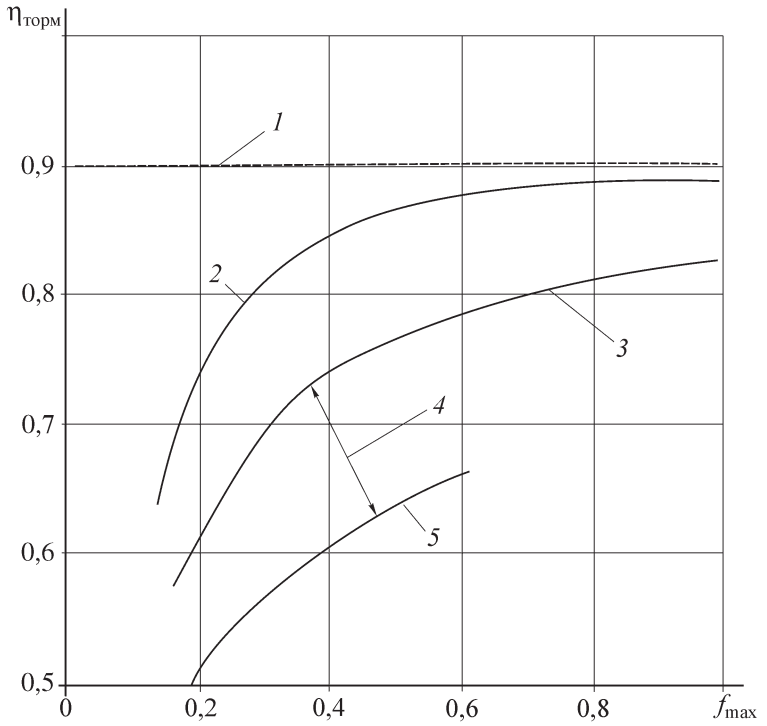


Рис. 7.9. Коэффициент эффективности торможения $\eta_{торм}$ при использовании противоюзовых систем:
1 — практический предел; *2* — следящие системы; *3* — системы второго поколения; *4* — системы, работающие по принципу включения-выключения тормозов; *5* — системы первого поколения

Значения коэффициента эффективности торможения $\eta_{торм}$ для различных противоюзовых систем приведены на рис. 7.9.

Теперь независимо от типа шасси первое уравнение (7.7) примет вид

$$m\frac{dV_к}{dt} = -X_a - f_{пр}(mg - Y_a). \qquad (7.8)$$

Интегрируя это уравнение по скорости на интервале от $V_{пос}$ до 0, получим выражение для времени пробега $t_{проб}$ самолета от момента его касания ВПП до полной остановки

$$t_{\text{проб}} = \frac{1}{g}\int_0^{V_{\text{пос}}} \frac{dV_{\text{к}}}{f_{\text{пр}} + \frac{\rho V_{\text{к}}^2}{2\bar{p}_s}(c_{xa} - f_{\text{пр}} c_{ya})}.$$

Применив к (7.8) уже использовавшуюся подстановку

$$\frac{dV_{\text{к}}}{dt} = \frac{1}{2}\frac{dV_{\text{к}}^2}{dL},$$

после интегрирования этого уравнения по скорости на интервале от $V_{\text{пос}}$ до 0 получим выражение для определения дистанции пробега

$$L_{\text{проб}} = \frac{1}{2g}\int_0^{V_{\text{пос}}^2} \frac{dV_{\text{к}}^2}{f_{\text{пр}} + \frac{\rho V_{\text{к}}^2}{2\bar{p}_s}(c_{xa} - f_{\text{пр}} c_{ya})}. \qquad (7.9)$$

В общем случае интеграл в выражении (7.9) вычисляется численно. Однако при некоторых предположениях его можно вычислить и аналитически. Пусть будут выполнены следующие предположения:

пробег самолета с хвостовой вспомогательной опорой выполняется при постоянном угле атаки, равном стояночному $\alpha_{\text{ст}}$, и соответствующих ему аэродинамических коэффициентах $c_{ya}^* = c_{ya\,\text{ст}}$, $c_{xa}^*(c_{ya\,\text{ст}})$;

пробег самолета с носовой вспомогательной опорой выполняется при постоянном угле атаки, соответствующем аэродинамическим коэффициентам $c_{ya}^* = c_{ya\,\max}$, $c_{xa}^*(c_{ya\,\max})$.

Введем в рассмотрение воображаемую скорость горизонтального полета $\tilde{V}$, на которой самолет мог бы лететь с углом атаки, соответствующим коэффициенту подъемной силы c_{ya}^*:

$$\tilde{V} = \sqrt{\frac{2mg}{c_{ya}^* \rho S}}.$$

Тогда интеграл в (7.9) вычисляется аналитически и (7.9) имеет вид

$$L_{\text{проб}} = \frac{\tilde{V}^2}{2gf_{\text{пр}}} B, \qquad (7.10)$$

где параметр B определяется выражением

$$B = \frac{1}{\frac{1}{f_{\text{пр}}}\frac{c_{xa}^*}{c_{ya}^*} - 1} \ln\left[1 + \left(\frac{1}{f_{\text{пр}}}\frac{c_{xa}^*}{c_{ya}^*} - 1\right)\frac{V_{\text{пос}}^2}{\widetilde{V}^2}\right].$$

Формула (7.10) называется формулой В.П. Ветчинкина.

Посадочная дистанция самолета получается суммированием дистанций на отдельных этапах:

$$L_{\text{пос}} = L_{\text{пл}} + L_{\text{выр}} + L_{\text{выд}} + L_{\text{проб}}.$$

Если посадка выполняется по второй схеме, без этапа выдерживания, то $L_{\text{выд}}$ не вычисляется.

7.7. ФАКТОРЫ, ВЛИЯЮЩИЕ НА ВЗЛЕТНО-ПОСАДОЧНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ САМОЛЕТА

Все факторы, влияющие на взлетно-посадочные характеристики самолета, условно разделяют на конструктивные и эксплуатационные. К конструктивным факторам относятся удельная нагрузка на крыло $\bar{p}_s$, тяговооруженность $\bar{P}$, механизация крыла, средства торможения, а к эксплуатационным — взлетная и посадочная массы, температура окружающего воздуха, высота аэродрома над уровнем моря, уклон ВПП, ветер.

Тяговооруженность самолета $\bar{P}$ определяет только взлетные характеристики самолета. Повышение тяговооруженности $\bar{P}$ и связанное с ним увеличение избытка тяги $\Delta P = P - X_a$ приводят к увеличению ускорения на различных этапах взлета и сокращению дистанции взлета. Тяговооруженность транспортных самолетов составляет 0,25...0,35, тяговооруженность самолетов-истребителей на полном форсированном режиме может быть больше единицы.

Механизация крыла оказывает значительное влияние на аэродинамические характеристики самолета, увеличивая коэффициенты подъемной силы, лобового сопротивления, изменяя аэродинамическое качество. Использование механизации на взлете обеспечивает преимущественный рост подъемной силы и аэродинамического качества, а на посадке — увеличение подъемной силы при преимущественном росте лобового сопротивления, снижение аэродинамического качест-

ва и скоростей полета. Поэтому закрылки отклоняются на взлете в промежуточное положение, а на посадке, как правило, на максимальный угол. Отклоненные на посадке гасители подъемной силы и интерцепторы повышают не только лобовое сопротивление, но, нарушая обтекание верхней поверхности крыла, уменьшают подъемную силу, что приводит к уменьшению аэродинамического качества в 8...10 раз. Уменьшение подъемной силы приводит также к увеличению силы реакции опор $N = Y_a - mg$ и увеличению силы трения колес о ВПП: $F = f_{\text{пр}}(Y_a - mg)$. Применяя механизацию крыла, достигают сокращения длины пробега на 25...30 % и разбега на 10...15 %.

Средства торможения, к которым относятся тормоза колес, реверсивное устройство, тормозные щитки и парашюты, позволяют сократить длину пробега в 1,5...2 раза за счет увеличения сопротивления движению. Посадка на скользкую ВПП значительно снижает эффективность торможения колес. Использование реверсивного устройства (служит для создания составляющей тяги двигателя, направленной против движения самолета) при посадке в нормальных условиях сокращает длину пробега на 25...30 %. При посадке на скользкую ВПП реверсивное устройство является основным средством уменьшения длины пробега. Рассмотрим влияние реверсирования тяги на дистанцию пробега более подробно.

Запишем уравнение (7.8) с учетом реверсирования тяги, а в качестве независимой переменной возьмем текущее расстояние L от начала пробега по ВПП:

$$\frac{m}{2}\frac{dV_{\text{к}}^2}{dL} = -P_{\text{рев}} - X_a - f_{\text{пр}}(mg - Y_a),$$

где $P_{\text{рев}}$ — реверсивная тяга.

Интегрируя это уравнение, получим выражение для дистанции пробега с учетом реверсирования тяги

$$L_{\text{проб рев}} = \frac{1}{2g}\int_0^{V_{\text{пос}}^2} \frac{dV_{\text{к}}^2}{\overline{P}_{\text{рев}} + f_{\text{пр}} + \dfrac{\rho V_{\text{к}}^2}{2\overline{p}_s}(c_{xa} - f_{\text{пр}} c_{ya})}, \qquad (7.11)$$

где $\overline{P}_{\text{рев}} = P_{\text{рев}} / (mg)$ — тяговооруженность режима реверсирования.

В общем случае реверсивная тяга зависит от скорости движения самолета по ВПП. Поэтому интеграл в (7.11) можно вычис-

лить только численно. Однако если на этапе пробега принять реверсивную тягу $P_{\text{рев}}$ постоянной, то интеграл в (7.11) можно вычислить аналитически и получить формулу, аналогичную формуле В.П. Ветчинкина:

$$L_{\text{проб рев}} = \frac{\widetilde{V}^2}{2gf_{\text{пр}}} B_{\text{рев}},$$

где

$$B_{\text{рев}} = \frac{1}{\frac{1}{f_{\text{пр}}}\frac{c^*_{xa}}{c^*_{ya}} - 1} \ln\left[1 + \frac{1}{1 + \frac{\overline{P}_{\text{рев}}}{f_{\text{пр}}}}\left(\frac{1}{f_{\text{пр}}}\frac{c^*_{xa}}{c^*_{ya}} - 1\right)\frac{V^2_{\text{пос}}}{\widetilde{V}^2}\right].$$

Реверсирование тяги существенно, в два-три раза, сокращает дистанцию пробега. Однако использование для торможения реверсирования двигателей ограничено минимальной скоростью (30...50 м / с), при достижении которой реверс выключается. Реверсирование тяги двигателей на меньшей скорости может привести к попаданию в тракт двигателей инородных предметов, сдуваемых реверсивной струей с поверхности ВПП.

Взлетная и посадочная массы самолета оказывают непосредственное влияние на скорость отрыва $V_{\text{отр}}$ и посадочную скорость $V_{\text{пос}}$, а следовательно, на дистанцию разбега $L_{\text{р}}$ и дистанцию пробега $L_{\text{проб}}$. Для приближенной оценки влияния массы можно принять, что увеличение взлетной массы на 1 % вызывает увеличение длины разбега на 2...2,5 %, а изменение посадочной массы самолета на 1 % приводит к изменению скорости захода на посадку и посадочной скорости примерно на 0,5 %.

Температура окружающего воздуха при постоянном атмосферном давлении вызывает соответствующее изменение плотности воздуха и через нее оказывает влияние на располагаемую и потребную тяги (мощности) двигателей самолета, характеристики взлета и посадки. С ростом температуры окружающего воздуха располагаемая тяга (мощность) двигателей снижается и взлетно-посадочные характеристики самолета ухудшаются.

Угол уклона ВПП определяет угол наклона траектории центра масс самолета при его движении по ВПП. При угле уклона $\theta > 0$ самолет движется на подъем и $L_{\text{р}}$ увеличивается, а $L_{\text{проб}}$ уменьшается. При угле уклона $\theta < 0$ самолет движется под уклон, что приводит к уменьшению $L_{\text{р}}$ и увеличению $L_{\text{проб}}$. Поэтому угол уклона ВПП учитывают при выборе направления взлета и посадки самолета.

Ветер. Влияние ветра на взлетно-посадочные характеристики определяется путевой скоростью самолета $V_{\text{п}}$ (скорость движения центра масс относительно земли). Путевая скорость самолета определяется через земную скорость $V_{\text{к}}$ и скорость ветра W:

$$V_{\text{п}} = V_{\text{к}} \pm W.$$

Здесь знак «+» используется при попутном ветре, а знак «–» относится к встречному ветру.

Обозначим через $V_{\text{отр}\,W}$ и $V_{\text{пос}\,W}$ скорость отрыва и посадочную скорость самолета с учетом скорости ветра соответственно. Тогда можем записать

$$V_{\text{отр}\,W} = V_{\text{отр}}\left(1 \pm \frac{W}{V_{\text{отр}}}\right); \quad V_{\text{пос}\,W} = V_{\text{пос}}\left(1 \pm \frac{W}{V_{\text{пос}}}\right).$$

Отсюда видно, что значения скорости отрыва и посадочной скорости при встречном ветре достигаются на скоростях движения, меньших чем скорости $V_{\text{отр}}$ и $V_{\text{пос}}$ в безветренную погоду.

Из формулы (7.4) следует, что дистанция разбега $L_{\text{р}\,W}$ с учетом ветра определяется выражением

$$L_{\text{р}\,W} \approx \frac{V_{\text{отр}}^2}{2\,g n_{xa\,\text{ср}}}\left(1 \pm \frac{W}{V_{\text{отр}}}\right)^2$$

или

$$L_{\text{р}\,W} = L_{\text{р}}\left(1 \pm \frac{W}{V_{\text{отр}}}\right)^2.$$

Таким образом, дистанция разбега при встречном ветре меньше дистанции разбега в безветренную погоду.

Дистанция пробега (7.10) с учетом ветра определяется величиной коэффициента

$$B_W = \frac{1}{\frac{1}{f_{\text{пр}}}\frac{c^*_{xa}}{c^*_{ya}} - 1} \ln\left[1 + \left(\frac{1}{f_{\text{пр}}}\frac{c^*_{xa}}{c^*_{ya}} - 1\right)\frac{V^2_{\text{пос}}}{\widetilde{V}^2}\left(1 \pm \frac{W}{V_{\text{пос}}}\right)^2\right].$$

Отсюда видно, что дистанция пробега $L_{\text{проб}\,W}$ при встречном ветре меньше дистанции пробега в безветренную погоду, так как $B_W < B_{W=0}$.

Взлетная и посадочная дистанции при попутном ветре больше, чем в безветренную погоду. На длину разбега и пробега влияет также боковая составляющая скорости ветра $W_{\text{бок}}$. Наличие угла скольжения вызывает появление моментов крена и рыскания, для парирования которых отклоняют рули. Отклонение рулей приводит к увеличению лобового сопротивления самолета и дистанции разбега.

7.8. ОБЕСПЕЧЕНИЕ БЕЗОПАСНОСТИ ПОСАДКИ

По данным мировой статистики наибольшая доля летных происшествий и катастроф приходится на этап посадки. Действительно, при посадке самолет должен войти в заданную малую область пространства (участок посадки на ВПП) с одновременным выполнением очень жестких условий по значениям компонент вектора скорости и углового положения. Эти особенности выполнения посадки приводят к значительной нервно-физической и информационной нагрузке на летчика и увеличивают вероятность принятия неправильных решений в сложных погодных условиях и аварийных ситуациях.

Автоматизация посадки. Одним из путей повышения безопасности посадки является автоматизация посадки, т.е. передача части функций летчика автоматической системе управления посадкой. Потребность в автоматической системе посадки возникла из-за необходимости расширения так называемых эксплуатационных минимумов для посадки. Эксплуатационные минимумы для посадки [10] назначаются с учетом необходимости обеспечения заданной вероятности успешных заходов на посадку и посадки, а также безопасного ухода на второй круг с высоты принятия решения. Применительно к сложным метеоусловиям в документах Международной организации гражданской авиации (ICAO) предусмотрены категории эксплуатационных минимумов (табл. 7.1).

Таблица 7.1

Категории эксплуатационных минимумов

Категория эксплуатационного минимума	Высота принятия решения, м	Дальность видимости на ВПП, м
I	>60	>500
II	30...60	>350
IIIA	0...30	>200
IIIB	0...15	50...200
IIIC	0	0

Эксплуатационные минимумы аэродромов указываются в сборниках аэронавигационной информации.

В настоящее время разработаны и внедрены автоматические системы управления посадкой, соответствующие категории эксплуатационного минимума III (орбитальный космический корабль «Буран»), в которых за летчиком остается право принимать решение об уходе на второй круг и переходе на ручное управление самолетом. Автоматические системы управления посадкой существенно увеличивают степень безопасности выполнения посадки самолетом.

Бездвигательная посадка. Случай бездвигательной посадки рассматривается либо как аварийный при отказе всех двигателей самолета, либо как стандартный для летательных аппаратов, не имеющих двигателя (планер, орбитальный космический корабль «Буран»). Если произошел отказ одного двигателя у многодвигательного самолета, то летчик обязан обеспечить безопасную посадку самолета на ближайший аэродром. В этом случае действия летчика на современном самолете близки к действиям на посадке, когда работают все двигатели. Если у самолета отказали все двигатели в полете или самолет однодвигательный, то действия летчика по обеспечению безопасной посадки имеют существенные особенности. В общем случае рекомендации летчику по обеспечению безопасной бездвигательной посадки вырабатываются в результате всестороннего математического и полунатурного моделирования на пилотажных стендах и специальных летных испытаний. Однако качественный анализ бездвигательной посадки можно выполнить с помощью несложных рассуждений. Опустим этап вывода самолета с отказавшими двигателями в район аэродрома посадки и рассмотрим собственно посадку.

Бездвигательная посадка имеет следующие особенности:

посадка выполняется с первого захода, так как уход на второй круг и повторная посадка технически невозможны;

аэродинамические характеристики самолета в посадочной конфигурации (шасси выпущены и механизация крыла находится в посадочном положении) существенно отличаются от аэродинамических характеристик в крейсерской конфигурации (шасси и механизация крыла убраны), поэтому выдерживание типовой схемы посадки становится невозможным.

Действительно, в соответствии с типовой схемой посадки самолет на высоте 15 м должен иметь заданные значения скорости захода на посадку $V_{з.п}$ и угла наклона траектории, равного углу глиссады $\Theta_{гл} = -(2°40'...3°)$. Следовательно, непосредственно перед выходом на высоту 15 м какое-то время самолет должен двигаться по глиссаде. Выясним характер бездвигательного движения самолета по глиссаде, является ли это движение установившимся или неустановившимся. Из анализа установившегося планирования (см. гл.3) следует, что угол наклона траектории и аэродинамическое качество самолета связаны соотношением

$$\mathrm{tg}\Theta = -\frac{1}{K}.$$

Поэтому потребное аэродинамическое качество самолета для установившегося планирования по глиссаде в посадочной конфигурации должно составлять 19...21,5. Такие высокие значения аэродинамического качества характерны только для самолетов в крейсерской конфигурации (да и то не для всех). В посадочной конфигурации аэродинамическое качество составляет для дозвуковых самолетов 5...8 (Ту-154, Ту-134 [14, 15]), а для сверхзвуковых и гиперзвуковых аппаратов 3...4 («Буран»). Эти значения аэродинамического качества существенно меньше потребных для установившегося планирования по глиссаде.

Уравнение изменения скорости на глиссаде может быть записано в виде

$$\frac{1}{g}\frac{dV_к}{dt} = -\cos\Theta_{гл}\left(\frac{1}{K} + \mathrm{tg}\Theta_{гл}\right),$$

так как для самолета в посадочной конфигурации $|\mathrm{tg}\Theta_{гл}| < 1/K$, то $dV_к / dt < 0$.

Таким образом, установившееся планирование самолета по глиссаде в посадочной конфигурации невозможно. При бездвигательной посадке движение самолета по глиссаде является неустановившимся и происходит с торможением. Уменьшение скорости полета по глиссаде приводит к снижению подъемной силы крыла и для выполнения условия

$$Y_a = mg\cos\Theta_{гл}$$

необходимо непрерывное увеличение угла атаки. Это, в свою очередь, приводит к росту индуктивного сопротивления самолета и дальнейшему интенсивному падению скорости полета.

В конце глиссады скорость самолета должна быть близка к обычной для данного самолета скорости захода на посадку. Поэтому полет по глиссаде следует начинать с некоторым запасом по скорости. Этот запас обеспечивается предварительным снижением самолета по крутой траектории на постоянной скорости (установившееся планирование). Для самолетов с аэродинамическими характеристиками, подобными характеристикам самолетов Ту-154, Ту-134, угол наклона крутой траектории составляет –(7...11,3)°. Скорость планирования по крутой траектории может быть вычислена по формуле (3.13).

На рис. 7.10 приведена траектория захода на посадку самолета с отказавшими двигателями.

Таким образом, аварийная посадка самолета с отказавшими двигателями состоит из следующих этапов:

установившееся снижение по крутой траектории (крутой глиссаде) — отрезок *A*–*B* на рис. 7.10, на котором скорость самолета и угол атаки выдерживаются постоянными;

первое выравнивание в точке *B* и выход на пологую глиссаду;

неустановившееся планирование по пологой глиссаде с постепенным увеличением угла атаки и соответствующей потерей скорости полета;

второе выравнивание в точке *C* на высоте 15 м над ВПП и последующее касание ВПП.

Для летательных аппаратов типа орбитального космического корабля «Буран» такая схема посадки является типовой.

На рис. 7.11 показан характер изменения угла атаки и скорости самолета на траектории снижения с отказавшими двигателями.

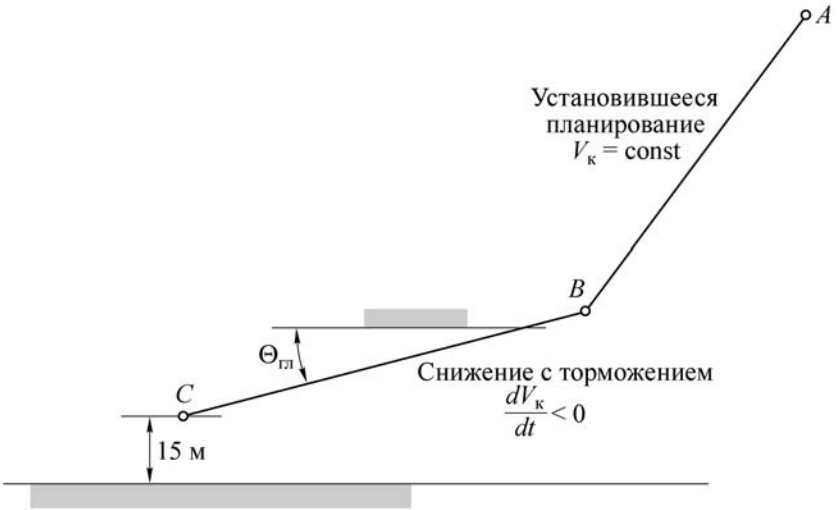


Рис. 7.10. Траектория посадки самолета с отказавшими двигателями

В начале движения от точки *A* скорость и угол атаки самолета остаются постоянными, а нормальная перегрузка $n_{ya} \approx 1$. В окрестности точки *B* летчик берет штурвал на себя и увеличивает

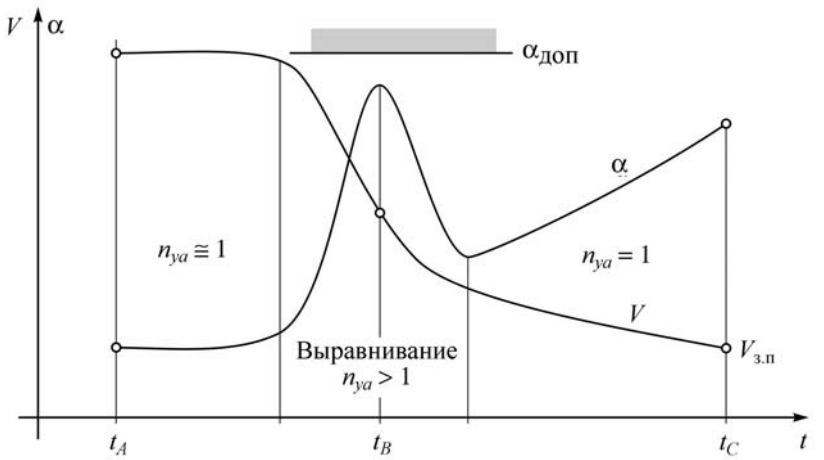


Рис. 7.11. Изменение угла атаки и скорости самолета на траектории снижения с отказавшими двигателями

угол атаки. Подъемная сила возрастает, и нормальная перегрузка принимает значения $n_{ya} > 1$. Самолет начинает интенсивно тормозиться. Первое выравнивание заканчивается выходом на пологую глиссаду. Летчик отдает штурвал от себя, нормальная перегрузка принимает значение $n_{ya} = 1$. В процессе выравнивания необходимо соблюдать ограничение по углу атаки $\alpha < \alpha_{доп}$. Полет по глиссаде (участок *B*–*C*) сопровождается постепенным увеличением угла атаки (летчик «выбирает» штурвал на себя) и дальнейшим снижением скорости. Темп отклонения штурвала на себя подбирается так, чтобы в точке *C* самолет имел скорость, близкую к установленной для данного самолета скорости захода на посадку $V_{з.п}$.

Для выполнения аварийной посадки самолета со всеми отказавшими двигателями пилот должен иметь высокую летную квалификацию.

Глава 8
ВЫБОР ОСНОВНЫХ ПРОЕКТНЫХ ПАРАМЕТРОВ САМОЛЕТА

8.1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Формирование компоновки самолета в ее первом приближении, т.е. выбор аэродинамической схемы, определение основных размеров и параметров самолета при заданных требованиях к нему, производится на первом этапе проектирования. Данный этап включает согласование размеров, взлетной массы самолета, целевой нагрузки и количества топлива во внутренних баках. Для этих целей используются упрощенные формализованные методики, которые обеспечивают увязку параметров самолета в треугольнике «масса — геометрия — аэродинамика» на основе соответствующим образом обработанных статистических данных по серийным самолетам и общих законов подобия.

Из требований к летно-техническим характеристикам выделяются основные, к которым относят, например, для истребителя даль-

* По материалам Р.Д. Иродова [6].

ность полета, максимальную скорость, взлетно-посадочные характеристики и частные показатели маневренности.

Используются две методики формирования облика самолета и определения его основных параметров, которые основаны на одних и тех же соотношениях аэродинамики и механики полета и могут дополнять друг друга [6]:

«прямая» — при выбранной аэродинамической схеме и силовой установке определяются потребные параметры самолета; при этом анализируется (контролируется) возможность выполнения требований технического задания (ТЗ) в части основных ЛТХ;

«обратная» — при известных требованиях ТЗ в части основных ЛТХ оцениваются требования к аэродинамическим характеристикам самолета и взлетной тяге двигателя.

В первой методике используются общие связи, обеспечивающие согласование аэродинамической компоновки и силовой установки на крейсерских скорости и высоте полета, оцениваются взлетная тяговооруженность при форсированном режиме (P_0 / G_0), нагрузка на крыло (G / S) и проводятся расчеты основных ЛТХ, результаты которых сопоставляются с ТЗ.

Во второй методике использован «обратный счет» — расчеты от заданных ЛТХ к параметрам компоновки, т.е. от ТЗ к исходным данным для расчета ЛТХ. Такая задача не имеет однозначного решения — заданные ЛТХ можно обеспечить в различных компоновках или они могут оказаться недостижимыми. Поэтому здесь можно говорить только о требованиях к компоновке, т.е. о переводе ТЗ в требования к аэродинамическим характеристикам, взлетной массе и тяге силовой установки.

В дальнейшем производится уточнение и оптимизация компоновки, поскольку объект оптимизации уже выбран.

По способам подхода к формированию компоновки и составу приоритетных требований все самолеты можно условно разделить на две группы, для которых тенденции развития и принципы выбора параметров различны.

Первая группа — сверхзвуковые самолеты, выполняющие транспортную задачу — доставку груза из точки базирования в пункт назначения с заданной скоростью с посадкой в этом пункте (или без посадки) и возвращение в пункт вылета. Аэродинамические компоновки таких самолетов выбираются из условий обеспечения заданной максимальной скорости полета, заданной дальности при использовании наиболее экономичного сверхзвукового

(или дозвукового) крейсерского режима полета. К данной группе можно отнести Ту-144, «Конкорд», SR-71, В-58, Ту-22, Ту-22М, В-1, Ту-160, Т-4, ХВ-70. Это неманевренные самолеты, их эксплуатационные перегрузки невелики и ограничены условиями прочности конструкции, углы атаки — условиями безопасности полета. Взлетная тяговооруженность обычно не превышает 0,5. Развитие самолетов указанной группы происходит по линии увеличения дальности полета и полезной нагрузки.

Вторая группа — маневренные сверхзвуковые самолеты, которые реализуют сверхзвуковую скорость в горизонтальном полете на всех высотах, обладают высокими маневренными свойствами на дозвуковых скоростях полета и могут перевозить значительный по массе и габаритам груз на внешних или внутренних узлах подвески.

К данной группе сверхзвуковых самолетов относятся истребители и близкие к ним по маневренности боевые самолеты: МиГ-21, МиГ-23, МиГ-29, Су-7, Су-9, Су-15, Су-17, Су-27, F-104, F-4, F-5, F-15, F-16, F-18, F-22, J-35, J-37, семейство «Миражей» (III, 5, 50, 2000 и F-1) и др. Они отличаются большим разнообразием аэродинамических схем, форм и компоновок, большим диапазоном углов атаки, скоростей и высот, реализуемых в полете, высокой эксплуатационной перегрузкой ($n_{уа}^{э} = 8...9$).

Взлетная тяговооруженность маневренных сверхзвуковых самолетов непрерывно увеличивалась по мере уменьшения отношения «сухого» веса двигателя к его взлетной тяге ($\gamma_{дв}$). При $\gamma_{дв} = 0{,}12...0{,}11$ величина P / G достигла 1...1,2.

Развитие самолетов второй группы происходит по вполне определенному направлению — повышение маневренных возможностей и радиуса действия от поколения к поколению в сочетании с поиском возможностей обеспечить кроме дозвукового еще и сверхзвуковой крейсерский режим, т.е. достаточно экономичный полет на умеренных сверхзвуковых скоростях. Число М полета, как правило, ограничено не располагаемой тягой ТРД на сверхзвуковых скоростях, а материалом конструкции и соображениями безопасности полета, скоростным напором, давлением в каналах воздухозаборника и т.д.; взлетная масса обычно не превышает 40 т.

Отличительная особенность выбора параметров маневренных самолетов — необходимость удовлетворения ряду противоречивых требований. Здесь принципиально нельзя выделить один (единственный) показатель эффективности, поскольку для маневренных

самолетов требования к перевозимым грузам, дальности и скорости полета, взлетно-посадочным характеристикам (ВПХ) дополняются набором требований к маневренным характеристикам, которые противоречивы сами по себе и вступают в противоречие с требованиями по дальности и продолжительности полета.

В принципе можно выделить еще и промежуточную, третью, группу «ограниченно» маневренных самолетов, которые по всем параметрам занимают среднее положение между «тяжелыми» неманевренными и «легкими» маневренными. Это фронтовые бомбардировщики и разведчики, которые выполняют транспортную задачу и имеют многие черты самолетов маневренной группы (F-111, Су-24). В последние годы место этих самолетов занимают маневренные при значительном увеличении нагрузки на внешних узлах подвески и во внутренних специальных отсеках. Суммарная масса их полезной нагрузки при максимальной взлетной массе доходит до массы пустого самолета. Это так называемые истребители-бомбардировщики, взлетные масса и тяговооруженность, эксплуатационные перегрузки и ограничения по безопасности полета которых определяются номенклатурой функциональной нагрузки.

8.2. ВЫБОР АЭРОДИНАМИЧЕСКОЙ КОМПОНОВКИ

В настоящее время при классификации аэродинамических схем сверхзвуковых самолетов не укладываются в три классические схемы:

нормальная — поверхности управления и балансировки расположены позади центра масс самолета (за крылом);

«бесхвостка» — поверхности управления и балансировки расположены позади центра масс самолета и выполнены как отклоняемые несущие элементы крыла (элевоны);

«утка» — поверхности управления и балансировки обособлены и расположены перед центром масс (перед крылом).

Сегодня значительное распространение получили «гибридные» схемы, при которых поверхности управления и балансировки расположены по обе стороны от центра масс — позади и впереди:

схема «бесхвостка» с передним горизонтальным оперением (ПГО), управляемым или жестко закрепленным (дестабилизатор);

нормальная схема с дополнительным ПГО.

В обеих этих схемах основное управление самолетом в продольном канале осуществляется поверхностями, расположенными за центром масс.

Установка ПГО позволяет существенно расширить диапазоны чисел М и углов атаки, при которых обеспечиваются балансировка и управляемость самолета.

Сверхзвуковых самолетов в классической схеме «утка», у которых ПГО использовалось бы в качестве единственной управляющей поверхности, сегодня не существует. Переднего оперения недостаточно для балансировки и безопасного управления самолетом на всех режимах полета. В частности, срыв потока с ПГО, который по углам атаки наступает раньше, чем на крыле, при схеме «утка» весьма опасен — следующее за этим опускание носа самолета ($m_z < 0$) приводит к большему увеличению углов атаки ПГО в закритической области и трудностям восстановления и стабилизации исходного режима полета, если других поверхностей управления нет, потому что $\Delta\alpha > 0$ в закритической области уменьшает нормальную силу ПГО и самолет теряет управление. Поэтому ПГО следует рассматривать только как дополнительные поверхности управления, которые предоставляют исходной компоновке дополнительные возможности.

Установка ПГО на самолетах нормальной и бесхвостой схем не изменяет общих пропорций компоновки и решает следующие задачи:

если ПГО фиксировано, то оно за счет смещения аэродинамического фокуса вперед уменьшает запас продольной статической устойчивости или переводит самолет в класс статически неустойчивых. Если запас устойчивости остается неизменным (центр масс смещается вперед), то увеличивается эффективность поверхностей продольного и путевого управления;

если ПГО управляется ($\varphi_{\text{п.г.о}} = \text{var}$), т.е. в полете может изменять угловое положение, то кроме сказанного выше оно за счет дополнительных продольных моментов увеличивает эффективность продольной системы управления. Это особенно важно для статически неустойчивых самолетов, поскольку основное (хвостовое) горизонтальное оперение (или элевоны) на таком самолете рано по углам атаки теряет эффективность, а ПГО, которое для создания момента на пикирование отклоняется вниз (на меньшие углы атаки), обеспечивает запас моментов. Поэтому для неустойчивого самолета без ПГО балансировочные углы атаки обычно ограничены.

Если ПГО выполнено в виде разрезного крыла и работает, будучи в потоке на больших углах атаки, то производная c_{ya}^{α} невелика и $\Delta m_z > 0$ практически не зависит от угла атаки. Такое выдвижное ПГО использовано на пассажирском самолете Ту-144 для обеспече-

ния отклонения механизации задней кромки крыла (элевоны) вниз ($\Delta m_z < 0$) и увеличения подъемной силы самолета-«бесхвостки» на режимах взлета и посадки.

Таким образом, для сверхзвуковых самолетов рациональными схемами могут быть:

для дальнего однорежимного самолета — схема «бесхвостка» с выдвижным ПГО;

для маневренных самолетов — гибридные схемы с передним и задним расположением управляющих поверхностей.

Для этих основных типов сверхзвуковых самолетов используются различные подходы к выбору аэродинамической компоновки крыла.

В первом случае (для неманевренных самолетов) для получения сверхзвуковой дальности полета обычно используют крылья, близкие к треугольным с дозвуковой передней кромкой, которые позволяют значительно увеличить максимальное аэродинамическое качество за счет использования крутки и кривизны профилей — деформации срединной поверхности крыла.

Во втором случае (для маневренных самолетов) обычно используют крылья умеренной стреловидности по передней кромке, которые обеспечивают высокие значения $K_{\max}$ на дозвуковых скоростях полета. Использование наплывов в корневой части таких крыльев способствует получению высоких аэродинамических характеристик в широком диапазоне углов атаки.

Передние корневые наплывы смещают аэродинамический фокус крыла вперед, причем это смещение на сверхзвуковых скоростях больше, чем на дозвуковых. Поэтому установка корневых наплывов перед несущей поверхностью была использована на самолете Ту-144. Наплывы с острой передней кромкой на самолетах различных аэродинамических схем с трапециевидными крыльями эффективны на больших углах атаки. Оптимальная относительная площадь наплыва, которая обеспечивает практически линейное изменение подъемной силы до углов атаки 25...30°, составляет 0,1...0,12.

Большую роль играет механизация крыла, которая помимо улучшения ВПХ обеспечивает значительное увеличение $c_{y\,\max}$ на маневре и, как следствие, рост аэродинамического качества. Адаптивные консоли крыла, т.е. консоли с механизацией задней и передней кромок, которая управляется в полете специальной системой, интегрированной с системой управления самолета, при заданной программе управления обеспечивают для каждого значения подъемной силы минимум сопротивления, и тем самым максимально возмож-

ное аэродинамическое качество для каждого режима полета. При неотклоненной механизации адаптивное крыло близко к плоскому, что заметно уменьшает сопротивление при отсутствии подъемной силы по сравнению с сопротивлением крыла с фиксированной оптимальной деформацией поверхности, которая применяется для однорежимных самолетов.

Адаптивные консоли крыла существенно изменяют аэродинамические характеристики самолета, оставляя неизменными его аэродинамическую компоновку и основные пропорции.

Компоновки маневренного самолета нормальной схемы последнего поколения разрабатывались в двух направлениях:

компоновки с обособленным фюзеляжем, аналогично компоновкам предыдущего поколения, но с тонкими корневыми наплывами значительной протяженности на крыле (F-18, США) и хвостовыми балками, на которых устанавливались консоли стабилизатора (F-16, США);

компоновки, подразумевающие использование несущего фюзеляжа с одно- и двухкилевым оперением, выполненным с центропланом, передняя часть которого представляет собой профилированную поверхность с большим углом стреловидности. Она работает как наплыв (интегральная компоновка) и далее переходит в консоли крыла, имеющие механизацию передней и задней кромок. Трапециевидное крыло может иметь следующие параметры: $\lambda = 3{,}2...3{,}6$; $\chi = 40...45°$ и $\eta = 4...6$. Механизация крыла должна отклоняться в зависимости от режима полета по сигналам управления (адаптивность).

Компоновкам с несущим фюзеляжем или с крыльевыми наплывами при обособленном фюзеляже свойственны повышенные коэффициенты сопротивления и коэффициенты подъемной силы, поскольку отношение плановой проекции $S_{\text{пр}}$ (т.е. несущей поверхности) к площади крыла $S_{\text{кр}}$ и отношение омываемой поверхности $S_{\text{ом}}$ (т.е. поверхности, создающей сопротивление трения, профильное и волновое сопротивление) $S_{\text{кр}}$ у этих схем больше, чем у обычных. По этой же причине коэффициенты $c_{xa\,0}$, c_{ya}^{α} у самолетов бесхвостой схемы меньше, чем у самолетов нормальной схемы с крылом одинаковой или близкой формы в плане, поскольку у «бесхвостки» отношения $S_{\text{ом}} / S_{\text{кр}}$ и $S_{\text{пр}} / S_{\text{кр}}$ меньше, чем у классической нормальной схемы. Однако малая величина $c_{xa\,0}$ не всегда является показателем совершенства аэродинамической компоновки. При сравнении двух самолетов меньшее значение $c_{xa\,0}$ одного из них не означает, что он имеет и меньшее сопротивление. Сопоставлять можно только значения ко-

эффициента $c_{xa\,0}\,/\,(G\,/\,S)$. Меньший коэффициент A_2 (в выражении для поляры) или большее эффективное удлинение $\lambda_{эф}$ не означает, что самолет имеет меньшее индуктивное сопротивление. Сопоставлять можно только значения величины $(G\,/\,S)\,/\,\lambda_{эф}$, т.е. $G\,/\,l_{эф}^2$.

Величина c_{ya}^* для возможности сравнения должна быть отнесена к квадрату эффективного размаха $(c_{ya}^*\,/\,\lambda_{эф})$ [6].

Адаптивные консоли крыла в сочетании с автоматической системой, непрерывно управляющей отклоняемыми элементами, обеспечивает оптимизацию аэродинамических характеристик при изменяющихся условиях полета (число М, угол атаки, перегрузка, характер выполняемого маневра, возмущения в атмосфере).

Таким образом, в современных условиях аэродинамическая компоновка формируется одновременно с системой управления. Многие вопросы обеспечения устойчивости и управляемости сверхзвукового самолета решаются введением автоматической системы улучшения устойчивости и управляемости (СУУ).

8.3. ВЫБОР ПРОЕКТНЫХ ПАРАМЕТРОВ САМОЛЕТА

Будем рассматривать первую («прямую») методику как наиболее широко используемую в начале проектирования сверхзвукового самолета второй группы, аэродинамическая компоновка которого выбирается из условий удовлетворения требований по дальности полета, маневренным возможностям и взлетно-посадочным характеристикам (приоритетных требований).

Методика подразумевает известными аэродинамические характеристики выбранной компоновки и характеристики двигателя (высотно-скоростные и дроссельные). Она позволяет определить основные проектные параметры самолета — площадь крыла, взлетную массу и летно-технические характеристики — с тем, чтобы оценить целесообразность выбранной аэродинамической компоновки.

Компоновок и двигателей может быть несколько, поэтому по результатам оценки параметров самолета и ЛТХ можно выбрать наиболее приемлемые.

Выбор параметров самолета удобно начать с определения связи тяги силовой установки и площади крыла, которая обеспечила бы максимальную крейсерскую дальность, т.е. минимально возможный относительный километровый расход топлива $\bar{q}_{км} = \dfrac{q_{км}}{G} = \dfrac{1}{KV\,/\,C_e}$,

где C_e — удельный расход топлива; K — аэродинамическое качество в крейсерском полете; V — крейсерская скорость полета.

В идеальном случае скорость крейсерского полета определяется минимальным значением комплекса $\frac{K\mathrm{M}a}{C_e}$. На этапе выбора проектных параметров сверхзвукового самолета минимум этого комплекса, как правило, неизвестен. Однако скорость крейсерского полета на любой высоте полета может быть принята соответствующей максимальному значению аэродинамического качества $K_{\max}$ в момент проявления сжимаемости и с учетом балансировки. Она определяется для выбранной аэродинамической компоновки, например, по материалам продувок и может соответствовать числу $\mathrm{M} \approx 0{,}9$.

Из условия горизонтального полета ($G = Y_a$, $P_{\text{р}} = P_{\text{п}}$, где $P_{\text{п}} = c_{xa\,K\max} qS$; $P_{\text{р}} = P_0 k_{VH} k_{\text{крейс}}$)

$$P_0 k_{\text{крейс}} k_{VH} = \frac{c_{ya\,K\max}}{K_{\max}} qS.$$

В этом соотношении объединены параметры, характеризующие аэродинамическую компоновку самолета ($K_{\max}$, $c_{ya\,K\max}$), и параметры, характеризующие силовую установку:

P_0 — стендовая (проспектная) тяга двигателей на форсированном режиме без учета потерь в воздухозаборниках и соплах;

$k_{VH} = P_{\text{р}} / P_0$ — отношение располагаемой тяги на режиме (M, H) к стендовой тяге двигателей (рис. 8.1) на форсированном режиме;

$k_{\text{крейс}} = P_{\text{крейс}} / P_{\text{р}}$ — отношение тяги силовой установки в крейсерском полете, в частности, соответствующей минимуму дроссельной характеристики или границам крейсерского режима двигателей, к располагаемой тяге, которое для конкретного типа ТРД известно (рис. 8.2).

Оптимальное согласование аэродинамической компоновки (двигателя) определяется отношением взлетной стендовой тяги двигателей к площади крыла самолета:

$$\frac{P_0}{S} = \frac{1}{k_{\text{крейс}}} \frac{q}{k_{VH}} \frac{c_{ya\,K_{\max}}}{K_{\max}}.$$

Для высот $11 \le H \le 20$ км отношение q / k_{VH} не зависит от высоты начала крейсерского полета $H_{\text{н}}$, поскольку скоростной напор и тяга силовой установки, представленная коэффициентом k_{VH}, про-

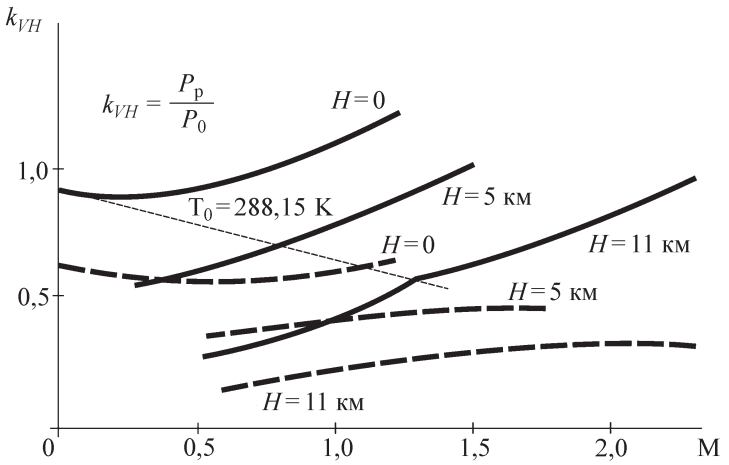


Рис. 8.1. Безразмерная располагаемая тяга силовой установки на максимальном режиме: —— форсированном; – – – нефорсированном

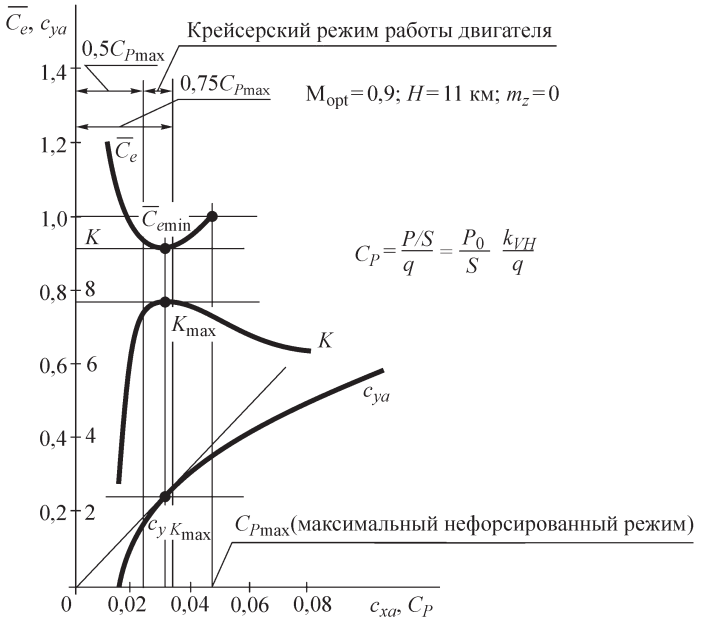


Рис. 8.2. Принцип согласования аэродинамической компоновки и силовой установки самолета при выборе его параметров

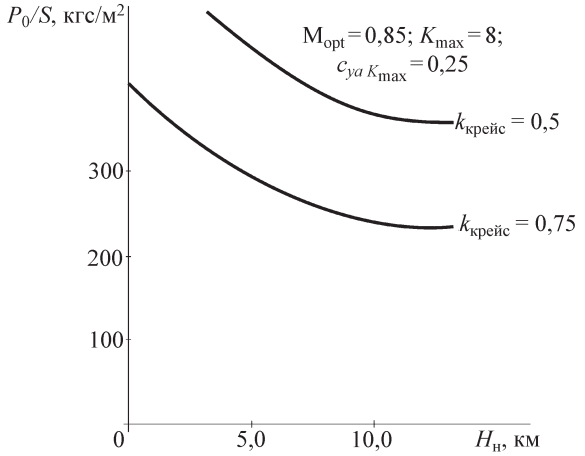


Рис. 8.3. Зависимость P_0/S от высоты начала крейсерского полета

порциональны плотности воздуха. С точностью до влияния числа Re величина P_0 / S в этом случае зависит только от числа M полета. На рис. 8.3 показана зависимость P_0 / S от высоты начала крейсерского полета $H_н$ для выбранного значения $M_{opt} = 0{,}85$; $K_{max} = 8$; $k_{крейс} = 0{,}75...0{,}5$, из которой видно, что на высотах $H < 11$ км P_0 / S не остается постоянной величиной.

Потребная взлетная нагрузка на крыло должна обеспечить самолету начало крейсерского полета на заданной высоте при оптимальном числе Маха M_{opt} с учетом расхода топлива и уменьшения полетного веса самолета при наборе высоты:

$$G_{расч} = G_0 - G_{т\,наб} G_{расч} = c_{ya\,K_{max}} qS;$$

$$G_0 (1 - \overline{G}_{т\,наб}) = c_{ya\,K\,max} qS; \quad \frac{G_0}{S} = \frac{1}{1 - G_{т\,наб}} c_{ya\,K\,max} q.$$

На рис. 8.4 показана зависимость потребной стартовой нагрузки на крыло от высоты начала крейсерского полета при $c_{ya\,K\,max} = 0{,}25$; $M_{opt} = 0{,}85$ (оценка $\overline{G}_{т\,наб}$ приведена на рис. 8.5).

Потребная взлетная тяговооруженность

$$\frac{P_0}{G_0} = \frac{P_0 / S}{G_0 / S} = \frac{1 - \overline{G}_{т\,наб}}{k_{крейс} k_{VH} K_{max}}.$$

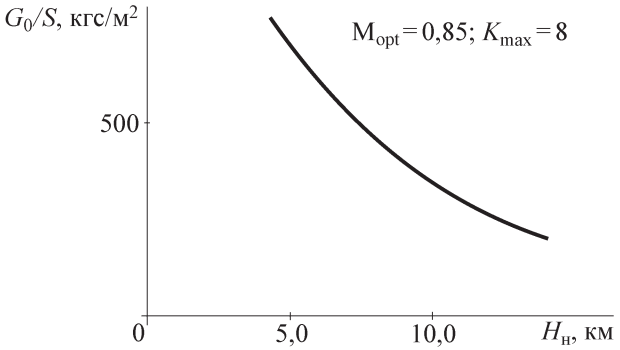


Рис. 8.4. Потребная стартовая нагрузка на крыло

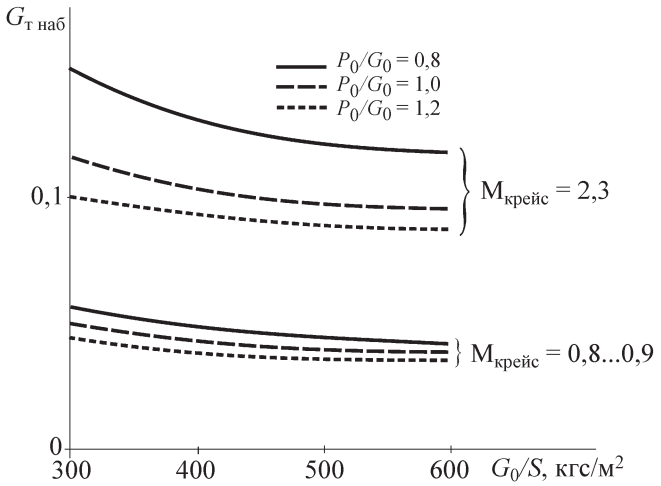


Рис. 8.5. Относительный расход топлива до начала крейсерского полета (для оценок)

На рис. 8.6 показана взаимосвязь потребных стартовых тяговооруженности и нагрузки на крыло для рассматриваемого примера. Видно, что с увеличением высоты крейсерского полета при $M_{opt} = \text{const}$ требуется уменьшать нагрузку на крыло с одновременным увеличением стартовой тяговооруженности.

Таким образом зависимость $P_0 / S = \text{const}$ задает связь между взлетной нагрузкой на крыло, взлетной тяговооруженностью и высотой начала крейсерского полета $H_н$ для самолета с приня-

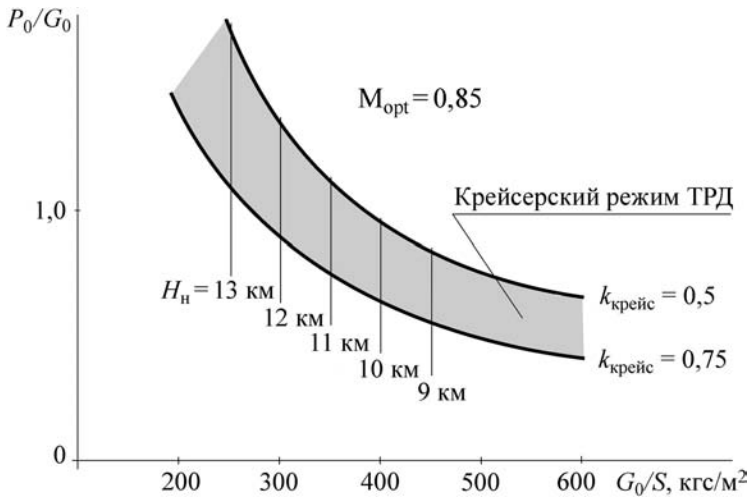


Рис. 8.6. Пример согласования аэродинамической компоновки и силовой установки самолета с треугольным крылом

тыми аэродинамической компоновкой и типом двигателя. Это позволяет определить основные параметры, характеризующие взлет и посадку, а также маневренные возможности самолета на высоте и скорости (числе М) полета, которые приняты в качестве опорных в области энергичного маневрирования. Обычно принимают $M = 0{,}9$; $H = 5$ км или $H = 1$ км. По высотно-скоростным характеристикам силовой установки определяется коэффициент $k_{VH\ \text{ман}}$. Располагаемая тяговооруженность на форсированном режиме в точке расчета маневренных характеристик с заданным относительным остатком топлива во внутренних баках определяется следующим образом:

$$k_{т} = \frac{\Delta G_{т}}{G_{т}};$$

$$G_{H,V} = G_0 - G_{т} + \Delta G_{т};$$

$$P_{H,V} = P_0 k_{VH\ \text{ман}};$$

$$\frac{P_{H,V}}{G_{H,V}} = \frac{P_0 k_{VH\ \text{ман}}}{G_0 - G_{т} + \Delta G_{т}};$$

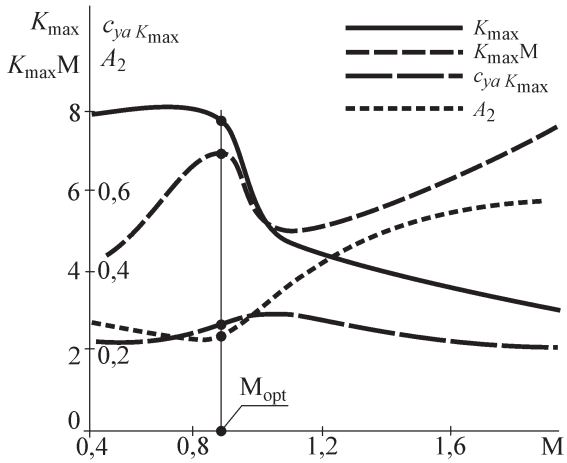


Рис. 8.7. Аэродинамические характеристики маневренного самолета нормальной схемы с треугольным крылом ($\chi_{п.к}$ = 57°) при m_z = 0

$$\frac{P_{H,V}}{G_{H,V}} = \frac{P_0}{G_0}\frac{k_{VH\ \text{ман}}}{1-\bar{G}_{\text{т}}(1-k_{\text{т}})}.$$

Таким образом, диапазон взлетной тяговооруженности, ограниченный кривыми $k_{\text{крейс}} = 0{,}75...0{,}5$, соответствует удельным расходам топлива на различных высотах, близким к минимальному и равным ему. Выход за указанные границы приведет к существенному уменьшению дальности крейсерского полета.

Пример зависимости k_{VH} (M, H), т.е. безразмерных характеристик силовой установки, приведен на рис. 8.1, а пример аэродинамических характеристик модели самолета нормальной схемы с треугольным крылом для натурных условий — на рис. 8.7.

В качестве основных параметров, характеризующих маневренные возможности самолета, обычно принимают удельную избыточную мощность (энергетическую скороподъемность) V^*_{y1} (при $n_{ya} = 1{,}0$) и установившуюся нормальную перегрузку $n_{ya\ \text{уст}}$, которые рассчитываются по формулам

$$V^*_{y1} = n_{xa1}V_S; \quad n_{xa1} = \frac{P_0}{G_0} - \frac{c_{x0}}{G_0/S}q_{H,\text{м}} + A_1 - A_2\frac{G_0}{S}\frac{1}{q_{H,\text{м}}};$$

$$n_{ya\,\text{уст}} = \sqrt{\frac{\left(\frac{P_0}{G_0} - \frac{c_{x\,0}}{G_0 / S} q\right) q}{A_2 G_0 / S}} + \frac{1}{2} \frac{A_1}{A_2 G_0 / S} q,$$

где A_1, A_2 — характеристики поляры $c_{xa} = c_{xa\,0} - A_1 c_{ya} + A_2 c_{ya}^2$ (в частном случае $A_1 = 0$).

Взлетно-посадочные характеристики определяются по формулам [6]

$$L_{\text{р}} \approx \frac{1}{Sg} \frac{G_0 / S}{c_{ya\,\text{отр}}} \frac{1 - \left(\frac{P_0}{G_0}\right)_{\text{отр}}}{\frac{P_0}{G_0} - f - \frac{c_{xa\,0}}{2 c_{ya\,\text{отр}}}};$$

$$L_{\text{проб}} \approx \frac{1}{Sg} \frac{G_0 / S}{c_{ya\,\text{отр}}} \frac{1}{f - \left(\frac{P}{G}\right)_{\text{проб}} + \frac{1}{2} \frac{c_{xa\,\text{проб}} - f c_{ya\,\text{проб}}}{c_{ya\,\text{пос}}}}$$

(без реверса и тормозного парашюта и без запаздывания включения тормозов колес).

На рис. 8.8, 8.9 приведены характеристики маневренности и взлетно-посадочные характеристики для самолета с зависимостью $\frac{P_0}{G_0} = f\left(\frac{G_0}{S}\right)$, представленной на рис. 8.6. Отметим, что здесь нет конкретных значений G_0, P_0, S.

Чем больше высота крейсерского полета при оптимальном отношении P_0 / S и, следовательно, чем больше потребная взлетная тяговооруженность и меньше нагрузка на крыло, тем выше маневренные возможности самолета в принятой расчетной точке $H = 5$ км, $M = 0{,}9$ и тем проще обеспечить потребные или приемлемые взлетные и посадочные характеристики самолета (см. рис. 8.9).

Для расчета дальности полета L кроме удельного расхода необходимо знать относительный запас топлива $\overline{G}_{\text{т}}$, который зависит от взлетного веса самолета G_0 и заданного веса функциональной нагрузки $G_{\text{ф.н}}$, т.е. суммы веса экипажа, оборудования и коммерческой, полезной, боевой и прочей нагрузки.

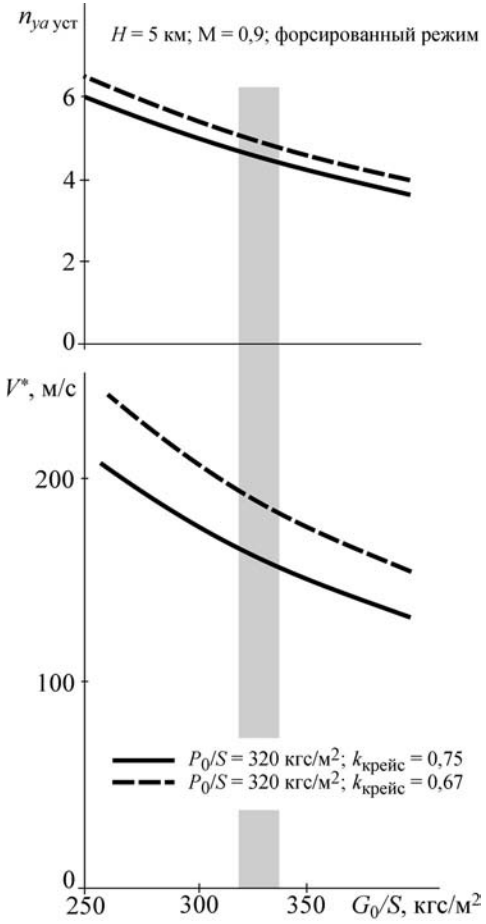


Рис. 8.8. Зависимость установившейся нормальной перегрузки и энергетической скороподъемности от взлетной удельной нагрузки на крыло

Для этого необходимо обратиться к уравнению весового баланса

$$G_0 = G_{\text{ф.н}} + G_{\text{т}} + G_{\text{СУ}} + G_{\text{к}},$$

откуда

$$\overline{G}_{\text{т}} = \frac{G_{\text{т}}}{G_0} = 1 - \overline{G}_{\text{СУ}} - \overline{G}_{\text{к}} - \frac{G_{\text{ф.н}}}{G_{\text{взл}}}.$$

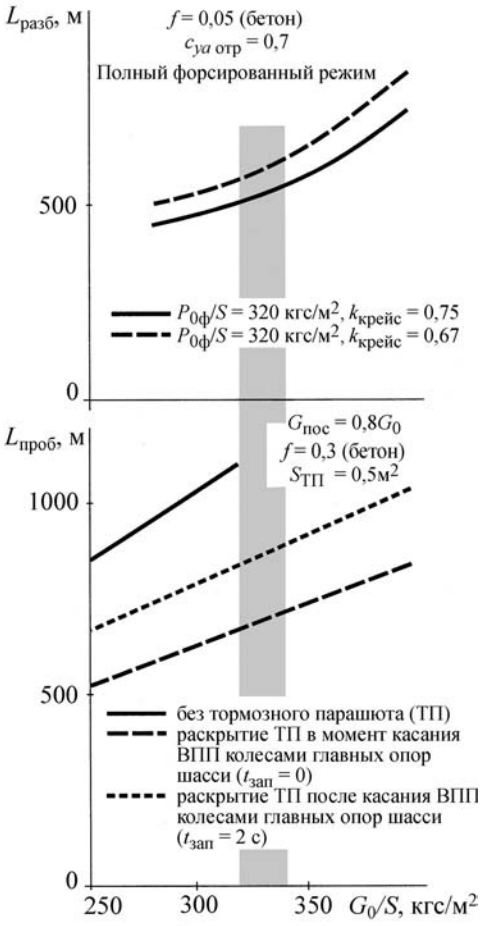


Рис. 8.9. Зависимость длин разбега и пробега от G/S

Здесь $G_{СУ}$ — вес силовой установки. Вес системы управления, который пропорционален взлетному весу самолета, включен в вес конструкции $G_к$.

Составляющие правой части приведенного уравнения определяются следующим образом:

$$\overline{G}_{СУ} = \frac{G_{СУ}}{P_0}\frac{P_0}{G_0} = \gamma_{СУ}\frac{P_0}{G_0};$$

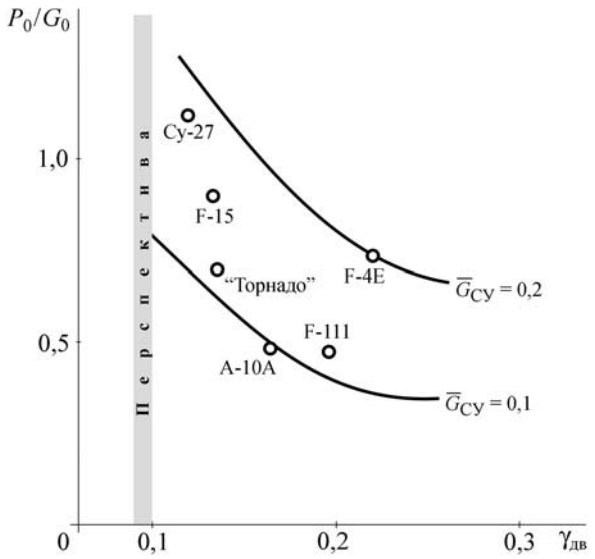


Рис. 8.10. Связь взлетной тяговооруженности с удельным весом ТРД

$$\gamma_{СУ} = \gamma_{дв} K_{СУ};$$
$$\overline{G}_{СУ} = K_{СУ} \gamma_{дв} \frac{P_0}{G_0}.$$

Удельный вес двигателей $\gamma_{дв}$ и поправка на силовую установку $K_{СУ}$ оцениваются с помощью рис. 8.10:

$$\overline{G}_{к} = \frac{G_к}{G_0} = \frac{q_S S_{ом}}{G_0} \frac{S}{S} = \frac{q_S}{G_0 / S} \frac{S_{ом}}{S},$$

где q_S — вес конструкции, приходящийся на 1 м^2 омываемой поверхности самолета (технологический коэффициент, «известный из опыта», например, $q_S = 20...23$ кгс / м^2); $S_{ом}$ — площадь омываемой поверхности самолета; $G_{ф.н}$ — вес функциональной нагрузки, который доложен быть задан для проектируемого самолета выбранной аэродинамической схемы.

Так как величины P_0 / G_0 и G_0 / S известны, то задание любой из трех определяющих размеры самолета величин — G_0, P_0, S — определяет и две остальные. Так, при задании P_0 (выбор двигателя) определяются взлетный вес самолета: $G_0 = \dfrac{P_0}{P_0 / G_0}$, площадь крыла:

$S = \dfrac{G_0}{G_0 / S}$, далее $\overline{G}_{\text{т}}$ и, следовательно, можно оценить дальность крейсерского полета. Для $H \geq 11$ км используется формула $L_{\text{крейс}} = \dfrac{KV}{C_e g} \ln \dfrac{G_{\text{н}}}{G_{\text{к}}} = \dfrac{KV}{gC_e} \left| \ln \dfrac{1 - \overline{G}_{\text{т нв}}}{1 + \overline{G}_{\text{т сн}} - \overline{G}_{\text{т}}} \right|$, где V — скорость полета, км/ч; C_e — удельный расход топлива, кг/(Н·ч).

Если $H = \text{const}$, то полет происходит с уменьшением скорости и

$$L_{\text{крейс}} \approx 2 \frac{K_{\text{ср}} V_H}{g C_{e\,\text{ср}}} \left(1 - \sqrt{\frac{1 - \overline{G}_{\text{т нв}}}{1 + \overline{G}_{\text{т сн}} - \overline{G}_{\text{т}}}} \right).$$

Можно принять вес топлива на снижении $\overline{G}_{\text{т сн}} \approx 0{,}01$.

С увеличением нагрузки на крыло потребная тяговооруженность уменьшается, следовательно, увеличивается относительный запас топлива $\overline{G}_{\text{т}}$, что следует из уравнения весового баланса, и дальность полета увеличивается несмотря на уменьшение высоты начала крейсерского полета, что влечет увеличение удельного расхода топлива. Таким образом, желание улучшить маневренные характеристики и ВПХ приводит к уменьшению дальности полета. Следовательно, требуется найти компромисс между ЛТХ, которые соответствуют потребным значениям P_0 / S.

Обычно задаются известной тягой на полном форсированном режиме P_0 и весом функциональной нагрузки $G_{\text{ф.н}}$. Тогда однозначно определяются G_0, S, площадь омываемой поверхности $S_{\text{ом}}$, объем самолета $V_{\text{с}}$, $\overline{G}_{\text{к}}$, $\overline{G}$, плотность компоновки $\gamma_{\text{с}} = G_0 / V_{\text{с}}$, коэффициент сопротивления, отнесенный к площади омываемой поверхности $S_{\text{ом}}$ и необходимые ЛТХ.

Потребный объем самолета определяется соотношением $V_{\text{с}} = \dfrac{(S_{\text{ом}} / \Phi)^{3/2}}{6\pi}$, где Ф — безразмерный параметр (коэффициент формы), признак компоновки — отношение площади омываемой поверхности самолета к площади поверхности сферы, равного с ним объема. Из опыта известны соотношения между коэффициентом формы и относительной площадью омываемой поверхности для самолетов различных аэродинамических схем (табл. 8.1).

Площадь омываемой поверхности определяется по площади крыла и величине $\overline{S}_{\text{ом}}$, значение которой берется из табл. 8.1: $S_{\text{ом}} = S\overline{S}_{\text{ом}}$.

На рис. 8.11 показан характер изменения потребных проектных параметров самолета и дальности полета при изменении G_0 / S и,

Таблица 8.1

Коэффициенты формы самолетов различных схем

Аэродинамическая схема самолета	Ф	$\overline{S}_{\text{ом}} = \dfrac{S_{\text{ом}}}{S}$
Нормальная с треугольным крылом	2,8	4,2
«Бесхвостка» с треугольным крылом	3,2	3,0
Нормальная со стреловидным крылом	3,5	4,7
Интегральная с крылом умеренной стреловидности	4,0	4,9

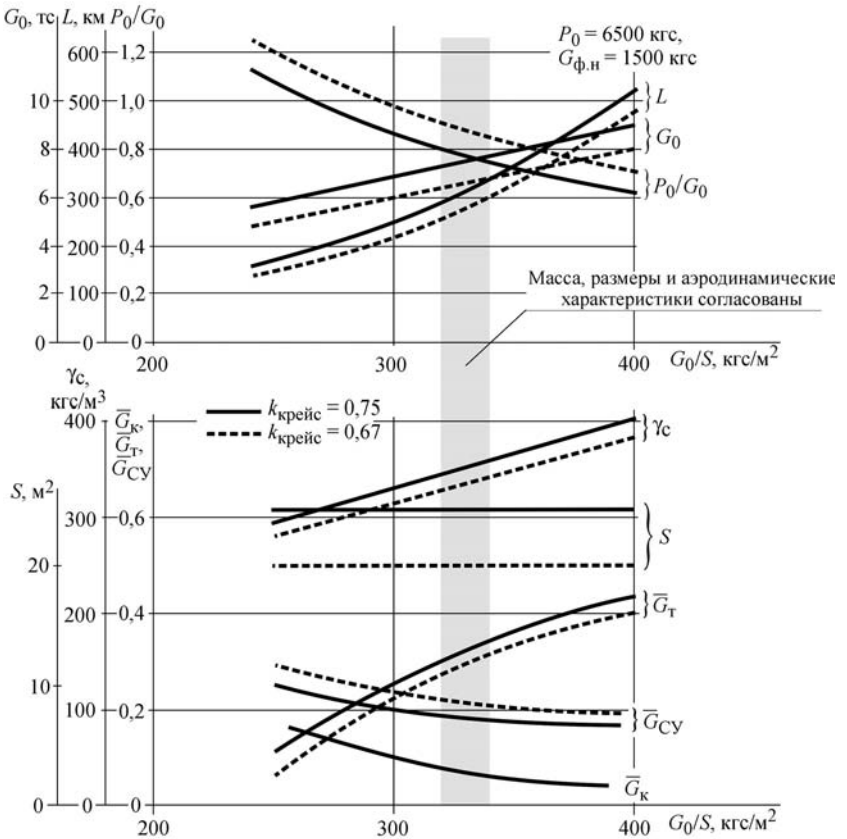


Рис. 8.11. Характер изменения геометрических и массовых характеристик, а также крейсерской дальности полета

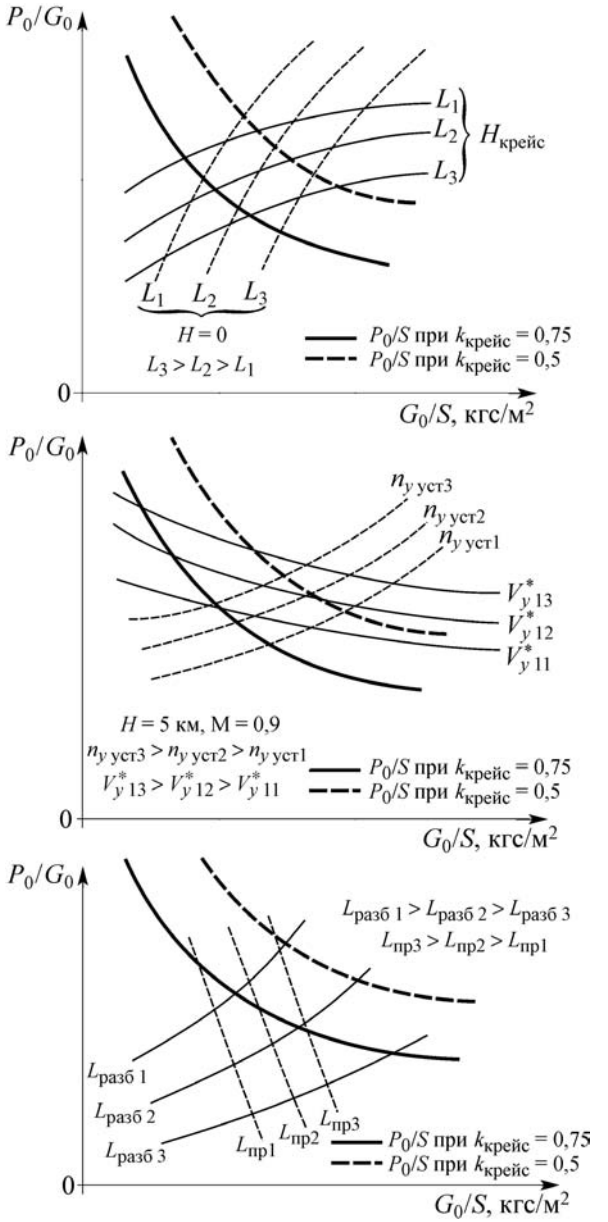


Рис. 8.12. Характер изменения ЛТХ, используемых для оценки самолета

следовательно, P_0 / G_0. ВПХ и маневренные характеристики были оценены ранее.

Сопоставление значений этих параметров с реально реализуемыми определит область нагрузок на крыло, в которой можно выбирать параметры самолета, полагая в дальнейшем, что они в первом приближении увязаны в треугольнике «масса — геометрия — аэродинамика» (область существования).

Таким образом, получены все параметры, характеризующие самолет, для каждого сочетания высоты начала крейсерского полета, взлетных тяговооруженности и нагрузки на крыло, взлетно-посадочных и маневренных характеристик. Этого достаточно для оценки возможностей самолета, выполненного в рассматриваемой компоновке. Данную часть расчета удобно выделить в отдельную элементарную программу, которая позволит проводить анализы принципиальных возможностей аэродинамических компоновок применительно к самолетам любого назначения.

Полученные ЛТХ (все или часть из них) могут не удовлетворять ТЗ, поэтому необходимо искать компромисс в зависимости от конкретного назначения самолета. Для этого на плоскости P_0 / G_0, G_0 / S можно, воспользовавшись приведенными ранее формулами,

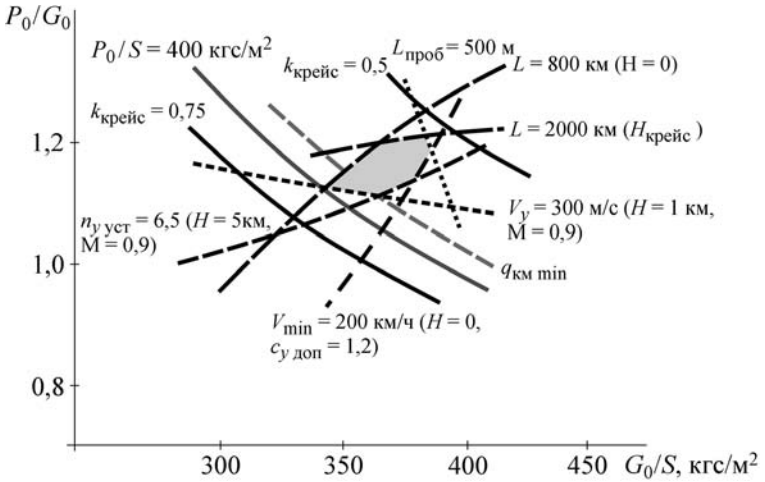


Рис. 8.13. Определение основных параметров самолета методом «прямого счета». Аэродинамическая компоновка и двигатель заданы (границы крейсерского режима работы двигателей $k_{крейс}$ = 0,5...0,75)

нанести линии равных значений ЛТХ. На рис. 8.12 показан характер таких зависимостей. Совместив их на плоскости $P_0 / G_0, G_0 / S$, можно получить область существования самолета в рассматриваемой компоновке (рис. 8.13), в которой могут удовлетворяться требования ТЗ.

На рис. 8.14 показана блок-схема программы «прямого счета».

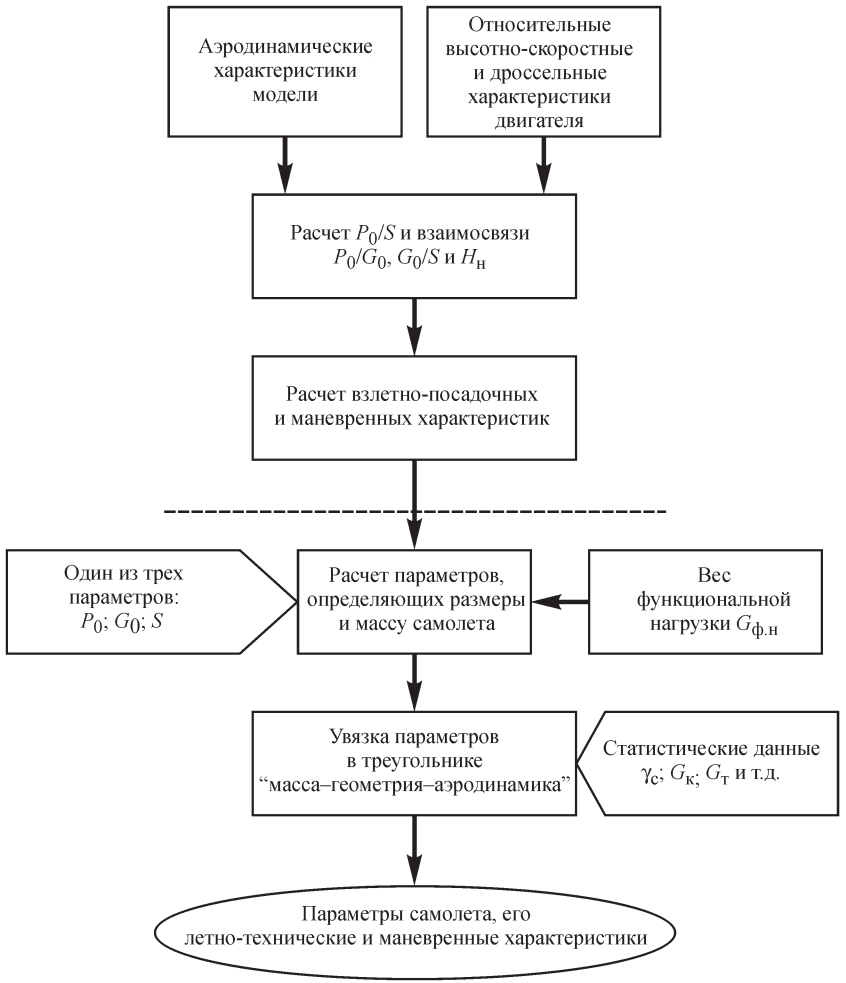


Рис. 8.14. Блок-схема программы «прямого счета»

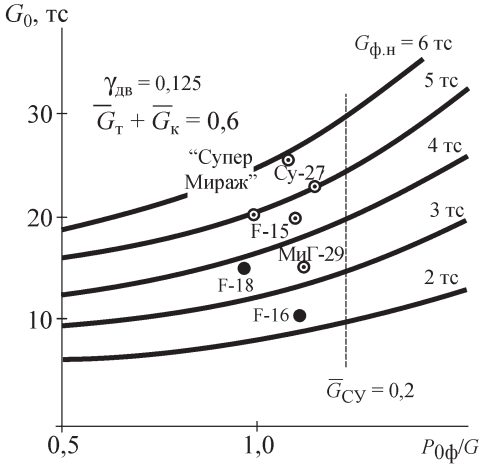


Рис. 8.15. Зависимость взлетного веса от потребной тяговооруженности и функциональной нагрузки

В качестве дополнения к области существования полезны соотношения, приведенные на рис. 8.15, которые показывают характер зависимости взлетного веса от взлетной тяговооруженности, удельного веса двигателей и общего веса функциональной нагрузки и позволяют судить об эффективности выбора тех или иных параметров и степени риска при этом.

Часть II
УСТОЙЧИВОСТЬ И УПРАВЛЯЕМОСТЬ САМОЛЕТА

Глава 9
МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВОЗМУЩЕННОГО ДВИЖЕНИЯ САМОЛЕТА

Исследования устойчивости и управляемости проводят путем моделирования реакции самолета на действие возмущений. Параметры переходных процессов (время срабатывания, степень затухания колебаний и др.) и частотных характеристик называются характеристиками устойчивости и управляемости. Их соответствие требуемым значениям обеспечивается выбором параметров самолета и/или его систем управления. В ходе летных испытаний опытного экземпляра самолета проводится проверка соответствия получаемых характеристик устойчивости и управляемости требуемым значениям. Для определения характеристик устойчивости и управляемости, предъявляемых к ним требований, а также методики их выбора необходимо прежде всего знание математической модели движения самолета. Математическая модель самолета в рассматриваемой задаче описывает процесс реакции самолета на отклонение органов управления или действие внешних возмущений. Поэтому она отличается от той, которая используется при расчете летно-технических характеристик (ЛТХ). Напомним, что при расчете ЛТХ считалось, что изменение углового положения самолета после отклонения рычагов управления (или рулевых поверхностей) происходит мгновенно. На самом деле для этого требуется определенное время, в течение которого происходит изменение сил и моментов.

Движение самолета в общем случае происходит под действием сил и моментов, приводящих к его вращению, а также поступательному движению. Происходящее в результате действия сил X_a, Y_a, P и моментов тангажа M_z вращательное движение вокруг оси OZ и линейное движение центра масс в плоскости XYZ характеризует так называемое *продольное движение самолета*. По отношению к этому

движению можно говорить о *продольной устойчивости и управляемости самолета*. Остальные три составляющих движения: вращательные движения относительно осей OY, OX и поступательное движение в боковой плоскости составляют *боковое движение*. По отношению к нему говорят о *боковой устойчивости и управляемости самолета*.

Из изложенного следует, что исследование устойчивости и управляемости требует рассмотрения модели возмущенного движения, включающей уравнения сил и моментов, действующих на самолет, а также модель возмущений внешней среды. Эти уравнения являются нелинейными, что затрудняет их использование для получения важных для практики результатов. Однако во многих случаях представляется возможным линеаризировать уравнения движения и исследовать отдельно продольное и боковое движения (см. гл. 13, 14).

В продольном движении, как правило, рассматривают два случая движения: с постоянной скоростью (V = const) и с постоянной перегрузкой (n_{ya} = const). В боковом движении рассматривается полет с V = const и $n_{ya} = 1$. Такое разделение движений позволяет получить аналитические выражения для характеристик устойчивости и управляемости.

В ряде случаев боковое и продольное движения оказываются взаимосвязанными. Это требует их совместного анализа, методы которого приведены в гл. 20.

Динамика бокового и продольного движений определяется аэродинамическими характеристиками, зависящими от режима полета, углов атаки и скольжения, геометрии крыла и других частей самолета, его инерционных характеристик. Аэродинамические характеристики рассмотрены в гл. 10. В ряде практических задач для упрощения расчетов представляется возможным считать движение установившимся. Это позволяет достаточно просто решать ряд практически важных задач (определение балансировки, размеров оперения и др.), рассмотренных в гл. 15–17.

Современный самолет имеет различные полуавтоматические системы управления, определяющие реакцию самолета на отклонение летчиком рычагов управления или действие внешних возмущений. На начальном этапе развития автоматизации самолета такие системы использовались для улучшения его характеристик устойчивости и управляемости, например для улучшения демпфирующих свойств, обеспечения приемлемых усилий на рычагах

управления во всех диапазонах высот и скоростей полета и т.д. В настоящее время роль таких систем на самолете существенно возросла. Во многих случаях они являются определяющими при формировании реакции самолета на управляющие воздействия летчика.

Возможность изменения характеристик устойчивости и управляемости современных самолетов обеспечивается различными измерительными и исполнительными элементами систем управления. Несмотря на достигнутый в последние годы уровень совершенства этих устройств их возможности имеют пределы. Так, например, приводы, отклоняющие рулевые поверхности, имеют ограничения на максимально возможную скорость отклонения рулевой поверхности. Предельные характеристики ограничивают возможность достижения необходимой реакции самолета. Более того, в случае достижения таких предельных характеристик в системе «самолет + система управления» могут быстро развиться неустойчивые процессы, т.е. возникнуть так называемое явление неустойчивости «в большом».

Различия в динамике высокоавтоматизированного и неавтоматизированного самолетов делают невозможным исследование устойчивости и управляемости без учета средств автоматизации. Это усложняет задачу, требует в случае проявления нелинейных эффектов использования дополнительных методов исследования, например методов гармонического баланса. Кроме того, необходимо чтобы показатели устойчивости и управляемости учитывали отличия реакции высокоавтоматизированного самолета от традиционной реакции самолета.

Изучение вопросов устойчивости и управляемости современных самолетов требует использования модели возмущенного движения самолета, включающей уравнения системы управления, ее исполнительных и измерительных элементов. Принципы построения систем управления и выбора их параметров рассмотрены в гл. 19.

Оценка характеристик устойчивости и управляемости самолета в конечном итоге дается летчиком. В ходе летных испытаний он воспринимает ответные реакции самолета на отклонение рычагов управления. При отслеживании командных сигналов (движение цели при прицеливании, положение заправочного конуса при дозаправке или положение самолета относительно глиссады планирования при посадке и т.д.) оценка характеристик управляемости осуществляется летчиком в образуемой им системе «са-

молет–летчик». В этой замкнутой системе летчик отклоняет рычаг управления, стремясь с необходимой точностью выполнить задачу пилотирования.

Из теории автоматического регулирования известно, что выбор какого-либо элемента замкнутой системы может быть осуществлен сопоставлением получаемых характеристик с требуемыми. При выборе характеристик устойчивости и управляемости, обеспечивающих качественное выполнение задач пилотирования, в которых летчик образует замкнутую систему, необходимо ввести требования к характеристикам этой системы. Они могут быть получены в результате математического моделирования системы «самолет–летчик», при котором наряду с моделями самолета и системы управления вводится в рассмотрение и математическая модель действий летчика, описывающая процесс отклонения им рычагов управления как его реакцию на воспринимаемые в процессе пилотирования сигналы системы отображения информации. Кратко эти вопросы рассмотрены в подразд. 19.2. Помимо математического моделирования в практике исследований динамики полета широкое применение получили методы полунатурного моделирования (см. прил. 3). Для этого используют наземные пилотажные стенды и летающие лаборатории, на которых моделируются условия пилотирования, близкие к тем, которые летчик ощущал бы в реальном полете на исследуемом самолете.

Выбор характеристик устойчивости и управляемости (пилотажных свойств), как правило, осуществляется в соответствии с нормативными документами, включающими в себя требования к этим характеристикам, в частности требования к прикладываемым усилиям, градиенту перемещения ручки управления для создания единицы перегрузки, коэффициенту демпфирования. Выработка требований к характеристикам самолетов представляет собой трудную задачу, которая неоднократно решалась в процессе развития авиационной техники. Возврат к этой задаче всегда происходил на определенном историческом рубеже, когда выявлялись принципиально новые особенности динамики самолетов, которые не были отражены в предыдущих нормативных документах. В настоящее время такими регламентирующими документами при выборе характеристик устойчивости и управляемости самолетов гражданского назначения являются так называемые Авиационные правила АП–25. При проектировании самолетов военного назначения также существуют соответствующие нормативные требования.

Знание требований к характеристикам устойчивости и управляемости, а также умение определять их позволяют решить важнейшую проектировочную задачу — выбора пилотажных характеристик самолета.

Основой формирования существующих нормативных требований к характеристикам устойчивости и управляемости является их различие в зависимости от класса самолетов, категорий полета и уровней пилотажных оценок.

Отличительными признаками при определении **класса самолета** являются его маневренные возможности и масса.

В отечественной практике сложилась следующая классификация [3]:

Класс Iа — высокоманевренные самолеты, у которых максимальная эксплуатационная перегрузка $n^{э}_{y\,\max} \geq 7$.

Класс Iб — маневренные самолеты, у которых $5 \leq n^{э}_{y\,\max} < 7$.

Класс II — ограниченно маневренные самолеты, $3,5 \leq n^{э}_{y\,\max} < 5$.

Самолеты классов I и II имеют, как правило, взлетную массу до 50...60 т.

Класс IIIа — неманевренные самолеты, $n^{э}_{y\,\max} < 3,5$, со взлетной массой менее 100 т.

Класс IIIб — неманевренные самолеты, $n^{э}_{y\,\max} < 3,5$, со взлетной массой более 100 т.

Категории полета определяются целевыми задачами и этапами полета самолета. Различают следующие категории:

Категория А — включает те этапы полета, для выполнения которых требуются точное управление и энергичное маневрирование. Сюда относят задачи прицеливания, полет строем, дозаправки топливом в полете и ряд других задач.

Категория Б — взлетно-посадочные этапы полета, на которых обычно не требуется энергичного маневрирования, но необходимо достаточно точное управление траекторией полета, например взлет, посадка, уход на второй круг.

Категория В — включает те этапы полета, на которых не требуется энергичного маневрирования и точного пилотирования. Примерами таких этапов полета являются крейсерский полет, набор высоты, снижение и т.п.

Качество и сложность выполнения задач пилотирования и этапов полета определяют три уровня пилотажных свойств:

уровень I, при котором пилотажные характеристики хорошо согласуются с требованиями достижения желаемого качества выпол-

нения этапов полета и не требуют от летчика сколько-нибудь заметной загрузки;

уровень II — отличается тем, что пилотажные характеристики этого уровня обеспечивают выполнение задач этапа полета при некотором снижении качества пилотирования до приемлемого и увеличении загрузки летчика;

уровень III — не обеспечивает эффективного выполнения задачи пилотирования и требует от летчика чрезмерной загрузки внимания.

Требования к пилотажным характеристикам, как правило, зависят от типа рычага управления (центральной или боковой ручки, штурвала).

Самолет должен быть спроектирован таким образом, чтобы его пилотажные характеристики соответствовали уровню I при безотказной работе его системы управления. Ухудшение пилотажных свойств и переход на уровень II могут происходить при отказах в системе управления при заданном уровне вероятности (например, 10^{-2} за один час полета). При этом предполагается возможность выполнения задач пилотирования с ухудшенным качеством. В случае отказа систем и ухудшения пилотажных свойств до уровня III считается, что летчик должен прекратить выполнение полетного задания.

Уровни пилотажных характеристик определяются в терминах оценок летчика, которые он дает в ходе исследований — в летных экспериментах или в наземных условиях на пилотажных стендах.

Оценка пилотажных характеристик осуществляется летчиком исходя из требуемой от него нагрузки для достижения необходимых качества и точности пилотирования. Для количественного выражения этого процесса и регистрации свойств самолета используют шкалы субъективных оценок, приведенные в прил. 3.

Ниже приводится комплекс методов и средств, позволяющий выбрать характеристики устойчивости и управляемости самолетов, и рассматриваются:

математическое описание движения самолета, разделение движения на продольное и боковое и упрощение математических моделей этих видов движения;

описание особенностей коэффициентов аэродинамических сил и моментов, определяющих усилия летчика, прикладываемые к рычагам управления, и соответствующую реакцию самолета;

особенности динамики продольного и бокового движений, показатели устойчивости и управляемости самолетов с различным уровнем автоматизации;

системы управления и алгоритмы автоматизации, обеспечивающие выполнение требований к показателям устойчивости и управляемости;

методики выбора параметров самолета — площадей вертикального и горизонтального оперений;

особенности динамики самолета при его движении по земле и пространственного движения самолета, включая полет на закритических углах атаки.

9.1. ДОПУЩЕНИЯ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ ВОЗМУЩЕННОГО ДВИЖЕНИЯ

В гл. 1 приведены нелинейные дифференциальные уравнения, описывающие в общем виде пространственное движение самолета в проекциях на оси различных систем координат. Использование вычислительной техники позволяет получить решение этих уравнений и исследовать устойчивость и управляемость самолета. Именно так поступают при существенном влиянии нелинейных аэродинамических характеристик на реакцию самолета. Для случая квадратичной поляры зависимость коэффициента аэродинамической силы сопротивления c_{xa} от угла атаки α или коэффициента подъемной силы c_{ya} имеет вид $c_{xa} = c_{x0} + Bc_{ya}^2$. При значительном угле атаки самолета в исходном движении α_0 (случай полета на малых скоростях) эта нелинейная зависимость может привести к различному характеру изменения параметров возмущенного движения в зависимости от величины и направления изменения управляющего воздействия.

Другой причиной проявления нелинейных свойств реакции самолета могут быть ограниченные возможности исполнительных устройств системы управления. К ним относится, например, ограничение на максимальную величину скорости отклонения руля высоты $\dot{\delta}_{в\,max}$. Если скорость сигнала, поступающего на привод, превышает ту, с которой он может отклонять руль, то в замкнутой системе «самолет–система управления» начинают проявляться нелинейные эффекты. Особенно заметны они в случае, когда самолет статически неустойчив. При этом в замкнутой системе могут развиться неустойчивые колебания. На рис. 9.1 в качестве примера приведены процессы изменения приращения перегрузки при ступенчатом изменении положения рычага управления рулем высоты:

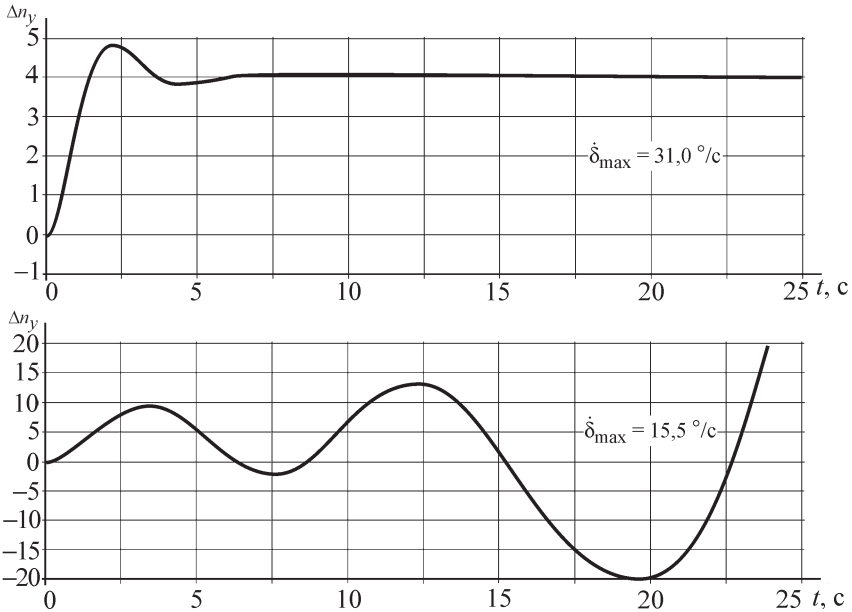


Рис. 9.1. Реакция самолета по перегрузке на ступенчатое отклонение руля высоты

$X_в = -40$ мм. Рассмотрены два варианта привода с различными значениями ограничений на максимальную скорость отклонения руля высоты $\dot{\delta}_{в\,max}$: 31 и 15,5 °/с. Видно, что результаты моделирования для этих значений $\dot{\delta}_{в\,max}$, когда в одном из вариантов скорость отклонения рулей достигает предельного значения ($\dot{\delta}_{в\,max}$=15 °/с), существенно отличаются друг от друга. Так, для второго значения процессы имеют явно неустойчивый характер. Таким образом, в ряде случаев пренебрежение нелинейными элементами системы управления может привести к ошибочному результату.

Математическое моделирование полной модели движения самолета осуществляется на ЭВМ с использованием специальных программных средств. К ним относится широко применяемый в инженерной практике пакет для инженерных расчетов MATLAB / SIMULINK. Изложение методов математического моделирования и использование для этих целей специализированных пакетов выходит за рамки настоящей книги.

Математическое моделирование с использованием ЭВМ, к сожалению, не позволяет получить в явном виде аналитические зако-

номерности и показатели, влияющие на устойчивость и управляемость. В то же время для большинства условий полета отмеченные нелинейности или не проявляются, или их эффект незначителен, что позволяет упростить модель движения самолета и судить о его устойчивости и управляемости, используя показатели, полученные путем аналитического решения упрощенной модели движения. Знание требований к этим показателям устойчивости и управляемости, а также разработанные методы анализа и синтеза линейных систем позволяют сделать предварительный выбор параметров самолета и его системы управления, которые уточняются в ходе математического моделирования полной нелинейной модели. Именно такой путь исследований принят в практике проектирования.

Для получения упрощенных моделей необходимо ввести ряд допущений, справедливых для рассматриваемых режимов полета.

При аналитических исследованиях широко используемыми допущениями являются:

примерное постоянство высоты полета в течение ограниченного времени переходных процессов изменения углового положения самолета и его скорости. Малость изменения высоты полета на небольшом интервале времени означает примерное постоянство плотности и температуры воздуха. При таком предположении представляется возможным решать кинематическое уравнение для высоты полета, а также продольной x_g и боковой z_g координат отдельно по результатам решения оставшейся системы уравнений;

малые различия в значениях параметров возмущенного движения ($\alpha(t)$, $\gamma(t)$, $V(t)$, ...), т.е. движения, возникающего в результате нарушения первоначального исходного (невозмущенного) движения самолета ($\alpha_0(t)$, $\gamma_0(t)$, $V_0(t)$, ...), и параметров исходного движения в одни и те же моменты времени. При выполнении этого условия при линеаризации в первом приближении можно пренебречь членами, содержащими отклонения параметров движения (углов, угловых и линейных скоростей и т.д.) в степенях выше первой как малыми высшего порядка малости. При этом в уравнениях сохраняются только члены с первыми степенями отклонений. В связи с этим уравнения становятся линейными дифференциальными уравнениями относительно отклонений.

Проводя последующую замену переменных коэффициентов на «постоянные», т.е. используя так называемый метод «замороженных» коэффициентов, можно получить решение в аналитической форме. Метод малых возмущений получил широкое распро-

странение в инженерной практике, что в значительной степени способствовало прогрессу в области изучения устойчивости и управляемости различных ЛА. Суть этого метода и его применение для получения линейных дифференциальных уравнений движения самолета приводятся в последующих подразделах настоящей главы.

9.2. ВОЗМУЩЕНИЯ, ДЕЙСТВУЮЩИЕ НА САМОЛЕТ В ПОЛЕТЕ

Основными причинами отклонений самолета относительно некоторой невозмущенной траектории являются *возмущения, связанные с самим самолетом и с внешней средой*, в которой происходит полет.

Возмущения, связанные с самолетом:

отклонения органов управления (управляющие воздействия), вызванные перемещением летчиком рычагов управления или подачей сигналов на привод от автоматических устройств;

изменения состояния самолета в процессе полета, например массы и центровки самолета при сбросе внешних подвесок.

Целью всякого *управляющего воздействия* является изменение углового и линейного положения самолета. Этого можно достигнуть изменением баланса проекций сил (аэродинамической силы и тяги двигателя) и моментов, действующих на самолет.

Для изменения проекций аэродинамических сил необходимо развернуть самолет относительно вектора скорости на углы атаки и скольжения, что достигается отклонением управляющих поверхностей и созданием таким образом моментов относительно соответствующей оси. В продольном движении это осуществляется отклонением руля высоты ($\delta_в$) или цельноповоротного стабилизатора (φ), а в боковом — руля направления ($\delta_н$) или отклонением элеронов ($\delta_э$).

Эффективным средством создания управляющих моментов в продольном и боковом движениях на малых скоростях полета является управляемый вектор тяги (при таких скоростях аэродинамические рули не позволяют создать необходимые управляющие воздействия, т.е. неэффективны). Применение управляемого вектора тяги существенно расширяет возможности самолета при выполнении сложнейших фигур высшего пилотажа

на предельно малых скоростях полета («колокол», «обратная петля» и др.).

Аэродинамические силы X_a, Y_a и Z_a могут быть изменены также и при использовании так называемых органов непосредственного управления аэродинамическими силами. В продольном движении такими органами могут быть закрылки, флапероны и интерцепторы. Их отклонение изменяет картину обтекания крыла и, как следствие, подъемную силу. В боковом движении органами непосредственного управления боковой силой являются дополнительные управляющие вертикальные поверхности, которые могут быть установлены на крыле или фюзеляже. Скоростью полета, как правило, управляют изменением величины тяги двигателя. Это достигается регулировкой подачи топлива в двигатель, происходящей при изменении положения сектора газа. Изменение тяги $\Delta P_{\text{упр}}$ при отклонении сектора газа представляет собой динамический процесс. В отдельных случаях скоростью полета можно управлять изменением коэффициента аэродинамического сопротивления. Именно такой способ использован на многоразовых космических летательных аппаратах «Буран» и «Спейс шаттл», в хвостовой части которых установлен специальный тормозной щиток. Изменение его положения позволяет управлять скоростью полета на различных участках траектории бездвигательной посадки ЛА. В дальнейшем при выводе уравнений движения в качестве управляющих воздействий рассматриваются отклонения рулей и изменение тяги.

Таким образом, в общем случае управляющими воздействиями могут быть:

отклонения руля высоты или цельноповоротного стабилизатора на угол $\Delta\delta_{\text{в}}$ или $\Delta\varphi$ от балансировочного положения (в дальнейшем будем обозначать отклонения любого из этих органов управления как $\Delta\delta_{\text{в}}$), приводящие к возникновению момента $\Delta M_z = M_z^{\delta_{\text{в}}} \Delta\delta_{\text{в}}$ и подъемной силы $\Delta Y_a = Y_a^{\delta_{\text{в}}} \Delta\delta_{\text{в}}$. Отклонение руля высоты приводит к незначительному изменению силы сопротивления $\Delta X_a = X_a^{\delta_{\text{в}}} \Delta\delta_{\text{в}}$, которым в дальнейшем будем пренебрегать;

отклонения руля направления на угол $\Delta\delta_{\text{н}}$, приводящие к возникновению момента $\Delta M_y = M_y^{\delta_{\text{н}}} \Delta\delta_{\text{н}}$, боковой силы $\Delta Z_a = Z_a^{\delta_{\text{н}}} \Delta\delta_{\text{н}}$, а также момента крена $\Delta M_x = M_x^{\delta_{\text{н}}} \Delta\delta_{\text{н}}$;

отклонения элеронов на угол $\Delta\delta_{\text{э}}$, приводящие к возникновению момента крена $\Delta M_x = M_x^{\delta_{\text{э}}} \Delta\delta_{\text{э}}$, а также момента рыскания $\Delta M_y = M_y^{\delta_{\text{э}}} \Delta\delta_{\text{э}}$. Помимо элеронов для создания управляющего мо-

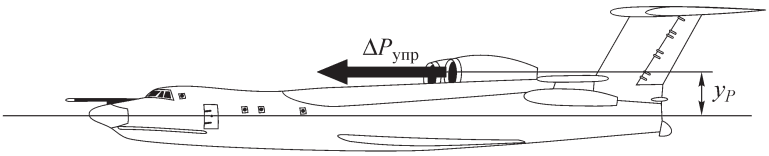


Рис. 9.2. Аэродинамическая схема самолета с верхним расположением двигателя

мента по углу крена используют дифференциально отклоняемые стабилизаторы и интерцепторы;

изменения тяги двигателя $\Delta P_{\text{упр}}$. Если вектор тяги не проходит через центр масс самолета, то изменение тяги приводит к возникновению момента, например момента тангажа $\Delta M_z = -\Delta P_{\text{упр}} y_P$, где y_P — эксцентриситет двигателя (рис. 9.2).

В соответствии со стандартами, принятыми в России, в динамике полета используются правые системы координат, в которых для определения углов ориентации самолета относительно потока и земли, угловых скоростей, ускорений и моментов и отклонений управляющих поверхностей применяется следующее правило знаков. Все эти величины считаются положительными при повороте самолета или управляющей поверхности по часовой стрелке, если смотреть вдоль соответствующей оси из начала системы координат. Знак отклонения элеронов определяется по правому элерону. Знаки отклонения рычагов совпадают со знаками отклонения рулей.

Изменение состояния самолета может произойти как в результате выполнения целевых задач пилотирования (при сбросе бомб и ракет, десантировании грузов, стрельбе из бортового оружия), так и в результате возникновения отказов двигателей, перемещения рулевых поверхностей из-за отказов приводов и др. В общем случае это приводит к изменению сил и моментов. При их быстром изменении требуется и быстрая компенсирующая реакция летчика или автоматических устройств. Такие случаи являются расчетными при выборе параметров управляющих поверхностей и методики пилотирования.

Возмущения, связанные с внешней средой, обусловлены изменением ее состояния. К ним относят порывы ветра, вихревые атмосферные явления, сдвиг ветра.

Атмосферные возмущения оказывают влияние на движение самолета по траектории, его управляемость и безопасность полета. Кроме того, атмосферная турбулентность существенным об-

разом влияет на комфортность полета, а также на ресурс конструкции самолета.

Моделирование влияния таких специфических возмущений, как сдвиг ветра и вихревые явления, необходимо при исследованиях безопасности полетов при посадке. В дальнейшем будем рассматривать влияние атмосферной турбулентности на динамику самолета в виде порывов ветра.

При учете ветровых возмущений необходимо принимать во внимание, что:

вектор скорости ветра является переменной величиной, определяемой в нормальной системе координат: $\vec{W}_g(X_g, Y_g, Z_g, t)$;

связь между земной и воздушной скоростями определяется соотношением $\vec{V} = \vec{V}_к - \vec{W}_g$;

аэродинамические силы и моменты определяются воздушной скоростью;

углы атаки и скольжения определяются вектором воздушной скорости и его составляющими (см. 1.25);

силы инерции, входящие в уравнения движения, определяются проекциями земной скорости $\vec{V}_к$.

В случае записи уравнений движения центра масс в скоростной системе координат проекции вектора земной скорости $\vec{V}_к$ могут быть получены из уравнения

$$\begin{vmatrix}(V_к)_{xa}\\(V_к)_{ya}\\(V_к)_{za}\end{vmatrix} = \begin{vmatrix}V\\0\\0\end{vmatrix} + A_{св}^{ск} A_{н}^{св} \begin{vmatrix}W_{xg}\\W_{yg}\\W_{zg}\end{vmatrix}, \tag{9.1}$$

где $A_{св}^{ск}$, $A_{н}^{св}$ — матрицы направляющих косинусов, приведенные в прил. 1.

Эти проекции должны входить в уравнения проекций силы инерции

$$F_{ин\,a} = m\left(\frac{d\vec{V}_к}{dt} + \vec{\Omega}_a \times \vec{V}_к\right), \tag{9.2}$$

где $\vec{\Omega}_a$ — вектор абсолютной угловой скорости вращения, записанный в скоростной системе координат, определяется выражением (1.24).

При моделировании процессов движения самолета в возмущенной среде составляющие скорости ветра $\vec{W}_g$ рассматривают как де-

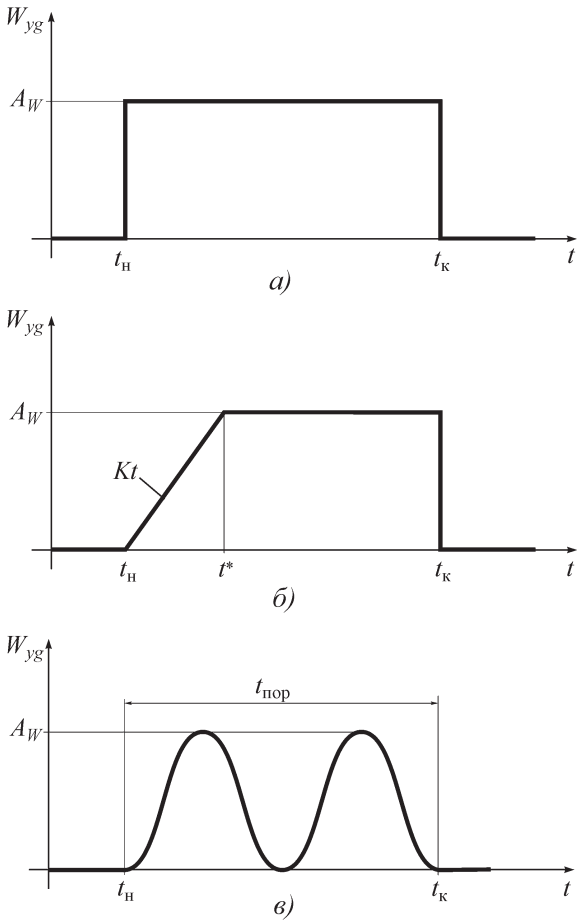


Рис. 9.3. Типы детерминированных ветровых возмущений:
а — ступенчатый порыв; *б* — градиентный порыв; *в* — гармоническое воздействие

терминированные или случайные процессы. При этом в качестве детерминированных процессов (рис. 9.3) часто рассматривают:

ступенчатый порыв:

$$W_{yg} = \begin{cases} 0 & \text{при } t < t_н;\ t > t_к; \\ A_W & \text{при } t_н \le t \le t_к; \end{cases}$$

градиентный порыв:

$$W_{yg} = \begin{cases} 0 & \text{при } t < t_{\text{н}};\ t > t_{\text{к}}; \\ Kt & \text{при } t_{\text{н}} < t \le t^{*}; \\ A_W & \text{при } t^{*} < t \le t_{\text{к}} \end{cases}$$

или гармоническое воздействие:

$$W_{yg} = \begin{cases} 0 & \text{при } t < t_{\text{н}}; \\ \dfrac{A_W}{2}\left[1 - \cos\left(\dfrac{2\pi}{t_{\text{пор}}}(t - t_{\text{н}})\right)\right] & \text{при } t_{\text{н}} \le t \le t_{\text{к}}. \end{cases}$$

В приведенных выражениях для вертикальной составляющей порыва $t_{\text{н}}$ и $t_{\text{к}}$ — моменты времени начала и конца действия порыва соответственно; $t_{\text{пор}}$ — продолжительность действия порыва; A_W — амплитуда порыва ветра, м/с.

При рассмотрении скорости ветрового порыва как случайного процесса используют различные модели, выражения для которых можно найти в [16].

9.3. ЛИНЕАРИЗАЦИЯ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ

Линеаризация полной системы уравнений движения с учетом всех рассмотренных выше групп возмущений представляет собой сложную задачу. В результате ее решения получаются довольно громоздкие выражения, не позволяющие делать ясные выводы. В связи с этим проведем процедуру линеаризации с учетом управляющих возмущений $\Delta\delta_{\text{в}}$, $\Delta\delta_{\text{н}}$, $\Delta\delta_{\text{э}}$, $\Delta P_{\text{дв}}$. Полученные при этом выводы о возможности разделения движения на продольное и боковое могут быть использованы для более полного учета возмущающих факторов. Влияние возмущений, связанных с внешней средой, будет рассмотрено в гл. 13 при анализе уравнений продольного возмущенного движения. Влияние изменения состояния самолета, связанного с отказом одного из двигателей, приводящим к развитию момента рыскания, анализируется в [16].

Следуя процедуре линеаризации уравнений, представим кинематические переменные возмущенного движения в виде сумм:

$$V = V_0 + \Delta V;\ \alpha = \alpha_0 + \Delta\alpha \text{ и т.д.}$$

Точно так же проекции векторов сил и моментов, действующих на самолет, можно представить в следующем виде:

$$R_x = R_{x0} + \Delta R_x;\ R_y = R_{y0} + \Delta R_y;\ R_z = R_{z0} + \Delta R_z;$$
$$M_{R_x} = M_{R_x 0} + \Delta M_x;\ M_{R_y} = M_{R_y 0} + \Delta M_y;\ M_{R_z} = M_{R_z 0} + \Delta M_z.$$

В этих выражениях индексом «0» обозначены величины, относящиеся к опорному (невозмущенному) движению; символом Δ отмечены приращения кинематических переменных, сил и моментов в возмущенном движении; R_x, R_y, R_z и M_{R_x}, M_{R_y}, M_{R_z} — проекции вектора результирующей силы $\vec{R} = \vec{R}_A + \vec{P} + \vec{G}$ и результирующего момента $\vec{M}_R$ на оси выбранной системы координат.

Аэродинамические силы X_a, Y_a, Z_a и аэродинамические моменты тангажа M_z, крена M_x и рыскания M_y зависят от ряда переменных. В общем случае при фиксированной высоте полета X_a, $Y_a = f(V, \alpha, \delta_в, \beta)$; $Z_a = f(\beta, V, \delta_н, \delta_э, \alpha)$; $M_z = f(\alpha, V, \delta_в, \omega_z, \dot{\alpha}, \beta)$; M_x, $M_y = f(V, \delta_э, \delta_н, \beta, \omega_x, \omega_y, \delta_в)$.

Рассмотрим преобразование исходных уравнений движения при подстановке в них этих выражений на примере первого уравнения сил системы, записанного в проекциях на оси скоростной системы координат (см. (1.25)). Будем предполагать, что во время переходного процесса масса самолета и угол установки двигателя не изменяются. Тогда

$$m(\dot{V}_0 + \Delta\dot{V}) = (P_0 + \Delta P)\cos(\alpha_0 + \Delta\alpha + \varphi_P)\cos(\beta_P + \Delta\beta) -$$
$$-(X_{a0} + \Delta X_a) - [\cos(\alpha_0 + \Delta\alpha)\cos(\beta_0 + \Delta\beta)\sin(\vartheta_0 + \Delta\vartheta) -$$
$$-\cos(\vartheta_0 + \Delta\vartheta)\sin(\beta_0 + \Delta\beta)\sin(\gamma_0 + \Delta\gamma) -$$
$$-\sin(\alpha_0 + \Delta\alpha)\cos(\beta_0 + \Delta\beta)\cos(\gamma_0 + \Delta\gamma)\cos(\vartheta_0 + \Delta\vartheta)]mg;$$
$$\Delta P = P^V \Delta V + \Delta P_{упр};\ \Delta X_a = X_a^V \Delta V + X_a^\alpha \Delta\alpha + X_a^{\delta_в} \Delta\delta_в + X_a^\beta \Delta\beta.$$

Здесь $\Delta P_{упр}$ — изменение тяги, вызванное перемещением сектора газа; $\Delta\delta_в$ — изменение положения руля высоты (цельноповоротного стабилизатора).

В соответствии с методом малых возмущений, полагая ΔV, $\Delta\alpha$, $\Delta\beta$ и т.д. малыми величинами, пренебрегая членами второго порядка малости, можно получить

$$m(\dot{V}_0 + \Delta\dot{V}) = X_0 + X_0^\alpha \Delta\alpha + X_0^{\delta_в} \Delta\delta_в + X_0^P \Delta P_{упр} +$$
$$+ X_0^V \Delta V + X_0^\beta \Delta\beta + X_0^\gamma \Delta\gamma + X_0^\vartheta \Delta\vartheta,$$

где

$$X_0 = P_0 \cos(\alpha_0 + \varphi_{P0}) \cos\beta_0 + X_{a0} - [\cos\alpha_0 \cos\beta_0 \sin\vartheta_0 +$$
$$+ \sin\beta_0 \sin\gamma_0 \cos\vartheta_0 + \sin\alpha_0 \cos\beta_0 \cos\gamma_0 \cos\vartheta_0]mg;$$

$$X_0^{\alpha} = -X_{a0}^{\alpha} - P_0 \sin(\alpha_0 + \varphi_{P0}) \cos\beta_0 +$$
$$+ (\sin\alpha_0 \cos\beta_0 \sin\vartheta_0 - \cos\alpha_0 \cos\beta_0 \cos\gamma_0 \cos\vartheta_0)mg;$$

$$X_0^{\beta} = -P_0 \cos(\alpha_0 + \varphi_{P0}) \sin\beta_0 - X_{a0}^{\beta} - (-\cos\alpha_0 \sin\beta_0 \cos\gamma_0 +$$
$$+ \cos\beta_0 \sin\gamma_0 \cos\vartheta_0 - \cos\vartheta_0 \sin\alpha_0 \sin\beta_0 \cos\gamma_0)mg;$$

$$X_0^{\vartheta} = -(\cos\alpha_0 \cos\beta_0 \cos\vartheta_0 - \sin\beta_0 \sin\gamma_0 \sin\vartheta_0 -$$
$$- \sin\alpha_0 \cos\beta_0 \cos\gamma_0 \sin\vartheta_0)mg;$$

$$X_0^{\gamma} = -(\sin\beta_0 \cos\gamma_0 - \sin\alpha_0 \cos\beta_0 \sin\gamma_0)mg;$$

$$X_0^{V} = P_0^{V} \cos(\alpha_0 + \varphi_{P0}) \cos\beta_0 - X_{a0}^{V};$$

$$X_0^{P} = P_0^{P_{\text{упр}}} \cos(\alpha_0 + \varphi_{P0}) \cos\beta_0;$$

$$X_0^{\delta_в} = -X_{a0}^{\delta_в}.$$

Все эти частные производные определяются значениями параметров на опорной траектории. Так как в этом случае входящая в правую часть суммарная сила $X_0 = m\dfrac{dV_0}{dt}$, то линеаризированное уравнение для возмущенного движения имеет вид

$$m\Delta\dot{V} = X_0^{V}\Delta V + X_0^{\alpha}\Delta\alpha + X_0^{P}\Delta P_{\text{упр}} +$$
$$+ X_0^{\delta_в}\Delta\delta_в + X_0^{\beta}\Delta\beta + X_0^{\gamma}\Delta\gamma + X_0^{\vartheta}\Delta\vartheta. \qquad (9.3)$$

Аналогично можно линеаризировать и остальные уравнения систем (1.15), (1.23), (1.25) и (1.26).

Полученные таким образом уравнения движения и кинематические уравнения представляют собой систему линейных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами относительно возмущений $\Delta V(t)$, $\Delta\beta(t)$, $\Delta\alpha(t)$ и др. Решив ее, можно найти эти возмущения, а так как $V_0(t)$, $\alpha_0(t)$, $\beta_0(t)$ — известные функции времени, то в итоге можно найти и законы изменения $V(t)$, $\beta(t)$, $\alpha(t)$ в возмущенном движении.

Решение системы линейных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами, как правило, требует использова-

ния численных методов. Для получения решений в аналитической форме необходимо еще более упростить задачу, заменив переменные коэффициенты уравнений постоянными.

9.4. УПРОЩЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ. РАЗДЕЛЕНИЕ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ НА ДВЕ НЕЗАВИСИМЫЕ СИСТЕМЫ

Возможность замены переменных коэффициентов на постоянные в исследуемой системе уравнений связана с ограниченностью временно́го интервала переходного процесса. За это время кинематические характеристики невозмущенного движения не успевают существенно измениться, что и позволяет произвести замену. При таком упрощении мы практически пренебрегаем изменениями кинематических характеристик невозмущенного движения, которые малы по сравнению с изменениями возмущений. Такой прием исследований получил название *метода «замороженных» коэффициентов*. Это название подчеркивает, что кинематические характеристики невозмущенного движения принимаются постоянными и равными их значениям в начале возмущенного движения. *Коэффициенты дифференциальных уравнений строго постоянны, если в качестве исходного движения рассматривать прямолинейное установившееся движение самолета.* В этом случае $\omega_{x0} = \omega_{y0} = \omega_{z0} = 0$, а все остальные кинематические переменные: α_0, β_0, γ_0, V_0 и др. равны постоянным величинам. В случае когда исходным режимом является неустановившееся в общем случае криволинейное движение, всем кинематическим характеристикам присваиваются постоянные величины, равные их значениям в начале возмущенного движения. При заданных отклонениях управляющих поверхностей $\Delta\delta_в$, $\Delta\delta_э$, $\Delta\delta_н$, $\Delta P_{упр}$ 12 линейных уравнений сил, моментов и кинематических параметров позволяют получить 12 неизвестных величин: ΔV, $\Delta\alpha$, $\Delta\beta$, $\Delta\vartheta$, $\Delta\gamma$, $\Delta\psi$, $\Delta\omega_x$, $\Delta\omega_y$, $\Delta\omega_z$, ΔH, ΔX_g и ΔZ_g. Решение такой системы затрудняет получение ясной картины влияния тех или иных параметров на характер движения. Упрощение здесь может быть достигнуто введением дополнительных требований к исходному (невозмущенному) режиму полета. Общепринятым является случай, где исходный режим соответствует полету в вертикальной плоскости без крена и скольжения ($\beta_0 = \gamma_0 = 0$) при $\omega_{x0} = \omega_{y0} = 0$. Тогда

можно записать следующую систему линеаризированных уравнений сил и моментов:

$$
\begin{aligned}
& m\Delta\dot{V}_0 = \Delta X;\\
& mV_0(\Delta\dot{\alpha} - \Delta\omega_z) = \Delta Y;\\
& mV_0(\Delta\dot{\beta} - \sin\alpha_0\Delta\omega_x - \cos\alpha_0\Delta\omega_y) = \Delta Z;\\
& I_x\Delta\dot{\omega}_x + (I_z - I_y)\omega_{z_0}\Delta\omega_y = \Delta M_x;\\
& I_y\Delta\dot{\omega}_y + (I_x - I_z)\omega_{z_0}\Delta\omega_x = \Delta M_y;\\
& I_z\Delta\dot{\omega}_z = \Delta M_z,
\end{aligned}
\qquad (9.4)
$$

$$
\begin{aligned}
\Delta X = {} & [-X_{a0}^{\alpha} - P_0\cos(\alpha_0+\varphi_P) + mg\cos\vartheta_0]\Delta\alpha - X_a^{\delta_в}\Delta\delta_в + \cos(\alpha_0+\varphi_P)\times\\
& \times\Delta P_{упр} + [P_0^V\cos(\alpha_0+\varphi_P) - X_{a0}^V]\Delta V - X_{a0}^{\beta}\Delta\beta - mg\cos\vartheta_0\Delta\vartheta;\\
\Delta Y = {} & -[P_0^V\sin(\alpha_0+\varphi_P) - Y_{a0}^V]\Delta V - [P_0\sin(\alpha_0+\varphi_P) + Y_{a0}^{\alpha} + mg\sin\vartheta_0]\times\\
& \times\Delta\alpha - Y_{a0}^{\delta_в}\Delta\delta_в - \sin(\alpha_0+\varphi_P)\Delta P_{упр} - Y_{a0}^{\beta}\Delta\beta + mg\sin\vartheta_0\Delta\vartheta;\\
\Delta Z = {} & Z_{a0}^V\Delta V + Z_{a0}^{\alpha}\Delta\alpha + [Z_{a0}^{\beta} - mg\sin\vartheta_0 - P_0\cos(\alpha_0+\varphi_P)]\Delta\beta +\\
& + mg\cos\vartheta_0\Delta\gamma + Z_{a0}^{\delta_н}\Delta\delta_н + Z_{a0}^{\delta_э}\Delta\delta_э;\\
\Delta M_x = {} & M_{x0}^{\beta}\Delta\beta + M_{x0}^V\Delta V + M_{x0}^{\omega_x}\Delta\omega_x + M_{x0}^{\delta_э}\Delta\delta_э + M_{x0}^{\delta_н}\Delta\delta_н + M_{x0}^{\dot{\beta}}\Delta\dot{\beta} +\\
& + M_{x0}^{\alpha}\Delta\alpha + M_{x0}^{\omega_Z}\Delta\omega_Z + M_{x0}^{\omega_y}\Delta\omega_y + M_{y0}^{\delta_в}\Delta\delta_в;\\
\Delta M_y = {} & M_{y0}^{\beta}\Delta\beta + M_{y0}^V\Delta V + M_{y0}^{\omega_x}\Delta\omega_x + M_{y0}^{\omega_y}\Delta\omega_y + M_{y0}^{\dot{\beta}}\Delta\dot{\beta} + M_{y0}^{\delta_э}\Delta\delta_э +\\
& + M_{y0}^{\delta_н}\Delta\delta_н + M_{y0}^{\alpha}\Delta\alpha + M_{y0}^{\omega_z}\Delta\omega_z + M_{y0}^{\delta_в}\Delta\delta_в + \Delta M_{yг};\\
\Delta M_z = {} & M_{z0}^{\alpha}\Delta\alpha + M_{z0}^{\dot{\alpha}}\Delta\dot{\alpha} + M_{z0}^{\omega_z}\Delta\omega_z + M_{z0}^V\Delta V + M_{z0}^{\delta_в}\Delta\delta_в + M_{z0}^{\beta}\Delta\beta +\\
& + \Delta M_{zг} + \Delta M_{z\,дв}^{упр}.
\end{aligned}
$$

В этих уравнениях учтены гироскопические моменты, возникающие из-за вращения ротора двигателя, $\Delta M_{yг} = K_р\Delta\omega_z$ и $\Delta M_{zг} = K_р\Delta\omega_y$, где $K_р = I\omega$, I — момент инерции ротора двигателя, ω — угловая скорость вращения ротора двигателя. Для современных компоновок самолетов гироскопические моменты малы по сравнению с аэродинамическими моментами самолета, что позволяет во многих случаях ими пренебречь.

Для большинства самолетов в силу малости плеча y_P при исследовании возмущенного движения моментом, связанным с изменением тяги, $\Delta M_{z\,дв}^{упр} = -y_P\Delta P_{упр}$ также пренебрегают.

Линеаризированные кинематические уравнения Эйлера при принятых допущениях имеют вид

$$\begin{aligned}
&\Delta\dot{\vartheta} = \Delta\omega_z;\\
&\Delta\dot{\gamma} = \Delta\omega_x - \mathrm{tg}\vartheta_0(\Delta\omega_y - \omega_{z0}\Delta\gamma);\\
&\Delta\dot{\psi} = \frac{1}{\cos\vartheta_0}(\Delta\omega_y - \omega_{z0}\Delta\gamma).
\end{aligned} \tag{9.5}$$

Решение всех остальных приведенных уравнений можно упростить, если иметь в виду симметрию самолета относительно плоскости *OXY* и, следовательно, его симметричное обтекание набегающим потоком воздуха. В этом случае функции $X_{a0}(\beta)$, $Y_{a0}(\beta)$ и $M_z(\beta)$ будут иметь вид, аналогичный кривой, приведенной на рис. 9.4. Поэтому их частные производные в начальные моменты времени, когда параметры бокового движения равны нулю, также равны нулю: $X_{a0}^{\beta} = Y_{a0}^{\beta} = M_z^{\beta} = 0$.

При отсутствии скольжения в исходном режиме полета ($\beta_0 = 0$) возмущения, действующие в плоскости симметрии самолета, не могут привести к появлению боковых сил и моментов. В силу этого справедливы равенства

$$Z_0^{\alpha} = Z_0^{V} = M_{x0}^{V} = M_{y0}^{V} = M_{x0}^{\alpha} = M_{y0}^{\delta_в} = M_{y0}^{\alpha} = M_{y0}^{\delta_э} = 0.$$

Равенство нулю производной Z_0^V связано с тем, что ее значение $Z_0^V = 2c_z\dfrac{\rho V_к}{2}S = 0$, так как на опорной траектории коэффициент боковой силы $c_z = c_z^{\beta}\beta_0 = 0$.

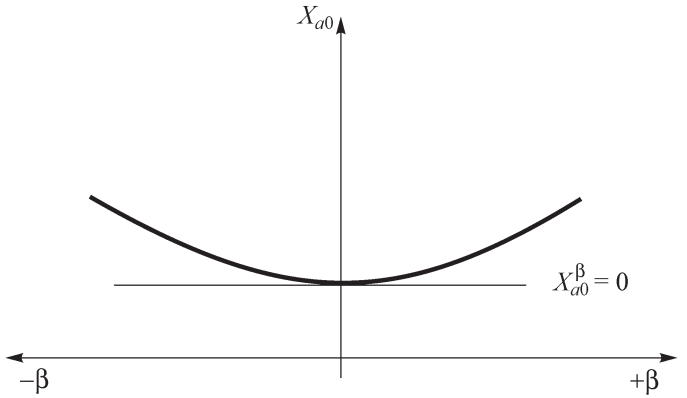


Рис. 9.4. Зависимость $X_{a0}(\beta)$ для симметричного самолета

Все это позволяет для случая $\beta_0 = \gamma_0 = 0$ рассматривать системы уравнений (9.4) и (9.5) как две независимые системы.

Первая из этих систем описывает продольное возмущенное движение самолета и состоит из следующих уравнений:

$$\begin{aligned} &m\Delta\dot{V} = \Delta X; \\ &mV_0(\Delta\dot{\alpha} - \Delta\omega_z) = \Delta Y; \\ &I_z\Delta\dot{\omega}_z = \Delta M_z; \\ &\Delta\dot{\vartheta} = \Delta\omega_z. \end{aligned} \tag{9.6}$$

Вторая система уравнений описывает боковое возмущенное движение. При ее выводе будем предполагать, что в опорном движении $\omega_{x0} = \omega_{y0} = 0$. Тогда с учетом (9.4) и (9.5) можно получить

$$\begin{aligned} &mV_0(\Delta\dot{\beta} - \sin\alpha_0\Delta\omega_x - \cos\alpha_0\Delta\omega_y) = \Delta Z; \\ &I_x\Delta\dot{\omega}_x - I_{xy}\Delta\dot{\omega}_y + (I_z - I_y)\omega_{z_0}\Delta\omega_y = \Delta M_x; \\ &I_y\Delta\dot{\omega}_y - I_{xy}\Delta\dot{\omega}_x + (I_x - I_z)\omega_{z_0}\Delta\omega_x = \Delta M_y; \\ &\Delta\dot{\gamma} = \Delta\omega_x - \operatorname{tg}\vartheta_0(\Delta\omega_y - \omega_{z_0}\Delta\gamma). \end{aligned} \tag{9.7}$$

В приведенные системы уравнений не входит одно из уравнений Эйлера, а также кинематические уравнения поступательного движения, линеаризированная форма которых имеет вид

$$\begin{aligned} &\frac{d\Delta H}{dt} = \Delta V\sin\Theta_0 - V\cos\Theta_0(\Delta\vartheta - \Delta\alpha); \\ &\frac{d\Delta X_g}{dt} = \Delta V\cos\Theta_0 - V\cos\Theta_0\cos\psi_0(\Delta\vartheta - \Delta\alpha); \\ &\frac{d\Delta Z_g}{dt} = -V_0\cos\Theta_0(\Delta\psi - \Delta\beta); \\ &\Delta\dot{\psi} = \sec\vartheta_0(\Delta\omega_y - \omega_{z_0}\Delta\gamma). \end{aligned} \tag{9.8}$$

Эти уравнения могут быть решены автономно, так как в правые части уравнений системы (9.6) не входят ΔH и ΔX_g в качестве переменных, а в правых частях уравнений системы (9.7) нет переменных $\Delta\psi$ и ΔZ_g.

Полученные выше системы уравнений, описывающие движение самолета в вертикальной и боковой плоскостях, могут быть за-

писаны в еще более простой форме для случая, когда исходное движение — прямолинейный горизонтальный полет. Этот случай является весьма распространенным в исследованиях устойчивости и управляемости самолета. Для него линеаризированная система уравнений, описывающая движение в вертикальной плоскости, имеет вид

$$\begin{aligned}
\Delta\dot{V}_{\text{к}} &= \overline{X}^{V}\Delta V + \overline{X}^{\alpha}\Delta\alpha + \overline{X}^{\vartheta}\Delta\vartheta + \overline{X}^{\delta_{\text{в}}}\Delta\delta_{\text{в}} + \overline{X}^{P}\Delta P_{\text{упр}};\\
\Delta\dot{\alpha} &= \Delta\omega_z - \overline{Y}^{V}\Delta V - \overline{Y}^{\alpha}\Delta\alpha - \overline{Y}^{\delta_{\text{в}}}\Delta\delta_{\text{в}} - \overline{Y}^{P}\Delta P_{\text{упр}} + \frac{g}{V}\sin\Theta_0\Delta\vartheta;\\
\Delta\dot{\omega}_z &= \overline{M}_z^{\alpha}\Delta\alpha + \overline{M}_z^{\omega_z}\Delta\omega_z + \overline{M}_z^{\dot{\alpha}}\Delta\dot{\alpha} + \overline{M}_z^{\delta_{\text{в}}}\Delta\delta_{\text{в}};\\
\Delta\dot{\vartheta} &= \Delta\omega_z.
\end{aligned} \tag{9.9}$$

Для рассматриваемого случая, в котором опорное движение — горизонтальный прямолинейный полет ($\omega_{z0}=0$) система линеаризированных уравнений бокового движения имеет вид

$$\begin{aligned}
\Delta\dot{\beta} &= \sin\alpha_0\Delta\omega_x + \cos\alpha_0\Delta\omega_y + \overline{Z}^{\beta}\Delta\beta + \frac{g}{V_0}\cos\vartheta_0\Delta\gamma + \overline{Z}^{\delta_{\text{н}}}\Delta\delta_{\text{н}} + \overline{Z}^{\delta_{\text{э}}}\Delta\delta_{\text{э}};\\
\Delta\dot{\omega}_x &= \overline{M}_{x0}^{\beta}\Delta\beta + \overline{M}_{x0}^{\dot{\beta}}\Delta\dot{\beta} + \overline{M}_{x0}^{\omega_x}\Delta\omega_x + \overline{M}_{x0}^{\omega_y}\Delta\omega_y + \overline{M}_{x0}^{\delta_{\text{э}}}\Delta\delta_{\text{э}} + \overline{M}_{x0}^{\delta_{\text{н}}}\Delta\delta_{\text{н}};\\
\Delta\dot{\omega}_y &= \overline{M}_{y0}^{\beta}\Delta\beta + \overline{M}_{y0}^{\dot{\beta}}\Delta\dot{\beta} + \overline{M}_{y0}^{\omega_y}\Delta\omega_y + \overline{M}_{y0}^{\omega_x}\Delta\omega_x + \overline{M}_{y0}^{\delta_{\text{э}}}\Delta\delta_{\text{э}} + \overline{M}_{y0}^{\delta_{\text{н}}}\Delta\delta_{\text{н}};\\
\Delta\dot{\gamma} &= \Delta\omega_x - \operatorname{tg}\vartheta_0\Delta\omega_y.
\end{aligned} \tag{9.10}$$

Здесь учтено, что для рассматриваемого случая моменты определяются уравнениями

$$\Delta\dot{\omega}_y = \frac{1}{1-\dfrac{I_{xy}^2}{I_xI_y}}\left[\frac{\Delta M_y}{I_y} + \Delta M_x\frac{I_{xy}}{I_xI_y}\right] = \Delta\overline{M}_y;$$

$$\Delta\dot{\omega}_x = \frac{1}{1-\dfrac{I_{xy}^2}{I_xI_y}}\left[\frac{\Delta M_x}{I_x} + \Delta M_y\frac{I_{xy}}{I_xI_y}\right] = \Delta\overline{M}_x.$$

Выражения для коэффициентов уравнений (9.9) и (9.10) приведены в табл. 9.1...9.3.

Таблица 9.1

Коэффициенты линеаризированных уравнений продольного движения

Коэффициент	Размер-ность	Примечание
$\overline{X}^{\alpha}=\frac{1}{m}[-X_a^{\alpha}-P\sin(\alpha+\varphi_P)]_0+g$	м/с^2	$X_{a0}^{\alpha}=c_{x\,\text{г.п}}^{\alpha}q_0S$
$\overline{X}^{\vartheta}=-g$	м/с^2	–
$\overline{X}^{\delta_в}=-\frac{1}{m}X_{a0}^{\delta_в}$	м/с^2	$X_{a0}^{\delta_в}=c_{x\,\text{г.п}}^{\delta_в}q_0S$
$\overline{X}^{V}=\frac{1}{m}[P^{V}\cos(\alpha+\varphi_P)-X_a^{V}]_0$	м/с^2	$X_{a0}^{V}=c_{x\,\text{г.п}}^{V}q_0S+2c_{x\,\text{г.п}}\frac{q_0S}{V_0}$
$\overline{X}^{P}=\frac{1}{m}\cos(\alpha+\varphi_P)_0$	1/кг	–
$\overline{Y}^{\alpha}=\frac{1}{mV_0}[Y_a^{\alpha}+P\cos(\alpha+\varphi_P)]_0$	1/с	$Y_{a0}^{\alpha}=c_{y\,\text{г.п}}^{\alpha}q_0S$
$\overline{Y}^{V}=\frac{1}{mV_0}[Y_a^{V}+P\sin(\alpha+\varphi_P)]_0$	1/с	$Y_{a0}^{V}=\left(\frac{2}{V_0}c_{y\,\text{г.п}}+c_{y\,\text{г.п}}^{V}\right)q_0S$
$\overline{Y}_0^{\delta_в}=\frac{1}{m}Y_{a0}^{\delta_в}$	1/с	$Y_{a0}^{\delta_в}=c_{y\,\text{г.п}}^{\delta_в}q_0S$
$\overline{Y}^{P}=\frac{1}{m}\sin(\alpha+\varphi_P)_0$	1/кг	–
$\overline{M}_z^{\alpha}=\frac{1}{I_z}M_{z0}^{\alpha}$	1/с^2	$M_{z0}^{\alpha}=m_z^{\alpha}q_0Sb_{\text{A}}$
$\overline{M}_z^{\omega_z}=\frac{1}{I_z}M_{z0}^{\omega_z}$	1/с^2	$M_{z0}^{\omega_z}=m_z^{\omega_z}q_0Sb_{\text{A}}=m_z^{\overline{\omega}_z}\frac{q_0Sb_{\text{A}}^2}{V_0}$
$\overline{M}_z^{\dot{\alpha}}=\frac{1}{I_z}M_{z0}^{\dot{\alpha}}$	1/с^2	$M_{z0}^{\dot{\alpha}}=m_z^{\dot{\alpha}}q_0Sb_{\text{A}}=m_z^{\overline{\dot{\alpha}}}\frac{q_0Sb_{\text{A}}^2}{V_0}$
$\overline{M}_z^{\delta_в}=\frac{1}{I_z}M_{z0}^{\delta_в}$	1/с^2	$M_{z0}^{\delta_в}=m_z^{\delta_в}q_0Sb_{\text{A}}$
$\overline{M}_z^{V}=\frac{1}{I_z}M_{z0}^{V}$	1/с^2	$M_{z0}^{V}=(m_{z\,\text{г.п}}^{V}-c_P^{V}\bar{y}_P)q_0Sb_{\text{A}}$; $\bar{y}_P=\frac{y_P}{b_{\text{A}}}$, $c_P^{V}=\frac{P^{V}}{q_0S}$

Таблица 9.2

Коэффициенты сил линеаризированных уравнений бокового движения

Коэффициент	Размерность	Примечание
$\overline{Z}^{\beta} = \dfrac{1}{mV_0} Z^{\beta}$	1/с	$Z^{\beta} = c_z^{\beta} q_0 S$
$\overline{Z}^{\delta_н} = \dfrac{1}{mV_0} Z^{\delta_н}$	1/с	$Z^{\delta_н} = c_z^{\delta_н} q_0 S$
$\overline{Z}^{\delta_э} = \dfrac{1}{mV_0} Z^{\delta_э}$	1/с	$Z^{\delta_э} = c_z^{\delta_э} q_0 S$

Таблица 9.3

Коэффициенты моментов линеаризированных уравнений бокового движения

Коэффициент		Размерность	Примечание
Общий случай	Частный случай: $\dfrac{I_{xy}}{I_x I_y} << 1;\ \dfrac{I_{xy}^2}{I_x I_y} << 1$		
$\overline{M}_x^{\beta} = \dfrac{1}{1 - \dfrac{I_{xy}^2}{I_x I_y}} \left[\dfrac{M_x^{\beta}}{I_x} + M_y^{\beta} \dfrac{I_{xy}}{I_x I_y} \right]$	$\dfrac{M_x^{\beta}}{I_x}$	1/с^2	$M_x^{\beta} = m_x^{\beta} q_0 Sl;$ $M_y^{\beta} = m_y^{\beta} q_0 Sl$
$\overline{M}_x^{\dot{\beta}} = \dfrac{1}{1 - \dfrac{I_{xy}^2}{I_x I_y}} \left[\dfrac{M_x^{\dot{\beta}}}{I_x} + M_y^{\dot{\beta}} \dfrac{I_{xy}}{I_x I_y} \right]$	$\dfrac{M_x^{\dot{\beta}}}{I_x}$	1/с^2	$M_x^{\dot{\beta}} = m_x^{\dot{\beta}} q_0 Sl = m_x^{\bar{\dot{\beta}}} \dfrac{q_0 Sl^2}{2V_0};$ $M_y^{\dot{\beta}} = m_y^{\dot{\beta}} q_0 Sl = m_y^{\bar{\dot{\beta}}} \dfrac{q_0 Sl^2}{2V_0}$

$\overline{M}_x^{\omega_x} = \dfrac{1}{1-\dfrac{I_{xy}^2}{I_x I_y}}\left[\dfrac{M_x^{\omega_x}}{I_x} + M_y^{\omega_x}\dfrac{I_{xy}}{I_x I_y}\right]$	$\dfrac{M_x^{\omega_x}}{I_x}$	$1/c^2$	$M_x^{\omega_x} = m_x^{\omega_x} q_0 Sl = m_x^{\bar{\omega}_x}\dfrac{q_0 Sl^2}{2V_0}$; $M_y^{\omega_x} = m_y^{\omega_x} q_0 Sl = m_y^{\bar{\omega}_x}\dfrac{q_0 Sl^2}{2V_0}$
$\overline{M}_x^{\omega_y} = \dfrac{1}{1-\dfrac{I_{xy}^2}{I_x I_y}}\left[\dfrac{M_x^{\omega_y}}{I_x} + M_y^{\omega_y}\dfrac{I_{xy}}{I_x I_y}\right]$	$\dfrac{M_x^{\omega_y}}{I_x}$	$1/c^2$	$M_x^{\omega_y} = m_x^{\omega_y} q_0 Sl = m_x^{\bar{\omega}_y}\dfrac{q_0 Sl^2}{2V_0}$; $M_y^{\omega_y} = m_y^{\omega_y} q_0 Sl = m_y^{\bar{\omega}_y}\dfrac{q_0 Sl^2}{2V_0}$
$\overline{M}_x^{\delta_э} = \dfrac{1}{1-\dfrac{I_{xy}^2}{I_x I_y}}\left[\dfrac{M_x^{\delta_э}}{I_x} + M_y^{\delta_э}\dfrac{I_{xy}}{I_x I_y}\right]$	$\dfrac{M_x^{\delta_э}}{I_x}$	$1/c^2$	$M_x^{\delta_э} = m_x^{\delta_э} q_0 Sl$; $M_y^{\delta_э} = m_y^{\delta_э} q_0 Sl$
$\overline{M}_x^{\delta_н} = \dfrac{1}{1-\dfrac{I_{xy}^2}{I_x I_y}}\left[\dfrac{M_x^{\delta_н}}{I_x} + M_y^{\delta_н}\dfrac{I_{xy}}{I_x I_y}\right]$	$\dfrac{M_x^{\delta_н}}{I_x}$	$1/c^2$	$M_x^{\delta_н} = m_x^{\delta_н} q_0 Sl$; $M_y^{\delta_н} = m_y^{\delta_н} q_0 Sl$
$\overline{M}_y^{\beta} = \dfrac{1}{1-\dfrac{I_{xy}^2}{I_x I_y}}\left[\dfrac{M_y^{\beta}}{I_y} + M_x^{\beta}\dfrac{I_{xy}}{I_x I_y}\right]$	$\dfrac{M_y^{\beta}}{I_y}$	$1/c^2$	–
$\overline{M}_y^{\dot{\beta}} = \dfrac{1}{1-\dfrac{I_{xy}^2}{I_x I_y}}\left[\dfrac{M_y^{\dot{\beta}}}{I_y} + M_x^{\dot{\beta}}\dfrac{I_{xy}}{I_x I_y}\right]$	$\dfrac{M_y^{\dot{\beta}}}{I_y}$	$1/c^2$	–

Коэффициент		Размерность	Примечание
$\overline{M}_y^{\omega_y} = \dfrac{1}{1-\dfrac{I_{xy}^2}{I_x I_y}}\left[\dfrac{M_y^{\omega_y}}{I_y} + M_x^{\omega_y}\dfrac{I_{xy}}{I_x I_y}\right]$	$\dfrac{M_y^{\omega_y}}{I_y}$	$1/c^2$	–
$\overline{M}_y^{\omega_x} = \dfrac{1}{1-\dfrac{I_{xy}^2}{I_x I_y}}\left[\dfrac{M_y^{\omega_x}}{I_y} + M_x^{\omega_x}\dfrac{I_{xy}}{I_x I_y}\right]$	$\dfrac{M_y^{\omega_x}}{I_y}$	$1/c^2$	–
$\overline{M}_y^{\delta_э} = \dfrac{1}{1-\dfrac{I_{xy}^2}{I_x I_y}}\left[\dfrac{M_y^{\delta_э}}{I_y} + M_x^{\delta_э}\dfrac{I_{xy}}{I_x I_y}\right]$	$\dfrac{M_y^{\delta_э}}{I_y}$	$1/c^2$	–
$\overline{M}_y^{\delta_н} = \dfrac{1}{1-\dfrac{I_{xy}^2}{I_x I_y}}\left[\dfrac{M_y^{\delta_н}}{I_y} + M_x^{\delta_н}\dfrac{I_{xy}}{I_x I_y}\right]$	$\dfrac{M_y^{\delta_н}}{I_y}$	$1/c^2$	–

Выражения в частных производных в примечаниях табл. 9.1...9.3 получены с учетом того, что аэродинамические силы и моменты определяются соотношениями

$$Y_a = c_{ya} qS;\ X_a = c_{xa} qS;\ Z_a = c_{za} qS;$$
$$M_z = m_z qSb_A;\ M_x = m_x qSl;\ M_y = m_y qSl.$$

Здесь и в дальнейшем для упрощения записей индекс «0» при скоростном напоре q и воздушной скорости V опускается.

Коэффициенты сил и моментов c_x, c_y, c_z, m_z, m_x, m_y определяют так называемый банк аэродинамических характеристик самолета. Рассмотренные в следующей главе их зависимости от переменных движения (α, M, $\delta_в$ и др.) в определяющей степени влияют на устойчивость и управляемость самолета.

Глава 10

СИЛЫ И МОМЕНТЫ, ДЕЙСТВУЮЩИЕ НА САМОЛЕТ

В правые части уравнений движения, приведенных в гл. 1, входят силы и моменты, действующие на самолет. Их определению и посвящена настоящая глава.

Результирующая сила, действующая на самолет, складывается из тяги $\vec{P}$, аэродинамической силы планера $\vec{R}_A$ и силы тяжести $\vec{G}$, т.е. $\vec{R} = \vec{P} + \vec{R}_A + \vec{G}$. Проекции аэродинамической силы на оси связанной системы координат $X = c_x qS$, $Y = c_y qS$, $Z = c_z qS$ называются продольной, нормальной и поперечной силами соответственно. Составляющие аэродинамической силы по осям скоростной системы координат $X_a = c_{xa} qS$, $Y_a = c_{ya} qS$, $Z_a = c_{za} qS$ называются силой сопротивления, подъемной силой и боковой силой соответственно.

Результирующий момент $\vec{M}_R$ представляет собой сумму момента тяги $\vec{M}_P$ и аэродинамического момента $\vec{M}$: $\vec{M}_R = \vec{M}_P + \vec{M}$. Его проекции на оси связанной системы координат определяются выражениями $M_{R_x} = m_{R_x} qSl$, $M_{R_y} = m_{R_y} qSl$, $M_{R_z} = m_{R_z} qSb_A$.

Проекции вектора аэродинамического момента на оси связанной системы координат $M_x = m_x qSl$, $M_y = m_y qSl$, $M_z = m_z qSb_A$ называются аэродинамическим моментом крена, рыскания и тангажа соответственно.

Проекции тяги $\vec{P}$ и силы тяжести $\vec{G}$, а также момента $\vec{M}_P$ на оси выбранной системы координат обозначаются с соответствующим индексом, например P_x, G_x, M_{P_x} — составляющие по осям связанной системы координат.

Значения аэродинамических коэффициентов сил и моментов, как правило, определяются экспериментальным путем в аэродинамических трубах (АДТ). При проектных оценках самолета, когда отсутствуют данные продувок, эти коэффициенты часто определяются расчетным путем. Методы такого расчета излагаются в курсе «Аэродинамика самолета». Расчетные методы позволяют понять влияние проектных параметров самолета на аэродинамические коэффициенты и, кроме того, полезны при пересчете характеристик самолетов-прототипов на проектируемый самолет.

10.1. АЭРОДИНАМИЧЕСКИЙ МОМЕНТ ТАНГАЖА САМОЛЕТА В УСТАНОВИВШЕМСЯ ПРЯМОЛИНЕЙНОМ ПОЛЕТЕ

Аэродинамический момент тангажа можно представить в виде суммы аэродинамических моментов самолета без горизонтального оперения (ГО) $M_{z\,\text{б.г.о}}$, момента горизонтального оперения при нулевом положении рулей высоты $M_{z\,\text{г.о}}$ и управляющих моментов $M_{z\,\text{упр}}$ при отклоненных рулях (руле высоты, управляемом стабилизаторе и др.) [4]:

$$M_z = M_{z\,\text{б.г.о}} + M_{z\,\text{г.о}} + M_{z\,\text{упр}}.$$

Момент тангажа M_z так же, как и его компоненты, определяется соответствующим коэффициентом m_z, скоростным напором q, площадью крыла S и так называемой средней аэродинамической хордой b_A:

$$M_z = m_z q S b_\text{A}.$$

Среднюю аэродинамическую хорду (САХ) часто трактуют как хорду крыла прямоугольной формы в плане, имеющего площадь и моментные характеристики, как у крыла заданной формы в плане при постоянном коэффициенте аэродинамической силы по размаху.

Длина САХ и координаты ее носка вычисляются исходя из условия равенства моментов тангажа крыла заданной формы и эквивалентного прямоугольного крыла относительно передней кромки центрального сечения крыла по формулам [4, 5]

$$b_{\text{A}} = \frac{2}{S}\int_0^{l/2} b'^2(z)\,dz, \tag{10.1}$$

$$x_{\text{A}} = \frac{2}{S}\int_0^{l/2} b'(z)\,x(z)\,dz; \quad y_{\text{A}} = \frac{2}{S}\int_0^{l/2} b'(z)\,y(z)\,dz. \tag{10.2}$$

Здесь l — размах крыла; $b'(z)$ — длина проекции местной хорды $b(z)$ на базовую плоскость крыла; $x(z)$, $y(z)$ — текущие координаты носка $b'(z)$ в базовой системе координат (рис. 10.1).

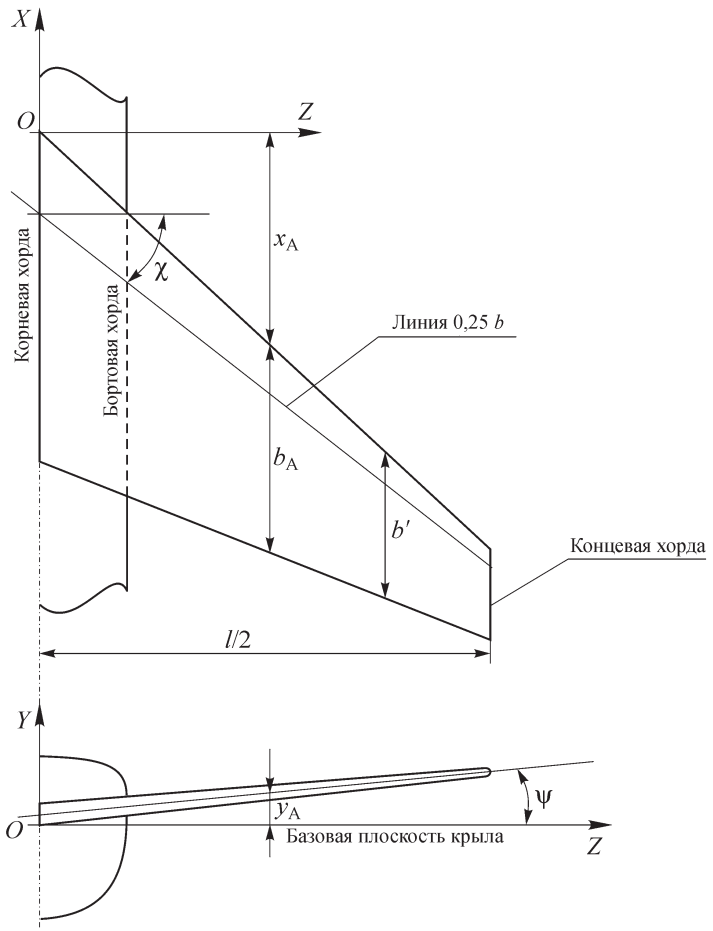


Рис. 10.1. Средняя аэродинамическая хорда крыла

Средняя аэродинамическая хорда крыла представляет собой отрезок, параллельный базовой плоскости симметрии самолета. Базовая плоскость крыла перпендикулярна к плоскости симметрии самолета и содержит корневую хорду крыла. Введение проекции $b'(z)$ при определении САХ позволяет учесть влияние угла поперечного V (угол ψ) на ее величину.

Для трапециевидных крыльев в плане величину САХ и ее положение можно определить аналитически, используя формулы (10.1), (10.2), или путем геометрического построения [4, 5].

Центр давления крыла произвольной формы в плане (а следовательно, и фокус, о котором речь пойдет ниже) будет совпадать с центром давления (фокусом) крыла прямоугольной формы в плане. Это — основное удобство при использовании понятия САХ.

Рассмотрим составляющие аэродинамического момента тангажа.

10.1.1. АЭРОДИНАМИЧЕСКИЙ МОМЕНТ ТАНГАЖА САМОЛЕТА БЕЗ ГОРИЗОНТАЛЬНОГО ОПЕРЕНИЯ

Момент $M_{z\,\text{б.г.о}}$ складывается из моментов, создаваемых крылом ($M_{z\,\text{кр}}$), фюзеляжем ($M_{z\,\text{ф}}$), гондолами двигателей ($M_{z\,\text{г.д}}$) и другими частями самолета с учетом интерференции. Основную долю составляет **аэродинамический момент крыла**.

Определим аэродинамический момент тангажа крыла прямоугольной формы в плане [5].

Так как аэродинамические моменты определяются в проекциях на оси связанной системы координат, то и аэродинамические силы также следует рассматривать в этой системе координат. Тогда $Y_{\text{кр}} = c_y qS$ и $X_{\text{кр}} = c_x qS$ (далее индекс «кр» опускаем).

Связь коэффициентов аэродинамических сил в скоростной и связанной системах определяется известными соотношениями

$$c_y = c_{ya}\cos\alpha + c_{xa}\sin\alpha; \quad c_x = c_{xa}\cos\alpha - c_{ya}\sin\alpha.$$

Зависимости $c_{xa} = f(c_{ya})$ и $c_x = f(c_y)$ называются полярами первого и второго рода соответственно.

Обычно на этапе предварительного проектирования самолета, когда определяют летно-технические характеристики и характеристики устойчивости и управляемости, углы атаки ограничивают значением 10°. Для этих углов $c_{xa}\sin\alpha << c_{ya}\cos\alpha$ и, следовательно,

$$c_y = c_{ya};\ c_x = c_{xa} - c_{ya}\alpha.$$

В соответствии с приведенными на рис. 10.2 направлениями аэродинамических сил Y и X можно записать следующее выражение для момента тангажа крыла относительно оси Oz, лежа-

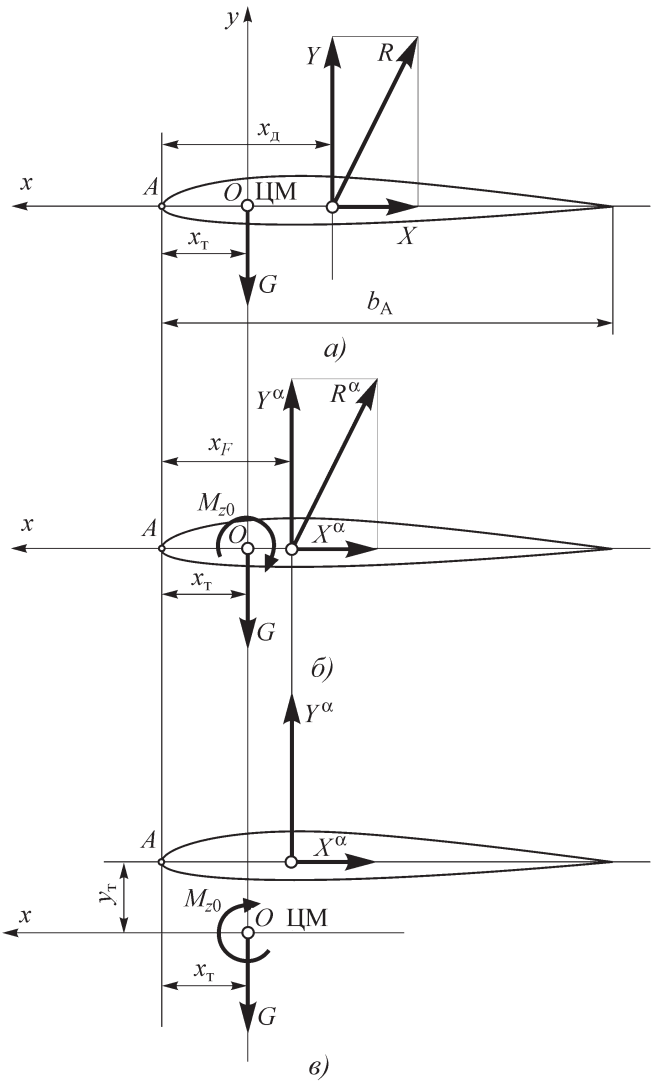


Рис. 10.2. Схема сил, действующих на крыло

щей в плоскости хорд и параллельной оси z связанной системы координат (в частном случае ось Oz может проходить через центр масс (ЦМ)):

$$M_z = -Y_a (x_д - x_т),$$

откуда коэффициент момента тангажа (см. рис. 10.2, *а*)

$$m_z = \frac{M_z}{qSb_A} = -c_{ya} (\bar{x}_д - \bar{x}_т) = m_{za} + c_{ya} \bar{x}_т, \qquad (10.3)$$

где $\bar{x}_т = x_т / b_A$; $x_д$ — относительная координата центра давления, $\bar{x}_д = x_д / b_A$; $c_{ya} = Y_a / (qS)$; m_{za} — коэффициент момента тангажа относительно поперечной оси Oz, проходящей через переднюю кромку крыла, $m_{za} = -\bar{x}_д c_{ya}$.

Практика показывает, что для крыльев с различными профилями зависимость коэффициента аэродинамического момента крыла относительно передней кромки от коэффициента подъемной силы для углов атаки $\alpha \le 12°$ имеет линейный характер и может быть описана соотношением

$$m_{zA0} = m_{zA0} + \frac{\partial m_{zA}}{\partial c_{ya}} c_{ya}, \qquad (10.4)$$

где $\partial m_{zA} / \partial c_{ya}$ — угол наклона диаграммы $m_{zA} = f(c_{ya})$, который зависит от числа М полета; m_{zA0} — коэффициент момента тангажа при $c_{ya} = 0$, который можно представить как момент пары сил, обусловленных распределением давления по крылу. Этот момент зависит от формы профиля, числа М полета и не зависит от положения оси Oz, поэтому индекс «*А*» можно исключить, т.е. $m_{zA0} = m_{z0}$.

Выражение (10.3) для коэффициента момента тангажа крыла относительно оси Oz, проходящей через центр масс, можно записать в другом виде, если учесть выражение (10.4):

$$m_z = m_{z0} + \frac{\partial m_{zA}}{\partial c_{ya}} c_{ya} + \bar{x}_т c_{ya} = m_{z0} + \left(\frac{\partial m_{zA}}{\partial c_{ya}} + \bar{x}_т \right) c_{ya}.$$

Можно определить такое положение оси $\bar{x}_т$, при котором $\frac{\partial m_{zA}}{\partial c_{ya}} + \bar{x}_т = 0$, т.е.

$$\bar{x}_т = -\frac{\partial m_{zA}}{\partial c_{ya}}.$$

В этом случае коэффициент $m_z = m_{z0}$ и, кроме того, он не зависит от угла атаки в линейном диапазоне $c_{ya}(\alpha)$. Такую точку на профиле называют фокусом по углу атаки x_F, т.е.

$$\bar{x}_т = \bar{x}_F = -\frac{\partial m_{zA}}{\partial c_{ya}}.$$

У современных профилей, используемых на самолетах, координата фокуса по углу атаки x_F на дозвуковых скоростях полета равна $(0{,}23...0{,}25)b_A$. Линия, проходящая через фокусы профилей, образующих крыло, называется линией фокусов.

С учетом введенного понятия фокуса по углу атаки выражение для коэффициента аэродинамического момента тангажа крыла прямоугольной формы относительно центра масс (см. рис 10.2, *б*) можно записать в виде

$$m_z = m_{z0} + (\bar{x}_т - \bar{x}_F)c_{ya}. \qquad (10.5)$$

Так как относительно фокуса продольный момент m_{z0} сохраняет свое значение, то фокус профиля иногда определяют как точку приложения приращения аэродинамической силы при малых изменениях угла атаки, а под c_{ya} в (10.5) понимают величину $c_{ya} = c_{ya}^{\alpha}(\alpha - \alpha_0)$ для крыла. Центр давления — это точка приложения аэродинамической силы. Следовательно, момент тангажа относительно него равен нулю.

Приравнивая выражения (10.3) и (10.5), получим связь между положением центра давления и фокусом крыла

$$\bar{x}_д = \bar{x}_F - \frac{m_{z0}}{c_{ya}}. \qquad (10.6)$$

Фокус и центр давления в общем случае, когда $m_{z0} \neq 0$, не совпадают друг с другом. При уменьшении c_{ya} (или α) это различие увеличивается.

Положение фокуса, соответствующего линейной зависимости $m_z(\alpha)$, в диапазоне углов атаки $\alpha \approx -10...+10°$ можно принять постоянным, т.е. коэффициент аэродинамического момента тангажа изменяется пропорционально c_{ya}. Поэтому обычно пользуются формой записи (10.5), которая справедлива только на линейном участке зависимости $m_z(\alpha)$.

Следует заметить, что характер зависимости $m_z(\alpha)$ при $c_{ya}^{\alpha} = \text{const}$ повторяет характер $m_z(c_{ya})$, так как

$$m_z = m_{z0} + (\bar{x}_т - \bar{x}_F) c_{ya}^{\alpha} (\alpha - \alpha_0).$$

Взаимное расположение центра масс и фокуса определяет так называемую статическую устойчивость в продольном движении. Если фокус располагается позади центра масс, то производная $\frac{\partial m_z}{\partial c_{ya}} < 0$. Это значит, что приращение угла атаки будет приводить к возникновению момента, направленного на восстановление исходного угла атаки.

Заметим, что у используемых на практике профилей крыла обычно $m_{z0} \leq 0$.

На положение фокуса существенно влияет форма крыла в плане, а также число Маха M.

Ниже приводятся некоторые соотношения, позволяющие понять и оценить качественное влияние параметров крыла на его моментные характеристики [5].

Если принять, что средняя аэродинамическая хорда равна средней геометрической* $b_{ср} = \frac{S}{l} = b_0 \frac{\eta+1}{2\eta}$, тогда $b_0^2 l = S b_{ср} \left(\frac{2\eta}{\eta+1} \right)^2$. Здесь b_0 — корневая хорда; η — сужение крыла.

С учетом изложенного

$$m_{z0} = m'_{z0} \frac{4}{3} \left[1 - \frac{\eta}{(\eta+1)^2} \right]. \qquad (10.7)$$

Для прямоугольного крыла $\eta = 1{,}0$ и $m_{z0} = m'_{z0}$.

Для треугольного крыла $\eta = \infty$ и $m_{z0} = \frac{4}{3} m'_{z0}$.

* Средняя аэродинамическая хорда в общем случае ($\eta \neq 1$) отличается от средней геометрической хорды заданного крыла, хотя и незначительно.

Таким образом, увеличение сужения крыла приводит к некоторому росту коэффициента продольного момента относительно фокуса.

Влияние параметров крыла в плане (λ, χ, η) сводится к изменению положения фокуса на величину [5]

$$\Delta\bar{x}_{F_\chi} = \lambda \operatorname{tg}\chi_{1/4} \frac{\eta + 2}{6(\eta + 1)}. \qquad (10.8)$$

Из формулы (10.8) видно, что при прочих равных условиях смещение фокуса тем больше, чем больше стреловидность и удлинение и чем меньше сужение крыла.

Если координата центра масс $\bar{y}_т = y_т / b_A \neq 0$ (см. рис. 10.2, *в*), то появляется коэффициент момента тангажа от коэффициента продольной силы крыла c_x, $\Delta m_z = c_x \bar{y}_т$ (при верхнем расположении крыла $\bar{y}_т > 0$ и $\Delta m_z > 0$).

Из соотношения (10.5) видно, что положение центра масс $\bar{x}_т$ существенно влияет на момент тангажа (см. рис. 10.3), а следовательно, на статическую устойчивость самолета. В действительности характер зависимости $m_z(c_{ya})$ может иметь нелинейный характер в результате неравномерного срыва потока с задней части профиля.

Помимо формы крыла в плане на величины m_{z0} и $\bar{x}_F$ также влияют профиль крыла, геометрическая и аэродинамическая крутки, наличие подвесок под крылом, число M полета. На рис. 10.4, 10.5 показано влияние числа M на положение фокуса по углу атаки и на несущую способность самолета с крылом изменяемой стреловид-

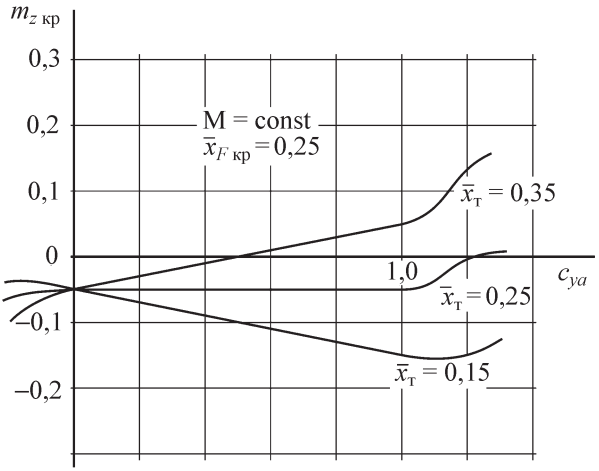


Рис. 10.3. Влияние центровки на момент тангажа модели самолета без ГО

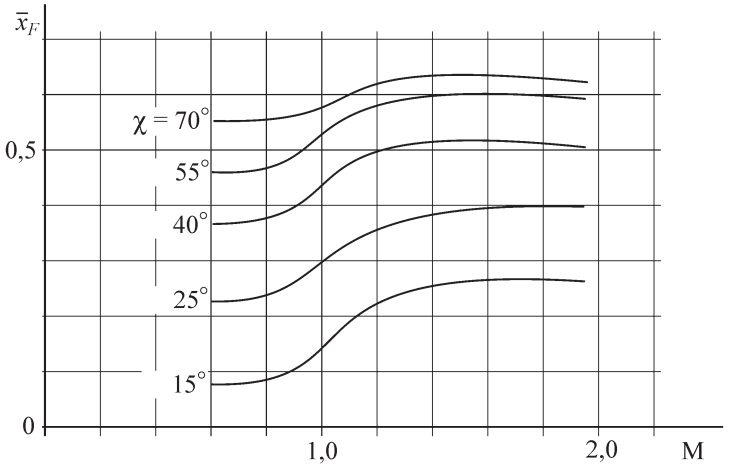


Рис. 10.4. Влияние стреловидности крыла и числа М на положение фокуса самолета ($\bar{x}_F$ в долях САХ крыла при $\chi = 70°$)

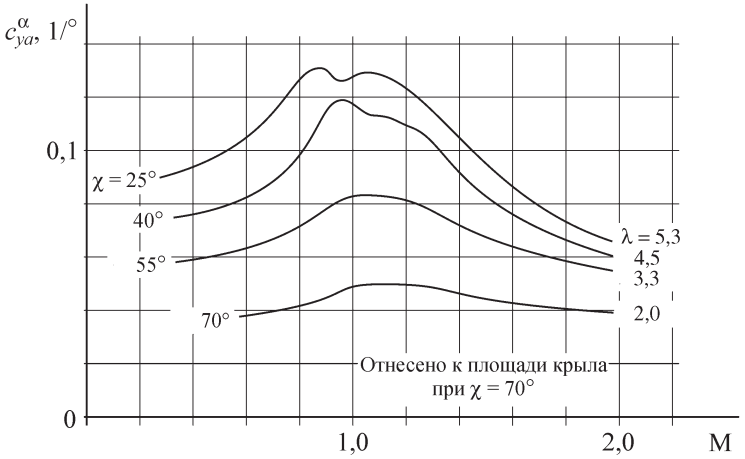


Рис. 10.5. Влияние числа М и стреловидности крыла на c^{α}_{ya} самолета

ности при положении оси вращения внутри фюзеляжа [6]. В трансзвуковой зоне чисел М происходит резкое перемещение фокуса назад и, кроме того, изменяются m_{z0} и c^{α}_{ya} (рис. 10.5 и 10.6). Как видно

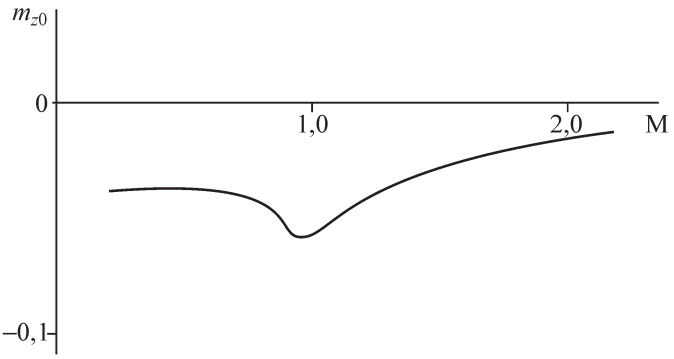


Рис. 10.6. Характер изменения продольного момента крыла при $c_{ya} = 0$ ($\chi = 63°$, относительная толщина $\bar{c} = 0,07$; относительная вогнутость $\bar{f} = 2,5\%$)

из рис. 10.4, увеличение угла стреловидности крыла снижает степень смещения фокуса назад по числу М.

Аэродинамический момент фюзеляжа. Учет вызываемого фюзеляжем момента можно свести к определению дополнительного коэффициента $\Delta m_{z0\,ф}$ и смещения вперед фокуса крыла $\Delta \bar{x}_{Fф}$ от фюзеляжа. Такой подход предполагает, что момент фюзеляжа невелик по сравнению с моментом крыла. Это допущение тем ближе к действительности, чем меньше площадь плановой проекции фюзеляжа по сравнению с площадью крыла.

Поскольку фокус фюзеляжа расположен в его носовой части, то для комбинации «крыло + фюзеляж» приращение момента тангажа относительно фокуса крыла при изменении угла атаки $\Delta\alpha$

$$\Delta M_{z\,ф} = -\Delta \bar{x}_{F\,ф} c^{\alpha}_{ya\,б.г.о} \Delta\alpha q S b_A .$$

С другой стороны, приращение момента тангажа фюзеляжа относительно фокуса крыла

$$\Delta M_{z\,ф} = \bar{c}^{\alpha}_{ya\,ф} \bar{F}_м L_{н.ч} \Delta\alpha q.^{*}$$

Здесь $c^{\alpha}_{ya\,б.г.о}$ — производная коэффициента подъемной силы комбинации крыла и фюзеляжа, $c^{\alpha}_{ya\,б.г.о} = c^{\alpha}_{ya\,кр} + \bar{c}^{\alpha}_{ya\,ф} \bar{F}_м$; $\bar{c}^{\alpha}_{ya\,ф}$ — произ-

[*] Здесь и в дальнейшем черта над аэродинамическим коэффициентом означает, что его значение отнесено к характерной собственной площади несущего элемента.

водная коэффициента подъемной силы фюзеляжа, отнесенная к площади миделя $F_м$, $\bar{c}^{\alpha}_{ya\,ф} \approx 2{,}0$; $\overline{L}_{н.ч} = L_{н.ч} / b_A$, $L_{н.ч}$ — плечо носовой части фюзеляжа относительно фокуса крыла; $\overline{F}_м = F_м / S$.

Из равенства приращений моментов получим сдвиг фокуса за счет носовой части фюзеляжа относительно фокуса крыла:

$$\Delta\bar{x}_{F\,ф} \approx -\bar{c}^{\alpha}_{ya\,ф}\,\frac{\overline{F}_м\,\overline{L}_{н.ч}}{c^{\alpha}_{ya\,б.г.о}}.$$

Изменение коэффициента $\Delta m_{z\,0}$ вследствие влияния фюзеляжа в первом приближении может быть оценено формулой $\Delta m_{z\,0} = -0{,}032 \times \times(\alpha_0 + \varphi_{кр})$ [4]. Здесь α_0 — угол атаки крыла при $c_{ya} = 0$; $\varphi_{кр}$ — угол установки крыла относительно строительной горизонтали фюзеляжа (в радианах).

На положение фокуса влияет и геометрия воздухозаборников, расположенных на фюзеляже, особенно на сверхзвуковых скоростях полета.

Влияние гондол двигателей, а также внешних грузов на величину $m_{z\,0}$ можно оценить как приращения моментов тангажа от их силы сопротивления при $c_{ya\,б.г.о} = 0$, а на сдвиг фокуса крыла — аналогично влиянию носовой части фюзеляжа.

Положение фокуса самолета без горизонтального оперения (ГО) сильно зависит от числа М полета. На сверхзвуковых скоростях фокус самолета без горизонтального оперения смещается назад, так же, как и фокус крыла.

Если центр масс не располагается в плоскости хорд крыла ($y_т \neq 0$), то коэффициент аэродинамического момента тангажа самолета без ГО относительно центра масс с координатами относительно САХ $\bar{x}_т$ и $\bar{y}_т$ можно представить в виде (рис. 10.7)

$$m_{z\,б.г.о} = m_{0\,б.г.о} + (\bar{x}_т - \bar{x}_{F\,б.г.о})\,c_{ya\,б.г.о} + c_{xa\,б.г.о}\,\bar{y}_т, \qquad (10.9)$$

где

$$m_{z\,0\,б.г.о} = m_{z\,0\,кр} + \Delta m_{z\,0\,ф} + \Delta m_{z\,0\,г.д} + \Delta m_{z\,0\,гр} + \Delta m_{z\,0\,мех}. \qquad (10.10)$$

Здесь $m_{z\,0\,б.г.о}$ — коэффициент момента тангажа при нулевой подъемной силе, когда $\alpha = \alpha_{0\,б.г.о}$, а поправки $\Delta m_{z\,0\,ф}$, $\Delta m_{z\,0\,г.д}$, $\Delta m_{z\,0\,гр}$, $\Delta m_{z\,0\,мех}$ учитывают влияние фюзеляжа, гондол двигателей, внешних грузов, механизации соответственно. Основную роль среди них играет $\Delta m_{z\,0\,мех}$.

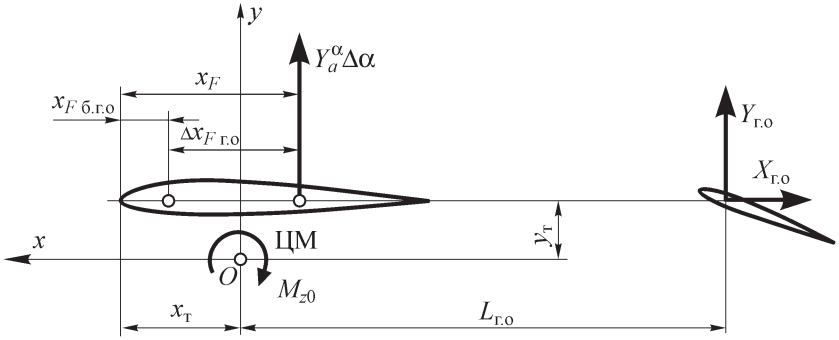


Рис. 10.7. Схема сил, действующих на ГО самолета нормальной схемы

В выражении (10.9) $c_{ya\ б.г.о} = c^{\alpha}_{ya\ б.г.о}(\alpha - \alpha_{0\ б.г.о})$ — коэффициент подъемной силы самолета без ГО (с учетом несущих свойств фюзеляжа и интерференции). В первом приближении можно принять $c^{\alpha}_{ya\ б.г.о} \approx c^{\alpha}_{ya}$ и $\alpha_{0\ б.г.о} = \alpha_0$, $c_{ya\ б.г.о} \approx c_{ya}$, $c_{xa\ б.г.о} \approx c_{xa}$.

Следует отметить, что положение крыла относительно центра масс по высоте фюзеляжа влияет на производную $\dfrac{dm_z}{dc_{ya}}$. В [5] показано, что при расположении крыла по схеме высокоплан ($\bar{y}_т > 0$) коэффициент m_z возрастает медленнее, чем при схеме среднеплан ($\bar{y}_т = 0$), а при схеме низкоплан ($\bar{y}_т < 0$) — быстрее. При $\bar{y}_т = -1$ производная $m_z(c_{ya})$ меняет знак при $c_{ya} > 0{,}1$. Так как на современных скоростных самолетах $|\bar{y}_т| < 0{,}1$, то третье слагаемое в (10.9) часто не учитывают.

Аналогично координату фокуса самолета без ГО можно представить в виде

$$\bar{x}_{F\ б.г.о} = \bar{x}_F + \Delta\bar{x}_{F\ ф} + \Delta\bar{x}_{F\ г.д} + \Delta\bar{x}_{F\ гр} + \Delta\bar{x}_{F\ мех}, \qquad (10.11)$$

где $\Delta\bar{x}_{F\ ф}$, $\Delta\bar{x}_{F\ г.д}$, $\Delta\bar{x}_{F\ гр}$, $\Delta\bar{x}_{F\ мех}$ — безразмерные величины смещения фокуса за счет влияния фюзеляжа, гондол двигателей, внешних грузов и механизации крыла соответственно.

10.1.2. АЭРОДИНАМИЧЕСКИЙ МОМЕНТ ТАНГАЖА ГОРИЗОНТАЛЬНОГО ОПЕРЕНИЯ ПРИ НЕОТКЛОНЕННЫХ ОРГАНАХ УПРАВЛЕНИЯ

Для самолета типа «бесхвостка» (по сути «летающее крыло») обеспечение расположения центра масс впереди фокуса, особенно

при различных вариантах загрузки, вызывает трудности в компоновке. Кроме того, вследствие малого плеча органов продольного управления требуется отклонять рулевые поверхности крыла на значительные углы, что приводит к начальной просадке самолета по высоте, так как $\Delta Y_a(\Delta\delta_в) < 0$, и отрицательно оценивается летчиками, а также к большой потере аэродинамического качества при балансировке.

Наиболее простым средством обеспечения устойчивости и управляемости на различных режимах полета и при заданном эксплуатационном диапазоне центровок является горизонтальное оперение. Горизонтальное оперение может состоять из управляемого стабилизатора, из переставного стабилизатора и руля высоты или из неподвижного стабилизатора и руля высоты. У самолета нормальной схемы горизонтальное оперение расположено за крылом, а у схемы «утка» — впереди крыла. Профиль оперения может быть симметричным и несимметричным.

Схема аэродинамических сил, действующих на горизонтальное оперение в установившемся прямолинейном полете, показана на рис. 10.7. Так как момент, создаваемый продольной силой $X_{г.о}$, мал по сравнению с моментом от нормальной силы $Y_{г.о} \approx Y_{a\,г.о}$, то момент тангажа горизонтального оперения относительно оси Oz, проходящей через центр масс самолета, можно записать в виде [4]

$$M_{z\,г.о} \approx -Y_{a\,г.о} L_{г.о}, \qquad (10.12)$$

где $L_{г.о}$ — плечо горизонтального оперения. За $L_{г.о}$ принимают длину проекции на продольную ось самолета отрезка, соединяющего центр масс и точку, лежащую на 1/4 САХ горизонтального оперения (фокус ГО).

Для самолета нормальной схемы $L_{г.о} > 0$, а для схемы «утка» $L_{г.о} < 0$.

Аэродинамическая подъемная сила горизонтального оперения при нулевом положении органов продольного управления (в линейном диапазоне углов атаки ГО)

$$Y_{a\,г.о} = \bar{c}_{ya\,г.о} S_{г.о} q_{г.о} = \bar{c}_{ya\,г.о}^{\alpha_{г.о}} \alpha_{г.о} q S_{г.о} K_{г.о}, \qquad (10.13)$$

где $\bar{c}_{ya\,г.о}^{\alpha_{г.о}}$ — коэффициент подъемной силы ГО при изменении $\alpha_{г.о}$, отнесенный к площади горизонтального оперения $S_{г.о}$; $K_{г.о}$ — коэффициент торможения потока в области горизонталь-

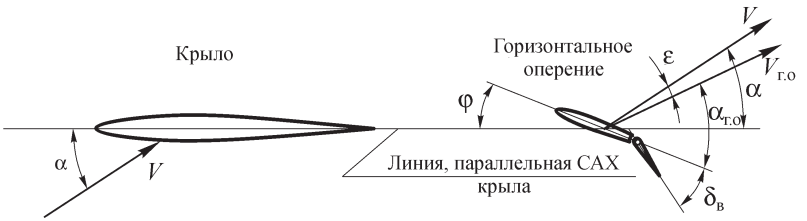


Рис. 10.8. Определение угла атаки горизонтального оперения

ного оперения, $K_{г.о} = q_{г.о} / q$. Для оперения, расположенного на киле, $K_{г.о} \approx 0{,}95$ на дозвуковых числах М и $K_{г.о} = 1$ на сверхзвуковых числах М.

Из рис. 10.8 видно, что угол атаки ГО

$$\alpha_{г.о} = \alpha - \varepsilon + \varphi, \tag{10.14}$$

где α — угол атаки крыла; φ — угол установки (поворота) стабилизатора относительно плоскости хорд крыла; ε — осредненный угол скоса потока за крылом в области ГО.

Характер изменения угла скоса потока в районе ГО на дозвуковых скоростях полета показан на рис. 10.9. Эту зависи-

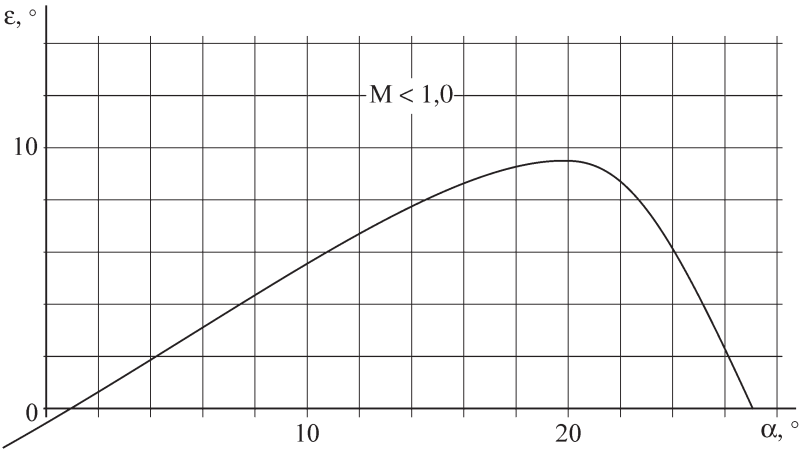


Рис. 10.9. Характер скоса потока в районе ГО самолета нормальной схемы в полетной конфигурации

мость в линейном диапазоне углов атаки можно представить в виде

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \varepsilon^{\alpha}(\alpha - \alpha_{0\,\text{б.г.о}}), \tag{10.15}$$

где $\varepsilon^{\alpha} = \dfrac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha_{\text{б.г.о}}}$; ε_0 — угол скоса потока при $c_{ya\,\text{б.г.о}} = 0$ или при $\alpha = \alpha_{0\,\text{б.г.о}}$.

При $\alpha > 20°$ горизонтальное оперение выходит из зоны скоса потока.

Параметры ε^{α} и ε_0 зависят от формы крыла в плане и его расположения относительно строительной горизонтали фюзеляжа (СГФ) (высокорасположенное, среднерасположенное или низкорасположенное крыло). Величина ε_0 близка к нулю (без механизации), значения ε^{α} достигают 0,5...0,6.

Угол скоса, как правило, определяют по результатам продувок модели самолета с ГО и без него. Необходимо отметить, что при переходе на сверхзвуковые скорости полета углы скоса потока существенно уменьшаются. Типичный характер зависимости $\varepsilon = f(\text{M}, c_{ya})$ приведен на рис. 10.10, *а*. При оценке положения фокуса самолета важна производная ε^{α}, которую можно оценить как $\varepsilon^{\alpha} = \varepsilon^{c_y} c_{ya}^{\alpha}$. Характер изменения ε^{c_y} имеет вид, показанный на рис. 10.10, *б*.

С учетом (10.15) выражение (10.14) при $\varphi = 0$ примет вид

$$\alpha_{\text{г.о}} = \alpha_{0\,\text{б.г.о}}\varepsilon^{\alpha} - \varepsilon_0 + (1 - \varepsilon^{\alpha})\alpha. \tag{10.16}$$

Подставляя (10.16) в (10.13), получим

$$Y_{a\,\text{г.о}} = Y'_{a\,\text{г.о}}(\alpha) + \bar{c}_{ya\,\text{г.о}}^{\alpha_{\text{г.о}}} q S_{\text{г.о}} K_{\text{г.о}} (\alpha_{0\,\text{б.г.о}}\varepsilon^{\alpha} - \varepsilon_0), \tag{10.17}$$

где $Y'_{a\,\text{г.о}}(\alpha) = \bar{c}_{ya\,\text{г.о}}^{\alpha_{\text{г.о}}} q S_{\text{г.о}} K_{\text{г.о}} (1 - \varepsilon^{\alpha})\alpha$.

Подставив (10.17) в (10.12) и разделив на qSb_{A}, получим коэффициент момента тангажа горизонтального оперения при неотклоненных органах управления ($\varphi = \delta_{\text{в}} = 0$):

$$m_{z\,\text{г.о}} = m_{z\,0\,\text{г.о}} - c_{ya}^{\varphi}(1 - \varepsilon^{\alpha})\alpha \bar{L}_{\text{г.о}}, \tag{10.18}$$

где $m_{z\,0\,\text{г.о}}$ — коэффициент момента тангажа горизонтального оперения при $Y'_{a\,\text{г.о}}(\alpha) = 0$,

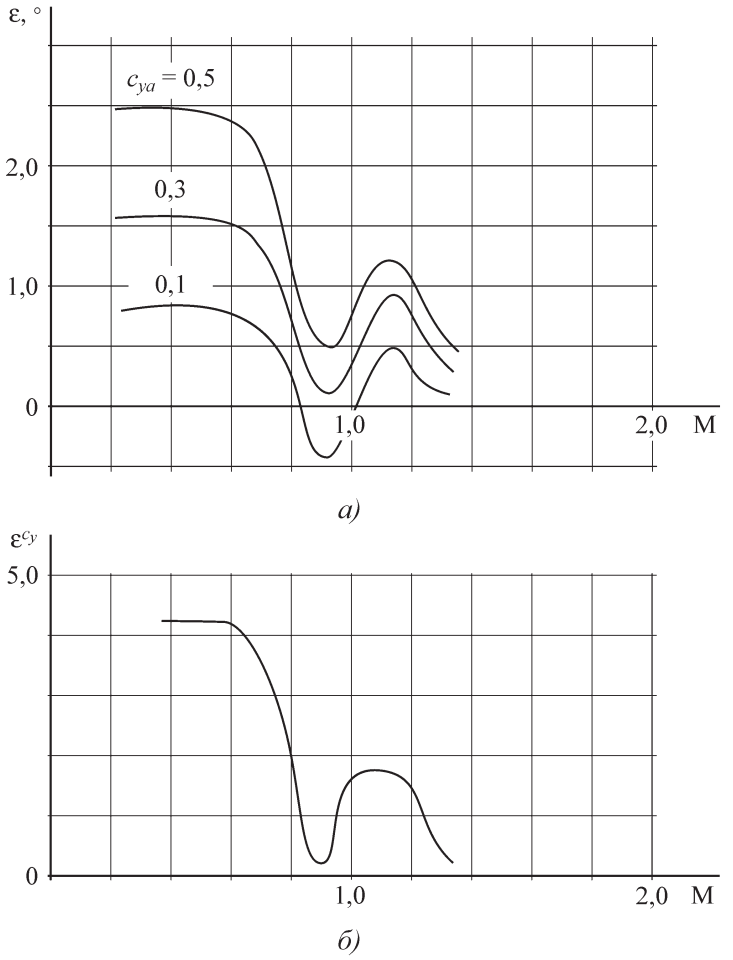


Рис. 10.10. Примерный характер изменения скоса потока в области оперения по углам атаки и числу М

$$m_{z\,0\,\text{г.о}} = -c_{ya}^{\varphi}\left(\alpha_{0\,\text{б.г.о}}\varepsilon^{\alpha} - \varepsilon_0\right)\overline{L}_{\text{г.о}};$$

$$c_{ya}^{\varphi} = \overline{c}_{ya}^{\alpha\,\text{г.о}}\,\overline{S}_{\text{г.о}}K_{\text{г.о}}.$$

Здесь $\overline{S}_{\text{г.о}} = S_{\text{г.о}} / S$; $\overline{L}_{\text{г.о}} = L_{\text{г.о}} / b_{\text{А}}$.

Суммируя коэффициенты момента самолета без горизонтального оперения (10.9) и момента горизонтального оперения

при неотклоненных стабилизаторе и руле высоты (10.18), получим коэффициент аэродинамического момента тангажа самолета нормальной схемы при $\bar{y}_т = 0$ в диапазоне углов атаки, где $c^{\alpha}_{ya\,б.г.о} = \text{const}$,

$$m_z = m_{z\,0\,б.г.о} + (\bar{x}_т - \bar{x}_{F\,б.г.о}) c^{\alpha}_{ya\,б.г.о} (\alpha - \alpha_{0\,б.г.о}) + \\ + m_{z\,0\,г.о} - c^{\varphi}_{ya} (1 - \varepsilon^{\alpha}) \alpha \bar{L}_{г.о}. \qquad (10.19)$$

Необходимо отметить, что выражение (10.19) неудобно для проведения практических расчетов. Другая форма записи этого выражения подразумевает использование понятия фокуса по углу атаки всего самолета, который определяется как

$$\bar{x}_F = \bar{x}_{F\,б.г.о} + \Delta\bar{x}_{F\,г.о},$$

где $\Delta\bar{x}_{F\,г.о}$ — сдвиг фокуса за счет горизонтального оперения.

Сдвиг фокуса самолета за счет ГО можно определить из равенства приращений моментов тангажа всего самолета и горизонтального оперения относительно фокуса самолета без ГО (см. рис. 10.7) при изменении угла атаки на $\Delta\alpha$:

$$c^{\alpha}_{ya} \Delta\alpha q S b_A \Delta x_{F\,г.о} = c^{\alpha_{г.о}}_{ya\,г.о} \Delta\alpha_{г.о} q_{г.о} S_{г.о} (L_{г.о} + x_т - x_{F\,б.г.о}). \quad (10.20)$$

Здесь $q_{г.о} = K_{г.о} q$;

$$c^{\alpha}_{ya} = c^{\alpha}_{ya\,б.г.о} + \bar{c}^{\alpha_{г.о}}_{ya\,г.о} \bar{S}_{г.о} K_{г.о} (1 - \varepsilon^{\alpha}). \qquad (10.21)$$

Поделив обе части равенства (10.20) на qSb_A, с учетом соотношения $\bar{L}_{г.о} + \bar{x}_т - \bar{x}_{F\,б.г.о} \approx \bar{L}_{г.о}$ получим

$$\Delta\bar{x}_{F\,г.о} = K_{г.о} A_{г.о} \bar{c}^{\alpha_{г.о}}_{ya\,г.о} \frac{1 - \varepsilon^{\alpha}}{c^{\alpha}_{ya}}. \qquad (10.22)$$

Здесь $A_{г.о}$ — безразмерный статический момент площади горизонтального оперения относительно центра масс, $A_{г.о} = \bar{S}_{г.о} \bar{L}_{г.о}$. Для самолета нормальной схемы $A_{г.о} > 0$, $\varepsilon^{\alpha} > 0$ и $\Delta\bar{x}_{F\,г.о} > 0$, для самолета с передним горизонтальным оперением (ПГО) $A_{г.о} < 0$, $\varepsilon^{\alpha} < 0$ и $\Delta\bar{x}_{F\,г.о} < 0$.

У современных самолетов $\bar{S}_{г.о} \approx 0{,}15...0{,}3$; $A_{г.о} \approx 0{,}2...0{,}85$; $\bar{L}_{г.о} \approx \approx 1{,}5...3{,}0$.

Преобразуем (10.19) к удобному виду с учетом (10.21) и (10.22) и соотношения $\alpha_{0\,\text{б.г.о}} \cong \alpha_0$:

$$
\begin{aligned}
&m_z = m_{z\,0\,\text{б.г.о}} + m_{z\,0\,\text{г.о}} + (\bar{x}_\text{т} - \bar{x}_{F\,\text{б.г.о}})[c_{ya}^{\alpha}(\alpha - \alpha_{0\,\text{б.г.о}}) - \\
&- K_{\text{г.о}} \bar{c}_{ya\,\text{г.о}}^{\alpha\,\text{г.о}} \bar{S}_{\text{г.о}} \alpha (1 - \varepsilon^{\alpha})] - K_{\text{г.о}} \bar{c}_{ya\,\text{г.о}}^{\alpha\,\text{г.о}} \bar{S}_{\text{г.о}} (1 - \varepsilon^{\alpha}) \alpha \bar{L}_{\text{г.о}} = \\
&= m_{z\,0} + (\bar{x}_\text{т} - \bar{x}_{F\,\text{б.г.о}}) c_{ya} - K_{\text{г.о}} \bar{c}_{ya\,\text{г.о}}^{\alpha\,\text{г.о}} \bar{S}_{\text{г.о}} (1 - \varepsilon^{\alpha})[(\bar{x}_\text{т} - \bar{x}_{F\,\text{б.г.о}})\alpha + \alpha \bar{L}_{\text{г.о}}].
\end{aligned}
\tag{10.23}
$$

Первое слагаемое в квадратных скобках на порядок меньше второго слагаемого, поэтому им можно пренебречь. Кроме того, вполне допустимо принять $\alpha \approx c_{ya} / c_{ya}^{\alpha}$. Тогда выражение (10.23) принимает вид

$$
m_z = m_{z\,0} + (\bar{x}_\text{т} - \bar{x}_{F\,\text{б.г.о}}) c_{ya} - K_{\text{г.о}} A_{\text{г.о}} \bar{c}_{ya\,\text{г.о}}^{\alpha\,\text{г.о}} \frac{1 - \varepsilon^{\alpha}}{c_{ya}^{\alpha}} c_{ya}.
$$

С учетом (10.22)

$$
m_z = m_{z\,0} + (\bar{x}_\text{т} - \bar{x}_F) c_{ya}, \tag{10.24}
$$

где

$$
\begin{aligned}
\bar{x}_F &= \bar{x}_{F\,\text{б.г.о}} + \Delta \bar{x}_{F\,\text{г.о}}; \\
c_{ya} &= c_{ya\,\text{кр}} + \bar{c}_{ya\,\text{кр}} \bar{S}_{\text{г.о}}.
\end{aligned}
\tag{10.25}
$$

Как видно из (10.24), положение центра масс существенно влияет на аэродинамический момент тангажа. Уменьшение $\bar{x}_\text{т}$ увеличивает отрицательный наклон $m_z^{c_y}$.

Необходимо иметь в виду, что полученное соотношение для m_z справедливо только для линейной зависимости нормальных аэродинамических сил на крыле и оперении от местного угла атаки. Такое соотношение обычно используется на начальном этапе проектирования для приближенной оценки динамических свойств самолета. Реальные зависимости $m_z(\alpha)$ часто сложнее, что объясняется изменением характера обтекания крыла и ГО с ростом углов атаки (срывы потока), попаданием ГО в зону наиболее интенсивного скоса потока и торможения его за крылом и т.д. В качестве примера на рис. 10.11 показана зависимость $m_z(\alpha)$ для одного из самолетов нормальной схемы с углом стреловидности крыла $\chi = 63°$. Видно,

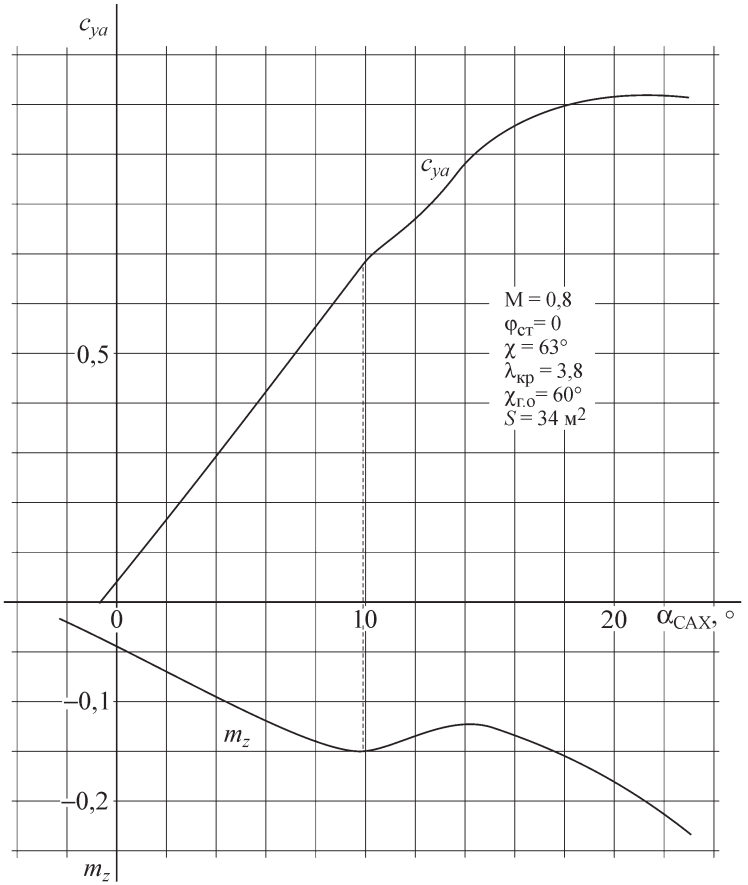


Рис. 10.11. Пример местной потери продольной устойчивости самолета

что при $\alpha \approx 10°$ ($c_{ya} \cong 0{,}65$) линейность зависимости $c_{ya}(\alpha)$ нарушается, а на моментной кривой $m_z(\alpha)$ появляется так называемая «ложка», в которой производная $m_z^{c_y} > 0$. Наличие «ложки» указывает на статическую неустойчивость самолета по углу атаки в диапазоне углов $\alpha = 10...14°$. Это свидетельствует о том, что в рассматриваемом диапазоне углов атаки положение фокуса изменяется. Однако при $\alpha > 14°$ характер кривой $m_z(\alpha)$ снова изменяется и самолет вновь становится статически устойчивым ($m_z^{c_y} < 0$). Такая местная потеря устойчивости ограничивает эксплуатационный

диапазон углов атаки. Причиной потери устойчивости в этом диапазоне углов является либо срыв потока с концевой части крыла, либо увеличение производной ε^{α}. При $\alpha \geq 15°$ производная ε^{α} уменьшается и фокус смещается назад. Такие особенности могут быть выявлены только по результатам продувок в АДТ как модели без ГО, так и модели с различным расположением ГО.

На величину m_z также влияет и положение фокуса. Так как фокус самолета при $M > M_{кр}$ перемещается назад, а скос потока и его производная ε^{α} резко уменьшаются, то сдвиг фокуса самолета за счет ГО увеличивается. В результате отрицательный наклон моментной диаграммы $m_z(c_y)$ с ростом числа M увеличивается, что показано на рис. 10.12.

Аэродинамический момент тангажа при $\varphi = 0$ зависит от числа M, коэффициента подъемной силы c_{ya} и центровки $\bar{x}_т$. В горизонтальном полете ($Y_a = G$) каждому числу M соответствует определенное значение $c_{ya\,г.п} = \dfrac{G}{0{,}7\,p_H M^2 S}$. В результате можно построить кри-

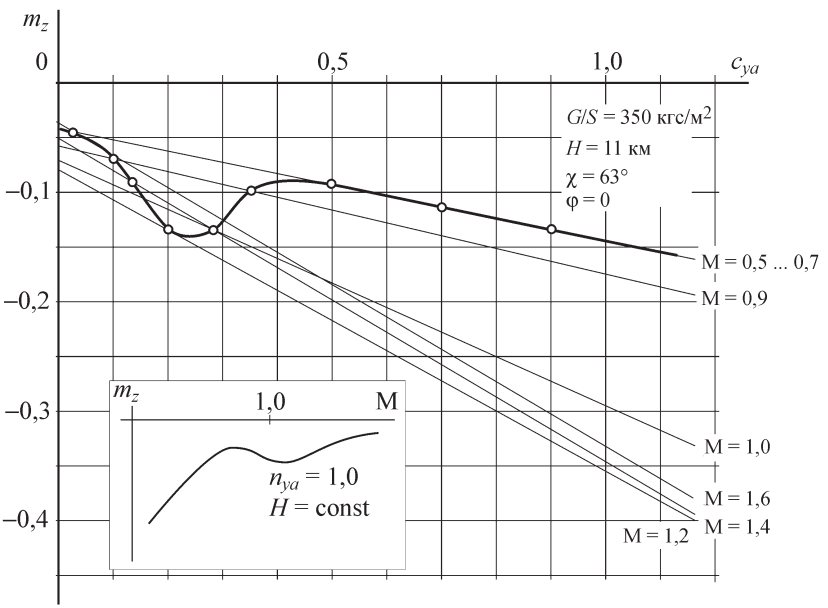


Рис. 10.12. Характер влияния числа M на коэффициент момента тангажа

вую аэродинамического момента $m_z(c_{ya\,г.п}, M)$ при $\bar{x}_т = \text{const}$ и $n_{ya} = 1$ (жирная кривая на рис. 10.12). Можно построить аналогичную зависимость как функцию числа M при $n_{ya} = 1$; ее характер показан на рис. 10.12. Характерным является наличие так называемой «ложки» по скорости, которая является причиной появления пикирующего момента ($\Delta m_z < 0$) при околозвуковых скоростях в процессе разгона. Для самолетов с прямым крылом в плане с большой относительной толщиной этот пикирующий момент может быть очень большим, что приводит к затягиванию самолета в пикирование, если для его парирования недостаточно эффективности управляющего момента руля высоты.

10.1.3. АЭРОДИНАМИЧЕСКИЕ УПРАВЛЯЮЩИЕ МОМЕНТЫ ТАНГАЖА

Управляющие моменты тангажа могут создаваться в результате отклонения управляющей поверхности (руля высоты, установленного на горизонтальном оперении, на угол $\delta_в$, всего цельноповоротного горизонтального оперения на угол φ (рис. 10.8) или элевонов $\delta_{эв}$). Приращение аэродинамического момента горизонтального оперения (управляющего момента) будет

$$\Delta M_{z\,г.о} = -\Delta Y_{a\,г.о} L_{г.о}, \tag{10.26}$$

где

$$\Delta Y_{a\,г.о} = \Delta \bar{c}_{ya\,г.о} q_{г.о} S_{г.о} = \bar{c}_{ya\,г.о}^{\alpha_{г.о}} \Delta\alpha_{г.о} q_{г.о} S_{г.о}. \tag{10.27}$$

При одновременном отклонении стабилизатора и руля высоты с учетом выражений (10.14), (10.15) и полагая, что $\alpha_{0\,б.г.о} \cong \varepsilon_0 \cong 0$, получим

$$\alpha_{г.о} = \alpha(1 - \varepsilon^{\alpha}) + \varphi + n_в \delta_в.$$

При отклонении только руля высоты на ГО возникает приращение нормальной силы, которую можно приближенно считать равной подъемной силе ГО, линейно зависящей от $\Delta\delta_в$ с коэффициентом пропорциональности $n_в = c_y^{\delta_в} / c_y^{\varphi}$, который называют коэффициентом относительной эффективности руля высоты.

Можно принять [17]

$$n_{\text{в}} \cong \begin{cases} \sqrt{\dfrac{S_{\text{в}}}{S_{\text{г.о}}}} & \text{при } \mathrm{M} < 1{,}0; \\ \dfrac{S_{\text{в}}}{S_{\text{г.о}}} & \text{при } \mathrm{M} > 1{,}0. \end{cases}$$

Так как изменение угла атаки горизонтального оперения $\Delta\alpha_{\text{г.о}}$, связанное с изменением положения одной или двух управляющих поверхностей при $\alpha = \text{const}$, будет равно $\Delta\alpha_{\text{г.о}} = \Delta\varphi + n_{\text{в}}\Delta\delta_{\text{в}}$, то

$$\Delta Y_{a\,\text{г.о}} = \bar{c}_{ya\,\text{г.о}}^{\alpha_{\text{г.о}}} q_{\text{г.о}} S_{\text{г.о}} (\Delta\varphi + n_{\text{в}}\Delta\delta_{\text{в}}). \qquad (10.28)$$

Подставив (10.28) в (10.26) и разделив обе части на qSb_{A}, получим

$$\Delta m_{z\,\text{г.о}} = -K_{\text{г.о}} A_{\text{г.о}} \bar{c}_{ya\,\text{г.о}}^{\alpha_{\text{г.о}}} (\Delta\varphi + n_{\text{в}}\Delta\delta_{\text{в}}).$$

Если отклоняется только руль высоты ($\Delta\varphi = 0$), то

$$\Delta m_{z\,\text{в}} = -K_{\text{г.о}} A_{\text{г.о}} \bar{c}_{ya\,\text{г.о}}^{\alpha_{\text{г.о}}} n_{\text{в}}\Delta\delta_{\text{в}},$$

или

$$\Delta m_{z\,\text{в}} = -c_{ya}^{\delta_{\text{в}}} \Delta\delta_{\text{в}} \bar{L}_{\text{г.о}},$$

где

$$c_{ya}^{\delta_{\text{в}}} = \bar{c}_{ya\,\text{г.о}}^{\alpha_{\text{г.о}}} K_{\text{г.о}} \bar{S}_{\text{г.о}} n_{\text{в}} = c_{ya}^{\varphi} n_{\text{в}};$$
$$c_{ya}^{\varphi} = \bar{c}_{ya\,\text{г.о}}^{\alpha_{\text{г.о}}} K_{\text{г.о}} \bar{S}_{\text{г.о}}.$$

Если отклоняется только горизонтальное оперение ($\Delta\delta_{\text{в}} = 0$), то

$$\Delta m_{z\varphi} = -K_{\text{г.о}} A_{\text{г.о}} \bar{c}_{ya\,\text{г.о}}^{\alpha_{\text{г.о}}} \Delta\varphi,$$

или

$$\Delta m_{z\varphi} = -c_{ya}^{\varphi} \Delta\varphi \bar{L}_{\text{г.о}}.$$

В общем случае управляющий момент горизонтального оперения

$$m_z(\varphi, \delta_в) = m_z^{\varphi}\varphi + m_z^{\delta_в}\delta_в,$$

где m_z^{φ} и $m_z^{\delta_в}$ — коэффициенты эффективности стабилизатора и руля высоты соответственно,

$$\begin{aligned} m_z^{\varphi} &= -K_{г.о} A_{г.о} \bar{c}_{ya\,г.о}^{\alpha_{г.о}}; \\ m_z^{\delta_в} &= -K_{г.о} A_{г.о} \bar{c}_{ya\,г.о}^{\alpha_{г.о}} n_в = m_z^{\varphi} n_в. \end{aligned} \qquad (10.29)$$

У самолетов схемы «бесхвостка» при отклонении элевонов появляется управляющий момент тангажа [4]

$$\Delta M_{z\,эв} = -Y_{эв} L_{эв},$$

коэффициент которого

$$\Delta m_{z\,эв} = m_z^{\delta_{эв}} \Delta\delta_{эв},$$

где $m_z^{\delta_{эв}} = -c_{ya}^{\alpha} n_{эв} \bar{L}_{эв}$; $n_{эв}$ — коэффициент эффективности элевонов,

$$n_{эв} \cong \begin{cases} \sqrt{\dfrac{S_{эв}}{S}} & \text{при } M < 1{,}0; \\ \dfrac{S_{эв}}{S} & \text{при } M > 1{,}0; \end{cases}$$

$\bar{L}_{эв} = L_{эв} / b_A$, $L_{эв}$ — плечо элевонов; $S_{эв}$ — площадь элевонов.

Влияние числа М на коэффициент относительной эффективности руля высоты $n_в$ связано с изменением обтекания руля при переходе через скорость звука.

На малых дозвуковых скоростях полета, когда возмущения давления, вызываемые отклонением руля высоты, распространяются против потока, воздействуя на всю поверхность горизонтального оперения, что приводит к приросту подъемной силы на всей поверхности горизонтального оперения, эффективность руля высоты будет сравнительно высокой.

При больших дозвуковых скоростях, когда на поверхности стабилизатора перед рулем высоты возникают местные скачки уплотнения, возмущения давления, вызванные отклонением руля высо-

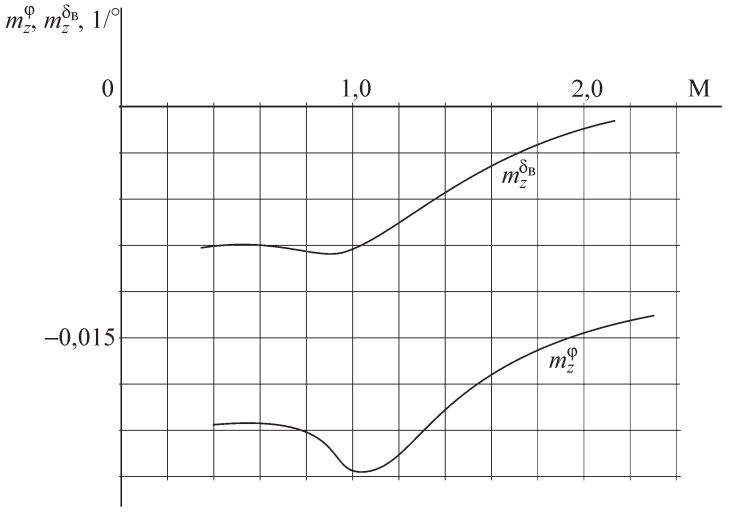


Рис. 10.13. Эффективность руля высоты и поворотного стабилизатора

ты, не передаются вперед, за скачки уплотнения. Нагрузка на части стабилизатора, расположенной перед скачками уплотнения, не изменяется. Эффективность руля снижается.

На сверхзвуковых скоростях полета возмущения давления не могут распространяться вперед по потоку и воздействовать на поле давлений стабилизатора. Аэродинамическая нагрузка изменяется только на руле. При этом эффективность руля резко падает.

В то же самое время при переходе на сверхзвуковые скорости резко перемещается фокус самолета назад (примерно в два раза), что вызывает соответствующий рост момента тангажа на пикирование. В условиях значительного снижения эффективности руля высоты на современных сверхзвуковых самолетах нормальной схемы, как правило, устанавливают цельноповоротный стабилизатор, эффективность которого существенно выше обычного руля высоты (рис. 10.13).

Переход к поворотному стабилизатору позволяет также уменьшить потерю аэродинамического качества самолета от балансировки, так как сопротивление оперения с отклоненным рулем больше сопротивления поворотного стабилизатора при той же подъемной силе оперения, особенно на сверхзвуковых скоростях [6].

10.2. МОМЕНТ ТАНГАЖА ОТ ДВИГАТЕЛЯ

В общем случае ось двигателя не проходит через центр масс самолета, поэтому возникает момент тангажа от тяги P относительно оси OZ, равный $-Py_P$. Кроме того, при $\alpha \neq 0$ у самолетов с ВРД на входе в воздухозаборник двигателя теряется часть количества движения массы воздуха в направлении, перпендикулярном к оси двигателя (рис. 10.14). В результате появляется нормальная составляющая тяги, приложенная на входе в воздухозаборник. Ее величина равна изменению количества движения в единицу времени [4]:

$$P_y = m_s V_y = m_s V \sin\alpha \approx m_s \alpha_P V,$$

где m_s — секундный массовый расход воздуха, кг/с; $\alpha_P = \alpha + \varphi_P = c_{ya} / c_{ya}^{\alpha} + \alpha_0 + \varphi_P$, φ_P — угол между осью двигателя и продольной осью самолета.

Определяя m_s из выражения для тяги ВРД $P = m_s (V_a - V)$, получим

$$P_y = \frac{P\alpha_P}{V_a / V - 1},$$

где V_a — скорость истечения газов из сопла.

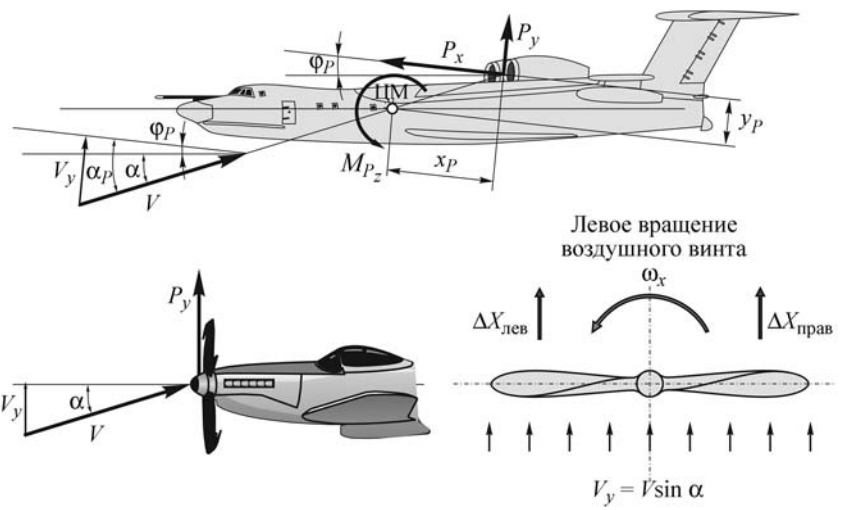


Рис. 10.14. К оценке момента тангажа при работе двигателей

Суммарный момент тангажа, создаваемый двигательными установками,

$$M_{P_z} = -i(Py_P - P_y x_P), \tag{10.30}$$

где i — число двигателей; y_P — плечо тяги, $y_P > 0$, если линия действия тяги проходит выше центра масс самолета; x_P — плечо силы P_y, $x_P > 0$, если воздухозаборник или воздушный винт расположен впереди центра масс самолета. Подставляя в (10.30) выражение для P_y и поделив на qSb_A, получим коэффициент момента тангажа

$$m_{P_z} = m_{P_{z1}} - \Delta\bar{x}_{FP} c_{ya}. \tag{10.31}$$

Здесь $m_{P_{z1}} = -ic_P \left[\bar{y}_P - \dfrac{\bar{x}_P}{V_a / V - 1}(\alpha_0 + \varphi_P) \right]$; c_P — коэффициент тяги, $c_P = \dfrac{P}{qS}$; $\bar{y}_P = \dfrac{y_P}{b_A}$; $\Delta\bar{x}_{FP}$ — относительное смещение фокуса, $\Delta\bar{x}_{FP} = \dfrac{\Delta x_{FP}}{b_A}$,

$$\Delta\bar{x}_{FP} = -i \frac{\bar{x}_P}{V_a / V - 1} \frac{c_P}{c_{ya}^{\alpha}},$$

где $\bar{x}_P = x_P / b_A$.

Использование винтовых движителей приводит к увеличению подъемной силы на крыле за счет обдувки потоком от винта (рис. 10.15) [18], которое характеризуется коэффициентом нагрузки на винт $B = \dfrac{P}{F_в q}$.

Кроме дополнительных аэродинамических сил от обдувки частей самолета струей от винта на самолет воздействуют дополнительные силы от обдувки частей самолета закрученным потоком от винта. Следствием этого является существенное изменение аэродинамических моментов от обдувки не только крыла, но также и горизонтального оперения из-за значительного изменения скоса потока, а также обдувки его струей от винта (см. рис. 10.15).

У самолетов с винтовыми движителями при $\alpha \neq 0$ эффект от вращающегося винта сказывается на моментных характеристиках

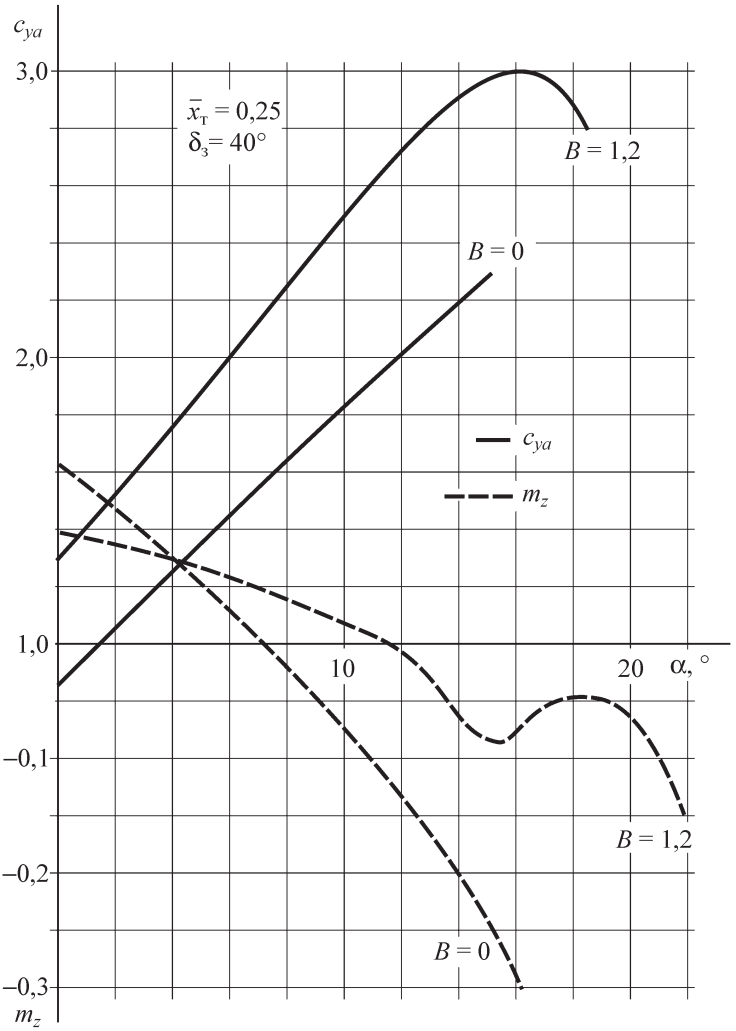


Рис. 10.15. Аэродинамические характеристики модели самолета Ан-24:
$\delta_з$ — угол отклонения закрылков

из-за поперечной силы P_y, возникающей в плоскости его вращения за счет изменения сил сопротивления $\Delta X_{лев}$ и $\Delta X_{прав}$ на опускающейся и поднимающейся лопастях (см. рис. 10.15), и дополнительных сил и моментов, возникающих из-за обтекания части

крыла потоком с увеличенной скоростью. При этом оценка коэффициента момента тангажа от работающего винта может производиться по формуле (10.31), где $m_{P_{z1}} = -ic_P \bar{y}_P$, а $\Delta\bar{x}_{FP}$ определяется алгебраической суммой

$$\Delta\bar{x}_{FP} = \Delta\bar{x}^*_{FP} + \Delta\bar{x}_{F\,\text{обд}},$$

где $\Delta\bar{x}^*_{FP}$ — изменение положения фокуса вследствие поперечной силы P_y, которую оценивают по эмпирической формуле [4] $P_y = 0{,}05 D_в^2 c_{ya} q$, $D_в$ — диаметр винта; $\Delta\bar{x}_{F\,\text{обд}}$ — изменение положения фокуса, связанное с обдувом крыла и изменением скоса потока у ГО.

Величина $\Delta\bar{x}^*_{F_P}$ может быть получена с помощью выражения [18]:

$$\Delta\bar{x}^*_{FP} = -\frac{iK_y}{57{,}3c^{\alpha}_{ya}(B)}\frac{F_в}{S}\bar{x}_в,$$

где i — число двигателей; $F_в$ — площадь диска, ометаемая винтом, $F_в = \pi D_в^2 / 4$; $\bar{x}_в$ — безразмерное расстояние от центра масс до плоскости вращения винта, $\bar{x}_в = x_в / b_A$; K_y — коэффициент, определяемый соотношением $K_y = K_{y1}K_{y2}K_{y3}K_{y4}$ [18].

Смещение фокуса вперед из-за обдува крыла $\Delta\bar{x}_{F\,\text{обд}}$ можно приближенно оценить, используя формулы, приведенные в [18]. У многодвигательных самолетов на взлетных режимах оно может достигать 0,15. Наиболее надежным инструментом определения количественных аэродинамических характеристик самолета с работающими винтами в настоящее время является эксперимент в АДТ с имитаторами работающих винтов.

Результирующий момент тангажа самолета в прямолинейном полете

С учетом (10.31) коэффициент результирующего момента тангажа самолета в общем случае при $\bar{y}_т \neq 0$ и использовании в качестве органа управления руля высоты имеет вид

$$m_{R_z} = m_{z0} + m_z^{c_y} c_{ya} + m_z^{\varphi}\varphi + m_z^{\delta_в}\delta_в + m_{P_{z1}} - (c_{xa} - \alpha c_{ya})\bar{y}_т. \qquad (10.32)$$

Здесь $m_z^{c_y}$ — частная производная коэффициента момента тангажа по коэффициенту подъемной силы при работе двигателей,

$$m_z^{c_y} = \bar{x}_т - \bar{x}_{Fc},$$

где $\bar{x}_{Fc} = \bar{x}_F + \Delta\bar{x}_{FP}$; $m_{P_{z1}}$ — коэффициент момента тангажа двигателей, не зависящий от угла атаки.

В большинстве практических случаев для сверхзвуковых самолетов в формуле (10.32) членом с $\bar{y}_т$ можно пренебречь.

10.3. ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ МОМЕНТЫ В КРИВОЛИНЕЙНОМ НЕУСТАНОВИВШЕМСЯ ПОЛЕТЕ

Под кинематическими параметрами движения самолета понимают шесть скалярных величин: V, α, β, ω_x, ω_y, ω_z. Если с течением времени они не изменяются, то движение самолета является установившимся, а если изменяются — неустановившимся.

Возмущенное движение — это неустановившееся движение. В этом случае коэффициенты аэродинамических сил и моментов зависят не только от значений параметров движения в данный момент времени, но и от предыстории движения, поскольку она оказывает влияние на структуру потока, обтекающего самолет в данный момент времени. Поэтому аэродинамические характеристики самолета при неустановившемся движении являются сложными функциями основных кинематических параметров. Вследствие этого для определения аэродинамических характеристик в неустановившемся движении действительное движение заменяют моделью, в какой-то степени отражающей реальные явления (гипотезы стационарности и гармоничности). Согласно гипотезе гармоничности коэффициенты аэродинамических сил и моментов являются линейными функциями кинематических параметров и их производных.

Поскольку некоторые производные ($\dot{V}$, $\dot{\omega}_x$, $\dot{\omega}_y$, $\dot{\omega}_z$, $\dot{\beta}$, $\dot{\delta}_в$, ...) оказывают малое влияние на изменение коэффициентов аэродинамических моментов, принято считать, что появление дополнительных моментов при неустановившемся движении в первом приближении определяется угловыми скоростями ω_x, ω_y, ω_z и производной угла атаки по времени, т.е. криволинейным неустановившимся движением.

Демпфирующий момент тангажа самолета

При установившемся криволинейном полете с постоянной перегрузкой $n_{ya} > 1{,}0\,(\dot{\alpha} = 0)$, например вираже в горизонтальном полете, в результате сложения поступательного и вращательного движений

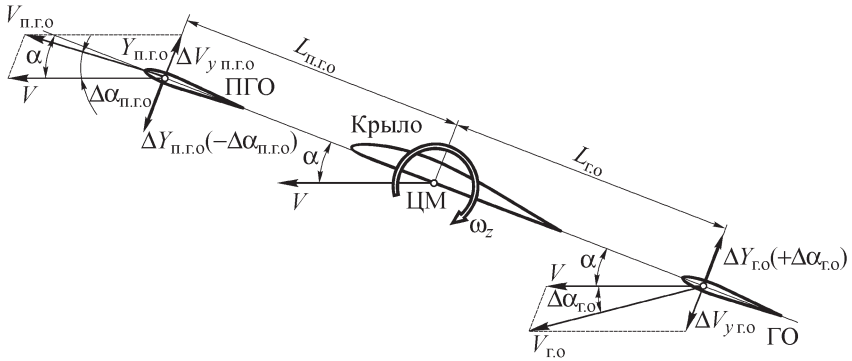


Рис. 10.16. К определению демпфирующего момента тангажа

изменяются местные углы атаки элементов несущей поверхности самолета: $\Delta\alpha_i \approx \dfrac{\Delta V_y}{V} = \dfrac{\omega_z L_i}{V}$, где ΔV_y — местная вертикальная скорость; L_i — расстояние элемента от центра масс. Это сопровождается изменением аэродинамических сил на рассматриваемых элементах, а также их моментов относительно центра масс. Чем больше L_i, тем больше по абсолютной величине $\Delta\alpha_i$, но по знаку приращения двух углов атаки элементов, расположенных впереди центра масс и за ним, противоположны. Так, на рис. 10.16 при $\omega_z > 0$ у горизонтального оперения $\Delta\alpha_{г.о} > 0$ и $\Delta Y_{г.о} > 0$, а у переднего горизонтального оперения $\Delta\alpha_{п.г.о} < 0$ и $\Delta Y_{п.г.о} < 0$. В результате образуется приращение момента тангажа, направленное против вращения при $m_z^{\alpha} < 0$, которое является тормозящим или демпфирующим,

$$\Delta M_z(\omega_z) = -Y_{г.о} L_{г.о} - \Delta Y_{п.г.о} L_{п.г.о}.$$

Демпфирующий момент тангажа самолета складывается из демпфирующих моментов горизонтального оперения, крыла и фюзеляжа. Наибольшую часть демпфирующего момента тангажа создает горизонтальное оперение, как наиболее удаленная от оси вращения несущая поверхность [4].

Так как $\Delta\alpha_{г.о} \approx \operatorname{arctg}\dfrac{\Delta V_{y\,г.о}}{V_{г.о}} \approx \dfrac{\Delta\omega_z L_{г.о}}{V_{г.о}}$, то прирост подъемной силы горизонтального оперения

$$\Delta Y_{a\,г.о} = \bar{c}_{ya\,г.о}^{\alpha_{г.о}} \Delta\alpha_{г.о} S_{г.о} q_{г.о}.$$

Дополнительный момент тангажа ГО, вызванный вращением самолета,

$$\Delta M_{z\,\text{г.о}} = -\Delta Y_{a\,\text{г.о}} L_{\text{г.о}} = -\bar{c}^{\alpha_{\text{г.о}}}_{ya\,\text{г.о}} \frac{S_{\text{г.о}} L^2_{\text{г.о}}}{b_{\text{А}}} q \Delta\bar{\omega}_z \sqrt{K_{\text{г.о}}}. \qquad (10.33)$$

Поделив (10.33) на $qSb_{\text{А}}$, получим коэффициент демпфирующего момента тангажа горизонтального оперения

$$\Delta m_{z\,\text{г.о}} = -\bar{c}^{\alpha_{\text{г.о}}}_{ya\,\text{г.о}} \frac{S_{\text{г.о}} L^2_{\text{г.о}}}{Sb^2_{\text{А}}} \Delta\bar{\omega}_z \sqrt{K_{\text{г.о}}},$$

где $q_{\text{г.о}} = K_{\text{г.о}} q$, $\Delta\bar{\omega}_z$ — приращение безразмерной угловой скорости тангажа, $\Delta\bar{\omega}_z = \Delta\omega_z \dfrac{b_{\text{А}}}{V}$, или

$$\Delta m_{z\,\text{г.о}} = m^{\bar{\omega}_z}_{z\,\text{г.о}} \Delta\bar{\omega}_z,$$

где $m^{\bar{\omega}_z}_{z\,\text{г.о}} = -\bar{c}^{\alpha_{\text{г.о}}}_{ya\,\text{г.о}} \sqrt{K_{\text{г.о}}} B_{\text{г.о}}$; $B_{\text{г.о}}$ — безразмерный момент инерции площади горизонтального оперения относительно ЦМ самолета, $B_{\text{г.о}} = \dfrac{S_{\text{г.о}} L^2_{\text{г.о}}}{Sb^2_{\text{А}}}$.

На докритических углах атаки ($\bar{c}^{\alpha_{\text{г.о}}}_{ya\,\text{г.о}} > 0$) демпфирующий момент ГО действует в сторону, противоположную направлению вращения, т.е. производная $m^{\bar{\omega}_z}_z$ отрицательна.

Аналогично при вращении самолета из-за изменения местных углов атаки изменятся и моменты тангажа, создаваемые крылом и фюзеляжем, однако по абсолютной величине они существенно меньше демпфирующего момента ГО.

Демпфирующий момент тангажа крыла $\Delta M_{z\,\text{кр}} = m^{\bar{\omega}_z}_{z\,\text{кр}} \bar{\omega}_z q S b_{\text{А}}$ при прочих равных условиях зависит от формы крыла в плане, положения центра масс и числа М полета.

В отличие от горизонтального оперения знаки дополнительного угла атаки в передней и задней частях крыла получаются различными, хотя в обоих случаях возникают моменты тангажа, направленные против вращения. Дополнительный угол атаки в какой-либо точке хорды крыла x_i, вызванный вращением самолета,

$$\Delta\alpha \approx -\frac{\omega_z (x_{\text{т}} - x_i)}{V},$$

где $x_т$ — координата центра масс относительно передней кромки крыла.

Для крыла прямоугольной формы в плане частная производная демпфирующего момента по угловой скорости может быть оценена по формуле [5]

$$m_{z\,\text{кр}}^{\overline{\omega}_z} = -\frac{c_{ya\,\text{кр}}^{\alpha}}{4}(1-2\bar{x}_т)^2 - \frac{2\pi - c_{ya\,\text{кр}}^{\alpha}}{16}.$$

Очевидно, что с увеличением стреловидности крыла, как прямой, так и обратной, его демпфирующие свойства существенно увеличиваются [5]:

$$m_{z\,\text{кр}}^{\overline{\omega}_z} = -\left\{\left[\frac{c_{ya\,\text{кр}}^{\alpha}}{4}(1-2\bar{x}_т)^2 + \frac{2\pi - c_{ya\,\text{кр}}^{\alpha}}{16}\right] + 0{,}019 c_{ya\,\text{кр}}^{\alpha}\lambda^2 \text{tg}^2\chi\right\},$$

где $c_{ya\,\text{кр}}^{\alpha}$ — измеряется в радианах; λ — удлинение крыла; χ — угол стреловидности крыла по передней кромке.

Коэффициент демпфирующего момента фюзеляжа можно оценить как 15...20 % от величины $m_{z\,\text{г.о}}^{\overline{\omega}_z}$.

Следует иметь в виду, что в отличие от восстанавливающего момента тангажа $m_z^{c_y}\Delta c_y$, который при $m_z^{c_y} < 0$ возвращает самолет к исходному значению угла атаки, демпфирующий момент $m_z^{\overline{\omega}_z}\Delta\overline{\omega}_z$ не может вернуть самолет к исходному углу атаки, так как его знак противоположен знаку $\Delta\omega_z$.

Момент тангажа, обусловленный запаздыванием скоса потока

При рассмотрении демпфирующего момента принималось, что продольное криволинейное движение установившееся по углу атаки, т.е. $\dot{\alpha} = 0$, ($\alpha = \text{const}$, $n_{ya} = \text{const}$).

При неустановившемся движении ($\dot{\alpha} \neq 0$) нельзя оценивать условия обтекания горизонтального оперения с помощью лишь кинематических параметров движения в данный момент времени. Необходимо учитывать также время достижения ГО скошенным потоком.

Пусть самолет движется с поступательной скоростью V и одновременно вращается вокруг оси OZ с изменением угла атаки ($\dot{\alpha} \neq 0$). В соответствии с изменением угла атаки изменяется и скос потока за крылом. Однако скошенный поток достигает горизонтального

оперения не мгновенно, а с некоторым запаздыванием во времени. Время запаздывания Δt зависит от расстояния $L_{\text{г.о}}$ и скорости $V_{\text{г.о}}$, с которой свободные вихри сносятся от крыла к оперению:

$$\Delta t = \frac{L_{\text{г.о}}}{V_{\text{г.о}}} = \frac{L_{\text{г.о}}}{V\sqrt{K_{\text{г.о}}}}.$$

Поэтому угол скоса потока в области оперения в данный момент времени t будет определяться углом атаки, который крыло имело раньше, т.е. в момент времени $t - \Delta t$. За время Δt угол атаки крыла изменится на величину

$$\Delta\alpha = -\dot{\alpha}\Delta t = -\frac{\dot{\alpha}L_{\text{г.о}}}{V\sqrt{K_{\text{г.о}}}},$$

а угол скоса потока — на величину

$$\Delta\varepsilon = \varepsilon^{\alpha}\Delta\alpha = -\varepsilon^{\alpha}\frac{L_{\text{г.о}}}{V\sqrt{K_{\text{г.о}}}}\dot{\alpha}.$$

Вследствие запаздывания скоса потока угол атаки горизонтального оперения будет отличаться от угла атаки при установившемся движении на величину $\Delta\alpha_{\text{г.о}} = -\Delta\varepsilon$. Это является причиной появления дополнительной подъемной силы горизонтального оперения

$$\Delta Y_{a\,\text{г.о}} = \bar{c}^{\alpha_{\text{г.о}}}_{ya\,\text{г.о}}\Delta\alpha S_{\text{г.о}} q_{\text{г.о}} = \bar{c}^{\alpha_{\text{г.о}}}_{ya\,\text{г.о}}\varepsilon^{\alpha}\sqrt{K_{\text{г.о}}}\frac{S_{\text{г.о}}L_{\text{г.о}}}{V}q\dot{\alpha}$$

и дополнительного момента тангажа

$$\Delta M_{za} = -\Delta Y_{a\,\text{г.о}}L_{\text{г.о}} = -\bar{c}^{\alpha_{\text{г.о}}}_{ya\,\text{г.о}}\varepsilon^{\alpha}\sqrt{K_{\text{г.о}}}\frac{S_{\text{г.о}}L^2_{\text{г.о}}}{b_{\text{A}}}q\bar{\dot{\alpha}}, \qquad (10.34)$$

где $\bar{\dot{\alpha}}$ — безразмерная производная угла атаки по времени, $\bar{\dot{\alpha}} = \frac{b_{\text{A}}}{V}\dot{\alpha}$.

Этот момент действует аналогично демпфирующему моменту горизонтального оперения. Поделив (10.34) на qSb_{A}, получим ко-

эффициент момента тангажа от запаздывания скоса потока у оперения

$$\Delta m_z = m_z^{\bar{\alpha}} \bar{\dot{\alpha}} = m_z^{\bar{\alpha}} \frac{b_A}{V} \dot{\alpha},$$

где

$$m_z^{\bar{\alpha}} = -\bar{c}_{ya\,\text{г.о}}^{\alpha_{\text{г.о}}} \varepsilon^{\alpha} \sqrt{K_{\text{г.о}}} B_{\text{г.о}} = \varepsilon^{\alpha} m_{z\,\text{г.о}}^{\bar{\omega}_z}.$$

В качестве примера на рис. 10.17 показано изменение вращательных производных $m_z^{\bar{\omega}_z}$ и $m_z^{\bar{\dot{\alpha}}}$ по числу М. Знак производной $m_z^{\bar{\dot{\alpha}}}$ совпадает со знаком производной $m_{z\,\text{г.о}}^{\bar{\omega}_z}$. Следовательно, в эксплуатационном диапазоне углов атаки момент от запаздывания скоса потока препятствует изменению угла атаки.

В результате коэффициент результирующего момента тангажа для самолета нормальной схемы в неустановившемся полете при $\bar{y}_{\text{т}} = 0$ имеет вид

$$m_{R_z} = m_{z0} + m_z^{c_y} c_{ya} + m_z^{\varphi} \varphi + m_z^{\delta_{\text{в}}} \delta_{\text{в}} + m_{P_{z1}} + m_z^{\bar{\omega}_z} \bar{\omega}_z + m_z^{\bar{\dot{\alpha}}} \bar{\dot{\alpha}}. \qquad (10.35)$$

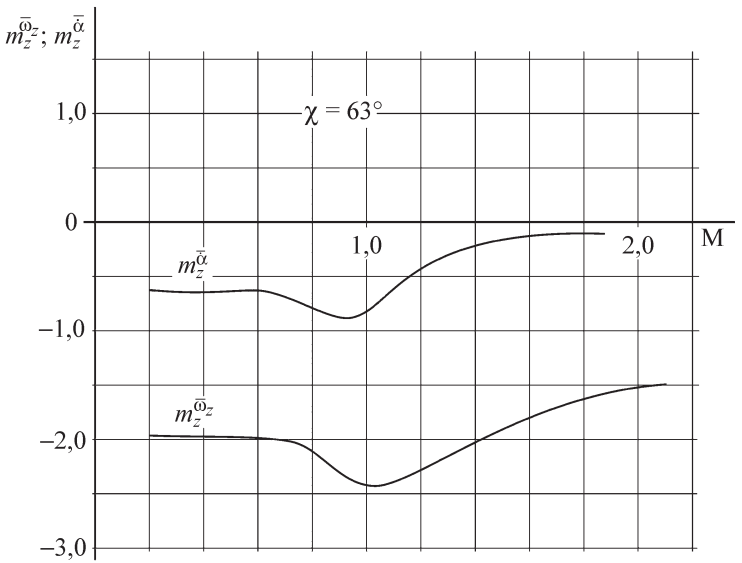


Рис. 10.17. Вращательные производные в продольном движении самолета

Выражение (10.35) справедливо и для самолета с ПГО, но при определении величин входящих в него слагаемых надо учитывать влияние скоса потока от ПГО на крыло.

10.4. ОСОБЕННОСТИ МОМЕНТОВ ТАНГАЖА САМОЛЕТА НА ВЗЛЕТНО-ПОСАДОЧНЫХ РЕЖИМАХ

При определении аэродинамических моментов тангажа на воздушном участке взлета и посадки надо учитывать влияние отклонения органов механизации крыла, выпуска шасси, влияние земли (экрана), а также изменение коэффициента торможения потока в районе горизонтального оперения [4].

Влияние механизации проявляется в виде приращения пикирующего момента при выпуске закрылков (вместе с предкрылками) на самолете без горизонтального оперения, так как

$$\Delta m_{z\,\text{б.г.о}} = -\Delta c_{ya}^{\text{мех}} (\bar{x}_{F2} - \bar{x}_{\text{т}}) < 0,$$

где $\bar{x}_{F2}$ — относительная координата точки приложения приращения подъемной силы ($\Delta c_{ya}^{\text{мех}}$) при выпуске закрылков («второй» фокус); обычно $\bar{x}_{F2} > \bar{x}_F$.

Кроме того, при выпуске закрылков увеличивается скос потока в районе ГО ($\Delta\varepsilon > 0$), что приводит к уменьшению $\alpha_{\text{г.о}}$ и, как следствие, к кабрирующему моменту

$$\Delta m_{z\,\text{г.о}} = -m_z^{\varphi} \Delta\varepsilon_{\text{мех}} > 0.$$

Суммарный прирост момента самолета (Δm_z) может быть как кабрирующим, так и пикирующим — все определяется конкретной схемой самолета и типом закрылков. Фокус же самолета изменяется при этом незначительно, что в первом приближении можно не учитывать.

На рис. 10.18 в качестве примера показана моментная диаграмма коэффициента момента тангажа самолета с крылом изменяемой стреловидности в посадочной конфигурации, у которого на поворотной консоли размещен поворотный закрылок, а на неподвижной — выдвижной. Видно, что выпуск обоих закрылков на $\delta_з = 25°$ приводит к появлению пикирующего момента, а выпуск только выдвижного — к кабрирующему.

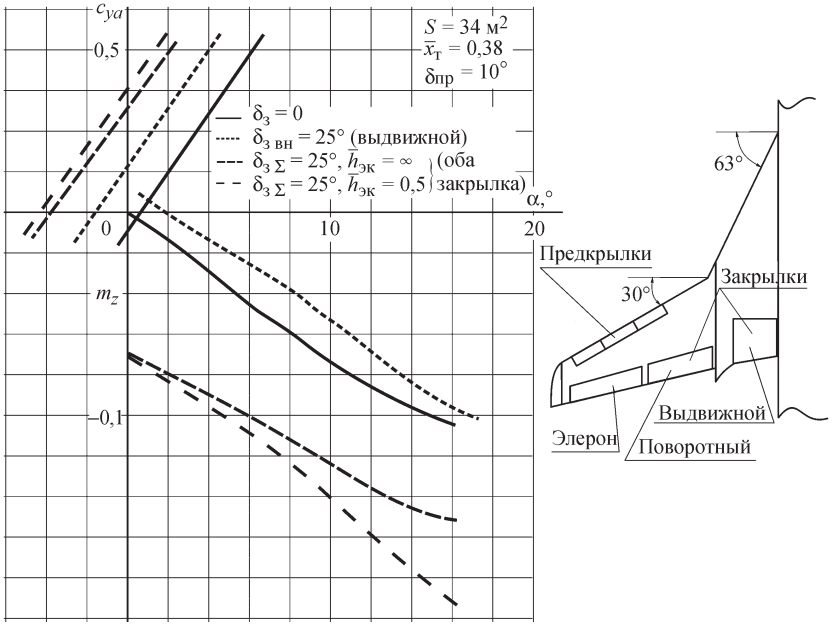


Рис. 10.18. Влияние механизации и экрана на момент тангажа

Выпуск шасси обусловливает дополнительный момент тангажа при нулевой подъемной силе ($\Delta m_{z\,0\,ш} < 0$) от сил сопротивления шасси.

При полете самолета вблизи земли воздушный поток между крылом и землей тормозится и давление на нижней поверхности крыла увеличивается. При этом происходит дополнительное перетекание масс воздуха на верхнюю поверхность крыла, где скорость потока возрастает, а давление уменьшается. В результате разность давлений между нижней и верхней поверхностями крыла увеличивается и появляется дополнительный положительный прирост подъемной силы ($\Delta c_{ya\,зем} > 0$). Влияние земли на подъемную силу существенно, когда расстояние от фокуса самолета до земли h меньше полуразмаха крыла ($h / l < 0{,}5$). В этом случае подъемная сила может увеличиться более чем на 20 %.

Кроме того, земля, как экран, отражает скошенный крылом поток. Индуцированная вихревой системой крыла вертикальная со-

ставляющая скорости потока ΔV_y падает, что приводит к существенному уменьшению угла скоса потока у оперения.

Таким образом, угол скоса потока у оперения увеличивается вследствие отклонения вниз органов механизации и уменьшается в результате влияния экрана. Однако преобладающим является влияние экрана. Поэтому при полете самолета вблизи земли угол скоса потока уменьшается. Продольная статическая устойчивость из-за некоторого смещения фокуса самолета назад в результате роста подъемной силы горизонтального оперения повышается, что приводит к увеличению пикирующего момента:

$$\Delta m_z = k_{\text{полн}} \bar{c}_{ya\,\text{г.о}}^{\,\alpha_{\text{г.о}}} A_{\text{г.о}} \Delta\varepsilon; \quad \Delta\varepsilon < 0.$$

Полет самолета с отклоненной механизацией на взлетно-посадочных углах атаки сопровождается увеличением торможения потока у оперения и, как следствие, уменьшением коэффициента торможения потока $k_{\text{полн}} = kk_{\text{г.о}}$, где k берется из опытных данных, $k < 1$.

Учитывая изложенное выше, коэффициент момента тангажа самолета нормальной схемы при полете самолета вблизи земли с отклоненной механизацией и $\bar{y}_{\text{т}} \le 0{,}1$ можно записать в виде [4]

$$m_{R_z} = m_{z0}^{\text{мех}} + (\bar{x}_{\text{т}} - \bar{x}_{F_{\text{с}}})(c_{ya} + \Delta c_{ya\,\text{экр}}) + \\ + (\bar{x}_{\text{т}} - \bar{x}_{F2})\Delta c_{ya}^{\text{мех}} + m_z^{\delta_{\text{в}}}\delta_{\text{в}} + m_z^{\varphi}\varphi + m_{P_{z1}}, \qquad (10.36)$$

где $m_{z0}^{\text{мех}}$ — коэффициент момента тангажа при $c_{ya}(\alpha) = 0$, $\delta_{\text{в}} = 0$ и $\varphi_{\text{ст}} = 0$,

$$m_{z0}^{\text{мех}} = m_{z0\,\text{б.г.о}} + \Delta m_{z0}^{\text{мех}} + \Delta m_{z0_{\text{ш}}} + m_z^{\varphi_{\text{ст}}}(\alpha_0 - \varepsilon_0 - \Delta\varepsilon_{\text{мех}} - \Delta\varepsilon_{\text{з}}); \qquad (10.37)$$

$c_{ya} = c_{ya}^{\alpha}(\alpha - \alpha_0)$ — коэффициент подъемной силы самолета при $\delta_{\text{мех}} = 0$, $\varphi = 0$ и $\delta_{\text{в}} = 0$; $\bar{x}_{F2} = \dfrac{x_{F2}}{b_{\text{A}}}$; x_{F2} — координата фокуса по углу отклонения механизации, отсчитанная от носка САХ крыла.

На режиме посадки величины α, φ, $\Delta m_{z0}^{\text{мех}}$, $\Delta\varepsilon_{\text{мех}}$, $\Delta\varepsilon_{\text{з}}$ берутся для посадочной конфигурации, а на режиме взлета — на взлетной.

При расчете $m_{P_{z1}}$ и $\bar{x}_{F_c}$ надо иметь в виду, что при взлете используется взлетный (максимальный) режим работы двигателей, а на посадке — режим малого газа.

10.5. БОКОВЫЕ СИЛЫ И МОМЕНТЫ

Боковые аэродинамические силы и моменты самолета возникают при несимметричном обтекании его воздушным потоком. Симметрия потока относительно плоскости *OXY* в установившемся прямолинейном движении нарушается при полете со скольжением ($\beta \neq 0$) и при отклонении органов управления углами крена и рыскания. Боковые моменты возникают и при несимметричной конфигурации (при одностороннем отказе двигателя, при несимметричной подвеске грузов и т.д.).

Наиболее надежно боковые силы и моменты определяются экспериментально. При отсутствии опытных данных их можно приближенно оценить расчетным путем. Рассмотрим структуру и качественный характер зависимости боковых сил и моментов от параметров самолета, условий полета и характеристик движения.

Боковая аэродинамическая сила при неотклоненном руле направления

При скольжении самолета аэродинамическая поперечная сила Z (в связанной системе координат) возникает в результате перераспределения воздушной нагрузки на его боковых поверхностях. При принятой правой связанной системе координат, если скольжение происходит на правое полукрыло ($\beta > 0$), поперечная сила $Z < 0$.

Аэродинамическая поперечная сила самолета Z в основном складывается из поперечных сил, действующих на вертикальное оперение $Z_{\text{в.о}}$, фюзеляж $Z_{\text{ф}}$ и гондолы двигателей $Z_{\text{г.д}}$:

$$Z = Z_{\text{в.о}} + Z_{\text{ф}} + Z_{\text{г.д}} = c_z qS,$$

где $c_z = c_z^{\beta}\beta$,

$$c_z^{\beta} = \bar{c}_{z\,\text{в.о}}^{\beta}\bar{S}_{\text{в.о}}K_{\text{в.о}} + \bar{c}_{z\,\text{ф}}^{\beta}\bar{F}_{\text{м.ф}} + i\bar{c}_{z\,\text{г.д}}^{\beta}\bar{F}_{\text{м.г.д}}K_{\text{г.д}},$$

$\bar{c}^{\beta}_{z\,\text{ф}}$, $\bar{c}^{\beta}_{z\,\text{г.д}}$ — производные коэффициентов поперечной силы фюзеляжа и гондол двигателей, отнесенные к соответствующим площадям миделя, в первом приближении может быть принято $\bar{c}^{\beta}_{z\,\text{ф}} = \bar{c}^{\beta}_{z\,\text{г.д}} = 2{,}0$ 1/рад; i — число двигателей; $\bar{F}_{\text{м}} = F_{\text{м}} / S$; $K_{\text{в.о}}$, $K_{\text{г.д}}$ — коэффициенты торможения потока в области вертикального оперения и гондол двигателей, $K_{\text{в.о}} = q_{\text{в.о}} / q$, $K_{\text{г.д}} = q_{\text{г.д}} / q$; $\bar{c}^{\beta}_{z\,\text{в.о}}$ — производная коэффициента поперечной силы вертикального оперения, отнесенная к собственной площади. Производная $\bar{c}^{\beta}_{z\,\text{в.о}}$ зависит от геометрических параметров вертикального оперения (λ, η, χ), а также от соотношения размеров вертикального оперения и фюзеляжа. В [18] приведена методика оценки этой производной для самолетов общего назначения:

$$\bar{c}^{\beta}_{z\,\text{в.о}} = (\bar{c}^{\beta}_{z\,\text{в.о}})_0 \, K_{\text{эф}} \left(1 - \frac{\partial \sigma}{\partial \beta} \right), \tag{10.38}$$

где $(\bar{c}^{\beta}_{z\,\text{в.о}})_0$ — производная, которая характеризует эффективность вертикального оперения при $\alpha = 0$ и $|\beta| \le 2°$ без учета влияния крыла и горизонтального оперения и зависит от $\lambda_{\text{в.о эф}} = \lambda_{\text{в.о}} K_1 K_2$, где K_1 — коэффициент, учитывающий интерференцию ВО с фюзеляжем, а коэффициент K_2 — относительную геометрию ВО $(\lambda_{\text{в.о}}, \chi_{\text{в.о}})$. Коэффициент $K_{\text{эф}}$ учитывает влияние положения горизонтального оперения относительно ВО.

Производная среднего угла скоса потока в зоне вертикального оперения по углу скольжения $\partial\sigma / \partial\beta$ учитывает положение крыла относительно строительной горизонтали фюзеляжа по высоте и влияние угла атаки.

У самолетов с винтовыми движителями возникают боковые силы на вертикальном оперении и фюзеляже, порождаемые закрученностью струи от работающего винта (рис. 10.19). В результате фюзеляж и ВО обдуваются под местным углом $\beta_{\text{м}}$ при неотклоненных рулях, что и порождает дополнительные боковые силы. Это свойственно не только одномоторным самолетам, но и двухмоторным, у которых двигатели установлены на крыле, а винты вращаются в одну сторону. Центральное ВО практически обдувается струей лишь от одного винта, наклоненной к плоскости симметрии самолета. Направление боковой силы зависит от направления вращения винтов. Так, при левом вращении винтов (со стороны летчика) боковая сила отрицательна, а при правом — положительна. Эта сила

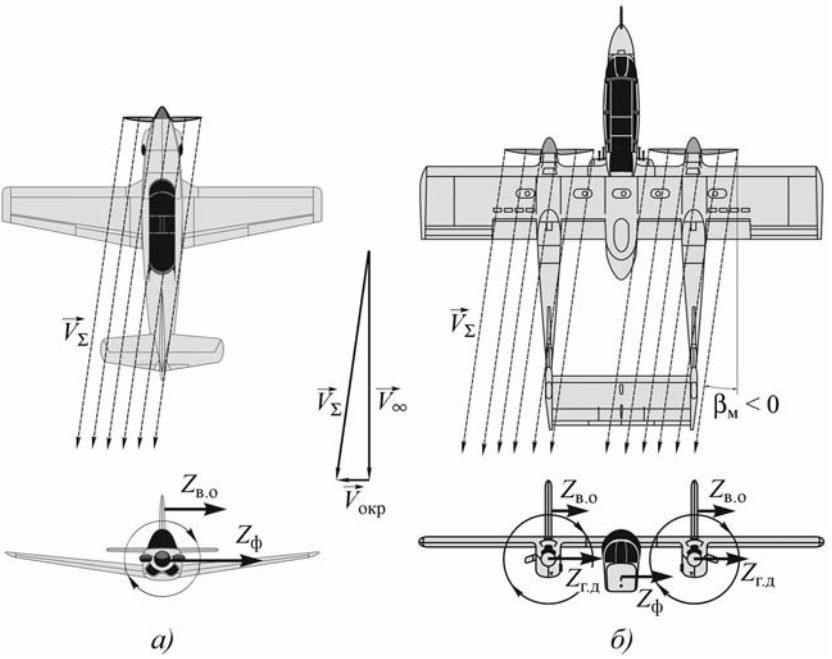


Рис. 10.19. Схема обдува оперения при левом вращении винтов

зависит от числа оборотов винта, его диаметра, скорости полета, расположения ВО относительно двигателей и т.д. и надежно определяется в АДТ.

Аэродинамический момент крена самолета при нейтральном положении органов управления креном и рысканием

Аэродинамический момент крена самолета M_x относительно связанной оси OX считается положительным, если он стремится накренить самолет на правое полукрыло.

Момент крена самолета выражается как $M_x = m_x Sql$, где m_x — коэффициент аэродинамического момента крена самолета; l — размах крыла.

При установившемся прямолинейном полете со скольжением коэффициент m_x самолета при $\delta_н = \delta_э = 0$ можно представить как алгебраическую сумму коэффициентов моментов крена крыла, вертикального оперения и интерференции крыла и фюзеляжа:

$$m_x = m_{x\,\text{кр}} + m_{x\,\text{в.о}} + m_{x\,\text{инт}}.$$

Некоторый момент крена создает и горизонтальное оперение. Однако по сравнению с другими составляющими момента крена самолета он мал и им обычно пренебрегают.

Момент крена крыла. Крыло при скольжении самолета создает наибольшую долю момента крена. На эту величину влияет форма крыла в плане, угол поперечного V ψ, угол стреловидности χ, число M полета и угол атаки α.

Рассмотрим влияние стреловидности на момент крена изолированного крыла без угла поперечного V. Из рис. 10.20 видно, что у выдвинутого вперед (скользящего) полукрыла эффективный угол стреловидности уменьшается на величину угла скольжения ($\chi - \beta$), а у отстающего увеличивается ($\chi + \beta$). Это приводит к изменению нагрузки по размаху крыла и изменению несущих свойств крыла.

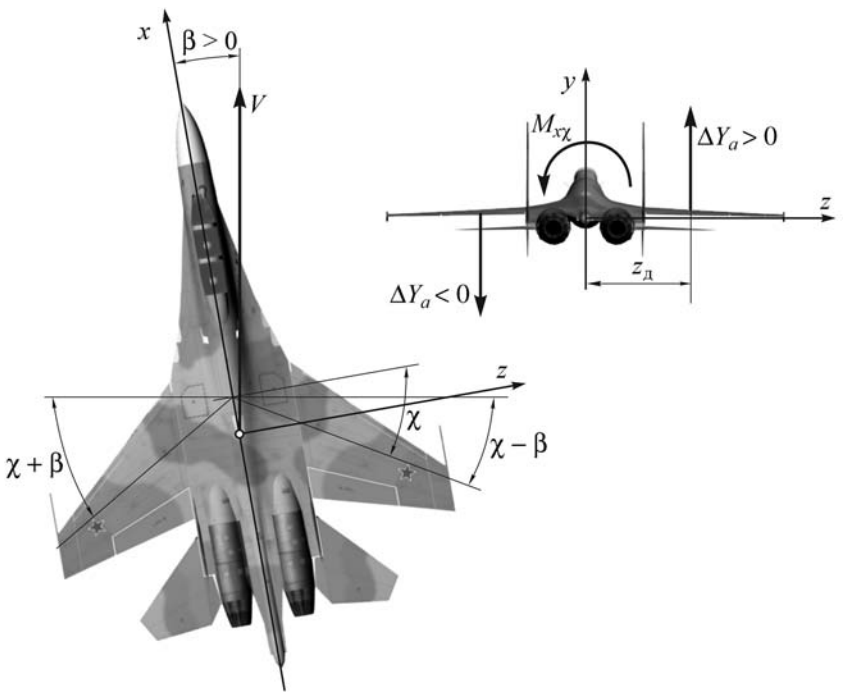


Рис. 10.20. Возникновение момента крена стреловидного крыла при скольжении

У скользящего полукрыла возникает прирост подъемной силы $\Delta Y_a > 0$, а у отстающего $\Delta Y_a < 0$, где $\Delta Y_a = \Delta c_{ya} \frac{S}{2} q$.

Если считать, что приближенно коэффициенты подъемной силы стреловидного c_{ya} и прямого $c_{ya\,\chi=0}$ крыльев связаны соотношением $c_{ya} = c_{ya\,\chi=0} \cos\chi$, то при скольжении стреловидного крыла с углом β для правого и левого полукрыльев получим

$$c_{ya\beta} = c_{ya\,\chi=0} \cos(\chi \mp \beta) = c_{ya\,\chi=0} (\cos\chi \cos\beta \pm \sin\chi \sin\beta).$$

Принимая $\cos\beta \approx 1$ и $\sin\beta \approx \beta$ для небольших углов β, будем иметь $c_{ya\beta} = c_{ya\,\chi=0} \cos(\chi \mp \beta) = c_{ya\,\chi=0} (\cos\chi \pm \beta \sin\chi) = c_{ya}(1 \pm \beta \mathrm{tg}\chi)$. Отсюда изменение коэффициента подъемной силы стреловидного крыла при скольжении $\Delta c_{ya} = \pm c_{ya} \beta \mathrm{tg}\chi$ (знак «+» для скользящего, а «–» для отстающего полукрыла.)

Таким образом, прирост подъемной силы скользящего полукрыла $\Delta Y_a = \frac{1}{2} c_{ya} \beta Sq \mathrm{tg}\chi$, а момент крена стреловидного крыла, вызванный скольжением, $M_{x\chi} = -2\,\Delta Y_a z_{\text{д}} = -c_{ya} \beta Sq z_{\text{д}} \mathrm{tg}\chi$. Здесь $z_{\text{д}}$ — координата точки приложения прироста подъемной силы ΔY_a на правом полукрыле. Приближенно за $z_{\text{д}}$ можно принять расстояние от плоскости симметрии до центра тяжести площади полукрыла. Поделив на Sql, получим коэффициент момента крена

$$m_{x\chi} = m_{x\chi}^{\beta} \beta,$$

где

$$m_{x\chi}^{\beta} = -c_{ya} \frac{z_{\text{д}}}{l} \mathrm{tg}\chi. \qquad (10.39)$$

Таким образом, рост угла стреловидности крыла и угла атаки (до некоторого значения) приводит к увеличению значения $|m_x^{\beta}|$. Знак момента $m_{x\,\chi}^{\beta}$ определяется знаком стреловидности: для положительной стреловидности характерна величина $m_{x\chi}^{\beta} < 0$, а для отрицательной — $m_{x\chi}^{\beta} > 0$.

Производная коэффициента крена по углу скольжения m_x^{β} характеризует поперечную устойчивость самолета, определяемую его возможностью устранять возникший угол крена, т.е. способность крениться в сторону, обратную углу скольжения.

Если возникает крен на правое полукрыло, то это сопровождается искривлением траектории в эту же сторону и созданием положительного угла скольжения β. Уменьшение угла крена возможно,

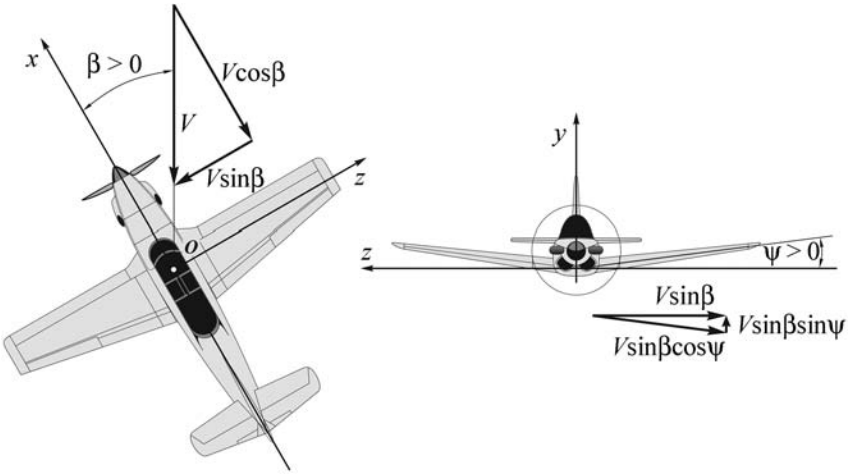


Рис. 10.21. Определение составляющей вектора скорости, нормальной к плоскости крыла с поперечной V-образностью, при полете со скольжением

если момент $M_x^{\beta}\beta$ будет отрицательным, т.е. необходимо, чтобы производная m_x^{β} имела отрицательный знак ($m_x^{\beta} < 0$).

Несимметричность обтекания крыла при скольжении приведет к появлению момента крена и при наличии угла поперечного V крыла (ψ на рис. 10.21).

Пусть на прямое (нестреловидное) крыло набегает воздушный поток с некоторым углом скольжения β. Разложим вектор скорости $\vec{V}$ на компоненты $V\cos\beta$ и $V\sin\beta$, параллельные осям Ox и Oz, а боковую составляющую $V\sin\beta$ разложим еще на составляющие по направлению, перпендикулярному к плоскости хорд: $V\sin\beta\sin\psi$ и параллельному плоскости хорд: $V\sin\beta\cos\psi$ (см. рис. 10.21).

Составляющая $V\sin\beta\sin\psi$ у скользящего полукрыла направлена вверх, а у отстающего — вниз. Наличие составляющей $V\sin\beta\sin\psi$ вызовет изменение угла атаки на каждом полукрыле на величину, определяемую соотношением $\mathrm{tg}\Delta\alpha = \pm\dfrac{V\sin\beta\sin\psi}{V\cos\beta} = \pm\mathrm{tg}\beta\sin\psi \approx$

$\approx \pm\beta\psi \approx \Delta\alpha$; знак «+» для выдвинутого вперед (скользящего) полукрыла, а «–» для отстающего.

Изменение угла атаки приведет к изменению подъемной силы на полукрыльях $\Delta Y_{a\psi} = \pm\dfrac{1}{2}c_{ya}^{\alpha}\beta\psi Sq$ и к возникновению момента

крена $M_{x\psi}$, стремящегося накренить самолет на отстающее полукрыло, $M_{x\psi} = -2\Delta Y_{a\psi} z_{д} = -c_{ya}^{\alpha}\beta\psi Sqz_{д}$, где $z_{д}$ — координата точки приложения силы $\Delta Y_{a\psi}$ на правом полукрыле.

Переходя к коэффициенту момента, получим $m_{x\psi} = -c_{ya}^{\alpha}\beta\psi\dfrac{z_{д}}{l}$.

Для стреловидного крыла, имеющего угол поперечного V,

$$m_{x\psi} = m_{x\psi}^{\beta}\beta,$$

где

$$m_{x\psi}^{\beta} = -c_{ya}^{\alpha}\psi\frac{z_{д}}{l}\cos^{2}\chi. \qquad (10.40)$$

Из (10.40) видно, что положительный угол ($\psi > 0$) увеличивает поперечную статическую устойчивость самолета, так как при этом $m_{x\psi}^{\beta} < 0$, независимо от знака стреловидности крыла.

Следует иметь в виду, что в выражениях (10.39) и (10.40) величины $m_{x\chi}^{\beta}$ и $m_{x\psi}^{\beta}$ безразмерные.

Суммируя составляющие коэффициента момента крена крыла, получим

$$m_{x\,кр} = m_{x\,кр}^{\beta}\beta,$$

где

$$m_{x\,кр}^{\beta} = m_{x\chi}^{\beta} + m_{x\psi}^{\beta}. \qquad (10.41)$$

Момент крена вертикального оперения (при неотклоненном руле направления). Поперечная сила, действующая на вертикальное оперение при скольжении самолета, $Z_{в.о}$ создает момент крена относительно оси OX $M_{x\,в.о} = Z_{в.о}y_{в.о}$. Здесь $y_{в.о}$ — плечо поперечной силы. Его можно принимать равным расстоянию от оси OX до середины высоты вертикального оперения.

Если подставить выражения для $Z_{в.о}$ и поделить на Sql, получим коэффициент момента крена вертикального оперения

$$m_{x\,в.о} = m_{x\,в.о}^{\beta}\beta,$$

где

$$m_{x\,в.о}^{\beta} = \bar{c}_{z\,в.о}^{\beta}K_{в.о}\frac{S_{в.о}y_{в.о}}{Sl}. \qquad (10.42)$$

Производная $\bar{c}_{z\,в.о}^{\beta}$ определяется по формуле (10.38), как было указано ранее.

Момент крена от интерференции крыла и фюзеляжа. Фюзеляжи современных самолетов близки к телам вращения, центр масс самолета обычно расположен вблизи оси фюзеляжа, поэтому фюзеляжи практически не создают момента крена.

Однако при полете со скольжением фюзеляж изменяет характер обтекания прилегающих к нему частей крыла, нагрузки вдоль размаха крыла перераспределяются, что приводит к возникновению момента крена от интерференции $M_{x\,\text{инт}}$.

Если крыло расположено сверху фюзеляжа (схема высокоплан), то при положительном угле скольжения в зоне сопряжения правого полукрыла и фюзеляжа создается подпор, приводящий к возникновению момента крена отрицательного знака. В схеме низкоплан дополнительный подпор возникает на верхней поверхности правого полукрыла, он вызывает положительный момент $M_{x\,\text{инт}}$. В схеме среднеплан момент крена от интерференции $M_{x\,\text{инт}}$ близок к нулю.

В табл. 10.1 приведены ориентировочные значения производной $m^{\beta}_{x\,\text{инт}}$ для различных схем дозвуковых самолетов общего назначения [18].

Таблица 10.1

Ориентировочные значения производной $m_{x\,\text{инт}}$, 1/°

Схема самолета	Одномоторный	Двухмоторный
Низкоплан	0,00045	0,00025
Среднеплан	–0,0001	–0,00005
Высокоплан	–0,0005	–0,0003

Для двухмоторных самолетов с гондолами двигателей, расположенными под крылом, можно принять $m^{\beta}_{x\,\text{г.д}} = -0{,}00015$ 1/°.

Суммируя (10.39), (10.40), (10.42), получим коэффициент аэродинамического момента крена самолета при нейтральном положении органов управления боковым движением в установившемся прямолинейном полете со скольжением

$$m_x = m^{\beta}_x \beta. \qquad (10.43)$$

На рис. 10.22 показан характер изменения степени поперечной устойчивости самолета по числу M и углу атаки. Существенное влияние на характеристику m^{β}_x оказывает угол атаки. При увели-

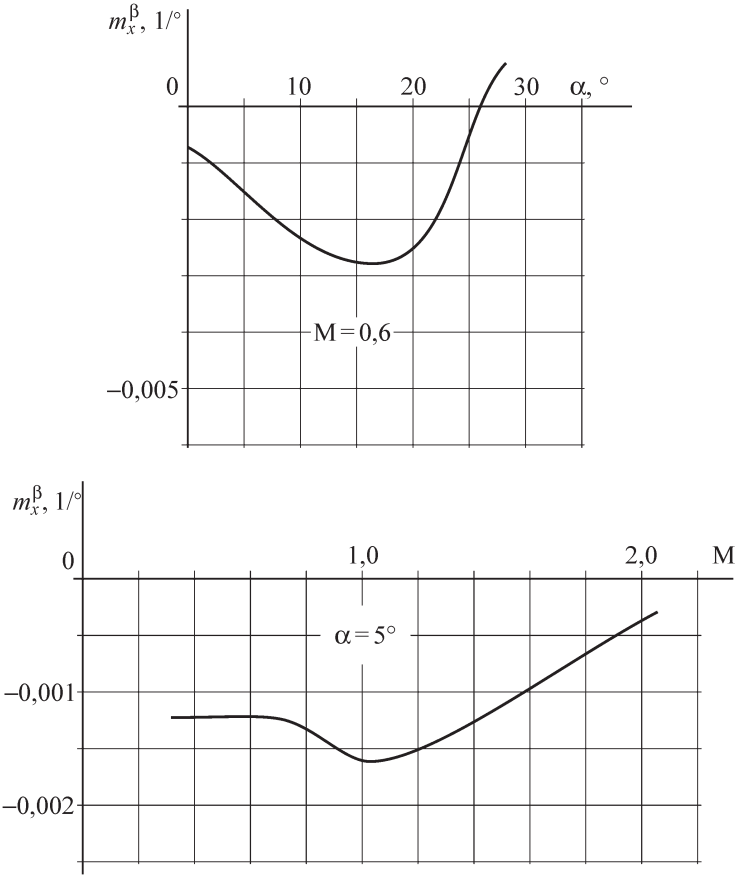


Рис. 10.22. Характер влияния на степень поперечной статической устойчивости самолета числа М и угла атаки

чении α производная m_x^β вначале растет по модулю, так как увеличивается разность нормальных сил консолей крыла, достигает максимального значения, а затем интенсивно уменьшается вплоть до перемены знака. Причинами уменьшения величины $|m_x^\beta|$ на больших углах атаки являются концевой срыв потока на крыле, неблагоприятное воздействие вихрей с носовой части на ВО и уменьшение поперечной силы ВО вследствие затенения его крылом и фюзеляжем.

Аэродинамический момент рыскания самолета при нейтральном положении органов управления креном и рысканием

Согласно формулам подобия момент рыскания $M_y = m_y Sql$, где m_y — коэффициент аэродинамического момента рыскания самолета.

В установившемся прямолинейном полете со скольжением момент M_y самолета при нейтральном положении органов управления приближенно можно представить как алгебраическую сумму моментов рыскания фюзеляжа, вертикального оперения и гондол двигателей, создаваемых аэродинамическими силами $Z_{\text{ф}}$, $Z_{\text{в.о}}$, $Z_{\text{г.д}}$, а также момента, обусловленного интерференцией крыла, фюзеляжа и ВО:

$$M_y = M_{y\,\text{ф}} + M_{y\,\text{в.о}} + M_{y\,\text{г.д}} + M_{y\,\text{инт}}.$$

Некоторую долю момента рыскания создает и крыло. Однако основную часть M_y создают фюзеляж и вертикальное оперение.

На рис. 10.23 представлена схема боковых сил, действующих на самолет. Можно считать, что равнодействующая этих сил Z приложена в точке F_β — фокусе самолета по углу скольжения.

Под фокусом по углу скольжения $x_{F\beta}$ понимают точку, расположенную в плоскости симметрии самолета, относительно которой момент рыскания остается постоянным при малых изменениях угла скольжения, т.е. в фокусе приложено приращение боковой силы ΔZ.

Производная коэффициента момента рыскания $m_y^\beta = m_{y\,\text{ф}}^\beta + m_{y\,\text{в.о}}^\beta + m_{y\,\text{г.д}}^\beta + m_{y\,\text{инт}}^\beta$ определяет так называемую путевую (флюгерную) устойчивость самолета, т.е. его способность без вмешательства летчика противодействовать изменению угла скольжения. У самолета, обладающего путевой устойчивостью, фокус по углу скольжения должен находиться позади центра масс самолета ($x_{F\beta} - x_{\text{т}} > 0$), т.е. $m_y^\beta < 0$. В этом случае при возникновении скольжения появляется путевой момент $\Delta M_y = \Delta Z (x_{F\beta} - x_{\text{т}}) = m_y^\beta \beta$, который, разворачивая самолет, будет устранять скольжение. Поэтому производную m_y^β называют *степенью путевой статической устойчивости самолета*.

Момент рыскания, создаваемый фюзеляжем,

$$M_{y\,\text{ф}} = Z_{\text{ф}} (x_{\text{д.ф}} - x_{\text{т}}),$$

где $x_{\text{д.ф}}$, $x_{\text{т}}$ — координаты точки приложения поперечной силы $Z_{\text{ф}}$ и центра масс самолета, отсчитываемые от носка фюзеляжа (см. рис. 10.23).

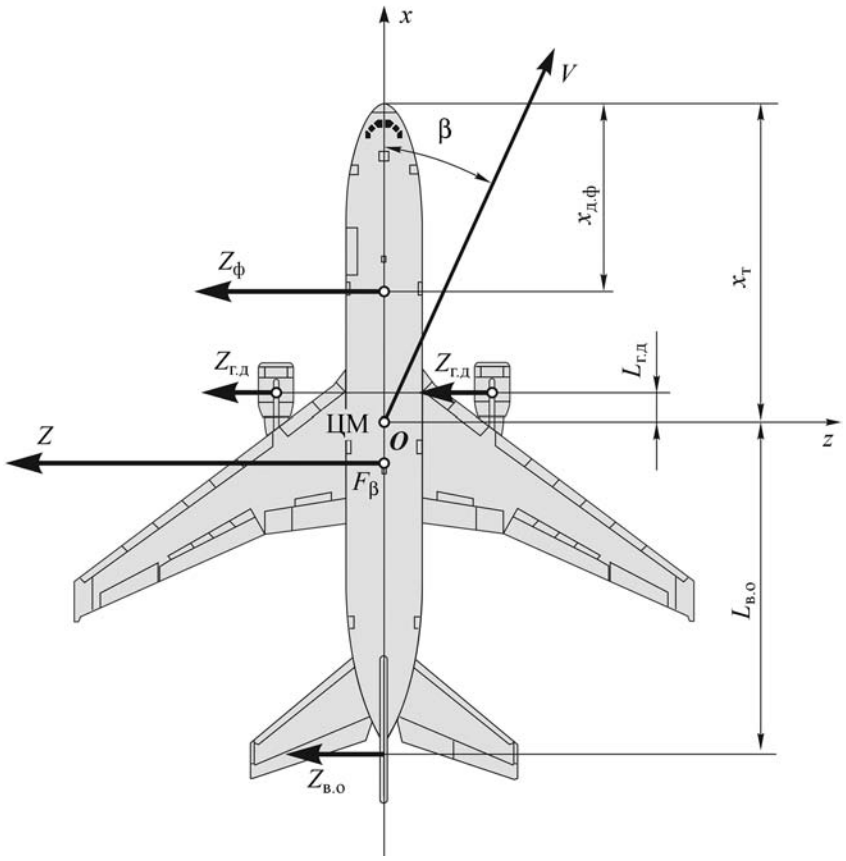


Рис. 10.23. Схема боковых сил, действующих на самолет при β > 0

Подставив выражение для $Z_ф$ и поделив на *Sql*, получим коэффициент аэродинамического момента рыскания фюзеляжа

$$m_{y\,ф} = m^{β}_{y\,ф}β,$$

где $m^{β}_{y\,ф} = \bar{c}^{β}_{z\,ф}(x_{д.ф} - x_т)\dfrac{F_{м.ф}}{Sl}$ (для фюзеляжа круглого сечения).

Так как производная $\bar{c}^{β}_{z\,ф} < 0$ и, как правило, $x_т > x_{д.ф}$, то частная производная $m^{β}_{y\,ф} > 0$, т.е. фюзеляж создает дестабилизирующий момент рыскания, стремящийся увеличить возникшее в результате

действия возмущений скольжение. Так, например, при скольжении на правое полукрыло ($\beta > 0$) на фюзеляже появится положительный момент рыскания ($m_{y\,\text{ф}} > 0$), который будет разворачивать самолет влево и увеличивать начавшееся скольжение. Приближенная оценка $m_{y\,\text{ф}}^{\beta}$ для самолетов общего назначения приведена в [18].

Момент рыскания, создаваемый вертикальным оперением, $M_{y\,\text{в.о}} = Z_{\text{в.о}} L_{\text{в.о}}$, где $Z_{\text{в.о}}$ — аэродинамическая поперечная сила вертикального оперения; $L_{\text{в.о}}$ — плечо вертикального оперения.

Подставив выражение для $Z_{\text{в.о}}$ и поделив на Sql, получим коэффициент момента рыскания вертикального оперения

$$m_{y\,\text{в.о}} = m_{y\,\text{в.о}}^{\beta}\beta,$$

где

$$m_{y\,\text{в.о}}^{\beta} = \bar{c}_{z\,\text{в.о}}^{\beta} K_{\text{в.о}} B_{\text{в.о}} \left(1 - \frac{d\sigma}{d\beta}\right). \qquad (10.44)$$

Производная $\bar{c}_{z\,\text{в.о}}^{\beta}$ определяется по (10.38), как было указано ранее. $B_{\text{в.о}}$ — относительная величина статического момента площади вертикального оперения относительно ЦМ самолета, $B_{\text{в.о}} = \dfrac{S_{\text{в.о}} L_{\text{в.о}}}{Sl}$, обычно $0{,}1 \le B_{\text{в.о}} \le 0{,}3$; σ — скос потока при $\beta \ne 0$.

Так как $\bar{c}_{z\,\text{в.о}}^{\beta} < 0$, $B_{\text{в.о}} > 0$, $d\sigma / d\beta < 1$, то, как следует из (10.44), $m_{y\,\text{в.о}}^{\beta} < 0$, т.е. вертикальное оперение должно компенсировать дестабилизирующий момент фюзеляжа и других частей самолета и обеспечивать самолету путевую устойчивость. В определяющей степени это достигается выбором параметра $B_{\text{в.о}}$.

Существенное влияние на момент m_y^{β} оказывает угол атаки. Независимо от формы крыла в плане с ростом α производная m_y^{β} уменьшается по модулю вплоть до изменения знака (рис. 10.24). Основными причинами этого явления могут быть следующие. При полете со скольжением с увеличением угла атаки ВО может попасть в зону одного из вихрей, сходящих с носовой части фюзеляжа или с наплывов (если они имеются), в результате чего на нижней части ВО появляются боковые скосы, противоположные по знаку боковой составляющей набегающего потока, и приращение поперечной силы, которая создает дестабилизирующий момент Δm_y. С увеличением α также усиливается затенение ВО фюзеляжем и крылом, следовательно, уменьшается аэродинамический стабилизирующий момент ВО $m_{y\,\text{в.о}}^{\beta}$.

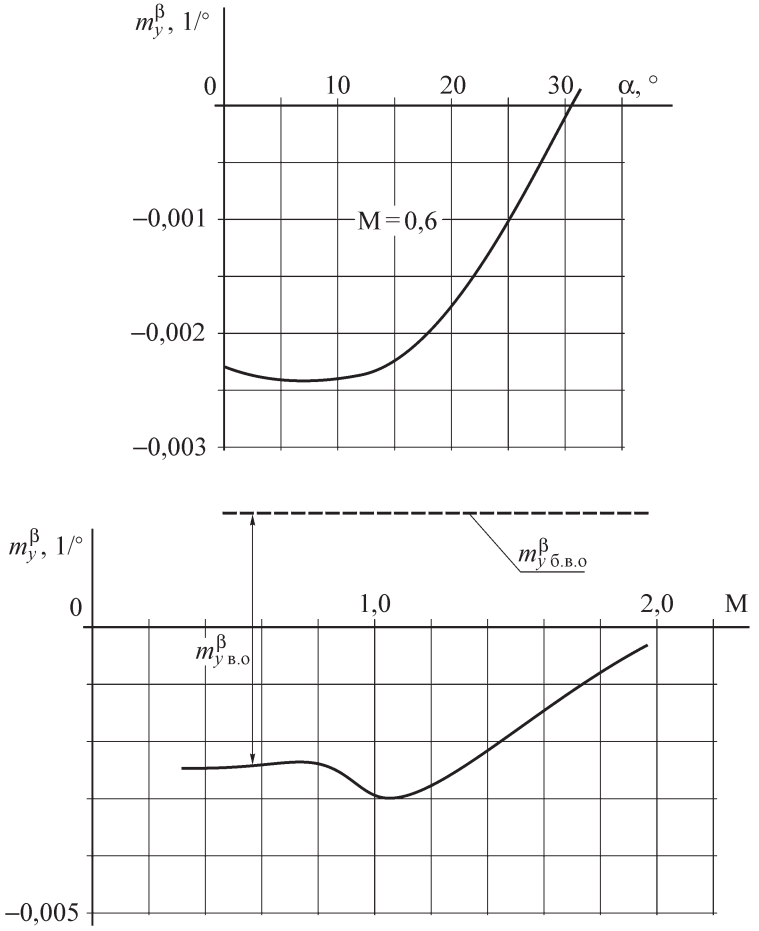


Рис. 10.24. Характер влияния на степень путевой статической устойчивости угла атаки и числа М

Увеличение числа М до сверхзвуковых значений также приводит к уменьшению производной $|m_y^\beta|$ в силу уменьшения несущей способности ВО (см. рис. 10.24). При некоторых значениях М она может уменьшиться настолько, что вертикальное оперение не сможет компенсировать дестабилизирующий момент от фюзеляжа и других частей самолета. Это требует увеличения статического момента площади вертикального оперения $B_{в.о}$, в первую очередь, за счет увеличения

площади вертикального оперения. В практике проектирования для этого на самолет устанавливают дополнительные стабилизирующие поверхности (форкили и подфюзеляжные гребни), а также вместо одного — два киля (самолеты МиГ-25, МиГ-29, Су-27). Ориентировочно можно считать, что до обращения в нуль m_y^{β} запас ΔM по числу M должен составлять не менее 0,15...0,2, а $m_{y\,\min}^{\beta} \approx -0{,}0005$ 1/° [6].

Наряду с рассмотренными факторами на путевую устойчивость оказывают влияние гондолы двигателей, а также интерференция крыла и фюзеляжа. Влияние этих факторов, в общем случае, незначительно, и его определение требует проведения специальных экспериментов в аэродинамических трубах.

Боковые управляющие силы и моменты самолета

Боковое управление самолетом осуществляется отклонением элеронов ($\delta_э$) и руля направления ($\delta_н$). На скоростных самолетах вместо элеронов или наряду с ними применяются интерцепторы, вызывающие срыв потока на части верхней поверхности крыла, на которой установлены интерцепторы. При их отклонении нормальная аэродинамическая сила уменьшается, а продольная увеличивается. Для создания управляющих моментов относительно оси *Ox* возможно использование и дифференциально отклоняемого стабилизатора, а также элевонов (в схеме «бесхвостка») и флапперонов, когда в этом есть необходимость.

Моменты, создаваемые элеронами и рулем направления. Отклонение в полете элеронов вызывает несимметричное изменение аэродинамической нагрузки по размаху крыла (рис. 10.25). В результате этого на полукрыле с отклоненным вниз элероном возникает дополнительная положительная нормальная сила: $\Delta Y_э > 0$, а на полукрыле с поднятым элероном — сила $\Delta Y_э < 0$. Пара этих сил создает управляющий момент крена

$$\Delta M_{x\,э} = -2\,\Delta Y_э z_э, \qquad (10.45)$$

где $z_э$ — координата точки приложения силы $\Delta Y_э$. Ее приближенно можно принять равной расстоянию от оси *Ox* самолета до середины размаха элерона.

Прирост нормальной силы $\Delta Y_э$ приблизительно равен приросту аэродинамической подъемной силы $\Delta Y_{aэ}$,

$$\Delta Y_{aэ} = \pm \Delta c_{ya} \frac{S_1}{2} q = \pm c_{ya}^{\delta_э} \delta_э \frac{S_1}{2} q = \pm c_{ya}^{\alpha} \delta_э n_э k \frac{S_1}{2} q, \qquad (10.46)$$

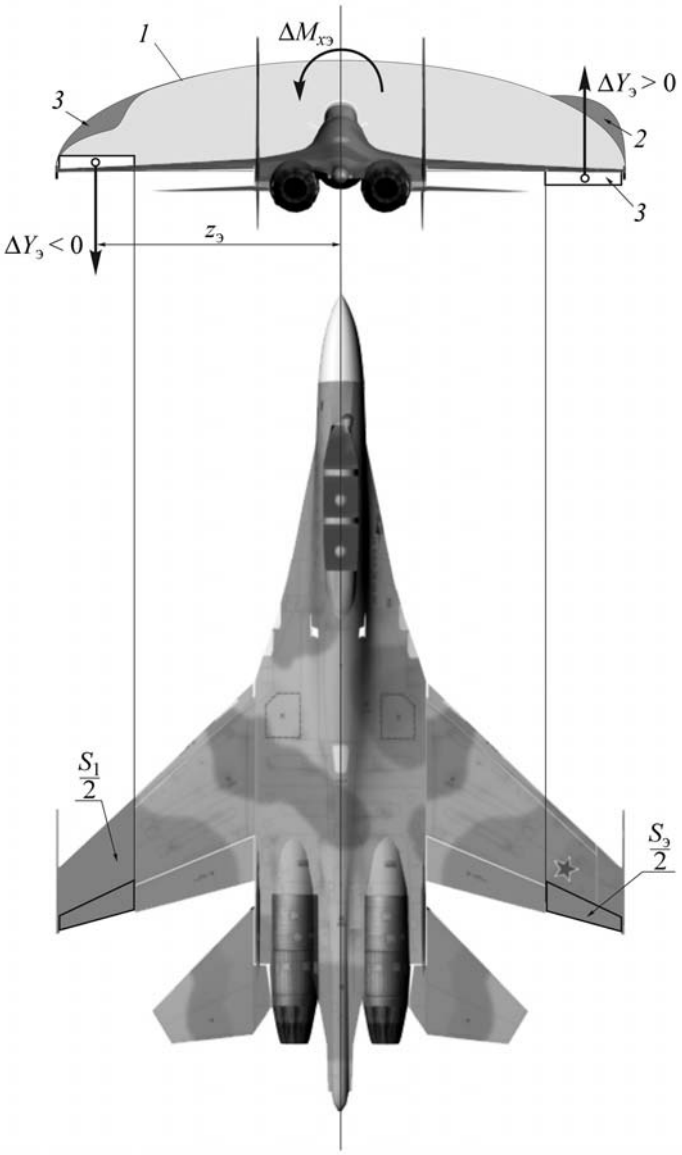


Рис. 10.25. Изменение аэродинамической нагрузки по размаху крыла при отклонении элеронов:
1 — элероны не отклонены; *2* — элерон отклонен вниз; *3* — элерон отклонен вверх

где $n_э$ — относительный коэффициент эффективности элеронов, $n_э = c_{ya}^{\delta_э} / c_{ya}^{\alpha}$. Можно считать, что $n_э \approx \sqrt{S_э / S_1}$ при дозвуковых скоростях полета и $n_э \approx S_э / S_1$ при сверхзвуковых скоростях полета; $S_э$ — площадь обоих элеронов; S_1 — площадь крыла, обслуживаемая элеронами; k — коэффициент, учитывающий изменение c_{ya}^{α} по размаху крыла. Для докритических чисел М полета можно принять $k \approx 0{,}6 + 0{,}066(\eta - 1)$ [4], а для сверхзвуковых скоростей $k \approx 1{,}0$.

Подставив в (10.45) вместо $\Delta Y_э$ выражение для $\Delta Y_{aэ}$ (10.46) и поделив на Sql, получим коэффициент управляющего момента крена

$$m_{xэ} = m_x^{\delta_э} \delta_э, \tag{10.47}$$

где

$$m_x^{\delta_э} = -c_{ya}^{\alpha} n_э k \frac{S_1 z_э}{Sl}.$$

Частная производная $m_x^{\delta_э}$ называется коэффициентом эффективности элеронов.

Эффективность элеронов так же, как и элевонов, при полете на больших углах атаки в результате срыва потока на крыле уменьшается, особенно у самолетов со стреловидными крыльями, у которых срыв потока начинается на концах крыла.

На околозвуковых и сверхзвуковых скоростях полета эффективность элеронов падает из-за уменьшения c_{ya}^{α} и $n_э$.

При отклонении элеронов в сечениях крыла, где они расположены, изменяются не только нормальные, но и продольные силы. Вследствие этого возникает момент рыскания $\Delta M_{yэ}$, направление которого зависит от угла атаки. Коэффициент этого момента

$$m_{yэ} = m_y^{\delta_э} \delta_э. \tag{10.48}$$

Знак $m_y^{\delta_э}$ зависит от угла атаки. Так, при больших $\alpha > 0$ знак $m_y^{\delta_э} < 0$, а при меньших углах атаки $m_y^{\delta_э} > 0$. При отклонении правого элерона вниз ($\Delta\delta_э > 0$) при $\alpha > 0$ указанный момент порождает угол скольжения $\Delta\beta < 0$, что является причиной возникновения момента крена $\Delta m_x = m_x^{\beta} \Delta\beta > 0$ («тормозящего»), направленного против момента крена от элеронов ($\Delta m_{xэ} < 0$). Это уменьшает эффективность управления по крену. На отрицательных углах атаки возникают моменты обратного знака.

Для уменьшения перекрестного момента $\Delta M_{y\text{э}}$, влияющего на эффективность поперечного управления, применяют дифференциальное управление элеронами, при котором углы отклонения элеронов вниз меньше углов отклонения вверх. На рис. 10.26 показан характер изменения производных $m_x^{\delta_\text{э}}$ и $m_y^{\delta_\text{э}}$ по числам M и углам атаки, который иллюстрирует изложенное выше. При докритических числах M отклонение элеронов создает приращение аэродинамической нагрузки на час-

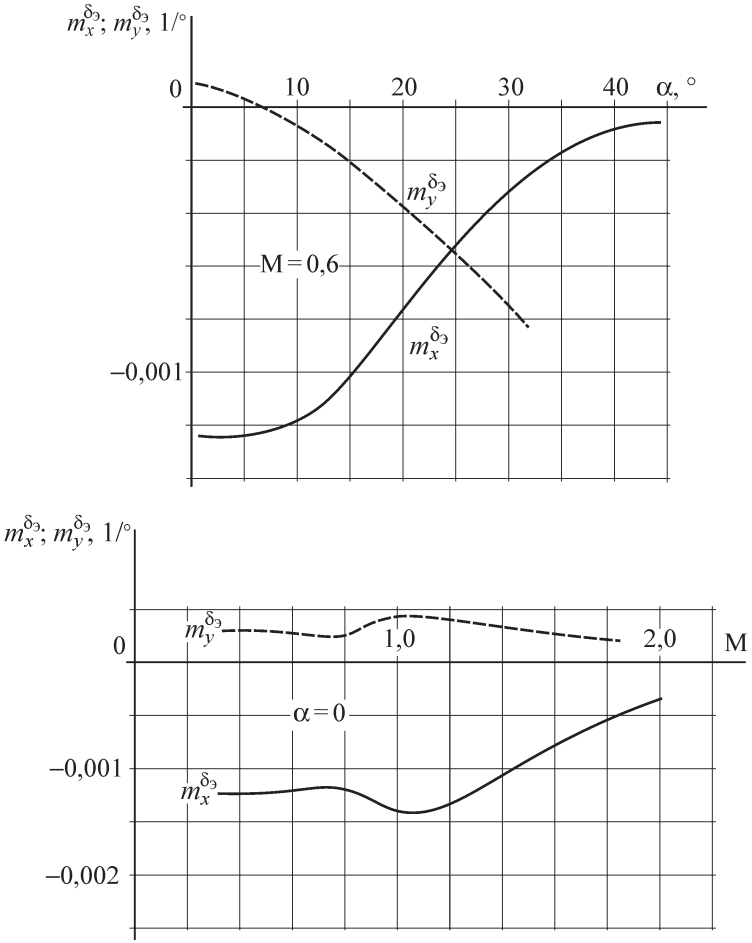


Рис. 10.26. Характер влияния числа M и угла атаки на эффективность элеронов

ти крыла перед ними (вследствие приращения давления), причем разного знака на правой и левой консолях, что и создает управляющий момент. При числах $M > M_{кр}$ появление скачка уплотнения перед элероном препятствует распространению возмущения на поверхность крыла перед элероном и приращение аэродинамической нагрузки создается только на элеронах, что уменьшает управляющий момент.

При существенном увеличении углов атаки на поверхности крыла перед элеронами возникает срыв потока, поэтому отклонение элеронов практически не возмущает поток и, следовательно, не изменяет подъемной силы, а эффективность элеронов резко уменьшается вплоть до нуля.

В результате используют различные технические решения, которые могут увеличить эффективность органов поперечного управления (отклоняемые носки (предкрылки), дифференциальный стабилизатор, поворотные концевые части крыла и т.д.).

При отклонении руля направления на вертикальном оперении изменяется поле давлений, в результате чего возникает дополнительная поперечная сила

$$Z_{н} = \Delta\bar{c}_{z\,в.о} S_{в.о} q_{в.о} = \Delta\bar{c}_{z\,в.о}^{\delta_н} \delta_{н} S_{в.о} q_{в.о} = \bar{c}_{z\,в.о}^{\beta} n_{н} \delta_{н} k_{в.о} S_{в.о} q,$$

где $n_{н}$ — относительный коэффициент эффективности руля направления, $n_{н} = \bar{c}_{z\,в.о}^{\delta_н} / \bar{c}_{z\,в.о}^{\beta}$, при дозвуковых скоростях полета $n_{н} = \sqrt{S_{н} / S_{в.о}}$, а при сверхзвуковых скоростях полета $n_{н} = S_{н} / S_{в.о}$; $S_{н}$ — площадь руля направления.

От поперечной силы $Z_{н}$ возникают моменты относительно осей *Ox* и *Oy* $\Delta M_{x\,н} = Z_{н} y_{в.о}$, $\Delta M_{y\,н} = Z_{н} L_{в.о}$. Подставив в эти формулы выражение для $Z_{н}$ и разделив на произведение *Sql*, получим коэффициенты моментов крена и рыскания

$$m_{x\,н} = m_{x}^{\delta_н} \delta_{н}, \tag{10.49}$$

где $m_{x}^{\delta_н} = \bar{c}_{z\,в.о}^{\beta} n_{н} k_{в.о} \dfrac{S_{в.о} y_{в.о}}{Sl}$;

$$m_{y\,н} = m_{y}^{\delta_н} \delta_{н}, \tag{10.50}$$

где $m_{y}^{\delta_н} = \bar{C}_{z\,в.о}^{\beta} n_{н} k_{в.о} B_{в.о} = m_{y\,в.о}^{\beta} n_{н}$.

Здесь производные $m_{x}^{\delta_н} < 0$ и $m_{y}^{\delta_н} < 0$, так как $\bar{c}_{z\,в.о}^{\beta} < 0$.

Частная производная $m_{y}^{\delta_н}$ называется *коэффициентом эффективности руля направления по рысканию*, а $m_{x}^{\delta_н}$ — *коэффициентом*

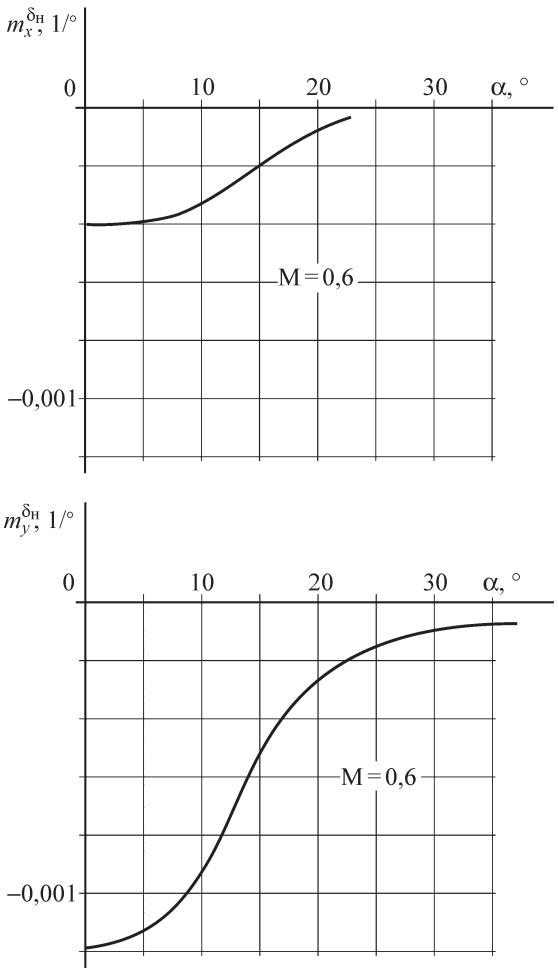


Рис. 10.27. Характер влияния угла атаки на эффективность руля направления

эффективности по крену. Эффективность руля направления падает на сверхзвуковых скоростях полета из-за уменьшения $\bar{c}_{z\,\text{в.о}}^{\beta}$, $n_{\text{н}}$ и $k_{\text{в.о}}$. Кроме того, увеличение угла атаки также уменьшает эффективность руля направления, хотя бы за счет заторможенного скоростного напора. На рис. 10.27 показано характерное изменение производных $m_x^{\delta_{\text{н}}}$ и $m_y^{\delta_{\text{н}}}$ по углам атаки.

Результирующие боковые моменты самолета в прямолинейном установившемся полете со скольжением

В установившемся полете результирующие боковые моменты складываются из аэродинамических и дополнительных боковых моментов от работающих двигателей.

Учесть все факторы, влияющие на боковые моменты, при различных режимах работы двигателей возможно только на основе экспериментальных данных.

В основном работа двигателей приводит к появлению поперечной силы P_z и моментов от нее M_{Px} и M_{Py} за счет косой обдувки воздухозаборников и винтов при скольжении. Сила P_z определяется в зависимости от угла скольжения β так же, как сила P_y в зависимости от угла атаки α (см. подразд. 10.2). Моменты M_{Px} и M_{Py} пропорциональны углу β (при малых β).

В самом деле, с учетом соотношения $m_s = \dfrac{P}{V_a - V}$ возникающая поперечная сила $P_z = m_s V_z = -m_s V \sin\beta \approx -m_s V\beta$ и, как следствие, обусловленные ее действием дополнительные моменты рыскания и крена $M_{Py} = P_z x_P = i\dfrac{P\beta x_P}{V_a / V - 1}$, $M_{Px} = P_z y_P = i\dfrac{P\beta y_P}{V_a / V - 1}$.

Коэффициенты моментов крена и рыскания будут соответственно [4]

$$m_{Px} = m_{Px}^{\beta}\beta, \tag{10.51}$$

$$m_{Py} = m_{Py}^{\beta}\beta, \tag{10.52}$$

где для воздушно-реактивных двигателей

$$m_{Px}^{\beta} = -i\frac{c_P \bar{y}_P}{V_a / V - 1};\ m_{Py}^{\beta} = i\frac{c_P \bar{x}_P}{V_a / V - 1};$$

для двигателей с воздушными винтами аналогичные коэффициенты моментов определяются по эмпирическим формулам [4]

$$m_{Px}^{\beta} = -ik\frac{D_{\text{в}}^2}{S}\bar{y}_P;\ m_{Py}^{\beta} = ik\frac{D_{\text{в}}^2}{S}\bar{x}_P.$$

Видно, что знаки производных m_{Px}^{β} и m_{Py}^{β} зависят от положения двигателей относительно центра масс по оси Ox. Следовательно,

влияние двигателей может иметь как стабилизирующий, так и дестабилизирующий характер.

Относительные плечи тяги $\bar{y}_P = y_P / l$; $\bar{x}_P = x_P / l$; y_P и x_P имеют тот же смысл, что и в подразд. 10.2; k — коэффициент, определяемый по статистическим данным, $k < 1$.

Момент рыскания возникает и при несимметричной тяге двигателей.

Суммируя (10.43), (10.47), (10.49), (10.51), а также (10.44), (10.48) и (10.52), получим коэффициенты результирующих моментов крена и рыскания самолета с отклоненными органами управления в прямолинейном установившемся полете со скольжением

$$m_{R_x} = m_{R_x}^{\beta}\beta + m_x^{\delta_э}\delta_э + m_x^{\delta_н}\delta_н, \qquad (10.53)$$

$$m_{R_y} = m_{R_y}^{\beta}\beta + m_y^{\delta_э}\delta_э + m_y^{\delta_н}\delta_н, \qquad (10.54)$$

где $m_{R_x}^{\beta} = m_x^{\beta} + m_{Px}^{\beta}$; $m_{R_y}^{\beta} = m_y^{\beta} + m_{Py}^{\beta}$. Производные, входящие в эти выражения, определяются по ранее приведенным формулам или опытным путем.

Как отмечалось ранее, кроме боковых моментов от движителей в результате косой обдувки при $\beta \neq 0$ у самолета с винтовыми движителями при неотклоненных рулях ($\delta_н = \delta_э = 0$) и безветрии ($\beta = 0$) возникают боковые моменты $M_{в\,y}$ и $M_{в\,x}$ вследствие закрученности струи от винтов, которая попадает на ВО под местным углом $\beta_м$. Эти моменты могут появляться у самолета как с одним винтом, так и с несколькими, расположенными на крыле и вращающимися в одну сторону (см. рис. 10.19), в зависимости от расположения ВО. При левом вращении винтов (со стороны летчика) у двухдвигательного самолета центральное ВО обдувается потоком от винтов под местным углом $\Delta\beta_{м\,в.о} > 0$, что порождает два безразмерных боковых момента $\Delta m_{в\,y} = m_{y\,в.о}^{\beta}\Delta\beta_{м\,в.о}$, $\Delta m_{в\,x} = m_{x\,в.о}^{\beta}\Delta\beta_{м\,в.о}$. Причем наибольшие их значения соответствуют минимальным скоростям. Наиболее достоверным является определение этих моментов при эксперименте в АДТ. Это может потребоваться для определения компоновочных мер по ослаблению влияния винтов на моменты в боковом движении вплоть до установки ВО под углом к плоскости симметрии самолета. У соосных винтов или винтов, расположенных на крыле и вращающихся в разные стороны, такие моменты отсутствуют.

При вращении винта у самолета также возникает момент сил сопротивления вращению (реактивный момент), который равен по

величине и противоположен по знаку крутящему моменту на валу двигателя,

$$M_{x\,\text{реакт}} = 716{,}2\frac{N}{n}[\text{кгм}],$$

где N — мощность на валу, л.с.; n — число оборотов винта в минуту.

Такой же момент создает и ВРД, но он значительно меньше. Этот момент характерен тем, что при разбеге на взлете порождает момент M_{Fy} за счет разности сил трения на левой и правой опорах, причем знак его противоположен знаку $M_{x\,\text{реакт}}$. Момент M_{Fy} наряду с реактивным от вращения так же, как и момент от закрученности струи винтов одного направления вращения, необходимо учитывать на взлете для определения критического двигателя многодвигательного самолета при оценке характерных скоростей, в том числе и скорости отрыва самолета при взлете. При этом следует учитывать, что знаки моментов относительно оси Oy от закрученности струи и от разности сил трения на опорах одинаковы, т.е. эти моменты суммируются, что требует особенностей балансировки в боковом движении.

В полете при нормальной эффективности органов бокового управления реактивный момент и момент от закрученности струи уравновешиваются незначительным отклонением или триммеров, или балансировочных пластин, устанавливаемых на крыле или ВО.

При несимметричной аэродинамической конфигурации самолета (остановка одного из двигателей, наличие несимметричной подвески груза под крылом и т.д.) возникают дополнительные моменты в боковом движении. При остановке одного из двигателей момент относительно оси Oy определяется тягой работающего двигателя и силой сопротивления остановленного двигателя $\Delta X_{\text{дв}}$ при известном плече до оси Oy — l_z:

$$\Delta M_y = (P_{\text{дв}} + \Delta X_{\text{дв}})l_z.$$

Остановка винтового движителя приводит к уменьшению подъемной (нормальной) и тангенциальной сил за счет обдувки и, соответственно, к возникновению дополнительных моментов относительно осей Ox и Oy

$$\Delta M_{x\,\text{обд}} = \Delta Y_{\text{обд}} l_z;$$
$$\Delta M_{y\,\text{обд}} = \Delta X_{\text{обд}} l_z.$$

Наличие несимметричной подвески груза на известном плече l_z приводит к возникновению момента относительно оси Oy за счет сопротивления груза $\Delta X_{\text{гр}}$

$$\Delta M_{y\,\text{гр}} = \Delta X_{\text{гр}} l_z$$

и относительно оси Ox за счет силы тяжести груза

$$\Delta M_{x\,\text{гр}} = \Delta G_{\text{гр}} l_z$$

(следует иметь в виду, что в криволинейном полете $\Delta M_{x\,\text{гр}} = n_y \Delta G_{\text{гр}} l_z$).

Дополнительные боковые моменты в криволинейном движении. Результирующие боковые моменты самолета

При вращении самолета вокруг осей Ox и Oy с угловыми скоростями ω_x и ω_y возникают дополнительные аэродинамические моменты крена и рыскания. Возникают также боковые моменты от запаздывания скоса потока у вертикального оперения. Однако для летательных аппаратов самолетной схемы они малы и ими можно пренебречь.

Аэродинамические моменты, возникающие при вращении самолета вокруг оси *Ox*. При вращении самолета с угловой скоростью ω_x возникают боковые моменты, создаваемые крылом, горизонтальным и вертикальным оперением. Некоторую долю боковых моментов создают горизонтальное оперение и фюзеляж, но она мала и в приближенных расчетах не учитывается.

Пусть самолет вращается с угловой скоростью ω_x. Тогда на опускающемся полукрыле местные углы атаки будут увеличиваться, а на поднимающемся — уменьшаться (рис. 10.28). В результате изменения углов атаки возникнут дополнительные нормальные ΔY и продольные ΔX аэродинамические силы. Пара нормальных сил создает момент крена $\Delta M_{x\,\text{кр}\,\omega_x} = M_{x\,\text{кр}}^{\omega_x} \omega_x$, который на докритических углах атаки будет демпфирующим, так как он препятствует начавшемуся вращению. Продольные силы создадут относительно оси Oy момент рыскания $\Delta M_{y\,\text{кр}\,\omega_x} = M_{y\,\text{кр}}^{\omega_x} \omega_x$, который будет поворачивать самолет в сторону опускающегося полукрыла. Этот момент называется перекрестным или спиральным моментом рыскания.

Если разделить $\Delta M_{x\,\text{кр}\,\omega_x}$ и $\Delta M_{y\,\text{кр}\,\omega_x}$ на Sql и ввести безразмерную угловую скорость крена $\overline{\omega}_x = \omega_x l / (2V)$, то получим коэффициенты этих моментов

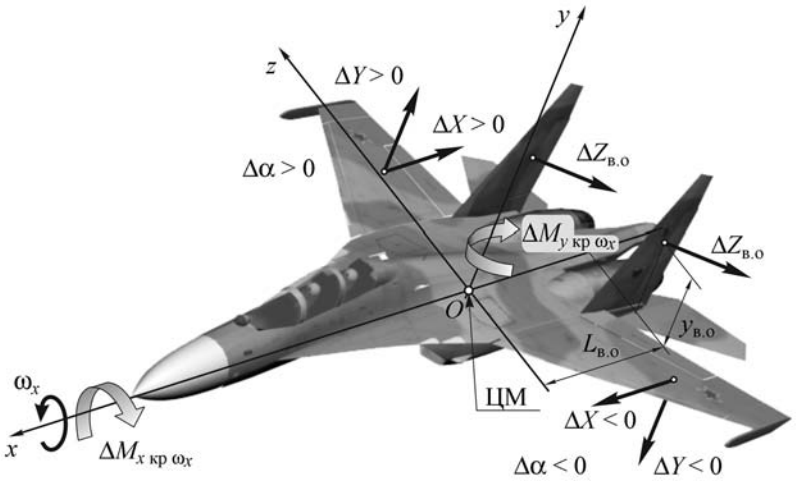


Рис. 10.28. Определение аэродинамических моментов при вращении самолета вокруг оси *Ox*

$$\Delta m_{x\,\text{кр}\,\omega_x} = m^{\bar{\omega}_x}_{x\,\text{кр}}\bar{\omega}_x;\ \Delta m_{y\,\text{кр}\,\omega_x} = m^{\bar{\omega}_x}_{y\,\text{кр}}\bar{\omega}_x. \qquad (10.55)$$

При положительной угловой скорости ω_x эти моменты имеют отрицательный знак.

При вращении самолета вокруг оси *Ox* на вертикальное оперение будет набегать дополнительный поток со скоростью $\omega_x y$, в результате чего изменятся местные углы скольжения и появится дополнительная поперечная сила $\Delta Z_{\text{в.о}}$. Поперечная сила $\Delta Z_{\text{в.о}}$ создает момент крена $\Delta M_{x\,\text{в.о}\,\omega_x} = M^{\omega_x}_{x\,\text{в.о}}\omega_x$, препятствующий вращению (демпфирующий момент крена), и спиральный момент рыскания $\Delta M_{y\,\text{в.о}\,\omega_x} = M^{\omega_x}_{y\,\text{в.о}}\omega_x$, стремящийся развернуть самолет в сторону опускающегося полукрыла (см. рис. 10.28).

Переходя к коэффициентам, получим

$$\Delta m_{x\,\text{в.о}\,\omega_x} = m^{\bar{\omega}_x}_{x\,\text{в.о}}\bar{\omega}_x;\ \Delta m_{y\,\text{в.о}\,\omega_x} = m^{\bar{\omega}_x}_{y\,\text{в.о}}\bar{\omega}_x. \qquad (10.56)$$

Выражение для коэффициента демпфирующего момента крыла можно получить исходя из того, что момент $\Delta M_x(\omega_x)$ на элементарной площади крыла $\Delta S = b(z)dz$ определяется как

$$\Delta M_x(\omega_x) = \Delta Y z = c^{\alpha}_{ya}\alpha_{\text{сеч}} q b(z) dz,$$

где $\alpha_{\text{сеч}} = \omega_x z / V$.

Интегрируя по полуразмаху крыла, можно получить

$$m_{x\,\text{кр}} = \frac{2}{Sl}\int_0^{\frac{l}{2}} c^{\alpha}_{ya\,\text{сеч}}\,\Delta\alpha\, b(z)\,dz = \frac{2\omega_x}{SlV}\int_0^{\frac{l}{2}} c^{\alpha}_{ya\,\text{сеч}}\, b(z)\,dz.$$

Отсюда $m^{\omega_x}_{x\,\text{кр}} = \dfrac{1}{SlV}\displaystyle\int_0^{\frac{l}{2}} c^{\alpha}_{ya\,\text{сеч}}\, b(z)\,dz.$

Если взять в качестве переменной $\bar{z} = \dfrac{z}{l/2}$, это выражение можно переписать в виде

$$m^{\bar{\omega}_x}_{x\,\text{кр}} = -\frac{l}{2S}\int_0^{1} c^{\alpha}_{ya}(z)\, b(z)\,\bar{z}^2\,d\bar{z}.$$

Полагая, что по размаху крыла $c^{\alpha}_{ya}(z) \cong \text{const} = c^{\alpha}_{ya\,\text{кр}}$ и $b(z)$ также не изменяется, получим

$$m^{\bar{\omega}_x}_{x\,\text{кр}} = \frac{c^{\alpha}_{ya\,\text{кр}}}{6}\,\frac{bl}{S}.$$

Для прямого крыла $m^{\bar{\omega}_x}_{x\,\text{кр}} \approx \dfrac{c^{\alpha}_{ya\,\text{кр}}}{6}$.

Увеличение угла стреловидности крыла, угла атаки и переход на сверхзвуковые скорости полета приводят к уменьшению c^{α}_{ya}, а следовательно, и коэффициента демпфирующего момента крена. На рис. 10.29 показан характер изменения производной $m^{\bar{\omega}_x}_{x}$ по числу M и α.

Аэродинамические моменты, возникающие при вращении самолета вокруг оси *Oy*. При вращении самолета с угловой скоростью ω_y возникают боковые моменты крыла и вертикального оперения.

При вращении крыла скорость потока, набегающего на полукрыло, идущее вперед, будет большей, а на полукрыло, идущее назад, меньшей, чем скорость полета. Следовательно, нормальная и продольная силы у полукрыла, идущего вперед, увеличатся, а у идущего назад уменьшатся. Нормальные силы создадут спиральный момент крена $\Delta M_{x\,\text{кр}\,\omega_y} = M^{\omega_y}_{x\,\text{кр}}\omega_y$, накреняю-

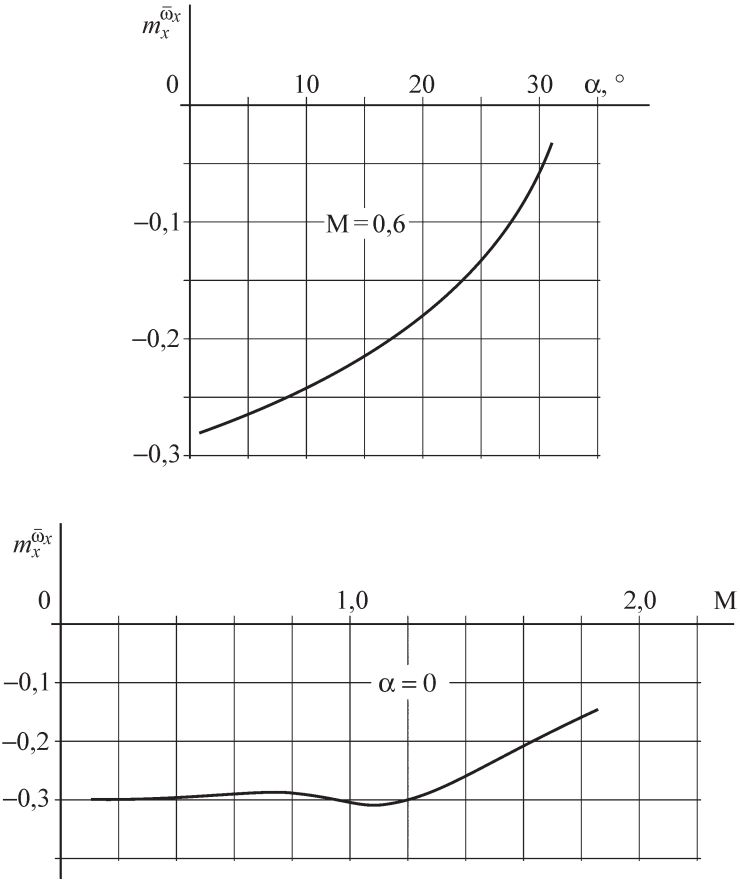


Рис. 10.29. Характер влияния числа М и угла атаки на производную $m_x^{\bar{\omega}_x}$

щий самолет на отстающее полукрыло. Продольные силы создадут демпфирующий момент рыскания $\Delta M_{y\,\text{кр}\,\omega_y} = M_{y\,\text{кр}}^{\omega_y}\omega_y$, препятствующий вращению относительно оси *Oy* (рис. 10.30). Если разделить эти моменты на *Sql* и ввести безразмерную угловую скорость рыскания $\bar{\omega}_y = \dfrac{\omega_y l}{2V}$, то получим их коэффициенты

$$\Delta m_{x\,\text{кр}\,\omega_y} = m_{x\,\text{кр}}^{\bar{\omega}_y}\bar{\omega}_y;\ \Delta m_{y\,\text{кр}\,\omega_y} = m_{y\,\text{кр}}^{\bar{\omega}_y}\bar{\omega}_y. \qquad (10.57)$$

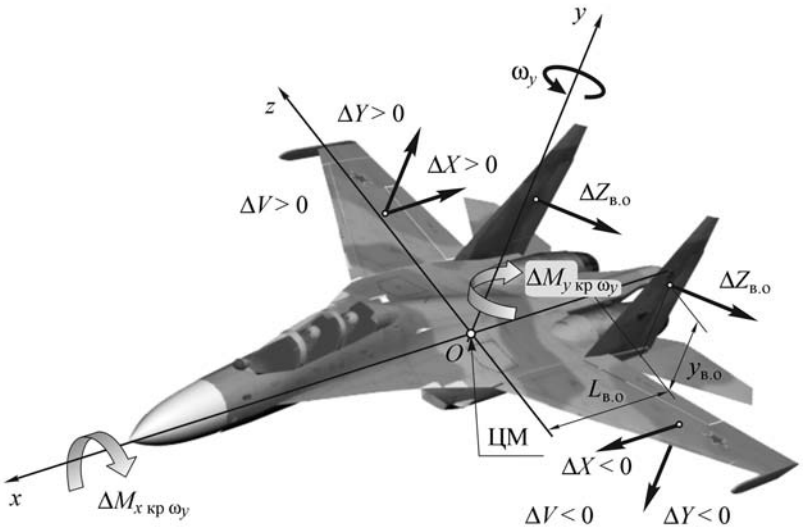


Рис. 10.30. Определение аэродинамических моментов при вращении самолета вокруг оси *Oy*

При вращении самолета с угловой скоростью ω_y на вертикальное оперение набегает поток с дополнительной скоростью $\omega_y L_{\text{в.о}}$, в результате чего изменяются местные углы скольжения $\beta = \omega_y L_{\text{в.о}} / V$. Вызванная изменением угла скольжения поперечная сила $\Delta Z_{\text{в.о}} = \bar{c}^{\beta}_{z\,\text{в.о}} \dfrac{\omega_y L_{\text{в.о}}}{V} q K_{\text{в.о}} S_{\text{в.о}}$ (см. рис. 10.30) создает спиральный момент крена $\Delta M_{x\,\text{в.о}\,\omega_y} = \Delta Z_{\text{в.о}} y_{\text{в.о}}$, который можно представить в виде $\Delta M_{x\,\text{в.о}\,\omega_y} = m^{\bar{\omega}_y}_{x\,\text{в.о}} \bar{\omega}_y qSl$, стремящийся опустить полукрыло, идущее назад, и демпфирующий момент рыскания $\Delta M_{y\,\text{в.о}\,\omega_y} = \Delta Z_{\text{в.о}} L_{\text{в.о}}$, который можно представить в виде $\Delta M_{y\,\text{в.о}\,\omega_y} = m^{\bar{\omega}_y}_{y\,\text{в.о}} \bar{\omega}_y qSl$, препятствующий вращению самолета вокруг оси *Oy*.

Производные коэффициентов этих моментов $m^{\bar{\omega}_y}_{y\,\text{в.о}}$ и $m^{\bar{\omega}_y}_{x\,\text{в.о}}$ могут быть определены из выражений

$$m^{\bar{\omega}_y}_{y\,\text{в.о}} = 2\bar{c}^{\beta}_{z\,\text{в.о}} \bar{S}_{\text{в.о}} \bar{L}^2_{\text{в.о}} K_{\text{в.о}} = 2 m^{\beta}_{y\,\text{в.о}} \bar{L}_{\text{в.о}};$$

$$m^{\bar{\omega}_y}_{x\,\text{в.о}} = 2 m^{\beta}_{y\,\text{в.о}} \bar{y}_{\text{в.о}} = m^{\bar{\omega}_x}_{y\,\text{в.о}}.$$

Аналогичное приближенное выражение можно вывести для производной $m_{y\,\text{в.о}}^{\bar{\omega}_x}$: $m_{y\,\text{в.о}}^{\bar{\omega}_x} = 2m_{y\,\text{в.о}}^{\beta}\bar{y}_{\text{в.о}}$, где $\bar{y}_{\text{в.о}} = y_{\text{в.о}}/l$.

Учитывая выражения (10.55) и (10.56), найдем коэффициенты аэродинамических моментов самолета, вызванных вращением:

$$m_{x\,\omega} = m_x^{\bar{\omega}_x}\bar{\omega}_x + m_x^{\bar{\omega}_y}\bar{\omega}_y = m_x^{\bar{\omega}_x}\frac{l}{2V}\omega_x + m_x^{\bar{\omega}_y}\frac{l}{2V}\omega_y, \quad (10.58)$$

$$m_{y\,\omega} = m_y^{\bar{\omega}_x}\bar{\omega}_x + m_y^{\bar{\omega}_y}\bar{\omega}_y = m_y^{\bar{\omega}_x}\frac{l}{2V}\omega_x + m_y^{\bar{\omega}_y}\frac{l}{2V}\omega_y. \quad (10.59)$$

Суммарные производные демпфирующих и перекрестных моментов можно записать в виде

$$m_x^{\bar{\omega}_x} = m_{x\,\text{кр}}^{\bar{\omega}_x} + m_{x\,\text{в.о}}^{\bar{\omega}_x};\ \ m_x^{\bar{\omega}_y} = m_{x\,\text{кр}}^{\bar{\omega}_y} + m_{x\,\text{в.о}}^{\bar{\omega}_y};$$
$$m_y^{\bar{\omega}_x} = m_{y\,\text{кр}}^{\bar{\omega}_x} + m_{y\,\text{в.о}}^{\bar{\omega}_x};\ \ m_y^{\bar{\omega}_y} = m_{y\,\text{кр}}^{\bar{\omega}_y} + m_{y\,\text{в.о}}^{\bar{\omega}_y}.$$

Величины $m_x^{\bar{\omega}_x}$ и $m_y^{\bar{\omega}_y}$ — частные производные коэффициентов демпфирующих моментов крена и рыскания самолета по угловым скоростям $\bar{\omega}_x$ и $\bar{\omega}_y$ на докритических углах атаки — отрицательные; производные коэффициентов спиральных (перекрестных) моментов крена и рыскания $m_x^{\bar{\omega}_y}$ и $m_y^{\bar{\omega}_x}$ тоже, как правило, отрицательные. Их знак зависит от аэродинамической компоновки самолета и угла атаки.

Все частные производные определяются опытным путем. На рис. 10.31 показан характер влияния угла атаки на коэффициенты демпфирующих и спиральных моментов.

На величину производных демпфирующих и спиральных моментов крена и рыскания оказывает влияние сжимаемость воздуха, особенно на околозвуковых и сверхзвуковых скоростях полета, где они с увеличением числа М уменьшаются в силу падения несущей способности ВО ($\bar{c}_{z\,\text{в.о}}^{\beta}$).

Суммируя (10.53) и (10.56), а также (10.52) и (10.57), получим общие выражения для коэффициентов моментов крена и рыскания, действующих на самолет в установившемся криволинейном полете,

$$m_{R_x} = m_{R_x}^{\beta}\beta + m_x^{\delta_э}\delta_э + m_x^{\delta_н}\delta_н + m_x^{\bar{\omega}_x}\bar{\omega}_x + m_x^{\bar{\omega}_y}\bar{\omega}_y;$$
$$m_{R_y} = m_{R_y}^{\beta}\beta + m_y^{\delta_э}\delta_э + m_y^{\delta_н}\delta_н + m_y^{\bar{\omega}_x}\bar{\omega}_x + m_y^{\bar{\omega}_y}\bar{\omega}_y.$$

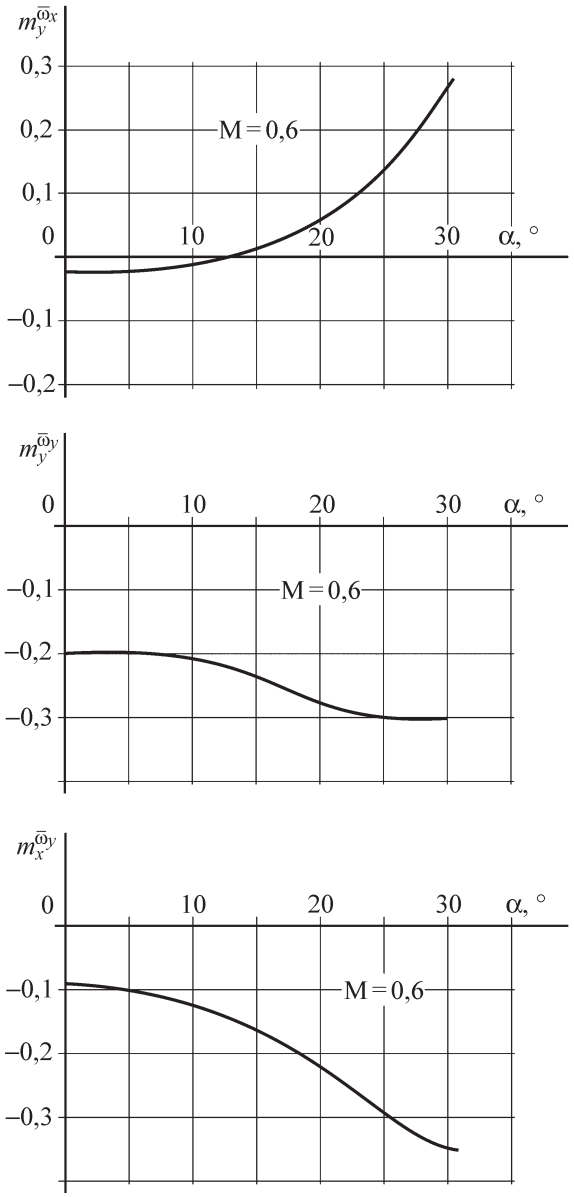


Рис. 10.31. Характер влияния угла атаки на вращательные производные в боковом движении

10.6. ШАРНИРНЫЕ МОМЕНТЫ ОРГАНОВ УПРАВЛЕНИЯ САМОЛЕТОМ

Аэродинамическими шарнирными моментами называют моменты аэродинамических сил, действующих на органы управления, относительно их осей вращения.

Возникновение шарнирного момента можно представить следующим образом. На руле как несущей поверхности при набегании потока образуется аэродинамическая сила, приложенная в центре давления, которая создает момент относительно оси вращения руля, направленный против вращения руля, если центр давления находится позади оси вращения. Если центр давления находится впереди оси вращения руля, то шарнирный момент направлен по вращению руля (совпадает с ним по знаку), что называется перекомпенсацией и не допускается в эксплуатации (для самолетов с безбустерной системой управления).

У самолетов с механической или обратимой системой управления от величины шарнирных моментов зависят усилия, прикладываемые летчиком к рычагам управления.

При автоматическом или ручном управлении с рулевым приводом (бустером) шарнирными моментами определяется мощность рулевого привода, отклоняющего органы управления.

Шарнирный момент любого органа управления

$$M_{ш} = m_{ш} S_{р} b_{А\,р} k_{р} q,$$

где $m_{ш}$ — коэффициент шарнирного момента; $S_{р}$, $b_{А\,р}$ — площадь и средняя аэродинамическая хорда органа управления соответственно (при этом оговаривается: всего руля или его части за осью вращения); $k_{р}$ — коэффициент торможения потока в области руля.

У современных дозвуковых самолетов, имеющих органы управления больших размеров и совершающих полет с большими скоростными напорами, шарнирные моменты велики. Снизить величину шарнирного момента можно уменьшением коэффициента $m_{ш}$ при помощи аэродинамической компенсации. Рассмотрим основные виды аэродинамической компенсации [4].

Осевая компенсация. При смещении оси вращения руля назад от его передней кромки уменьшается плечо аэродинамической силы, возникающей на руле при его повороте. Это приводит к уменьшению шарнирного момента руля (рис. 10.32, *а*). Если ось вращения

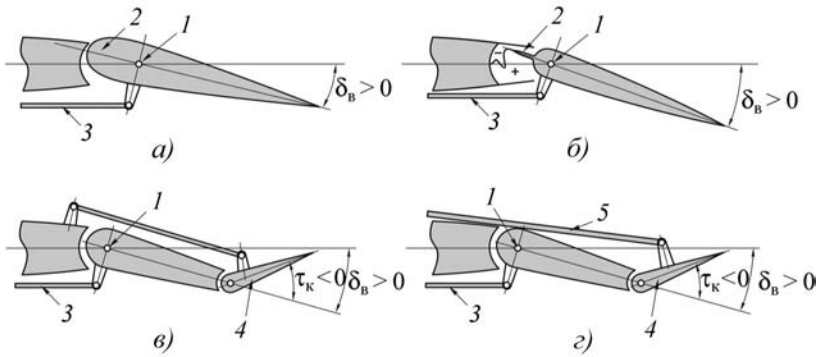


Рис. 10.32. Основные виды аэродинамической компенсации и схема работы триммера: *а* — осевая; *б* — внутренняя; *в* — сервокомпенсация; *г* — с помощью триммера; *1* — ось вращения; *2* — компенсатор; *3* — тяга управления рулем; *4* — триммер; *5* — тяга управления триммером

совместить с центром давления руля, шарнирный момент станет равным нулю — наступит полная компенсация. При дальнейшем смещении оси вращения назад наступит перекомпенсация и изменится знак шарнирного момента.

Осевая компенсация наиболее распространена из-за простоты конструктивного выполнения и хороших аэродинамических характеристик.

Внутренняя компенсация близка по идее к осевой и чаще применяется на элеронах (рис. 10.32, *б*). Шарнирный момент уменьшается благодаря моменту сил, действующих на компенсатор, расположенный в полости с узкими щелями внутри крыла (оперения). Верхняя часть полости герметически отделена от нижней гибкой диафрагмой. Компенсатор воздушным потоком не обтекается, а находится под действием разности давлений, возникающих в полости при отклонении элерона (руля). Компенсатор не вносит возмущений в поток, что особенно важно при больших числах M полета. Недостатком такой компенсации является ограничение диапазона отклонения рулей, в особенности при тонком профиле крыла (оперения).

Сервокомпенсация — это применение дополнительного руля — сервокомпенсатора, кинематически связанного с основным рулем и неподвижной частью оперения так, что при отклонении основного руля на некоторый угол сервокомпенсатор отклоняется на пропор-

циональный ему угол в противоположную сторону (рис. 10.32, *в*). При этом на сервокомпенсатор действуют аэродинамические силы, уменьшающие шарнирный момент руля.

На легких дозвуковых самолетах применяется *роговая компенсация*, при которой компенсанор представляет собой часть поверхности руля, вынесенную впереди оси вращения и расположенную у края рулей. Недостатком такой компенсации является возможность возникновения тряски оперения из-за срыва потока при больших углах отклонения руля.

Уменьшить шарнирный момент руля высоты можно также *перестановкой в полете подвижного стабилизатора*.

Аэродинамическая компенсация, если она правильно подобрана, уменьшает шарнирный момент, но не сводит его к нулю, что требуется в длительном установившемся полете. В этих целях применяют триммеры.

Триммер представляет собой вспомогательную несущую поверхность на задней части руля, не связанную кинематически с отклонением руля (рис. 10.32, *г*). Управление триммером электрически или механически осуществляет летчик. Для получения нулевого шарнирного момента триммер отклоняется на соответствующий угол, противоположный по знаку углу отклонения основного руля.

Коэффициенты шарнирных моментов органов управления самолета

Коэффициенты шарнирных моментов определяются следующими выражениями [18]:

для руля высоты:

$$m_{\text{ш.в}} = m_{\text{ш.в0}} + m_{\text{ш.в}}^{\alpha_{\text{г.о}}}\alpha_{\text{г.о}} + m_{\text{ш.в}}^{\delta_{\text{в}}}\delta_{\text{в}} + m_{\text{ш.в}}^{\tau}\tau_{\text{в}};$$

для руля направления:

$$m_{\text{ш.н}} = m_{\text{ш.н0}} + m_{\text{ш.н}}^{\beta_{\text{в.о}}}\beta_{\text{в.о}} + m_{\text{ш.н}}^{\delta_{\text{н}}}\delta_{\text{н}} + m_{\text{ш.н}}^{\tau}\tau_{\text{н}}; \qquad (10.60)$$

для элерона:

$$m_{\text{ш.э}} = m_{\text{ш.э0}} + m_{\text{ш.э}}^{\alpha}\alpha + m_{\text{ш.э}}^{\delta_{\text{э}}}\delta_{\text{э}} + m_{\text{ш.э}}^{\tau}\tau_{\text{э}},$$

где $m_{\text{ш.в0}}$ — нулевой коэффициент шарнирного момента руля высоты (при $\alpha_{\text{г.о}} = \delta_{\text{в}} = 0$); $m_{\text{ш.в}}^{\alpha_{\text{г.о}}}$, $m_{\text{ш.в}}^{\delta_{\text{в}}}$, $m_{\text{ш.в}}^{\tau}$ — производные ко-

эффициента шарнирного момента руля высоты по углу атаки горизонтального оперения, углу отклонения руля высоты и по углу отклонения сервокомпенсатора (триммера) руля высоты соответственно; $\alpha_{г.о}$, $\delta_в$, $\tau_в$ — угол атаки горизонтального оперения, угол отклонения руля высоты и угол отклонения сервокомпенсатора (триммера) руля высоты соответственно, °; $m_{ш.н0}$ — нулевой коэффициент шарнирного момента руля направления (при $\beta_{в.о} = \delta_н = 0$); $m_{ш.н}^{\beta_{в.о}}$, $m_{ш.н}^{\delta_н}$, $m_{ш.н}^{\tau}$ — производные коэффициента шарнирного момента руля направления по углу скольжения вертикального оперения, углу отклонения руля направления и углу отклонения сервокомпенсатора (триммера) руля направления соответственно; $\beta_{в.о}$, $\delta_н$, $\tau_н$ — угол скольжения вертикального оперения, угол отклонения руля направления и угол отклонения сервокомпенсатора (триммера) руля направления соответственно, °; $m_{ш.э0}$ — нулевой коэффициент шарнирного момента элерона (при $\alpha = \delta_э = 0$); $m_{ш.э}^{\alpha}$, $m_{ш.э}^{\delta_э}$, $m_{ш.э}^{\tau}$ — производные коэффициента шарнирного момента элерона по углу атаки крыла, углу отклонения элерона и углу отклонения сервокомпенсатора (триммера) элерона соответственно; α, $\delta_э$, $\tau_э$ — угол атаки крыла, угол отклонения элерона и угол отклонения сервокомпенсатора (триммера) элерона соответственно, °.

Приведенные выше производные характеризуют коэффициенты шарнирных моментов органов управления лишь в области малых значений соответствующих углов.

Для обеспечения привычных усилий при ручном управлении необходимо обеспечить отрицательные значения производных $m_{ш.в}^{\delta_в}$, $m_{ш.н}^{\delta_н}$, $m_{ш.э}^{\delta_э}$.

Как правило, характеристики шарнирных моментов органов управления изменяются нелинейно с изменением углов атаки, углов скольжения и углов отклонения органов управления, это особенно заметно при наличии осевой аэродинамической компенсации. Поэтому при расчете усилий необходимо знать и характер изменения зависимостей $m_{ш.в}$, $m_{ш.н}$ и $m_{ш.э}$ от α, β, δ во всем летном диапазоне изменения соответствующих углов.

Входящие в формулы (10.60) производные $m_{ш.в}^{\alpha_{г.о}}$, $m_{ш.н}^{\beta_{в.о}}$, $m_{ш.э}^{\alpha}$ характеризуют изменение шарнирных моментов при неотклоненных органах управления, а производные $m_{ш.в}^{\delta_в}$, $m_{ш.н}^{\delta_н}$, $m_{ш.э}^{\delta_э}$ при нулевых значениях углов атаки и скольжения.

Отклонение органов управления влияет на характер изменения $m_{ш}$ в функции α или β, а углы атаки и скольжения — на характер изменения $m_{ш}$ в функции соответствующих углов отклонения органов управления.

Наиболее существенное влияние на коэффициенты шарнирных моментов органов управления оказывают аэродинамическая компенсация, относительная хорда рассматриваемого органа управления за осью его вращения, относительная толщина и форма профиля крыла, горизонтального и вертикального оперений.

Кроме того, коэффициенты шарнирных моментов органов управления существенным образом зависят от угла стреловидности оси вращения органа управления, от отклонения взлетно-посадочной механизации крыла, от интенсивности обдува работающего винта и от числа Рейнольдса.

Общими требованиями к характеристикам шарнирных моментов при ручном управлении являются:

а) обеспечение монотонного изменения коэффициентов $m_{ш}$ по углу атаки (скольжения) и углу отклонения органа управления;

б) обеспечение соответствующего соотношения между $m^{\alpha_{г.о}}_{ш.в}/m^{\delta_{в}}_{ш.в}$ для руля высоты, $m^{\beta_{в.о}}_{ш.н}/m^{\delta_{н}}_{ш.н}$ для руля направления и $m^{\alpha}_{ш.э}/m^{\delta_{э}}_{ш.э}$ для элеронов, так как они влияют на устойчивость с освобожденным управлением*;

в) недопустимость перекомпенсации по углу отклонения органа управления и по углу атаки (скольжения)*.

Достаточно надежные зависимости для шарнирных моментов органов управления в необходимом диапазоне углов α, β и δ могут быть получены при испытаниях соответствующих моделей самолетов в аэродинамических трубах.

К моделям, предназначенным для измерения шарнирных моментов в аэродинамических трубах, предъявляются жесткие требования по геометрическому моделированию, особенно по точности соблюдения размеров и формы профиля аэродинамической компенсации и вырезов в аэродинамической компенсации. Эти требования не всегда могут быть выполнены на полных моделях самолетов, предназначенных для испытаний в аэродинамических трубах, из-за малого масштаба таких моделей.

В целях получения более надежных и достоверных результатов по измерению шарнирных моментов органов управления необхо-

* Для безбустерной системы управления.

димо проводить экспериментальные исследования в аэродинамических трубах на моделях изолированного хвостового оперения и на моделях изолированного полукрыла, что позволяет значительно увеличить масштаб моделей.

Высокая точность определения шарнирных моментов обеспечивается при испытаниях крупномасштабных моделей самолетов в аэродинамических трубах, особенно при испытаниях натурного самолета с работающим двигателем.

10.7. АЭРОДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ САМОЛЕТА НА БОЛЬШИХ УГЛАХ АТАКИ

При рассмотрении возможности эксплуатации самолета при больших углах атаки ($\alpha > 15°$) подразумеваются прежде всего маневренные самолеты, снабженные тонкими ($\bar{c} \le 5\ \%$) крыльями умеренных удлинения ($\lambda = 3{,}0...4{,}5$) и стреловидности ($\chi = 30...40°$). Эффективным средством увеличения несущих свойств (c_{ya}^{α} и $c_{ya\,\max}$) таких крыльев на больших углах атаки и дозвуковых скоростях полета являются передние наплывы с острыми передними кромками в корневой части крыла. Эти наплывы генерируют интенсивные вихревые жгуты вдоль передних кромок крыла со значительной скоростью вдоль оси вихря ($V_{\text{ос}} / V_{\infty} = 1{,}5...3{,}0$) [6]. Такое устойчивое вихревое течение существует над поверхностью крыльев на больших углах атаки и оказывает определяющее влияние на силы и моменты, действующие как на само крыло, так и на элементы компоновки самолета, расположенные за крылом (ГО, ВО).

На рис. 10.33 показан характер изменения $c_{ya}(\alpha)$ модели самолета с крылом, имеющим угол стреловидности по передней кромке $\chi_{\text{п.к}} = 42°$, без ГО и наплыва. Интенсивное увеличение подъемной силы при установке наплывов начинается с угла атаки, при котором для крыла без наплыва зависимость $c_{ya}(\alpha)$ теряет линейный характер, а зависимость для коэффициента аэродинамической продольной силы $c_x(\alpha)$ имеет минимум. Видно, что при $\alpha > 15°$ продолжается рост c_{ya} и при $\alpha = 30°$ приращение $\Delta c_{ya} \approx 0{,}45$.

Установка наплывов сдвигает вперед положение аэродинамического фокуса (на дозвуковых скоростях незначительно, на больших сверхзвуковых скоростях в большей степени). Расстояние между положениями фокусов на околозвуковых ($M \approx 0{,}8$) и сверхзвуковых

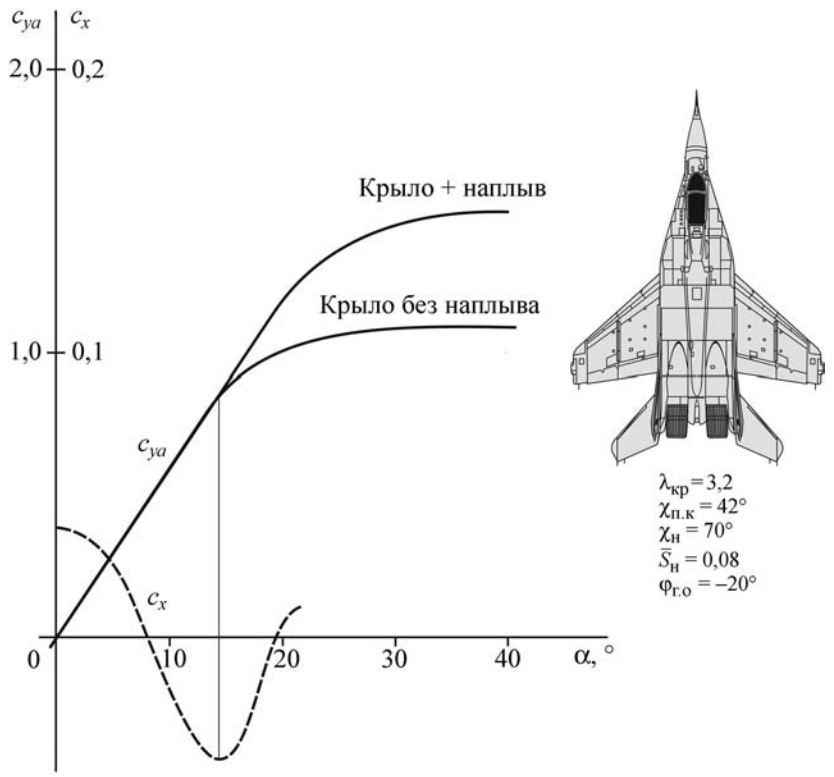


Рис. 10.33. Влияние наплывов крыла на несущую способность самолета

($M \approx 2{,}0$) скоростях полета уменьшается, что приводит к уменьшению потерь аэродинамического качества на балансировку в сверхзвуковом полете.

При больших углах атаки на дозвуковых скоростях полета установка наплывов на крыло приводит к возникновению кабрирующих моментов, возрастающих с увеличением угла атаки (рис. 10.34). В зависимостях $m_z(\alpha)$ возможно появление нелинейности типа «ложка», устранение которой требует тщательной проработки параметров ГО (увеличение площади и изменение положения относительно крыла).

Характерной особенностью обтекания тонких крыльев ($\bar{c} \le 5\,\%$) умеренного удлинения сверхзвуковых самолетов является развитие местного отрыва потока у передней кромки, проявляющееся при

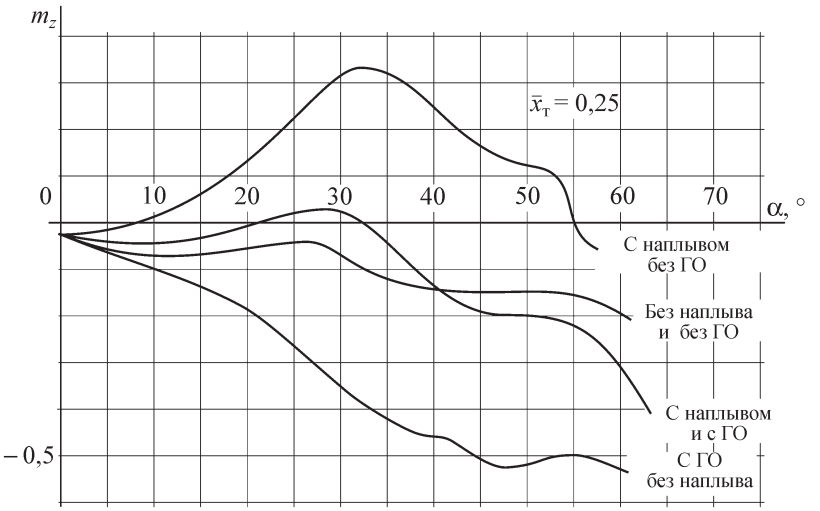


Рис. 10.34. Влияние наплывов на моменты тангажа модели самолета

малых и средних углах атаки, что приводит к уменьшению подсасывающей силы и увеличению сопротивления [6]. Улучшение аэродинамики такого крыла достигается с помощью механизации передних и задних кромок, отклонение которых регулируется в полете в зависимости от угла атаки и числа М, что позволяет улучшить маневренные характеристики самолета.

На рис. 10.35 показана зависимость $K = f(c_{ya})$ при различных углах отклонения носков $\delta_н$ и закрылков $\delta_з$ при числе М = 0,6. Видно, что при $c_{ya} > c_{ya\,K\,max}$ аэродинамическое качество существенно увеличивается при отклонении носков и закрылков на различные углы. Таким образом, использование в полете управляемой механизации крыла эквивалентно уменьшению коэффициента индуктивности поляры A, т.е. увеличению эффективного удлинения крыла.

Следует отметить, что при числах М ≥ 0,9 при больших значениях c_{ya} отклонение механизации практически не приводит к увеличению аэродинамического качества.

Если отклонение механизации непрерывно отслеживает изменения числа М, угла атаки, перегрузки, характера выполняемых маневров, атмосферных возмущений, то крыло, оснащенное такой механизацией, называют *адаптивным*. Его подвижные

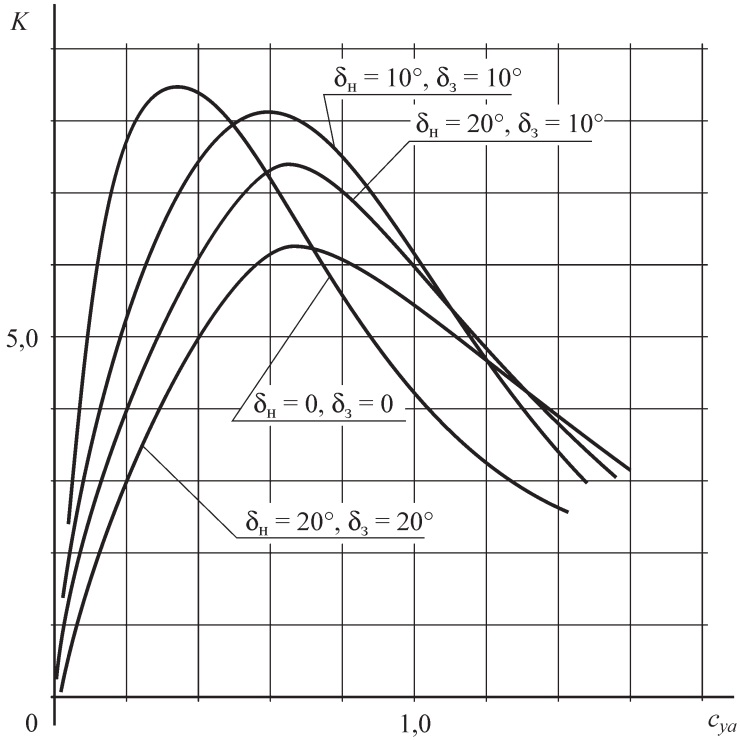


Рис. 10.35. Влияние механизации крыла на аэродинамическое качество самолета при $\varphi = 0$

элементы отклоняются специальной системой управления. Такое крыло позволяет обеспечить высокое аэродинамическое качество и минимальное сопротивление при выполнении любого маневра благодаря приданию срединной поверхности крыла оптимальной формы.

Характерным для несущей поверхности малого удлинения, в том числе и поверхности управления, является рост нормальной силы до местного угла атаки $\alpha_м \approx 40°$, после которого поверхность управления практически теряет эффективность. На рис. 10.36 показаны зависимости эффективности стабилизатора для моделей самолетов различных схем [6]. Видно, что при $\alpha = 0$ эффективности консолей управляемого стабилизатора и консолей ПГО сохраняются до углов их отклонения $\pm 30°$. При угле

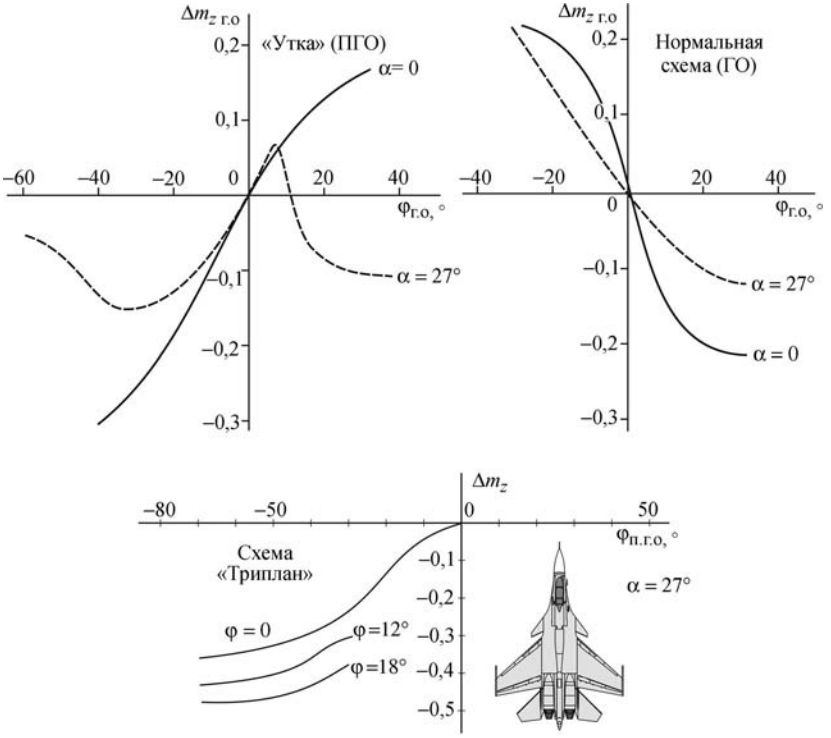


Рис. 10.36. Эффективность поворотного стабилизатора у самолетов различных схем

атаки $\alpha = 27°$ эффективность консолей управляемого стабилизатора для создания приращения момента на пикирование заметно уменьшается, в то время как эффективность консолей ПГО резко возрастает и сохраняется до углов отклонения $\varphi_{п.г.о} = -60°$. На этом же угле атаки при отклонении ПГО на положительные углы происходит полная потеря его эффективности и даже обращение действия ПГО.

Эффективность продольного управления на пикирование при больших углах атаки может быть существенно увеличена одновременным отклонением стабилизатора и ПГО. Следует отметить, что за счет влияния крыла скос потока у ПГО положителен, в отличие от отрицательного у стабилизатора.

Наличие крыльевых наплывов существенно сказывается на аэродинамических характеристиках самолета в боковом движении

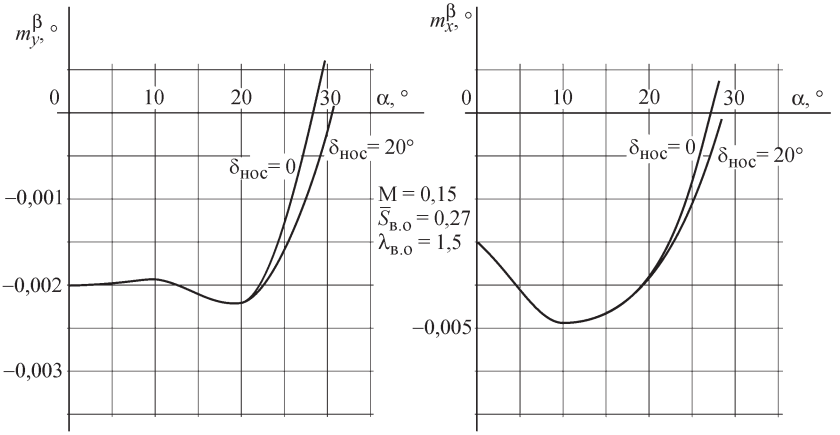


Рис. 10.37. Влияние отклонения носков крыла на боковую статическую устойчивость

m_x^β и m_y^β, так как сходящие с наплыва вихри более стабильны, чем вихри, образующиеся на носовой части фюзеляжа, что ведет к уменьшению дестабилизирующих моментов рыскания [6]. Однако при $\alpha \geq 18...20°$ возможна потеря статической путевой устойчивости (рис. 10.37). Ее увеличение требует глубокой проработки компоновки вертикального оперения.

Улучшение боковой статической устойчивости на больших углах атаки достигается отклонением носков крыла $\delta_{нос}$, профилировкой наплыва, установкой перегородок в средних сечениях консолей, а поперечной управляемости — синхронным несимметричным отклонением носков крыла и органов поперечного управления на одной консоли [6].

Глава 11

ВЛИЯНИЕ УПРУГИХ ДЕФОРМАЦИЙ КОНСТРУКЦИИ НА ДИНАМИКУ САМОЛЕТА

Под воздействием аэродинамических нагрузок и инерционных сил происходит деформация конструкции самолета, что приводит к изменению местных аэродинамических нагрузок. Такие так называемые эффекты аэроупругости могут заметно влиять как на пило-

тажные, так и на летно-технические характеристики самолета, особенно на скоростных режимах полета.

Методы учета явлений аэроупругости зависят от решаемой задачи. При определении характеристик устойчивости и управляемости самолета, рассматриваемого в диапазоне частот управляемого движения как жесткое тело, вносятся поправки в его основные аэродинамические характеристики, учитывающие квазистатические деформации конструкции. Эти поправки зависят от режима полета, в частности от значений скоростного напора q и числа М. Динамические эффекты аэроупругости, проявляющиеся в таких явлениях, как флаттер — потеря динамической устойчивости упругих колебаний конструкции при достижении набегающим потоком критических параметров (скоростного напора, числа М), нагружение конструкции при воздействии атмосферных возмущений, взаимодействие с системой управления самолета и т.д., составляют отдельную важную область механики полета [19–23].

11.1. ВЛИЯНИЕ УПРУГИХ ДЕФОРМАЦИЙ ОТДЕЛЬНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИИ САМОЛЕТА НА АЭРОДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Для самолета с крылом большого удлинения на рис. 11.1 и 11.2 представлены формы вертикального изгиба (в плоскости OYZ) и кручения крыла при изменении угла атаки самолета. Видно, что изгиб и кручение корневой части крыла ($\bar{z} = \dfrac{z}{l/2} < 0{,}4$) существенно меньше изгиба и кручения его концевой части ($\bar{z} > 0{,}6$). Для иллюстрации некоторых особенностей влияния упругих деформаций крыла на динамику и аэродинамические характеристики самолета рассмотрим задачу об обтекании упругого стреловидного крыла большого удлинения набегающим потоком при следующих упрощающих допущениях:

крыло состоит из двух абсолютно жестких частей — корневой длинной $l_к$ и концевой, соединенных упругим шарниром с осями вращения, совпадающими с осями O_1x' и O_1z' (рис. 11.3);

ось O_1z' совпадает с осью жесткости реального крыла;

крыло жестко прикреплено к фюзеляжу в точке O;

упругие свойства концевой части крыла задаются коэффициентами упругости шарнира O_1: k_ψ — на кручение относительно оси

O_1x', k_ϕ — на кручение относительно оси O_1z', которые «моделируют» изгибные и крутильные жесткости крыла соответственно;

крыло имеет угол стреловидности χ;

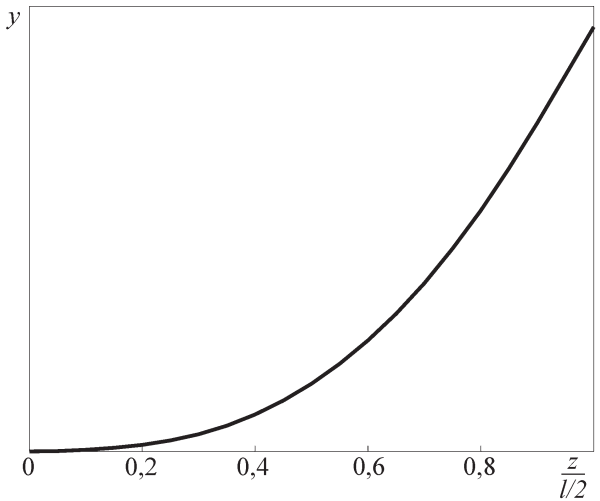


Рис. 11.1. Форма вертикального изгиба крыла при изменении угла атаки набегающего потока

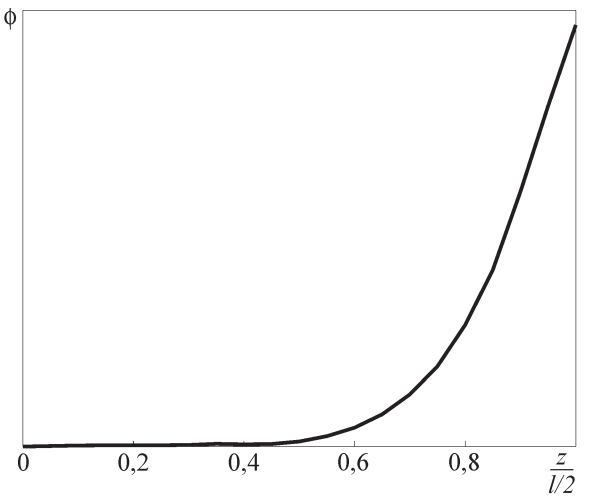


Рис. 11.2. Форма кручения крыла при изменении угла атаки набегающего потока

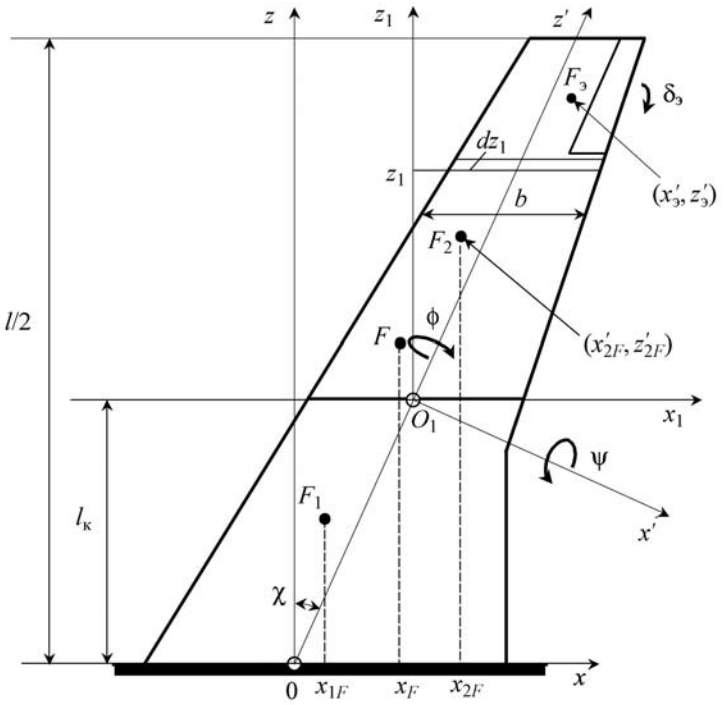


Рис. 11.3. Схема крыла

элероны расположены на концевой части крыла;

при нулевом угле атаки набегающего потока подъемная сила крыла равна нулю.

Рассмотрим условия равновесия концевой части крыла, установленного под углом атаки α к набегающему со скоростью V потоку, при угле отклонения элерона $\delta_э = 0$. Условие равновесия концевой части крыла — равенство нулю суммы проекций моментов от аэродинамических сил на оси O_1x' и O_1z' и моментов от упругих деформаций шарнира O_1:

$$\begin{aligned} M'_x - k_\psi \psi = 0; \\ M'_z - k_\phi \phi = 0, \end{aligned} \qquad (11.1)$$

где M'_x, M'_y — аэродинамические моменты, действующие на концевую часть крыла; ψ, ϕ — углы поворота концевой части крыла относительно осей O_1x' и O_1z' соответственно.

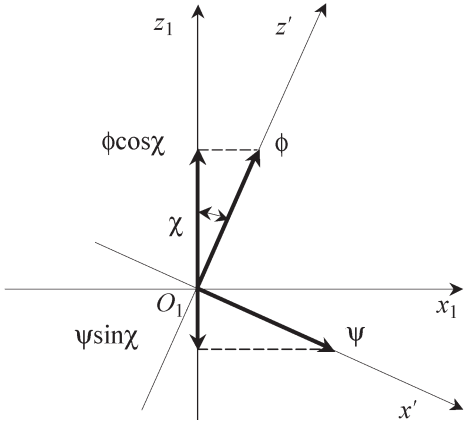


Рис. 11.4. Проекции углов поворота концевой части крыла на ось жесткости

Угол атаки концевой части крыла $\alpha_к$ складывается из угла атаки α и проекций углов поворота концевой части крыла относительно осей O_1x_1 и O_1z_1 на ось Oz_1 (рис.11.4):

$$\alpha_к = \alpha + \phi\cos\chi - \psi\sin\chi. \qquad (11.2)$$

Выражения для аэродинамической силы и составляющих аэродинамического момента относительно осей O_1x_1 и O_1z_1 элемента крыла dz_1 с координатой z_1 (см. рис. 11.3):

$$\begin{aligned} dY(z_1) &= qc_y^{\alpha}(z_1)b[\alpha + \phi\cos\chi - \psi\sin\chi]dz_1; \\ dM_{x1}(z_1) &= dY(z_1)z_1; \\ dM_{z1}(z_1) &= -dY(z_1)x_F(z_1), \end{aligned} \qquad (11.3)$$

где $x_F(z_1)$ — координата аэродинамического фокуса сечения крыла, отсчитываемая от оси O_1z_1.

Получим выражения для подъемной силы концевой части крыла и проекций ее момента относительно точки крепления O_1 на оси O_1x_1 и O_1z_1:

$$Y_2 = q[\alpha + \phi\cos\chi - \psi\sin\chi]\int_{L_к}^{l/2} c_y^{\alpha}(z_1)b(z_1)dz_1 =$$

$$= qc_{y2}^{\alpha}\frac{S}{2}[\alpha + \phi\cos\chi - \psi\sin\chi] = Y_2^{\alpha}[\alpha + \phi\cos\chi - \psi\sin\chi];$$

$$M_{x1} = qb[\alpha + \phi\cos\chi - \psi\sin\chi]\int_{L_к}^{l/2} c_y^{\alpha}(z_1)\, z_1 dz_1 =$$

$$= Y_2^{\alpha}[\alpha + \phi\cos\chi - \psi\sin\chi]\, z_{2F};$$

$$M_{z1} = -qb[\alpha + \phi\cos\chi - \psi\sin\chi]\int_{L_к}^{l/2} c_y^{\alpha}(z_1)\, x_{2F}(z_1) dz_1 =$$

$$= -Y_2^{\alpha}[\alpha + \phi\cos\chi - \psi\sin\chi]\, x_{2F},$$

где c_{y2}^{α} — производная коэффициента подъемной силы концевой части крыла, $c_{y2}^{\alpha} = \bar{c}_{y2}^{\alpha}\dfrac{S_2}{S}$; S_2 — площадь концевой части крыла; $Y_2^{\alpha} = qc_{y2}^{\alpha}S$; x_{2F} и z_{2F} — координаты аэродинамического фокуса F_2 концевой части крыла по осям O_1x_1 и O_1z_1 соответственно (см. рис. 11.3).

Используя соотношения между проекциями аэродинамического момента на оси систем координат $O_1x'z'$ (M'_x, M'_z) и $O_1x_1z_1$ (рис. 11.5), определим проекции аэродинамического момента на оси O_1x' и O_1z':

$$\begin{aligned} M'_x &= M_{x1}\cos\chi - M_{z1}\sin\chi = Y_2^{\alpha}[\alpha + \phi\cos\chi - \psi\sin\chi]\, z'_{2F}; \\ M'_z &= M_{x1}\sin\chi + M_{z1}\cos\chi = -Y_2^{\alpha}[\alpha + \phi\cos\chi - \psi\sin\chi]\, x'_{2F}, \end{aligned} \qquad (11.4)$$

где x'_{2F}, z'_{2F} — координаты фокуса F_2 концевой части крыла в системе координат $O_1x'z'$ (рис. 11.6), $x'_{2F} = x_{2F}\cos\chi - z_{2F}\sin\chi$, $z'_{2F} = x_{2F}\sin\chi + z_{2F}\cos\chi$.

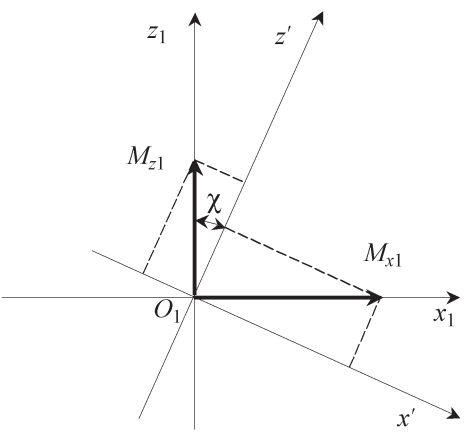


Рис. 11.5. Соотношение между проекциями аэродинамического момента на оси систем координат $O_1x'z'$ и $O_1x_1z_1$

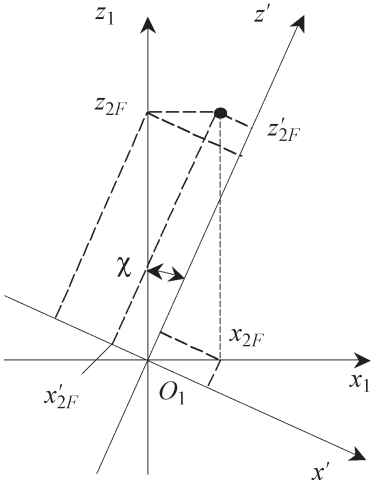


Рис. 11.6. Соотношения между координатами аэродинамического фокуса F_2 в системах координат $O_1 x' z'$ и $O_1 x_1 z_1$

Условия равновесия (11.1) можно представить в следующем виде:

$$k_\psi \psi = Y_2^\alpha [\alpha + \phi \cos\chi - \psi \sin\chi] z'_{2F};$$
$$k_\phi \phi = -Y_2^\alpha [\alpha + \phi \cos\chi - \psi \sin\chi] x'_{2F}.$$

Решая эту систему уравнений, получим выражения для углов поворота ψ и ϕ:

$$\psi = \frac{1}{k_\psi} \frac{Y_2^\alpha z'_{2F}}{1 + Y_2^\alpha \left(\frac{x'_{2F} \cos\chi}{k_\phi} + \frac{z'_{2F} \sin\chi}{k_\psi} \right)} \alpha;$$
$$\phi = -\frac{1}{k_\phi} \frac{Y_2^\alpha x'_{2F}}{1 + Y_2^\alpha \left(\frac{x'_{2F} \cos\chi}{k_\phi} + \frac{z'_{2F} \sin\chi}{k_\psi} \right)} \alpha. \qquad (11.5)$$

Для дозвуковых режимов полета координата фокуса x'_{2F} отрицательна, поскольку линия фокусов расположена на расстоянии ~0,25b от носка профиля, а ось жесткости крыла — на расстоянии ~0,4b от носка профиля.

Из выражений (11.5) следует, что при скоростном напоре, равном

$$q_D = -\frac{1}{c_{y2}^\alpha S \left(\frac{x'_{2F} \cos\chi}{k_\phi} + \frac{z'_{2F} \sin\chi}{k_\psi} \right)} = -\frac{1}{SD}, \qquad (11.6)$$

где $D = c_{y2}^\alpha \left(\frac{x'_{2F} \cos\chi}{k_\phi} + \frac{z'_{2F} \sin\chi}{k_\psi} \right)$, знаменатели выражений для углов поворота обращаются в нуль, а сами углы ψ и ϕ обращаются в бесконечность, т.е. имеет место потеря статической устойчивости конст-

рукции крыла в потоке. Данное явление называется *дивергенцией*, а скорость полета, при которой оно происходит, называют скоростью дивергенции. Очевидно, что дивергенция возможна, если параметр D отрицателен, т.е. возможность ее возникновения зависит от стреловидности, положения аэродинамического фокуса и жесткостей крыла на изгиб и кручение.

Для прямого крыла ($\chi = 0$) выражение (11.6) имеет вид

$$q_D = -\frac{k_\phi}{c_{y2}^{\alpha} S x'_{2F}}.$$

Причиной возникновения дивергенции является расположение линии аэродинамических фокусов впереди оси жесткости крыла ($M < 1$ и $x'_{2F} < 0$). С ростом скорости набегающего потока возрастает момент аэродинамических сил относительно оси жесткости крыла, увеличивающий местный угол атаки концевой части крыла. При скорости набегающего потока, меньшей скорости дивергенции, увеличение момента аэродинамических сил уравновешивается увеличением момента сил упругих деформаций. При скорости набегающего потока, большей скорости дивергенции, увеличение момента аэродинамических сил не может быть уравновешено увеличением момента сил упругих деформаций — происходит потеря статической устойчивости конструкции крыла.

Для оценки влияния угла стреловидности на скорость дивергенции определим производную $\frac{dq_D}{d\chi}$ из (11.6) при $\chi = 0$:

$$\left.\frac{dq_D}{d\chi}\right|_{\chi=0} =$$

$$= \frac{k_\psi}{c_{y2}^{\alpha} S} \left.\frac{\left[x'_{2F} + \frac{k_\phi}{k_\psi} z'_{2F} \operatorname{tg}\chi\right] \sin\chi + \frac{k_\phi}{k_\psi} z'_{2F} \frac{1}{\cos\chi}}{\left[x'_{2F} \cos\chi + \frac{k_\phi}{k_\psi} z'_{2F} \sin\chi\right]^2}\right|_{\chi=0} =$$

$$= \frac{k_\phi z'_{2F}}{c_{y2}^{\alpha} S x'^2_{2F}} > 0.$$

Таким образом, с увеличением угла прямой стреловидности ($\chi > 0$) скорость возникновения дивергенции возрастает по сравнению с прямым крылом. Причиной увеличения скорости дивергенции является уменьшение местных углов атаки концевой секции крыла за счет угла поворота ψ (изгиба крыла), как это следует из формул (11.5) и (11.2). Уменьшение угла атаки приводит к уменьшению момента аэродинамических сил относительно оси жесткости крыла и возрастанию скорости дивергенции.

Для сверхзвуковых режимов полета и крыла прямой стреловидности ($\chi > 0$) величина x'_{2F} положительна, поскольку линия фокусов расположена на расстоянии ~0,5b от носка профиля. В этом случае знаменатель выражений (11.6) всегда положителен и дивергенция невозможна.

Для крыла с обратной стреловидностью ($\chi < 0$) с ростом угла стреловидности скорость дивергенции падает, поскольку для таких крыльев угол поворота ψ (изгиб крыла) увеличивает угол атаки концевой части крыла, что приводит к увеличению момента аэродинамических сил относительно оси жесткости крыла и снижению скорости дивергенции.

Для оценки влияния упругих деформаций крыла на такие важные его аэродинамические характеристики, как производные коэффициента подъемной силы c_y^α, коэффициента момента тангажа m_z^α и положение фокуса крыла x_F, определим изменения подъемной силы и момента тангажа при изменении угла атаки набегающего потока на величину $\Delta\alpha$. Изменения подъемной силы и момента тангажа относительно оси Oz с учетом деформации концевой части крыла определяются соотношениями:

$$
\begin{aligned}
&\Delta Y_{\text{упр}} = qSc_{y1}^\alpha \Delta\alpha + qSc_{y2}^\alpha (\Delta\alpha + \Delta\phi\cos\chi - \Delta\psi\sin\chi) = \\
&= qSc_y^\alpha \Delta\alpha + qSc_{y2}^\alpha (\Delta\phi\cos\chi - \Delta\psi\sin\chi); \\
&\Delta M_{z\,\text{упр}} = -qSc_{y1}^\alpha x_{1F}\Delta\alpha - qSc_{y2}^\alpha x_{2F}(\Delta\alpha + \Delta\phi\cos\chi - \Delta\psi\sin\chi) = \\
&= -qS(c_{y1}^\alpha x_{1F} + c_{y2}^\alpha x_{2F})\Delta\alpha - qSc_{y2}^\alpha x_{2F}(\Delta\phi\cos\chi - \Delta\psi\sin\chi) = \\
&= -qSc_y^\alpha x_F \Delta\alpha - qSc_{y2}^\alpha x_{2F}(\Delta\phi\cos\chi - \Delta\psi\sin\chi),
\end{aligned}
\tag{11.7}
$$

где c_{y1}^α — производная коэффициента подъемной силы корневой части крыла, $c_{y1}^\alpha = \bar{c}_{y1}^\alpha \dfrac{S_1}{S}$; S_1 — площадь корневой части крыла; c_y^α —

производная коэффициента подъемной силы абсолютно жесткого крыла, $c_y^\alpha = c_{y1}^\alpha + c_{y2}^\alpha$; $\Delta\psi$, $\Delta\phi$ — приращения углов поворота концевой части крыла относительно осей O_1x' и O_1z' соответственно; x_{1F}, x_{2F} — координаты фокусов корневой F_1 и концевой F_2 частей крыла по оси Ox соответственно (см. рис. 11.3); x_F — координата фокуса F абсолютно жесткого крыла, $x_F = (c_{y1}^\alpha x_{1F} + c_{y2}^\alpha x_{2F}) / c_y^\alpha$.

Используя уравнения (11.7), с учетом соотношений $c_{y\,\text{упр}}^\alpha = \dfrac{\Delta Y_{\text{упр}}}{qS\Delta\alpha}$, $m_{z\,\text{упр}}^\alpha = \dfrac{\Delta M_{z\,\text{упр}}}{qSb_A\Delta\alpha}$ получим выражения для производных коэффициентов подъемной силы и момента тангажа с учетом деформаций в шарнире O_1

$$
\begin{aligned}
c_{y\,\text{упр}}^\alpha &= c_y^\alpha\left[1+\frac{c_{y2}^\alpha}{c_y^\alpha}\left(\frac{\Delta\phi}{\Delta\alpha}\cos\chi-\frac{\Delta\psi}{\Delta\alpha}\sin\chi\right)\right];\\
m_{z\,\text{упр}}^\alpha &= m_z^\alpha\left[1+\frac{c_{y2}^\alpha x_{2F}}{c_y^\alpha x_F}\left(\frac{\Delta\phi}{\Delta\alpha}\cos\chi-\frac{\Delta\psi}{\Delta\alpha}\sin\chi\right)\right].
\end{aligned}
\tag{11.8}
$$

Условия равновесия концевой части крыла при изменении угла атаки на $\Delta\alpha$ имеют вид

$$
\begin{aligned}
k_\psi\Delta\psi &= qSc_{y2}^\alpha(\Delta\alpha+\Delta\phi\cos\chi-\Delta\psi\sin\chi)z'_{2F};\\
k_\phi\Delta\phi &= -qSc_{y2}^\alpha(\Delta\alpha+\Delta\phi\cos\chi-\Delta\psi\sin\chi)x'_{2F}.
\end{aligned}
$$

Решая данную систему уравнений, получим

$$
\frac{\Delta\phi}{\Delta\alpha}\cos\chi-\frac{\Delta\psi}{\Delta\alpha}\sin\chi=-qS\frac{c_{y2}^\alpha\left(\dfrac{x'_{2F}\cos\chi}{k_\phi}+\dfrac{z'_{2F}\sin\chi}{k_\psi}\right)}{1+qSc_{y2}^\alpha\left(\dfrac{x'_{2F}\cos\chi}{k_\phi}+\dfrac{z'_{2F}\sin\chi}{k_\psi}\right)}=-\frac{qSD}{1+qSD}.
\tag{11.9}
$$

Подставляя выражение (11.9) в (11.8), найдем окончательные выражения для производных коэффициентов подъемной силы и

момента тангажа и положения фокуса крыла с учетом упругих деформаций:

$$c_{y\,\text{упр}}^{\alpha} = c_y^{\alpha}\left(1 - \frac{c_{y2}^{\alpha}}{c_y^{\alpha}}\,\frac{qSD}{1+qSD}\right) = c_y^{\alpha}\xi_{c_y^{\alpha}}(q), \qquad (11.10)$$

$$m_{z\,\text{упр}}^{\alpha} = m_z^{\alpha}\left(1 - \frac{c_{y2}^{\alpha}\bar{x}_{2F}}{c_y^{\alpha}\bar{x}_F}\,\frac{qSD}{1+qSD}\right) = m_z^{\alpha}\xi_{m_z^{\alpha}}(q), \qquad (11.11)$$

$$\bar{x}_{F\,\text{упр}} = \frac{m_{z\,\text{упр}}^{\alpha}}{c_{y\,\text{упр}}^{\alpha}} = \bar{x}_F + \Delta\bar{x}_{F\,\text{упр}}, \qquad (11.12)$$

где $\bar{x}_{2F} = x_{2F}/b_\text{A}$; $\xi_{c_y^{\alpha}}$, $\xi_{m_z^{\alpha}}$ — коэффициенты влияния упругости крыла на производные коэффициента подъемной силы и момента тангажа; $\Delta\bar{x}_{F\,\text{упр}}$ — относительное смещение фокуса крыла за счет упругости его конструкции, $\Delta\bar{x}_{F\,\text{упр}} = (\bar{x}_F - \bar{x}_{2F})\dfrac{c_{y2}^{\alpha}}{c_y^{\alpha}} \times$

$$\times\frac{qSD}{1+qSD}\Bigg/\left(1 - \frac{c_{y2}^{\alpha}}{c_y^{\alpha}}\,\frac{qSD}{1+qSD}\right).$$

Для прямого крыла ($\chi = 0$, $M < 1$) параметр $D < 0$, так как $x'_{2F} < 0$ (фокус расположен впереди оси жесткости, возможна дивергенция крыла, см. (11.6)). С ростом скоростного напора коэффициенты влияния упругости крыла $\xi_{c_y^{\alpha}}(q)$, $\xi_{m_z^{\alpha}}(q)$ возрастают, фокус крыла не изменяет своего положения: $\Delta\bar{x}_{F\,\text{упр}} = 0$, так как $\bar{x}_{2F} = \bar{x}_F$.

Для стреловидного крыла с малым углом стреловидности ($\chi > 0$, $M < 1$) параметр $D < 0$, т.е. увеличение угла атаки концевых секций крыла при кручении превышает снижение угла атаки при изгибе, что приводит к увеличению подъемной силы концевых секций крыла. С ростом скоростного напора коэффициенты $\xi_{c_y^{\alpha}}(q)$, $\xi_{m_z^{\alpha}}(q)$ возрастают, фокус крыла смещается назад: $\Delta\bar{x}_{F\,\text{упр}} > 0$, так как $(\bar{x}_F - \bar{x}_{2F})D > 0$.

Для стреловидного крыла с большим углом стреловидности ($\chi > 25...30°$) и $M < 1$ параметр $D > 0$, т.е. уменьшение угла атаки концевых секций крыла при изгибе превышает увеличение угла атаки при кручении, что приводит к снижению подъемной силы концевых секций крыла. С ростом скоростного напора коэффициенты $\xi_{c_y^{\alpha}}(q)$, $\xi_{m_z^{\alpha}}(q)$ снижаются, фокус

крыла смещается вперед: $\Delta\bar{x}_{F\,\text{упр}} < 0$, так как $(\bar{x}_F - \bar{x}_{2F})D < 0$. На сверхзвуковых режимах полета линия фокусов смещается за ось жесткости ($x'_{2F} > 0$) — кручение крыла также снижает угол атаки концевых секций крыла, что приводит к увеличению параметра D и более сильному снижению коэффициентов $\xi_{c_y^\alpha}(q)$, $\xi_{m_z^\alpha}(q)$ и большему смещению фокуса крыла вперед с ростом скоростного напора.

Для крыла с обратной стреловидностью ($\chi < 0$) при M < 1 параметр $D < 0$, т.е. изгиб и кручение крыла увеличивают угол атаки концевых секций крыла. С ростом скоростного напора коэффициенты $\xi_{c_y^\alpha}(q)$, $\xi_{m_z^\alpha}(q)$ возрастают, фокус перемещается вперед: $\Delta\bar{x}_{F\,\text{упр}} < 0$, так как $(\bar{x}_F - \bar{x}_{2F})D < 0$. На сверхзвуковых режимах полета линия фокусов смещается за ось жесткости и кручение крыла уменьшает угол атаки концевых секций крыла, что приводит к ослаблению этих эффектов.

Рассмотрим условия равновесия концевой секции крыла, установленного под нулевым углом атаки к набегающему потоку, при отклонении элерона на угол $\delta_э$ (см. рис. 11.3). Возникающая при отклонении элерона аэродинамическая сила приводит к повороту концевой части крыла на углы ψ и ϕ. Выражения для подъемной силы концевой секции крыла и проекций ее момента относительно шарнира O_1 на оси O_1x' и O_1z' имеют вид

$$
\begin{aligned}
Y_2 &= Y_2^\alpha(\phi\cos\chi - \psi\sin\chi) + Y^{\delta_э}\delta_э;\\
M'_x &= Y_2^\alpha(\phi\cos\chi - \psi\sin\chi)z'_{2F} + Y^{\delta_э}z'_э\delta_э;\\
M'_z &= -Y_2^\alpha(\phi\cos\chi - \psi\sin\chi)x'_{2F} - Y^{\delta_э}x'_э\delta_э.
\end{aligned}
$$

Здесь $Y^{\delta_э}$ — производная подъемной силы по углу отклонения элерона; $x'_э$, $z'_э$ — координаты фокуса аэродинамических сил при отклонении элерона ($F_э$ на рис. 11.3). Отметим, что $x'_э > 0$, поскольку точка приложения равнодействующей аэродинамических сил при отклонении элерона расположена за осью жесткости крыла (на 0,57...0,6*b*). Условия равновесия концевой секции крыла имеют вид

$$
\begin{aligned}
k_\psi\psi &= Y_2^\alpha(\phi\cos\chi - \psi\sin\chi)z'_{2F} + Y^{\delta_э}z'_э\delta_э;\\
k_\phi\varphi &= -Y_2^\alpha(\phi\cos\chi - \psi\sin\chi)x'_{2F} - Y^{\delta_э}x'_э\delta_э.
\end{aligned}
$$

Решая эту систему уравнений, получим выражения для углов поворота ψ и ϕ

$$\psi = \frac{1}{k_\psi}\frac{z'_э + \dfrac{1}{k_\phi}Y_2^\alpha(z'_э x'_{2F} - z'_{2F}x'_э)\cos\chi}{1 + Y_2^\alpha\left(\dfrac{x'_{2F}\cos\chi}{k_\phi} + \dfrac{z'_{2F}\sin\chi}{k_\psi}\right)}Y^\delta\delta_э;$$
$$\phi = -\frac{1}{k_\phi}\frac{x'_э - \dfrac{1}{k_\psi}Y_2^\alpha(z'_э x'_{2F} - z'_{2F}x'_э)\sin\chi}{1 + Y_2^\alpha\left(\dfrac{x'_{2F}\cos\chi}{k_\phi} + \dfrac{z'_{2F}\sin\chi}{k_\psi}\right)}Y^{\delta_э}\delta_э. \qquad (11.13)$$

Используя полученные выражения для углов поворота ψ и ϕ, найдем момент аэродинамических сил при отклонении элерона относительно оси *Ox* (см. рис. 11.3):

$$M_x = M'_z\sin\chi + M'_x\cos\chi = k_\phi\phi\sin\chi + k_\psi\psi\cos\chi =$$
$$= \frac{(z'_э\cos\chi - x'_э\sin\chi) + Y_2^\alpha(z'_э x'_{2F} - z'_{2F}x'_э)\left(\dfrac{1}{k_\phi}\cos^2\chi + \dfrac{1}{k_\psi}\sin^2\chi\right)}{1 + Y_2^\alpha\left(\dfrac{x'_{2F}\cos\chi}{k_\phi} + \dfrac{z'_{2F}\sin\chi}{k_\psi}\right)}Y^{\delta_э}\delta_э. \qquad (11.14)$$

Числитель данного выражения обращается в нуль при скоростном напоре

$$q_{\text{рев}} = \frac{\left(1 - \dfrac{x'_э}{z'_э}\operatorname{tg}\chi\right)}{c_{y2}^\alpha S\left(\dfrac{z'_{2F}}{z'_э}x'_э - x'_{2F}\right)\left(\dfrac{1}{k_\phi} + \dfrac{1}{k_\psi}\operatorname{tg}^2\chi\right)\cos\chi} > 0.$$

Явление потери эффективности элеронов называют *реверсом элеронов*. Данное явление связано с расположением линии фокусов аэродинамических сил при отклонении элеронов позади оси

жесткости крыла. С ростом скорости набегающего потока увеличивается приращение подъемной силы при положительном отклонении элерона и соответственно увеличивается момент аэродинамических сил, закручивающий концевую часть крыла на отрицательный угол ϕ, уменьшающий подъемную силу крыла. При скорости набегающего потока, равной скорости реверса, изменение момента аэродинамических сил относительно оси *Ox* при отклонении элерона компенсируется изменением момента аэродинамических сил от кручения крыла, вызванного этим отклонением элерона.

Для прямого крыла ($\chi = 0$) скоростной напор, соответствующий реверсу элеронов, определяется выражением

$$q_{\text{рев}} = \frac{k_\phi}{c_{y\,2}^{\alpha} S\left(\dfrac{z'_{2F}}{z'_{\text{э}}} x'_{\text{э}} - x'_{2F} \right)}.$$

Для оценки влияния угла стреловидности на скорость возникновения реверса элеронов определим производную $dq_{\text{рев}} / d\chi$. При $\chi = 0$ получим

$$\left. \frac{dq_{\text{рев}}}{d\chi} \right|_{\chi=0} = -\frac{k_\phi x'_{\text{э}}}{c_{y\,2}^{\alpha} S z'_{\text{э}} \left(\dfrac{z'_{2F}}{z'_{\text{э}}} x'_{\text{э}} - x'_{2F} \right)} < 0.$$

С увеличением угла прямой стреловидности крыла ($\chi > 0$) скорость возникновения реверса элеронов падает по сравнению с прямым крылом: при положительном отклонении элерона крыло изгибается вверх (концевая часть крыла поворачивается на угол $\psi > 0$ (11.13)), что приводит к уменьшению местных углов атаки (11.2) и к уменьшению приращения момента подъемной силы относительно оси *Ox*, т.е. снижению скорости реверса. Для крыла обратной стреловидности наблюдается обратный эффект: увеличение угла атаки при $\delta_{\text{э}} > 0$ за счет изгиба приводит к возрастанию приращения момента аэродинамической силы, т.е. возрастанию скорости реверса элеронов по сравнению с прямым крылом.

Используя выражение для момента крена (11.14), получим зависимость производной коэффициента эффективности элерона по крену от скоростного напора в следующем виде:

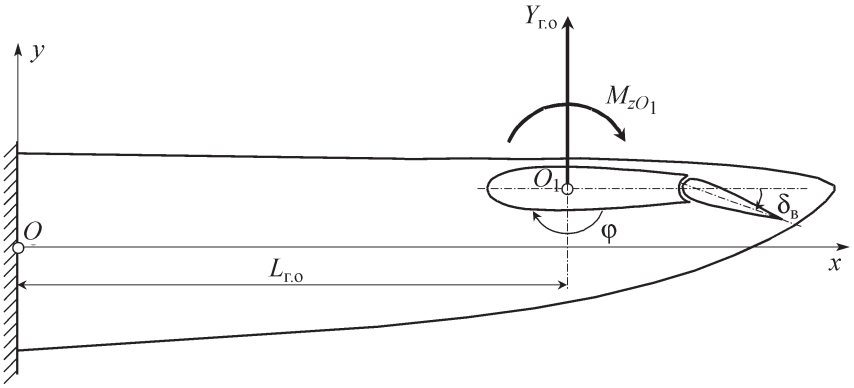


Рис. 11.7. Схема фюзеляжа с закрепленными на нем стабилизатором и рулем высоты

$$m_{x\,\text{упр}}^{\delta_э} = m_x^{\delta_э}\left[\frac{1+qSA_э}{1+qSD}\right],$$

где $m_x^{\delta_э}$ — производная коэффициента эффективности элерона абсолютно жесткого крыла, $m_x^{\delta_э} = c_y^{\delta_э}\left(\frac{z'_э}{l}\cos\chi - \frac{x'_э}{l}\sin\chi\right)$; $A_э = -c_{y2}^{\alpha} \times$

$$\times\left(\frac{\cos^2\chi}{k_\phi}+\frac{\sin^2\chi}{k_\psi}\right)\frac{\frac{z'_{2F}}{z'_э}x'_э - x'_{2F}}{\cos\chi - \frac{x'_э}{z'_э}\sin\chi}.$$

Исследуем влияние упругих деформаций стабилизатора и фюзеляжа на эффективность рулей высоты. Рассмотрим задачу обтекания потоком фюзеляжа с закрепленными на нем стабилизатором и рулем высоты (рис. 11.7). Фюзеляж жестко закреплен в центре масс самолета, упругие свойства фюзеляжа определяются его жесткостью на изгиб — $EI(x)$, где E — модуль упругости; $I(x)$ — момент инерции сечения. Считаем, что угол стреловидности стабилизатора $\chi_{ст} = 0$. Стабилизатор жесткий, он крепится к фюзеляжу упругим шарниром O_1 с коэффициентом жесткости на кручение относительно оси O_1z_1, равным k_c.

Считаем, что при неотклоненном руле высоты аэродинамические силы и моменты, действующие на стабилизатор, равны нулю. При отклонении руля высоты на угол $\delta_в$ на стабилизатор действуют аэродинамическая сила $Y_{г.о}$, проходящая через ось

упругого шарнира O_1, и аэродинамический момент M_{zO_1} относительно этой оси, которые приводят к деформации фюзеляжа и стабилизатора.

Угол поворота стабилизатора φ равен сумме углов поворота фюзеляжа в месте крепления стабилизатора $\varphi_ф$ и стабилизатора относительно фюзеляжа $\varphi_с$. Используя известное уравнение для изгибных деформаций балки [22]

$$EI\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = M_{изг}(x),$$

с учетом принятого направления для угла поворота вокруг оси O_1z_1 получим

$$\varphi = \varphi_ф + \varphi_с = \int_0^{L_{г.о}} \frac{-Y_{го}(L_{г.о} - x) + M_{zO_1}}{EI}dx + \frac{M_{zO_1}}{k_с} = \\ = -\frac{Y_{г.о}L_{г.о}}{k_{1ф}} + \frac{M_{zO_1}}{k_{2ф}} + \frac{M_{zO_1}}{k_с}, \tag{11.15}$$

где $\frac{1}{k_{1ф}} = \int_0^{L_{г.о}} \frac{(1 - x/L_{г.о})dx}{EI}$; $\frac{1}{k_{2ф}} = \int_0^{L_{г.о}} \frac{dx}{EI}$.

Выражения для аэродинамических сил и моментов, действующих на стабилизатор, имеют вид

$$Y_{г.о} = qSK_{г.о}(c_y^{\varphi}\varphi + c_y^{\delta_в}\delta_в);\ M_{zO_1} = qSb_A K_{г.о}(m_{zO_1}^{\varphi}\varphi + m_{zO_1}^{\delta_в}\delta_в),$$

где $c_y^{\varphi}, c_y^{\delta_в}, m_{zO_1}^{\varphi}, m_{zO_1}^{\delta_в}$ — производные коэффициентов подъемной силы и момента относительно оси O_1z_1 упругого шарнира при отклонении стабилизатора и руля высоты. Здесь аэродинамические производные отнесены к геометрическим характеристикам крыла: S и b_A. Между коэффициентами $m_{zO_1}^{\varphi}$, $m_{zO_1}^{\delta_в}$ и c_y^{φ}, $c_y^{\delta_в}$ справедливы соотношения

$$m_{zO_1}^{\varphi} = c_y^{\varphi}\frac{\Delta x_{F\,г.о}}{b_A};\ m_{zO_1}^{\delta_в} = c_y^{\delta_в}\frac{\Delta x_{F\,в}}{b_A},$$

где $\Delta x_{Fг.о}$ — расстояние между осью O_1z_1 и аэродинамическим фокусом стабилизатора ($\Delta x_{Fг.о} > 0$ при M < 1); $\Delta x_{Fв}$ — расстояние между

осью O_1z_1 и фокусом аэродинамических сил при отклонении руля высоты ($\Delta x_{F_в} < 0$). Подставляя выражения для $Y_{г.о}$ и M_{z0_1} в уравнение (11.15), определим угол поворота стабилизатора в зависимости от угла поворота руля высоты:

$$\varphi = qSK_{г.о}\frac{-\frac{c_y^{\delta_в}L_{г.о}}{k_{1ф}} + m_{zO_1}^{\delta_в}b_A\left(\frac{1}{k_{2ф}} + \frac{1}{k_c}\right)}{1 - qSK_{г.о}\left[-\frac{c_y^{\varphi}L_{г.о}}{k_{1ф}} + m_{zO_1}^{\varphi}b_A\left(\frac{1}{k_{2ф}} + \frac{1}{k_c}\right)\right]}\delta_в =$$

$$= \frac{qSK_{г.о}A_{ст}}{1 - qSK_{г.о}D_{ст}}\delta_в, \qquad (11.16)$$

где $A_{ст} = -\frac{c_y^{\delta_в}L_{г.о}}{k_{1ф}} + m_{zO_1}^{\delta_в}b_A\left(\frac{1}{k_{2ф}} + \frac{1}{k_c}\right)$; $D_{ст} = -\frac{c_y^{\varphi}L_{г.о}}{k_{1ф}} + m_{zO_1}^{\varphi}b_A\left(\frac{1}{k_{2ф}} + \right.$

$\left. + \frac{1}{k_c}\right)$.

Поскольку $c_y^{\delta_в} > 0$, $m_{zO_1}^{\delta_в} < 0$, то $A_{ст} < 0$, и при $\delta_в > 0$ угол $\varphi < 0$.

При скоростном напоре

$$q_D = \frac{1}{K_{г.о}S\left[-\frac{c_y^{\varphi}L_{г.о}}{k_{1ф}} + m_{zO_1}^{\varphi}b_A\left(\frac{1}{k_{2ф}} + \frac{1}{k_c}\right)\right]} = \frac{1}{SK_{г.о}D_{ст}} \qquad (11.17)$$

знаменатель выражения (11.16) обращается в нуль, т.е. имеет место потеря статической устойчивости конструкции — дивергенция стабилизатора. Возникновение дивергенции стабилизатора возможно при условии $q_D > 0$, т.е

$$D_{ст} = -\frac{c_y^{\varphi}L_{г.о}}{k_{1ф}}\frac{m_{zO_1}^{\varphi}b_A}{k_{2ф}} + \frac{m_{zO_1}^{\varphi}b_A}{k_c} > 0. \qquad (11.18)$$

Для сверхзвуковых режимов полета $m_{zO_1}^{\varphi} < 0$ (аэродинамический фокус при повороте стабилизатора располагается сзади оси

жесткости стабилизатора), $D_{ст} < 0$ и дивергенция стабилизатора невозможна.

На дозвуковых режимах полета $m^{\varphi}_{zO_1} > 0$. Для самолета с длинным фюзеляжем $c^{\varphi}_y L_{г.о} >> m^{\varphi}_{zO_1} b_A$ и дивергенция стабилизатора возможна только при малой жесткости стабилизатора k_c. Для самолетов с коротким фюзеляжем величины $c^{\varphi}_y L_{г.о} / k_{1ф}$ и $m^{\varphi}_{zO_1} b_A / k_{2ф}$ примерно одного порядка, поскольку $1 / k_{2ф} > 1 / k_{1ф}$ (11.15). Для таких самолетов дивергенция стабилизатора возможна и при относительно большой жесткости стабилизатора.

Для абсолютно жесткого самолета ($\varphi = 0$) производные коэффициента момента тангажа руля высоты и стабилизатора определяются выражениями

$$m^{\delta_в}_z = K_{г.о}\left(-c^{\delta_в}_y \frac{L_{г.о}}{b_A} + m^{\delta_в}_{zO_1}\right);$$
$$m^{\varphi}_z = K_{г.о}\left(-c^{\varphi}_y \frac{L_{г.о}}{b_A} + m^{\varphi}_{zO_1}\right). \qquad (11.19)$$

Для упругого самолета производную коэффициента момента тангажа руля высоты необходимо определять с учетом поворота стабилизатора на угол φ из-за деформаций фюзеляжа и стабилизатора:

$$m^{\delta_в}_{z\,упр} = \frac{-Y_{г.о} L_{г.о} + M_{z0}}{qSb_A \delta_в} = K_{г.о}\left(-c^{\delta_в}_y \frac{L_{г.о}}{b_A} + m^{\delta_в}_{zO_1}\right) +$$
$$+ K_{г.о}\left(-c^{\varphi}_y \frac{L_{г.о}}{b_A} + m^{\varphi}_{zO_1}\right)\frac{\varphi}{\delta_в} = m^{\delta_в}_z\left(1 + \frac{qSK_{г.о}A_{ст}}{1 - qSK_{г.о}D_{ст}} \frac{m^{\varphi}_z}{m^{\delta_в}_z}\right) = m^{\delta_в}_z \xi_{m^{\delta}_z}(q), \qquad (11.20)$$

где $\xi_{m^{\delta}_z}(q)$ — коэффициент влияния упругости конструкции на эффективность руля высоты.

Поскольку коэффициент $A_{ст} < 0$, то с ростом скоростного напора эффективность руля высоты из-за деформаций фюзеляжа и стабилизатора падает. Скоростной напор реверса руля высоты, при котором $m^{\delta_в}_{z\,упр} = 0$, можно представить в следующем виде:

$$q_{рев} = -\frac{m^{\delta_в}_z}{SK_{г.о}(m^{\varphi}_{zO_1} c^{\delta_в}_y - m^{\delta_в}_{zO_1} c^{\varphi}_y) L_{г.о} b_A} \frac{k_c k_{ф12}}{k_c + k_{ф12}},$$

где $\frac{1}{k_{\text{ф}12}} = \frac{1}{k_{\text{ф}2}} - \frac{1}{k_{\text{ф}1}} = \int\limits_0^{L_{\text{г.о}}} \frac{x dx}{L_{\text{г.о}} EI}$.

Полученные результаты позволяют оценить влияние упругих деформаций фюзеляжа и стабилизатора на запас статической устойчивости. Изменения подъемной силы и момента тангажа при изменении угла атаки на $\Delta\alpha$ ($\delta_{\text{в}} = 0$) с учетом скоса и торможения потока на стабилизаторе самолета с абсолютно жесткими фюзеляжем и стабилизатором составляют:

$$\Delta Y = qSc_{y\,\text{кр}}^{\alpha}\Delta\alpha + qSK_{\text{г.о}}c_y^{\varphi}(1-\varepsilon^{\alpha})\Delta\alpha;$$
$$\Delta M_z = qSc_{y\,\text{кр}}^{\alpha}\Delta x_{F\,\text{кр}}\Delta\alpha - qSK_{\text{г.о}}c_y^{\varphi}L_{\text{г.о}}(1-\varepsilon^{\alpha})\Delta\alpha +$$
$$+qSK_{\text{г.о}}b_{\text{A}}m_{z0}^{\varphi}(1-\varepsilon^{\alpha})\Delta\alpha,$$

где $c_{y\,\text{кр}}^{\alpha}$ — производная коэффициента подъемной силы крыла по углу атаки; $\Delta x_{F\,\text{кр}}$ — расстояние между фокусом крыла и центром масс самолета, $\Delta x_{F\,\text{кр}} = x_{F\,\text{кр}} - x_{\text{т}}$.

Запас статической устойчивости самолета без учета упругости фюзеляжа и стабилизатора

$$m_z^{c_y} = \frac{\Delta M_z}{\Delta Y b_{\text{A}}} = \frac{1}{b_{\text{A}}}\frac{c_{y\,\text{кр}}^{\alpha}\Delta x_{F\,\text{кр}} - K_{\text{г.о}}(c_y^{\varphi}L_{\text{г.о}} - b_{\text{A}}m_{z0}^{\varphi})(1-\varepsilon^{\alpha})}{c_y^{\alpha}},$$

где c_y^{α} — производная коэффициента подъемной силы по углу атаки без учета упругости фюзеляжа и стабилизатора самолета, $c_y^{\alpha} = c_{y\,\text{кр}}^{\alpha} + K_{\text{г.о}}c_y^{\varphi}(1-\varepsilon^{\alpha})$.

При изменении угла атаки самолета с упругими фюзеляжем и стабилизатором возникают деформации этих элементов конструкции, приводящие к дополнительному повороту стабилизатора на угол $\Delta\varphi$,

$$\Delta\varphi = -\frac{\Delta Y_{\text{ст}}L_{\text{г.о}}}{k_{1\text{ф}}} + \frac{\Delta M_{zO_1}}{k_{2\text{ф}}} + \frac{\Delta M_{zO_1}}{k_{\text{с}}}, \qquad (11.21)$$

где $\Delta Y_{\text{ст}}$ и ΔM_{zO_1} — приращения аэродинамической силы и момента относительно оси O_1z_1, действующих на стабилизатор, с учетом упругих деформаций фюзеляжа и стабилизатора,

$$\Delta Y_{\text{ст}} = qSK_{\text{г.о}} c_y^{\varphi} [(1-\varepsilon^{\alpha})\Delta\alpha + \Delta\varphi];$$

$$\Delta M_{zO_1} = qSb_{\text{A}} K_{\text{г.о}} m_{zO_1}^{\varphi} [(1-\varepsilon^{\alpha})\Delta\alpha + \Delta\varphi].$$

Подставляя эти выражения в (11.21), получим

$$\Delta\varphi = \frac{qSK_{\text{г.о}} D_{\text{ст}}}{1 - qSK_{\text{г.о}} D_{\text{ст}}} (1-\varepsilon^{\alpha})\Delta\alpha.$$

Изменение момента тангажа при изменении угла атаки на $\Delta\alpha$ самолета с упругими фюзеляжем и стабилизатором

$$\Delta M_{z\,\text{упр}} = \Delta M_z - qSK_{\text{г.о}} (c_y^{\varphi} L_{\text{г.о}} - b_{\text{A}} m_{zO_1}^{\varphi})\Delta\varphi =$$
$$= \Delta M_z - qSK_{\text{г.о}} (c_y^{\varphi} L_{\text{г.о}} - b_{\text{A}} m_{zO_1}^{\varphi}) \frac{qSK_{\text{г.о}} D_{\text{ст}}}{1 - qSK_{\text{г.о}} D_{\text{ст}}} (1-\varepsilon^{\alpha})\Delta\alpha.$$

Пренебрегая изменением приращения подъемной силы из-за упругих деформаций, определим запас статической устойчивости с учетом упругости фюзеляжа и стабилизатора:

$$m_{z\,\text{упр}}^{c_y} = \frac{\Delta M_{z\,\text{упр}}}{\Delta Y b_{\text{A}}} = \frac{\Delta M_z}{\Delta Y b_{\text{A}}} - \frac{qSK_{\text{г.о}} (c_y^{\varphi} L_{\text{г.о}} - b_{\text{A}} m_{zO_1}^{\varphi})}{\Delta Y b_{\text{A}}} \times$$
$$\times \frac{qSK_{\text{г.о}} D_{\text{ст}}}{1 - qSK_{\text{г.о}} D_{\text{ст}}} (1-\varepsilon^{\alpha})\Delta\alpha = m_z^{c_y} - \frac{1}{b_{\text{A}}} \frac{K_{\text{г.о}} (c_y^{\varphi} L_{\text{г.о}} - b_{\text{A}} m_{zO_1}^{\varphi})}{c_y^{\alpha}} \times$$
$$\times \frac{qSK_{\text{г.о}} D_{\text{ст}}}{1 - qSK_{\text{г.о}} D_{\text{ст}}} (1-\varepsilon^{\alpha}) = m_z^{c_y} + \Delta m_{z\,\text{упр}}^{c_y}, \qquad (11.22)$$

где

$$\Delta m_{z\,\text{упр}}^{c_y} = -\frac{1}{b_{\text{A}}} \frac{K_{\text{г.о}} (c_y^{\varphi} L_{\text{г.о}} - b_{\text{A}} m_{zO_1}^{\varphi})}{c_y^{\alpha}} \frac{qSK_{\text{г.о}} D_{\text{ст}}}{1 - qSK_{\text{г.о}} D_{\text{ст}}} (1-\varepsilon^{\alpha}).$$

Если можно пренебречь влиянием горизонтального оперения на производную коэффициента подъемной силы: $c_y^{\alpha} = c_{y\,\text{кр}}^{\alpha} + K_{\text{г.о}} c_y^{\varphi} (1-$

$-\varepsilon^{\alpha}) \approx c_{y\,\text{кр}}^{\alpha}$, то выражение (11.22) можно представить в следующем виде:

$$m_{z\,\text{упр}}^{c_y} = m_{z\,\text{б.г.о}}^{c_y} + \Delta m_{z\,\text{г.о}}^{c_y} + \Delta m_{z\,\text{г.о}}^{c_y} \frac{qSK_{\text{г.о}}D_{\text{ст}}}{1 - qSK_{\text{г.о}}D_{\text{ст}}}(1-\varepsilon^{\alpha}),$$

где $m_{z\,\text{б.г.о}}^{c_y}$ — запас продольной статической устойчивости самолета без горизонтального оперения, $m_{z\,\text{б.г.о}}^{c_y} = \dfrac{\Delta x_{F\,\text{кр}}}{b_{\text{А}}}$; $\Delta m_{z\,\text{г.о}}^{c_y}$ — изменение запаса продольной статической устойчивости от горизонтального оперения самолета без учета упругости фюзеляжа и стабилизатора, $\Delta m_{z\,\text{г.о}}^{c_y} = -\dfrac{1}{b_{\text{А}}} \dfrac{K_{\text{г.о}}(c_y^{\varphi} L_{\text{г.о}} - b_{\text{А}} m_{zO_1}^{\varphi})}{c_y^{\alpha}}$.

Поскольку $c_y^{\varphi} L_{\text{г.о}} - b_{\text{А}} m_{zO_1}^{\varphi} > 0$, то знак $\Delta m_{z\,\text{упр}}^{c_y}$ зависит от знака параметра $D_{\text{ст}}$. Если на рассматриваемом режиме полета (при заданном числе М) возможна дивергенция стабилизатора ($D_{\text{ст}} > 0$), то упругие деформации фюзеляжа и стабилизатора увеличивают запас статической устойчивости ($\Delta m_{z\,\text{упр}}^{c_y} < 0$), если дивергенция невозможна ($D_{\text{ст}} < 0$) — уменьшают ($\Delta m_{z\,\text{упр}}^{c_y} > 0$).

Аналогичным образом упругие боковые деформации фюзеляжа и вертикального оперения влияют на эффективность руля направления и запас путевой устойчивости (коэффициент m_y^{β}).

Изменение аэродинамических сил происходит не только при изменении угла атаки или скольжения и отклонении органов управления, но и при вращении самолета, поэтому упругие деформации конструкции самолета приводят к изменению и вращательных производных ($m_z^{\omega_z}$, $m_x^{\omega_x}$, $m_y^{\omega_y}$ и т.д.).

Проведенные выше оценки показывают, что влияние упругих деформаций конструкции самолета на его аэродинамические характеристики:

возрастает с ростом скоростного напора ($q = \rho V^2/2$);

зависит от распределения аэродинамических сил на несущих поверхностях (числа М);

зависит от стреловидности несущих поверхностей и их упругих характеристик (жесткости на изгиб и кручение).

11.2. КОЭФФИЦИЕНТЫ ВЛИЯНИЯ УПРУГИХ ДЕФОРМАЦИЙ НА АЭРОДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

В проведенном выше анализе влияния упругих деформаций отдельных элементов конструкции самолета на его аэродинамические характеристики эти деформации представлялись в упрощенном виде. Однако даже при таком представлении влияние упругости конструкции является сложной функцией, зависящей от целого ряда параметров, включая как конструктивные особенности планера, так и характер обтекания (скоростной напор, число М). Из-за разнообразия форм современных самолетов обобщение существующих зависимостей влияния упругих деформаций конструкции даже при их точном моделировании вряд ли возможно, поэтому исследование этих эффектов аэроупругости проводят индивидуально для каждого самолета.

Коэффициенты влияния упругих деформаций конструкции на аэродинамические характеристики обычно определяют по расчетам деформаций и аэродинамических сил при фиксации самолета в характерной точке (вблизи центра масс) либо по результатам продувок упругоподобной модели самолета в аэродинамической трубе при защемлении модели самолета в характерной точке (вблизи центра масс) [20, 21]. При расчетном определении влияния упругих деформаций на аэродинамические характеристики решается задача совместного определения статических упругих деформаций и стационарных аэродинамических сил для следующих условных форм движения самолета и распределения инерционных сил:

1) заданное значение угла α (β) в характерной точке, $\omega_z = \omega_x = \omega_y = 0$, сила притяжения Земли равна нулю ($g = 0$);

2) заданная стационарная скорость вращения самолета относительно характерной точки ω_x (ω_y, ω_z), $\alpha = 0$, $\beta = 0$, $g = 0$;

3) заданные значения углов отклонения органов управления, $\alpha = 0$, $\beta = 0$, $\omega_x = \omega_y = \omega_z = 0$, $g = 0$;

4) заданные инерционные нагрузки, соответствующие нормальному ускорению самолета, $\alpha = 0$, $\beta = 0$, $\omega_x = \omega_y = \omega_z = 0$, $g \neq 0$.

Проводя расчеты аэродинамических коэффициентов и производных для различных значений скоростного напора и числа М, можно получить их зависимости от режима полета. Для продольного движения коэффициенты подъемной силы и момента тангажа с учетом упругости конструкции можно представить в следующем виде:

$$
\begin{aligned}
&c_{y\,\text{упр}} = \xi_{c_{y0}}(q, \text{M})c_{y0} + \xi_{c_y^n} c_y^n(q, \text{M})n_y + \xi_{c_y^\alpha}(q, \text{M})c_y^\alpha\alpha + \\
&+\xi_{c_y^{\bar\omega}}(q, \text{M})c_y^{\bar\omega}\frac{b_A}{V}\omega_z + \sum_{j=1}^{n}\xi c_y^{\delta_j}(q, \text{M})c_y^{\delta_j}\delta_j; \\
&m_{z\,\text{упр}} = \xi_{m_{z0}}(q, \text{M})m_{z0} + m_z^n(q, \text{M})n_y + \xi_{m_z^\alpha}(q, \text{M})m_z^\alpha\alpha + \\
&+\xi_{m_i^{\bar\omega_z}}(q, \text{M})m_i^{\bar\omega_z}\frac{b_A}{V}\omega_z + \sum_{j=1}^{k}\xi_{m_z^{\delta_j}}(q, \text{M})m_z^{\delta_j}\delta_j,
\end{aligned}
\tag{11.23}
$$

где ξ_P — коэффициент влияния упругости конструкции на аэродинамическую характеристику «P»; c_y^n, m_z^n — коэффициенты, учитывающие влияние инерционной нагрузки на c_y и m_z; δ_j — отклонение j-го органа управления, используемого при управлении самолетом в продольном движении (рулей высоты, поворотного стабилизатора и др.).

Для запаса продольной статической устойчивости обычно вводится аддитивная поправка, учитывающая влияние статических деформаций конструкции на данную характеристику:

$$
m_{z\,\text{упр}}^{c_y} = m_z^{c_y} + \Delta m_{z\,\text{упр}}^{c_y}(q, \text{M}).
$$

Аэродинамические коэффициенты бокового движения представляют в следующем виде:

$$
\begin{aligned}
&c_{z\,\text{упр}} = \xi_{c_z^\beta}(q, \text{M})c_z^\beta\beta + \xi_{c_z^{\omega_x}}(q, \text{M})c_y^{\bar\omega_x}\frac{l}{2V}\omega_x + \\
&+\xi_{c_z^{\omega_y}}(q, \text{M})c_y^{\bar\omega_y}\frac{l}{2V}\omega_y + \sum_{k=1}^{p}\xi_{c_z^{\delta_k}}(q, \text{M})c_z^{\delta_k}\delta_k; \\
&m_{x\,\text{упр}} = \xi_{m_x^\beta}(q, \text{M})m_x^\beta + \xi_{m_x^{\bar\omega_x}}(q, \text{M})m_x^{\bar\omega_x}\frac{l}{2V}\omega_x + \\
&+\xi_{m_x^{\bar\omega_y}}(q, \text{M})m_x^{\bar\omega_y}\frac{l}{2V}\omega_y + \sum_{k=1}^{p}\xi_{m_x^{\delta_k}}(q, \text{M})m_x^{\delta_k}\delta_k; \\
&m_{y\,\text{упр}} = \xi_{m_y^\beta}(q, \text{M})m_y^\beta + \xi_{m_y^{\bar\omega_x}}(q, \text{M})m_y^{\bar\omega_x}\frac{l}{2V}\omega_x + \\
&+\xi_{m_y^{\bar\omega_y}}(q, \text{M})m_y^{\bar\omega_y}\frac{l}{2V}\omega_y + \sum_{k=1}^{p}\xi_{m_y^{\delta_k}}(q, \text{M})m_y^{\delta_k}\delta_k,
\end{aligned}
\tag{11.24}
$$

где ξ_P — коэффициент влияния упругости конструкции на аэродинамическую производную «P»; δ_k — отклонение k-го органа управ-

ления, используемого при управлении самолетом в боковом движении (элероны, руль направления, дифференциальный стабилизатор и др.).

При продувках упругоподобной модели в аэродинамической трубе возможно определение ряда поправочных коэффициентов: для продольного движения это параметры $\xi_{c_{y0}}$, c_y^n, $\xi_{c_y^\alpha}$, $\xi_{c_y^{\delta_j}}$, $\xi_{m_{z0}}$, m_z^n, $\xi_{m_z^\alpha}$, $\xi_{m_z^{\delta_j}}$; для бокового движения — $\xi_{c_z^\beta}$, $\xi_{c_z^{\delta_k}}$, $\xi_{m_x^\beta}$, $\xi_{m_y^\beta}$, $\xi_{m_x^{\delta_k}}$, $\xi_{m_y^{\delta_k}}$.

На рис. 11.8...11.10 показано влияние скоростного напора и числа М на некоторые аэродинамические производные самолета нормальной схемы с крылом умеренной стреловидности ($\chi \approx 30°$) и большого удлинения ($\lambda \approx 9{,}5$). Для самолета рассматриваемой компоновки характер изменения аэродинамических производных c_y^α, $m_z^{c_y}$, m_y^β, во многом определяющих характеристики устойчивости и управляемости самолета, с ростом скоростного напора определяется в основном следующими факторами:

изменением местных углов атаки концевых сечений крыла, горизонтального и вертикального оперения при изгибе этих аэродинамических поверхностей;

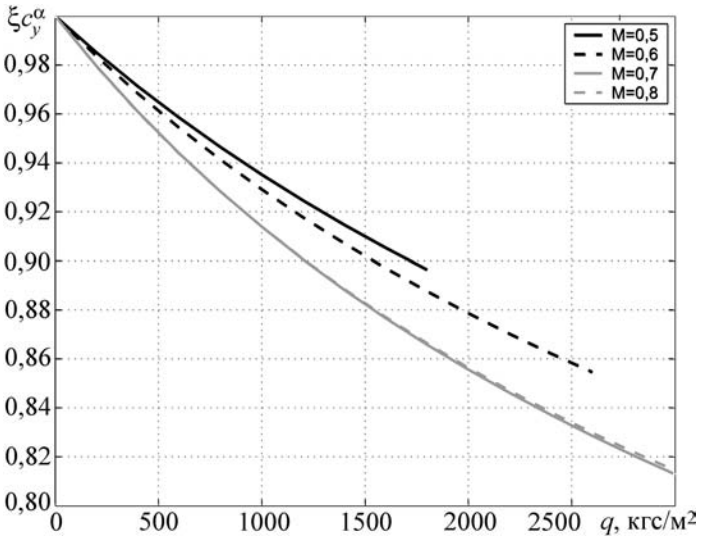


Рис. 11.8. Зависимость коэффициента влияния упругих деформаций на c_y^α от скоростного напора и числа М

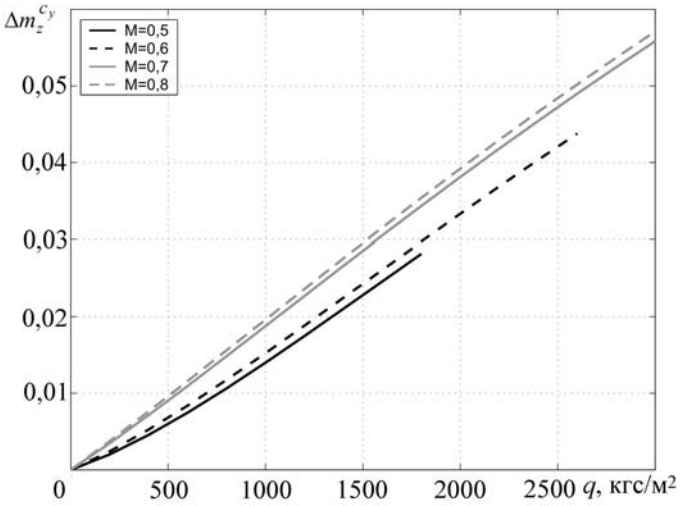


Рис. 11.9. Влияние скоростного напора и числа M на запас продольной статической устойчивости

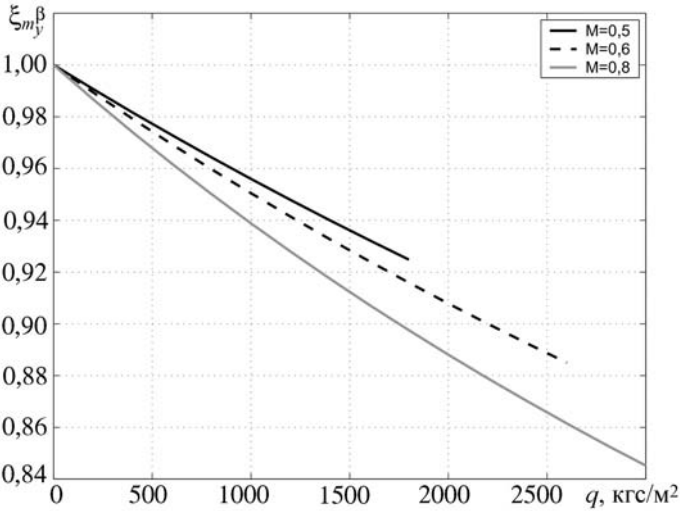


Рис. 11.10. Зависимость коэффициента влияния упругих деформаций на m_y^β от скоростного напора и числа M

изменением местных углов атаки горизонтального и вертикального оперения при их кручении и изгибе фюзеляжа.

При положительной стреловидности аэродинамической поверхности изгиб уменьшает величину местного угла атаки (скольжения), что приводит к снижению абсолютной величины аэродинамических производных с ростом скоростного напора. К уменьшению местных углов атаки горизонтального оперения (углов скольжения вертикального оперения) также приводит изгиб фюзеляжа. Влияние кручения на местный угол атаки зависит от положения линии аэродинамических фокусов относительно оси жесткости аэродинамической поверхности. На скоростях полета, соответствующих числам $M < 1$, линия аэродинамических фокусов расположена впереди оси жесткости аэродинамической поверхности и кручение увеличивает местный угол атаки, тем самым частично компенсируя уменьшение местного угла атаки от изгиба. На больших скоростях полета за счет сжимаемости потока линия аэродинамических фокусов перемещается назад, что уменьшает величину кручения. Это приводит к усилению влияния упругих деформаций на аэродинамические производные с ростом числа M. Этими же эффектами объясняется более существенное смещение аэродинамического фокуса вперед при больших числах M ($\Delta m_z^{c_y} > 0$, см. рис. 11.9).

Основным фактором, влияющим на эффективность органов управления, является кручение аэродинамических поверхностей при отклонении этих органов. Линия точек приложения аэродинамических сил при отклонении руля высоты, элерона и руля направления расположена позади осей жесткости аэродинамических поверхностей, на которых они расположены. Поэтому при отклонении этих органов управления возникает кручение аэродинамических поверхностей, частично компенсирующее изменение подъемной (боковой) силы, создаваемое этими органами управления, что приводит к снижению их эффективности с ростом скоростного напора. Заметным фактором, снижающим эффективности руля высоты и руля направления, является изгиб фюзеляжа. Смещение аэродинамического фокуса по углу отклонения рулевой поверхности назад с увеличением числа M приводит к возрастанию влияния упругих деформаций на эффективность органов управления (рис. 11.11, 11.12). Для элеронов, расположенных в концевой части крыла, влияние упругих деформаций конструкции при больших скоростных напорах может приводить к полной потере эффективности элеронов — реверсу эле-

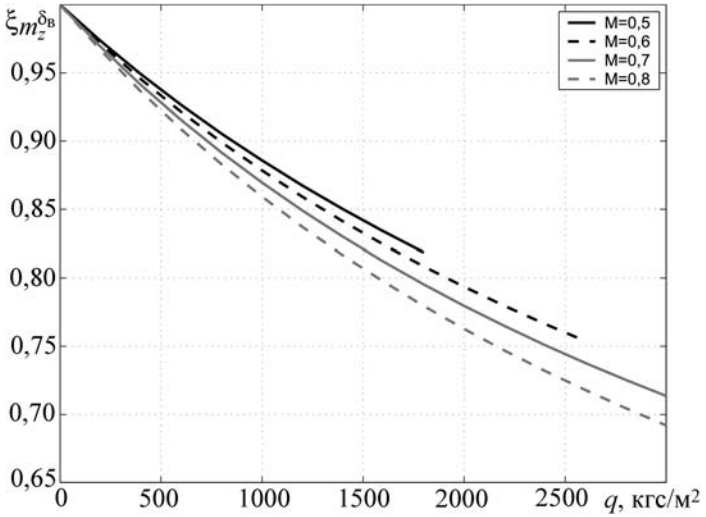


Рис. 11.11. Зависимости коэффициента влияния упругих деформаций на эффективность рулей высоты от скоростного напора и числа М

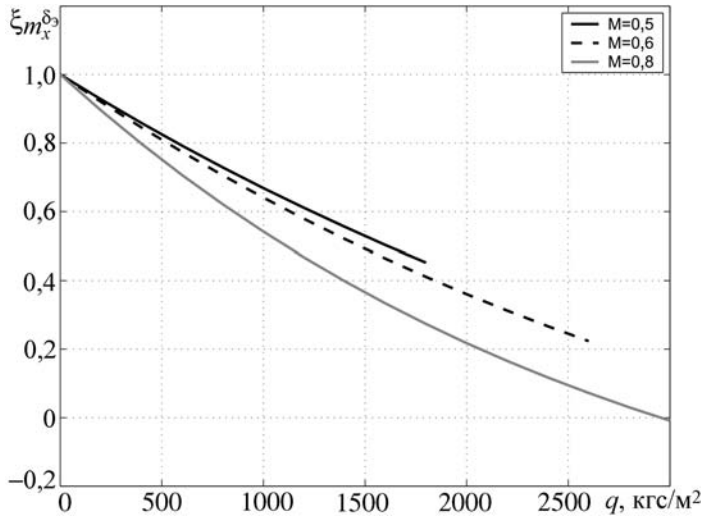


Рис. 11.12. Зависимости коэффициента влияния упругих деформаций на эффективность элеронов от скоростного напора и числа М

ронов. Для обеспечения необходимой эффективности управления по крену на режимах полета с большим скоростным напором на современных транспортных самолетах дополнительно к элеронам используются интерцепторы, влияние упругих деформаций конструкции на эффективность которых незначительно. По этой же причине на маневренных самолетах в качестве органов управления по крену используются флапероны, расположенные в корневой части крыла, и дифференциальные стабилизаторы.

На рис. 11.13 приведены зависимости влияния скоростного напора и числа М на запас продольной статической устойчивости ($m_z^{c_y}$) маневренного самолета с треугольным крылом и наплывами большой стреловидности для режимов полета на дозвуковых и сверхзвуковых скоростях. На дозвуковых скоростях полета возрастание подъемной силы от кручения крыла и стабилизатора превышает уменьшение подъемной силы от изгиба крыла, изгибов фюзеляжа и стабилизатора. Это обеспечивает увеличение запаса статической устойчивости ($\Delta m_z^{c_y} < 0$). Смещение фокуса по углу атаки назад на сверхзвуковых скоростях полета приводит к тому, что деформации кручения крыла и стабилизатора уменьшают местные углы атаки и подъемную силу на них. Суммарный

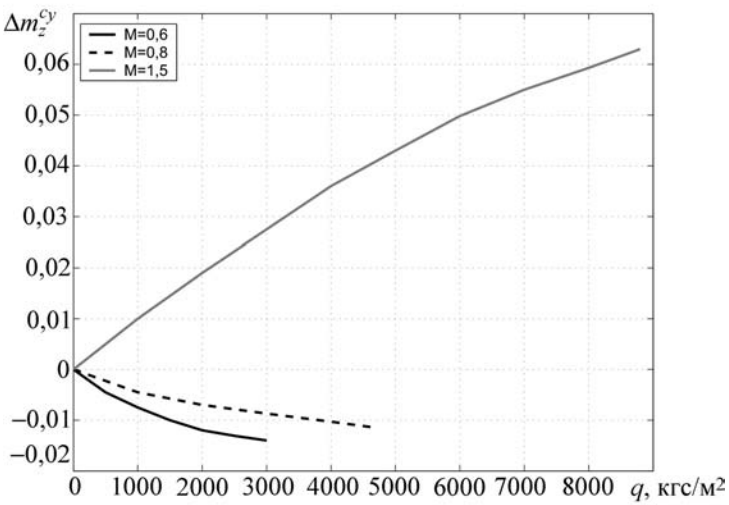


Рис. 11.13. Влияние скоростного напора и числа М на запас продольной статической устойчивости для самолета с треугольным крылом

эффект от деформации изгиба и кручения крыла и стабилизатора приводит к заметному уменьшению запаса статической устойчивости ($\Delta m_z^{c_y} > 0$).

На всех этапах проектирования самолета проводится анализ влияния упругих деформаций конструкции на аэродинамические характеристики самолета и исследуется явление аэроупругой дивергенции. На первом этапе выполняются расчетные исследования. Полученные результаты корректируются после проведения испытаний динамически подобной модели в аэродинамической трубе. Для всей области режимов полета самолета должны быть обеспечены требуемые запасы по скорости дивергенции, реверсу элеронов и рулей высоты, заданный уровень статической устойчивости самолета. При необходимости проводится корректировка упругомассовой схемы самолета (распределение жесткостей и масс элементов конструкции) либо корректируется область режимов полета.

11.3. УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ САМОЛЕТА С УЧЕТОМ УПРУГИХ КОЛЕБАНИЙ КОНСТРУКЦИИ

Учет динамических эффектов аэроупругости оказывается чрезвычайно важным при разработке автоматических систем управления, поскольку, с одной стороны, упругие колебания конструкции воспринимаются датчиками параметров движения, используемых в системе управления в качестве сигналов обратной связи, а с другой стороны, нагрузки от упругих колебаний конструкции могут оказывать существенное влияние на характеристики силовых приводов аэродинамических органов управления. В целом задача синтеза системы управления упругим самолетом является достаточно сложной и требует специальных математических моделей и методов синтеза.

Упругий летательный аппарат представляет собой сложную динамическую систему с распределенными параметрами. Общепринятой практикой является описание его движения с помощью системы дифференциальных уравнений во временно́й области. Задача составления уравнений движения (динамической модели) упругого самолета состоит из двух частей:

определения собственных частот, обобщенных масс и собственных форм упругих колебаний конструкции самолета в пустоте;

определения коэффициентов уравнений движения упругого самолета в потоке воздуха.

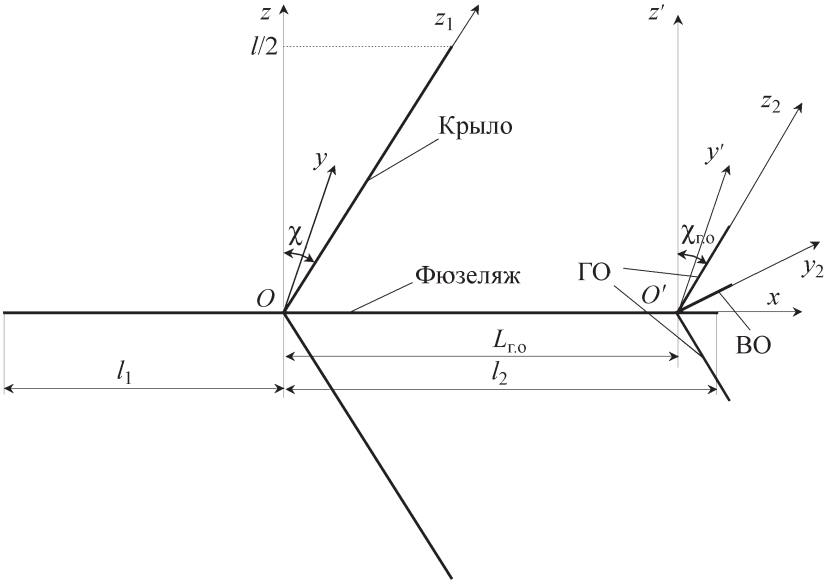


Рис. 11.14. Балочная схематизация конструкции самолета

Для самолетов нормальной схемы с крылом большого удлинения ($\lambda > 4$) может использоваться балочная схема конструкции самолета (рис. 11.14). Она представляет собой систему перекрещивающихся балок, которые моделируют изгибные и крутильные жесткости крыла, фюзеляжа, стабилизатора и вертикального оперения. В этой схеме моделирующие балки совпадают с осями жесткости крыла, фюзеляжа, горизонтального и вертикального оперения. Самолет в первом приближении можно считать симметричным телом, для которого упругие и инерционные характеристики левой и правой половин крыла и стабилизатора одинаковы. При этих условиях собственные колебания конструкции можно условно разделить на два класса: симметричные и асимметричные.

При симметричных колебаниях:

ось жесткости фюзеляжа перемещается и изгибается в плоскости симметрии *Oxy*, кручение фюзеляжа вокруг продольной оси жесткости отсутствует;

ось жесткости крыла перемещается и изгибается в вертикальной плоскости Oyz_1, крыло совершает крутильные колебания от-

носительно оси жесткости Oz_1; вертикальное перемещение оси жесткости крыла и поворот его сечений удовлетворяют условиям $y_к(z_1) = y_к(-z_1)$, $\varphi_к(z_1) = \varphi_к(-z_1)$;

ось жесткости горизонтального оперения перемещается и изгибается в вертикальной плоскости $O'y'z_2$, горизонтальное оперение совершает крутильные колебания относительно оси жесткости $O'z_2$; вертикальное перемещение оси жесткости горизонтального оперения и поворот его сечений удовлетворяют условиям $y_{г.о}(z_1) = y_{г.о}(-z_1)$, $\varphi_{г.о}(z_1) = \varphi_{г.о}(-z_1)$.

При асимметричных колебаниях:

ось жесткости фюзеляжа перемещается и изгибается в плоскости Oxz, фюзеляж совершает крутильные колебания вокруг продольной оси жесткости Ox;

ось жесткости крыла изгибается в вертикальной плоскости Oyz_1, крыло совершает крутильные колебания относительно оси жесткости Oz_1; вертикальное перемещение оси жесткости крыла и поворот его сечений удовлетворяют условиям $y_к(z_1) = -y_к(-z_1)$, $\varphi_к(z_1) = -\varphi_к(-z_1)$;

ось жесткости горизонтального оперения изгибается в вертикальной плоскости $O'y'z_2$, горизонтальное оперение совершает крутильные колебания относительно оси жесткости $O'z_2$, вертикальное перемещение оси жесткости горизонтального оперения и поворот его сечений удовлетворяют условиям $y_{г.о}(z_1) = -y_{г.о}(-z_1)$, $\varphi_{г.о}(z_1) = -\varphi_{г.о}(-z_1)$;

ось жесткости вертикального оперения перемещается и изгибается в плоскости $O'y_2z'$, вертикальное оперение совершает крутильные колебания относительно оси жесткости $O'y_2$.

В продольном возмущенном движении самолета возбуждаются только симметричные колебания конструкции, т.е. фюзеляж изгибается в вертикальной плоскости, а кручение фюзеляжа отсутствует. В боковом движении возбуждаются только асимметричные колебания конструкции, т.е. фюзеляж изгибается в горизонтальной плоскости и существует кручение фюзеляжа.

Это позволяет разделить задачу определения собственных частот, обобщенных масс и собственных форм колебаний на две отдельные задачи:

определения собственных частот, обобщенных масс и форм симметричных упругих колебаний конструкции в пустоте;

определения собственных частот, обобщенных масс и форм асимметричных упругих колебаний конструкции в пустоте.

Ограничимся кратким рассмотрением продольного движения упругого самолета (без вывода уравнений движения).

Задачи определения собственных частот, обобщенных масс и форм симметричных и асимметричных упругих колебаний конструкции в пустоте имеют решения при $\omega = 0$, которые соответствуют движению самолета как жесткого тела. Для симметричных колебаний имеем две формы, соответствующие вертикальному перемещению (индекс «–1») и повороту самолета вокруг центра масс (индекс «0») как жесткого тела. Они имеют вид

$$f_{к-1}(z_1) = 1,\ \varphi_{к-1}(z_1) = 0,\ f_{ф-1}(x) = 1,\ f_{г.о-1}(z_1) = 1,\ \varphi_{г.о-1}(z_1) = 0;$$

$$f_{к0}(z_1) = x_т - z_1\sin\chi,\ \varphi_{к0}(z_1) = \cos\chi,\ f_{ф0}(x) = x_т - x,\ f_{г.о0}(z_1) =$$

$$= x_т - L_{г.о} - z_1\sin\chi_{г.о},\ \varphi_{г.о0}(z_1) = \cos\chi_{г.о}.$$

Здесь $x_т$ — координата центра масс самолета; индексами обозначены: «к» — крыло, «ф» — фюзеляж, «г.о» — горизонтальное оперение.

Упругие симметричные колебания самолета с частотой ω_i состоят из изгибных колебаний крыла, горизонтального оперения и фюзеляжа и крутильных колебаний крыла и горизонтального оперения. Для каждой собственной частоты ω_i формы упругих колебаний, т.е. распределение амплитуд колебаний, характеризуются функциями $f_{кi}(z_1)$, $\varphi_{кi}(z_1)$, $f_{г.оi}(z_1)$, $\varphi_{г.оi}(z_1)$, $f_{фi}(x)$. Эти функции определяются с точностью до произвольного множителя. Обычно нормировочный множитель выбирается так, чтобы на конце крыла $f_{кi}\left(\dfrac{l}{2\cos\chi}\right) = 1$. На рис. 11.15, 11.16 представлены частоты и формы симметричного изгиба и кручения крыла и вертикального изгиба фюзеляжа по пяти низшим тонам для пассажирского самолета, имеющего два двигателя на пилонах.

Раскладывая упругие деформации конструкции крыла в ряд по собственным формам упругих колебаний в пустоте и определяя аэродинамические силы при колебаниях по этим формам, можно получить уравнения возмущенного движения самолета с учетом колебаний конструкции. В качестве невозмущенного движения принимается установившийся горизонтальный полет с постоянной

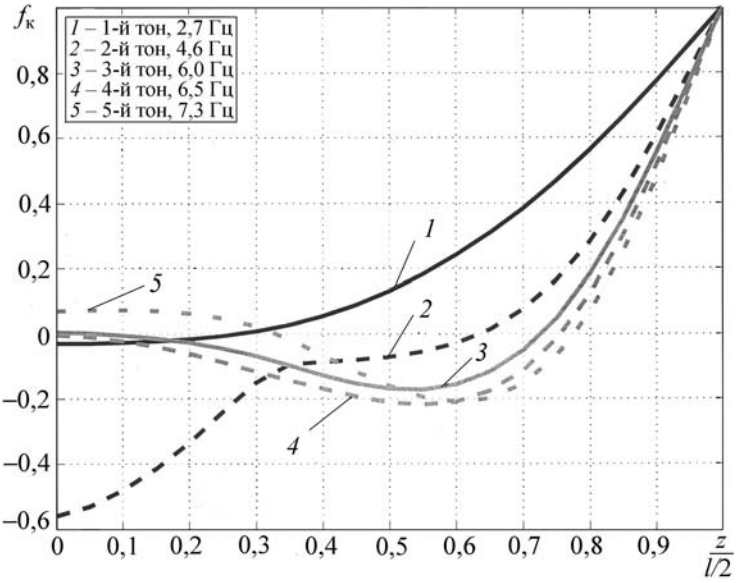


Рис. 11.15. Формы симметричного изгиба крыла

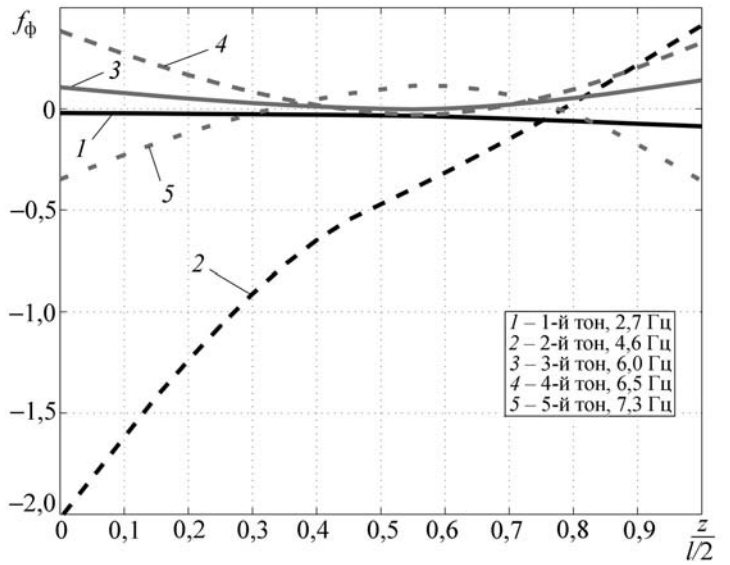


Рис. 11.16. Формы вертикального изгиба фюзеляжа

скоростью V. В связанной системе координат эти уравнения можно представить в следующем виде:

$$mV(\omega_z - \dot{\alpha}) = qSc_y^{\alpha}\left(\alpha + \frac{W}{V}\right) + qSc_y^{\bar{\omega}_z}\frac{b_A}{V}\omega_z + \sum_{j=1}^{k} qSc_y^{\delta_j}\delta_j + F_r + F_{\dot{r}};$$

$$I_z\dot{\omega}_z = qSm_z^{\alpha}b_A\left(\alpha + \frac{W}{V}\right) + qSm_z^{\bar{\omega}_z}\frac{b_A^2}{V}\omega_z + \sum_{j=1}^{k} qSb_A m_z^{\delta_j}\delta_j + M_r + M_{\dot{r}};$$

$$m_i(\ddot{r}_i + 2\zeta_i\omega_i\dot{r}_i + \omega_i^2 r_i) = qd_{i\alpha}\left(\alpha + \frac{W}{V}\right) + \frac{q}{V}d_{i\omega}\omega_z + q\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{d_{ij}}{V}\dot{r}_j + b_{ij}r_j\right) +$$

$$+ \sum_{j=1}^{k} qr_{ij}^{\delta}\delta_j;\ i = 1, \ldots, n,$$

(11.25)

где F_r и $F_{\dot{r}}$ — приращения нормальной аэродинамической силы от упругих деформаций и скоростей упругих деформаций соответственно; M_r и $M_{\dot{r}}$ — приращения аэродинамического момента тангажа от упругих деформаций и скоростей упругих деформаций соответственно; $r_i = r_i(t)$ — обобщенная координата упругих колебаний конструкции по i-му тону; m_i — обобщенная масса упругих колебаний конструкции по i-му тону; n — число учитываемых тонов упругих колебаний конструкции; ζ_i — безразмерный коэффициент конструктивного демпфирования по i-му упругому тону; $d_{i\alpha}$ — коэффициент, определяющий обобщенную силу, действующую на упругие колебания по i-му упругому тону при изменении угла атаки; W — вертикальная составляющая скорости ветрового порыва; $d_{i\omega}$ — коэффициент, определяющий обобщенную силу, действующую на упругие колебания по i-му тону при вращении по тангажу; b_{ij} — коэффициент, определяющий обобщенную силу, действующую на упругие колебания по i-му тону при деформациях по j-му тону; d_{ij} — коэффициент, определяющий обобщенную силу, действующую на упругие колебания по i-му тону в зависимости от скорости деформаций по j-му тону; r_{ij}^{δ} — коэффициент, определяющий обобщенную силу, действующую на упругие колебания по i-му тону при отклонении j-го органа продольного управления; δ_j — отклонение j-го органа продольного управления; k — число органов продольного управления.

Первые два уравнения системы (11.25) — уравнения возмущенного короткопериодического движения самолета с учетом упругих

деформаций конструкции и отклонения органов управления. В них аэродинамические коэффициенты ($c_y^{\alpha}, m_z^{\alpha}, m_z^{\bar{\omega}_z}$ ...) определяются без учета квазистатических деформаций конструкции. Последние n уравнений системы — уравнения упругих колебаний конструкции в потоке.

Величины ζ_i (i = 1, ..., n) — коэффициенты конструктивного демпфирования, учитывающие рассеивание энергии при упругих колебаниях конструкции, вызванное трением в соединениях (заклепочных швах), внутренним трением материала. Коэффициенты d_{ij} образуют матрицу D размерности $n \times n$, которую называют матрицей аэродинамического демпфирования. Параметры этой матрицы влияют на демпфирование упругих колебаний конструкции в потоке. Это влияние возрастает с ростом скоростного напора. Для полетных скоростных напоров увеличение (или уменьшение) демпфирования упругих колебаний по отдельным тонам, связанное с аэродинамическими силами (матрицей D), может существенно превышать конструктивное демпфирование, определяемое коэффициентом ζ_i. Коэффициенты b_{ij} образуют матрицу B размерности $n \times n$, ее называют матрицей аэродинамической жесткости, поскольку значения коэффициентов этой матрицы влияют на частоты упругих колебаний конструкции в потоке. Это влияние также возрастает с ростом скоростного напора.

Приращения аэродинамических сил F_r и моментов M_r могут быть выражены через коэффициенты влияния упругих деформаций на аэродинамические производные. Выполняя эту операцию и исключая из первых двух уравнений пренебрежимо малые величины $F_{\dot{r}}$ и $M_{\dot{r}}$, получим следующую систему уравнений возмущенного продольного движения упругого самолета:

$$mV(\omega_z - \dot{\alpha}) = qS\xi_{c_y^{\alpha}} c_y^{\alpha}\left(\alpha + \frac{W}{V}\right) + qS\xi_{c_y^{\bar{\omega}_z}} c_y^{\bar{\omega}_z}\frac{b_A}{V}\omega_z + \sum_{j=1}^{k} qS\xi_{c_y^{\delta_j}} c_y^{\delta_j}\delta_j;$$

$$I_z\dot{\omega}_z = qS\xi_{m_z^{\alpha}} m_z^{\alpha} b_A\left(\alpha + \frac{W}{V}\right) + qS\xi_{m_z^{\bar{\omega}_z}} m_z^{\bar{\omega}_z}\frac{b_A^2}{V}\omega_z + \sum_{j=1}^{k} qSb_A\xi_{m_z^{\delta_j}} m_z^{\delta_j}\delta_j;$$

$$m_i(\ddot{r}_i + 2\zeta_i\omega_i\dot{r}_i + \omega_i^2 r_i) = qd_{i\alpha}\left(\alpha + \frac{W}{V}\right) + \frac{q}{V}d_{i\omega}\omega_z + q\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{d_{ij}}{V}\dot{r}_j + b_{ij}r_j\right) +$$

$$+ \sum_{j=1}^{k} qr_{ij}^{\delta}\delta_j,\ i = 1, ..., n. \qquad (11.26)$$

Первые два уравнения системы (11.26) — уравнения возмущенного короткопериодического движения самолета с учетом влияния квазистатических деформаций на аэродинамические коэффициенты.

Взаимодействие между движением самолета как жесткого тела и i-м тоном упругих колебаний конструкции происходит через обобщенные силы $qd_{i\alpha}\alpha$ и $\frac{q}{V}d_{i\omega}\omega_z$. Возбуждение упругих колебаний конструкции по i-му тону при отклонении органов продольного управления характеризуется обобщенными силами $\sum_{j=1}^{k} qr_{ij}^{\delta}\delta_j$.

Для обеспечения необходимых характеристик устойчивости и управляемости самолета в области частот движения самолета как жесткого тела практически все современные самолеты снабжены автоматической системой повышения устойчивости и управляемости, которая отклоняет органы управления (рули высоты, стабилизаторы, элероны, руль направления) по сигналам датчиков, измеряющих параметры движения самолета. В продольном канале эта система использует сигналы датчиков скорости тангажа, нормальной перегрузки и угла атаки, обычно расположенных на фюзеляже. Сигналы датчиков в общем случае содержат составляющие, описывающие движение самолета как твердого тела, и линейные комбинации обобщенных координат упругих деформаций, их первых или вторых производных. Раскладывая вертикальные перемещения фюзеляжа в ряд по собственным формам колебаний самолета в пустоте, получим следующие выражения для этих параметров движения самолета в местах установки датчиков:

$$\omega_{z\,\text{упр}}(x_{\text{дат}}) = \omega_z - \sum_1^n \frac{df_{\text{ф}\,i}(x_{\text{дат}})}{dx}\dot{r}_i;$$

$$\Delta n_{y\,\text{упр}}(x_{\text{дат}}) = \frac{V}{g}(\omega_z - \dot{\alpha}) + \frac{1}{g}(x_{\text{т}} - x_{\text{дат}})\dot{\omega}_z + \frac{1}{g}\sum_1^n f_{\text{ф}\,i}(x_{\text{дат}})\ddot{r};$$

$$\alpha_{\text{упр}}(x_{\text{дат}}) = \alpha - \frac{(x_{\text{т}} - x_{\text{дат}})}{V}\omega_z - \sum_1^n \frac{df_{\text{ф}\,i}(x_{\text{дат}})}{dx} r_i - \frac{1}{V}\sum_1^n f_{\text{ф}\,i}(x_{\text{дат}})\dot{r}_i + \alpha_W, \tag{11.27}$$

где $f_{\text{ф}i}(x_{\text{дат}})$ — форма вертикального изгиба фюзеляжа по i-му тону симметричных колебаний в месте установки датчика.

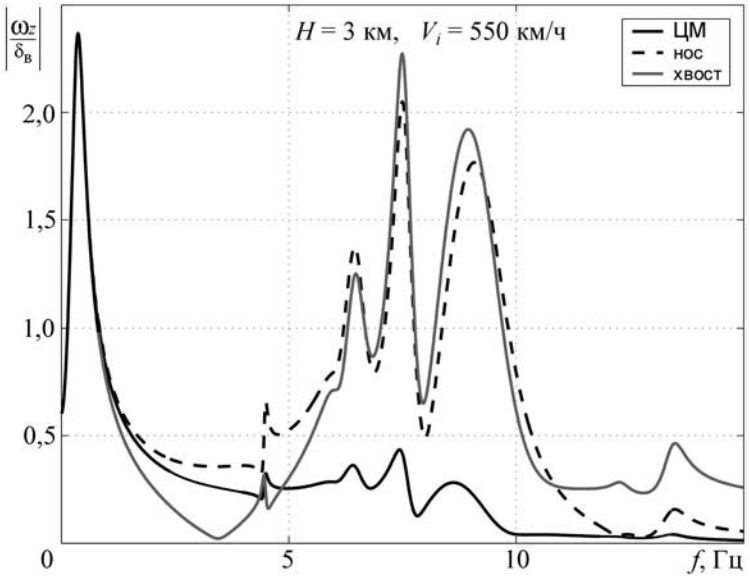


Рис. 11.17. Амплитудные частотные характеристики угловой скорости тангажа по отклонению руля высоты для различных сечений фюзеляжа

В выражение для местного угла атаки входит в виде слагаемого угол атаки от вертикальной составляющей порыва ветра $\alpha_W = \frac{W}{V}$.

Используя систему уравнений (11.25) или (11.26), а также выражения для сигналов датчиков (11.27), можно определить частотные характеристики этих сигналов по отклонению органов управления для различных положений датчика и различных режимов полета. На рис. 11.17 представлены амплитудные частотные характеристики (АЧХ) угловой скорости тангажа по отклонению руля высоты для различных сечений фюзеляжа тяжелого транспортного самолета нормальной схемы с крылом большого удлинения и умеренной стреловидности. АЧХ угловой скорости тангажа для одного сечения, но разных режимов полета представлены на рис. 11.18. Из представленных зависимостей следует, что данные характеристики имеют ярко выраженные резонансные пики в области частот упругих колебаний конструкции. Величина этих пиков зависит как от сечения фюзеляжа, в котором измеряется сигнал, так и от режима полета самолета.

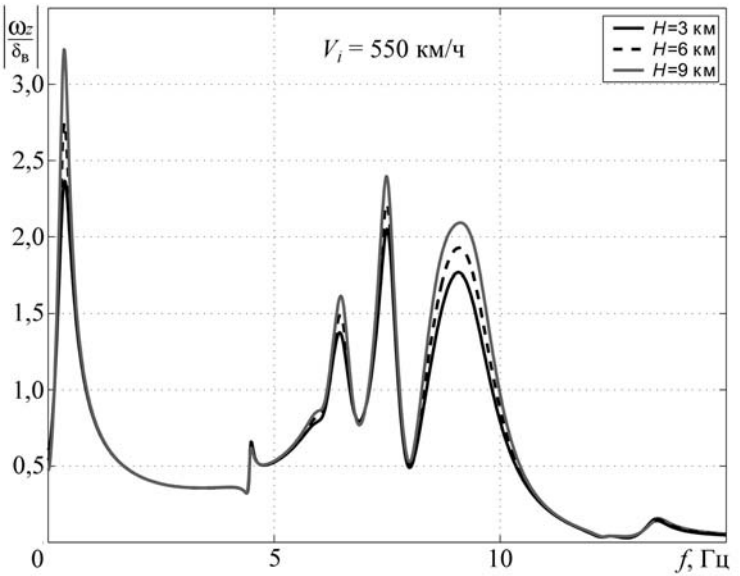


Рис. 11.18. Амплитудные частотные характеристики угловой скорости тангажа по отклонению руля высоты для разных режимов полета

Таким образом, автоматическая система повышения устойчивости и управляемости будет отклонять органы управления в соответствии с изменением не только параметров, характеризующих движение самолета как жесткого тела, но и составляющих, характеризующих упругие колебания конструкции. В то же время отклонение органов управления с частотой, совпадающей с собственной частотой упругих колебаний конструкции по *i*-му тону, будет возбуждать упругие колебания по этому тону через соответствующие обобщенные силы (см. (11.25), (11.26)). Результатом такого взаимодействия может быть потеря устойчивости системы «самолет — система управления» на частотах упругих колебаний конструкции.

Для обеспечения аэроупругой устойчивости самолета с системой управления проводят расчетные и наземные исследования. В отличие от требований к устойчивости движения самолета как жесткого тела, которые определяют необходимые запасы устойчивости по амплитуде и фазе, данная устойчивость считается обеспеченной, если в результате этих исследований установлено, что амплитудно-фазовая частотная характеристика разомкнутого контура

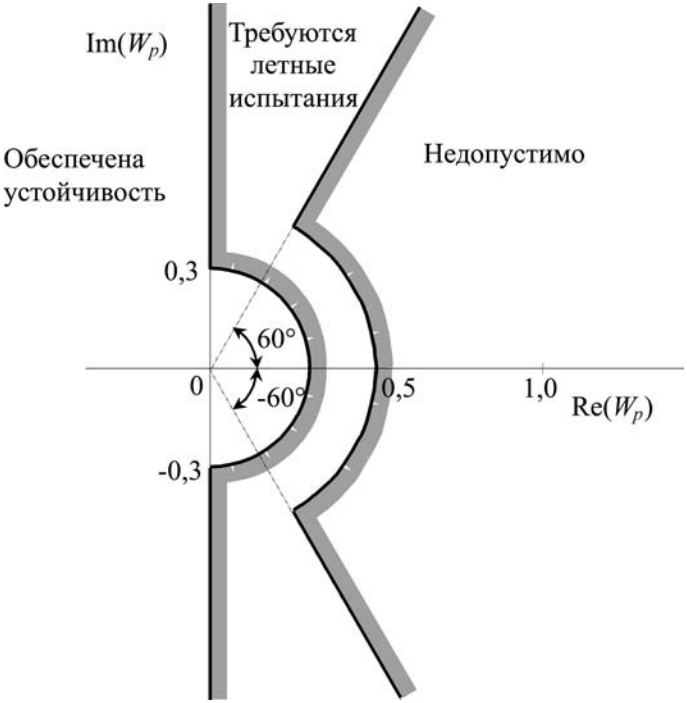


Рис. 11.19. Границы областей устойчивости

«самолет — система управления» (годограф Найквиста) находится в допустимой области (рис. 11.19, критическая точка (1, 0*j*)). Если это условие нарушается, то для подтверждения устойчивости требуются летные испытания.

Ниже перечислены способы обеспечения необходимых запасов аэроупругой устойчивости системы «упругий самолет + система управления».

1. Установка датчиков в местах конструкции, для которых резонансные пики частотных характеристик входного сигнала по отклонению соответствующего органа управления имеют минимальные или приемлемые значения.

2. Использование в алгоритме управления корректирующих фильтров, обеспечивающих необходимое снижение амплитудной характеристики на заданной частоте или частотах. К таким фильтрам относятся: запаздывающие фильтры с передаточной функцией

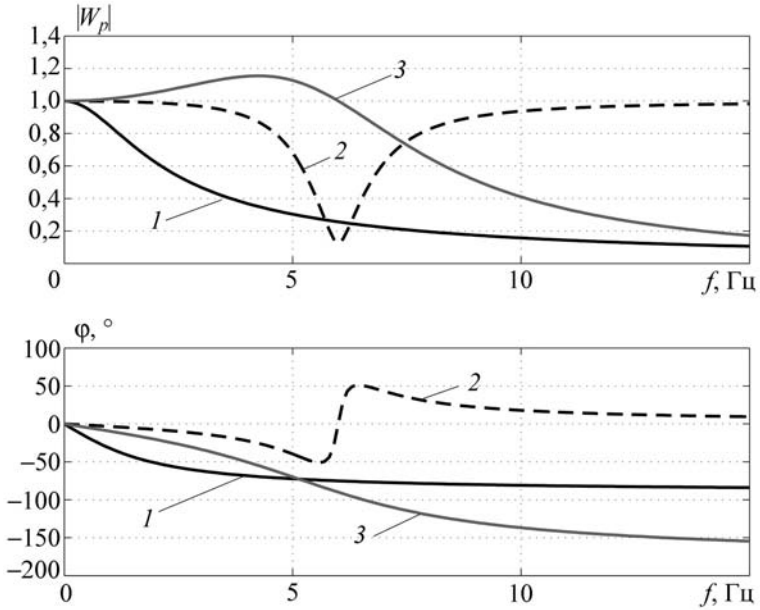


Рис. 11.20. Амплитудно-фазовые частотные характеристики фильтров различного типа: *1* — запаздывающий фильтр; *2* — фильтр-пробка; *3* — колебательный фильтр

$\frac{1}{Ts+1}$, фильтры-пробки с передаточной функцией $\frac{\omega^2+2\zeta_0\omega s+s^2}{\omega^2+2\zeta_*\omega s+s^2}$, колебательные фильтры с передаточной функцией $\frac{1}{\omega^2+2\zeta_*\omega s+s^2}$, а также комбинации этих фильтров. Здесь s — оператор Лапласа; T, ω, ζ_0, ζ_* — заданные константы. Амплитудно-фазовые частотные характеристики таких фильтров представлены на рис. 11.20. Целесообразность использования того или иного фильтра зависит как от необходимой степени снижения амплитудной характеристики контура в области частот упругих колебаний, так и от допустимого запаздывания, вносимого им в области частот движения самолета как жесткого тела.

3. Регулировка (ограничение) коэффициента усиления обратной связи по режимам полета.

В зависимости от упругой схемы и диапазонов режимов полета самолета для обеспечения аэроупругой устойчивости самолета с ав-

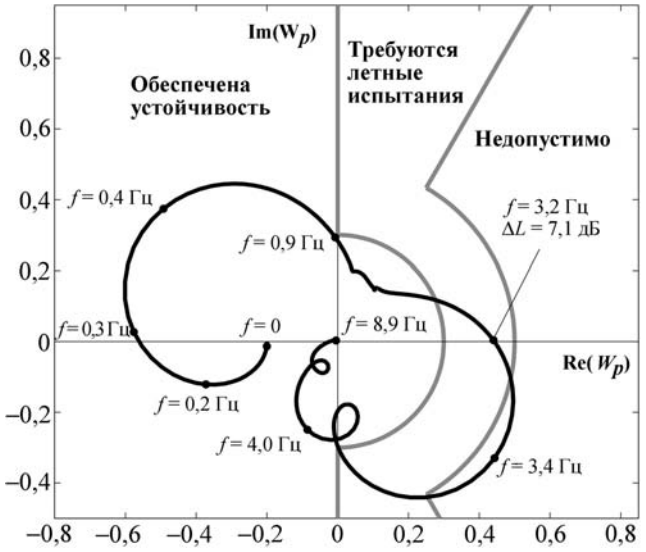


Рис. 11.21. Годограф Найквиста контура рулей высоты без корректирующих фильтров

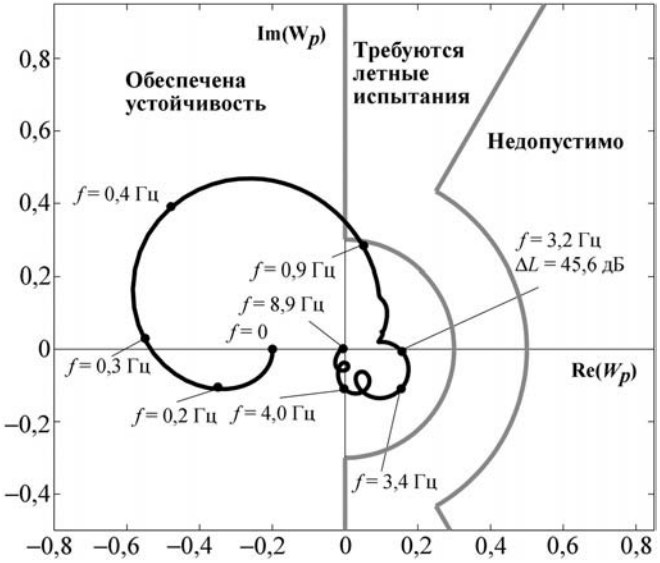


Рис. 11.22. Годограф Найквиста контура рулей высоты с использованием фильтра-пробки

томатической системой управления могут использоваться как отдельные из перечисленных мероприятий, так и различные их комбинации.

На рис. 11.21 и 11.22 приведены расчеты годографов Найквиста разомкнутых контуров двух систем автоматического управления рулями высоты транспортного самолета. В качестве управляющего сигнала систем используется сигнал датчика угловой скорости тангажа. В системе, годограф которой показан на рис. 11.21, сигнал поступает на исполнительные приводы рулей высоты без фильтрации, что не позволяет обеспечить необходимые запасы устойчивости (годограф Найквиста заходит в недопустимую область). В системе, годограф которой показан на рис. 11.22, в закон управления введен фильтр-пробка, настроенный на частоту 3,4 Гц и снижающий на ней амплитудную характеристику контура в 6 раз ($\zeta_*/\zeta_0 = 6$). Введение такого фильтра позволяет обеспечить необходимые запасы устойчивости в области частот упругих колебаний конструкции (на частотах больше 1,5 Гц).

Глава 12
СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

Система управления самолета — это комплекс технических устройств, преобразующий управляющие воздействия летчика на рычаги управления в отклонения аэродинамических органов управления, отклонение сектора газа или топливной заслонки двигателей, отклонение створок сопла двигателя (для поворота вектора тяги) и других (например, газодинамических, струйных) органов. При отклонении аэродинамических органов создаются управляющие моменты относительно определенных осей, за счет которых происходит изменение ориентации самолета относительно вектора скорости (изменение угла атаки и скольжения), что в свою очередь приводит к изменению аэродинамических сил (подъемной и боковой) и, как следствие, к изменению траектории движения самолета.

Первые, простейшие, системы представляли из себя механические устройства, соединяющие рычаги и органы управления (тяги, тросы, качалки и т.д.). С развитием авиационной техники системы управления самолетов совершенствовались и видоизменялись.

В современных сложных дистанционных системах управляющие команды летчика (отклонение рычагов управления) передаются и преобразуются в отклонение органов управления с помощью электрических или оптических кабелей, электронных устройств и электрогидравлических приводов.

Общая структура ручного (штурвального) управления самолета содержит: рычаги управления; органы управления; устройства связи между рычагами и органами управления.

В качестве **рычагов управления** на самолетах используются:

штурвальная колонка и штурвал — на пассажирских и неманевренных самолетах;

центральная ручка управления — в основном, на маневренных самолетах;

педали — на всех самолетах;

боковая (малоходовая) ручка управления — на маневренных и пассажирских магистральных самолетах;

малоходовой мини-штурвал;

рычаг управления аэродинамическими органами торможения (РУТ);

рычаг управления двигателями (РУД);

рычаг управления углом установки лопастей винта — для винтовых и турбовинтовых двигателей;

рукоятка управления выпуском/уборкой механизации крыла (закрылков, предкрылков);

тормозные колодки на педалях для управления тормозными устройствами шасси.

В качестве **органов управления** используются:

органы продольного управления:

руль высоты;

управляемый, балансировочный или триммируемый стабилизатор;

переднее горизонтальное оперение;

элевоны;

устройство поворота вектора тяги (отклоняемое сопло);

струйные органы управления;

органы поперечного управления:

элероны (внешние или внутренние, или и те и другие);

элевоны;

флапероны;

интерцепторы (спойлеры);

дифференциально отклоняемый стабилизатор;

устройство поворота вектора тяги;
струйные органы управления;
руль направления как орган аварийного управления;
органы путевого управления:
руль направления;
целиком управляемое вертикальное оперение (киль);
расщепляющиеся концевые рули (щитки) на крыле;
устройство поворота вектора тяги;
струйные органы управления.

В качестве устройств управления величиной тяги двигательной установки используются сектор газа или устройство, изменяющее количество топлива, подаваемого в двигатель (дроссельная заслонка), и устройство поворота лопастей винта для турбовинтовых и винтовых двигательных установок.

В настоящей главе основное внимание будет уделяться системам управления самолетом посредством аэродинамических органов управления.

Устройства связи рычагов управления и органов управления. За весь период развития авиации эта часть системы управления претерпела наибольшие изменения: от наипростейшей механической связи между рычагами и органами управления до сложнейшей дистанционной связи с помощью электронных и электрогидравлических устройств современных самолетов.

Можно выделить несколько типов систем связей, которые и определяют тип всей системы ручного управления через аэродинамические органы:

1. Механическая (жесткая) связь между рычагами и органами управления, при которой весь шарнирный момент на органе преодолевается усилием летчика, прикладываемым к рычагу управления, — обратимая ручная система.

2. Механическая + гидромеханическая связь между рычагами и органами управления, при которой часть шарнирного момента органа управления преодолевается специальным гидромеханическим усилителем (бустером), — обратимая бустерная система.

3. Механическая + гидромеханическая связь, при которой весь шарнирный момент органа преодолевается гидромеханическим усилителем, — необратимая бустерная система.

4. Гидродистанционные системы, в которых передача управляющего воздействия от рычагов управления до гидромеханического усилителя осуществляется по трубопроводу.

5. Электродистанционная система управления, в которой передача управляющего сигнала от рычагов управления до электрогидравлического исполнительного устройства (электрогидравлического рулевого привода — ЭГРП) осуществляется по электрическим проводам.

Помимо устройств, обеспечивающих основную связь между рычагами и органами управления, имеется множество дополнительных устройств, которые определяют количественные показатели этой связи, а также специальных автоматических устройств, осуществляющих отклонение органов управления (в дополнение к определяемому летчиком) с целью изменения характеристик устойчивости и управляемости самолета.

12.1. ОБРАТИМОЕ РУЧНОЕ УПРАВЛЕНИЕ. СИСТЕМА НЕПОСРЕДСТВЕННОГО РУЧНОГО УПРАВЛЕНИЯ

Системы непосредственного ручного управления (НРУ) применяются на дозвуковых самолетах малых и умеренных размеров и весов. Основным свойством НРУ является передача управляющего сигнала от рычага управления, отклоняемого летчиком, к аэродинамическим органам (рулям) через механическую связь (без использования усилителей с внешними источниками энергии). Благодаря этому достигается простота конструкции, высокая надежность, простота обслуживания такой системы.

Система непосредственного ручного управления (рис. 12.1) обычно содержит рычаги управления, механическую проводку управления

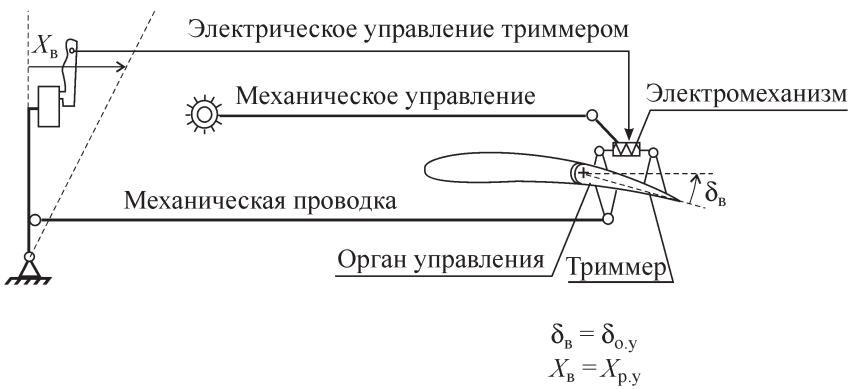


Рис. 12.1. Система непосредственного ручного управления

(тросовую или жесткую в виде тяг) и аэродинамические органы (рули) управления.

Кинематика каждого канала НРУ характеризуется соотношением

$$\delta_{\text{о.у}} = K_{\text{ш}} X_{\text{р.у}},$$

где $\delta_{\text{о.у}}$ — отклонение аэродинамического органа управления; $X_{\text{р.у}}$ — отклонение рычага управления; $K_{\text{ш}}$ — коэффициент кинематической передачи перемещения рычага к органу.

Усилия на рычагах управления $P_{\text{р.у}}$ определяются шарнирными моментами $M_{\text{ш}}$ следующим образом:

$$P_{\text{р.у}} = K_{\text{ш}} M_{\text{ш}}.$$

При использовании НРУ для уменьшения усилий от $M_{\text{ш}}$ на рычаге управления аэродинамические органы обычно имеют аэродинамические средства снижения шарнирных моментов. Для этой цели используются осевая компенсация, кинематическая компенсация, пружинная сервокомпенсация, роговая компенсация, внутренняя компенсация. На самолете, как правило, используется комбинация этих средств.

Для снятия усилий на рычагах управления на установившихся режимах полета в НРУ используются *аэродинамические триммеры* (см. рис. 12.1). Аэродинамический триммер представляет собой небольшую поверхность, расположенную в задней части органа управления, которая отклоняется специальным электромеханизмом. Площадь триммера составляет примерно 5...10 % от площади руля, а углы отклонения обычно не превышают ±10°.

Основной характеристикой триммера является располагаемый диапазон триммирования, в пределах которого обеспечивается балансировка усилий на рычаге.

Характеристики управляемости по усилиям имеют важное значение для безопасности полета и нормируются для всех типов самолетов. Для пассажирских самолетов максимальные усилия на рычагах управления (штурвальной колонке, штурвале и педалях) при пилотировании самолета летчиком в соответствии с отечественными Авиационными правилами АП-25 [24] не должны превышать по абсолютной величине: 343 Н при продольном управлении; 196 Н при поперечном управлении; 686 Н при путевом управлении.

Усилия на рычагах управления, потребные для вывода пассажирского самолета на максимальную эксплуатационную перегруз-

ку $n^{э}_{y\,max}$ или на предельно допустимый угол атаки $\alpha_{доп}$ при балансировке самолета триммером (стабилизатором) в крейсерском режиме, должны быть отрицательными («тянущими на себя») и по абсолютной величине составлять не менее 294...343 Н.

В механической проводке НРУ, состоящей из тросов, тяг, качалок и т.д., имеет место трение в подвижных соединениях. Значения сил трения в системе управления при прямом и обратном ходе рычага нормируются. Например, в соответствии с требованиями АП-25 при любом положении рулевой поверхности сила трения не должна превышать по абсолютной величине 39,2 Н при продольном управлении; 29,4 Н при поперечном управлении; 49 Н при путевом управлении.

Система НРУ должна иметь высокую надежность ввиду ее большой значимости для безопасности полета.

Поскольку в НРУ в основном преобладают механические элементы (рычаги управления, тяги, тросы, качалки), то основными отказами могут быть отказы типа разъединения или заклинивания механических звеньев. В соответствии с современными авиационными правилами [24] система управления должна строиться так, чтобы при одном любом отказе типа разъединения она сохраняла работоспособность с уровнем характеристик, достаточным для продолжения полета и совершения безопасной посадки.

В общем случае это означает, что все критические с точки зрения безопасности элементы и системы должны иметь, по крайней мере, дублирование, если отсутствует какое-либо альтернативное средство, с помощью которого возможно безопасное завершение полета. Например, использование руля высоты на неподвижном стабилизаторе для управления и балансировки самолета требует реализации его повышенной эффективности, т.е. создания момента тангажа и для балансировки, и для управления. Это приводит к увеличению эффективности продольного управления, трудности обеспечения требуемого уровня усилий управления, увеличению суммарной площади стабилизатора и самого руля высоты, снижению безопасности полета.

Для решения указанных проблем на самолетах с НРУ (Ил-62, Як-40, Як-42 и др.) используются подвижный, управляемый стабилизатор для балансировки и руль высоты для управления.

Схема такой системы приведена на рис. 12.2. Она позволяет решить все перечисленные проблемы, однако принцип триммирования (балансировки) самолета кардинально изменяется. Для снятия

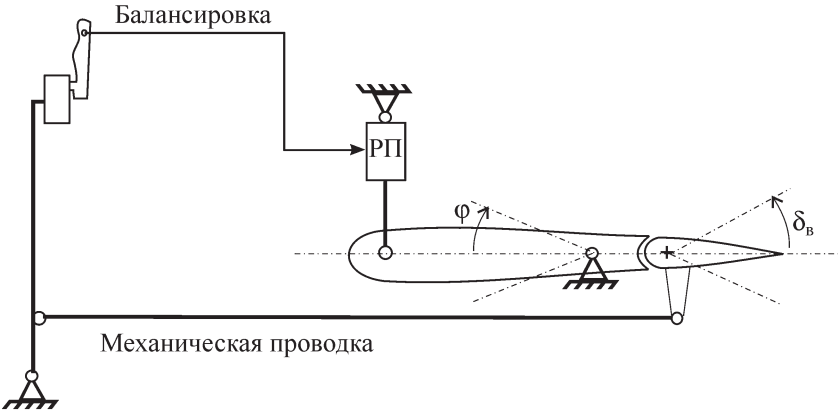


Рис. 12.2. Вариант НРУ:
РП — рулевой привод

усилия необходимо «обнулить» шарнирный момент руля высоты, т.е. выполнить условие

$$m_{\text{ш.в}}^{\alpha_{\text{в}}}\alpha_{\text{в}} + m_{\text{ш.в}}^{\delta_{\text{в}}}\delta_{\text{в}} + m_{\text{ш.в}}^{\varphi_{\text{в}}}\varphi = 0,$$

где $\alpha_{\text{в}}$ — угол атаки руля высоты при сохранении условий балансировки самолета по силе и продольному моменту

$$c_y(\alpha) + c_y(\delta_{\text{в}}) + c_y(\varphi) = \frac{G}{qS};$$

$$m_z(\alpha) + m_z(\delta_{\text{в}}) + m_z(\varphi) = 0.$$

Следовательно, сбалансировав самолет отклонением руля высоты и пропорциональным отклонением рычага управления, для снятия усилий на рычаге необходимо отклонить стабилизатор на угол $\Delta\varphi$ для создания момента $m_z^{\varphi}\Delta\varphi$, приблизительно равного $m_z^{\delta_{\text{в}}}\delta_{\text{в.бал}}$, т.е. заменить момент от руля высоты на момент от стабилизатора. Отклонение стабилизатора осуществляется нажатием кнопки триммирования, расположенной на штурвале, на кабрирование или на пикирование, как это принято при использовании аэродинамического триммера. Одновременно с отклонением стабилизатора летчик должен перемещать рычаг управления в положение, близкое к нейтральному по усилию. Такое положение рычага

управления удобно для пилотирования, так как летчик использует практически полное отклонение руля высоты как на кабрирование, так и на пикирование. В отличие от такого способа триммирования через стабилизатор традиционное триммирование усилия посредством аэродинамического триммера не требует от летчика перемещать рычаг управления при нажатии кнопки триммирования, что облегчает процесс триммирования.

Для отклонения стабилизатора используется рулевой привод (РП) — электрический или электрогидравлический (гидромотор). Этот привод обеспечивает отклонение стабилизатора с небольшой скоростью, обычно не более 0,5 °/с. Диапазон отклонения стабилизатора обычно составляет +2...–12°.

12.2. СИСТЕМА БУСТЕРНОГО УПРАВЛЕНИЯ

Системой бустерного управления называется система, в которой часть или весь шарнирный момент на аэродинамическом органе преодолевается специальным следящим рулевым приводом — бустером (гидромеханическим, электрогидравлическим, электромеханическим) с соответствующими системами энергопитания (гидросистемой, электросистемой).

На ранней стадии внедрения бустерных систем использовались системы обратимого бустерного управления (ОБУ). В настоящее время ОБУ практически не используются — их вытеснили системы необратимого бустерного управления (НБУ).

В системе ОБУ аэродинамический шарнирный момент руля $M_{ш}$ преодолевается рулевым приводом и летчиком через рычаг управления одновременно (рис. 12.3). Доли $M_{ш}$, приходящиеся на летчика и на рулевой привод, характеризуются коэффициентом обратимости $K_{обр}$. Коэффициент $K_{обр}$ определяется как отношение усилия, воспринимаемого летчиком, к аэродинамической нагрузке от руля.

Для снятия усилий на рычагах управления в ОБУ на установившихся режимах полета применяются аэродинамические триммеры. В случае отказа ОБУ управление самолетом осуществляется с помощью НРУ.

Необходимость применения ОБУ была вызвана тем, что с ростом $M_{ш}$ при использовании НРУ стало весьма сложно обеспечить его снижение до приемлемого уровня аэродинамическими средствами без риска возникновения перекомпенсации орга-

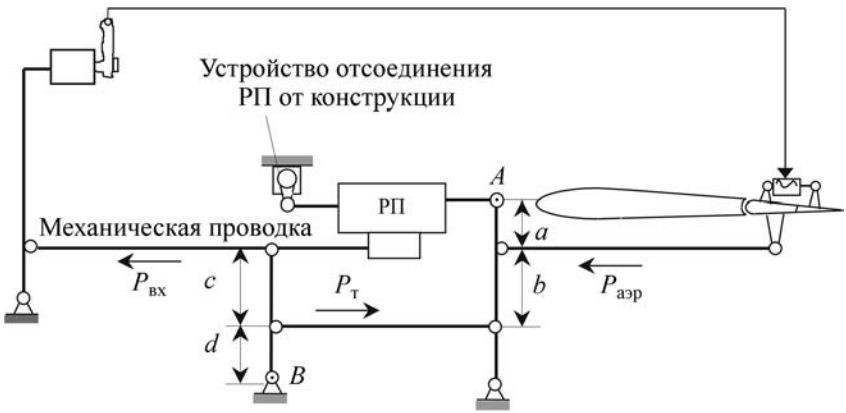


Рис. 12.3. Схема системы обратимого бустерного управления

нов управления, т.е. изменения знака шарнирного момента. Очевидно, что в ОБУ характер изменения $M_ш$ полностью воспроизводится на рычагах управления, но с некоторым масштабным коэффициентом.

Необходимые соотношения для ОБУ можно получить, записав условие равновесия моментов относительно точек A и B в схеме, приведенной на рис. 12.3:

$$M_A = 0, \text{ или } P_т (a+b) = P_{аэр}\, a;$$
$$M_B = 0, \text{ или } P_{вх} (c+d) = P_т\, d.$$

Здесь $P_т$ — нагрузка на тягу, соединяющую входную и выходную качалки; $P_{вх}$ — входное усилие от летчика; $P_{аэр}$ — нагрузка от руля; a, b, c, d — плечи рычажного механизма.

После исключения $P_т$ получим соотношение между $P_{вх}$ и $P_{аэр}$

$$P_{вх} (c+d) = P_{аэр} \frac{ad}{a+b}.$$

Соответственно, выражение для коэффициента обратимости будет иметь вид

$$K_{обр} = \frac{P_{вх}}{P_{аэр}} = \frac{ad}{(c+d)(a+b)} < 1{,}0.$$

В зависимости от соотношения плеч рычажной системы возможны следующие случаи:

1) $a = 0; P_{вх} = 0$ — имеем необратимое бустерное управление (НБУ);

2) $b = 0; P_{вх} = \frac{d}{c+d} P_{аэр}$ — имеем безбустерное управление (НРУ);

3) $d = 0$; $P_{вх} = 0$ — имеем необратимое бустерное управление (НБУ), однако нагрузка на бустер меньше по сравнению со случаем 1 в $(a+b)/b$ раз;

4) $c = 0$; $P_{вх} = \frac{a}{a+b} P_{аэр}$ — имеем ОБУ с коэффициентом обратимости $K_{обр} = a/(a+b) < 1{,}0$.

Использование ОБУ обусловлено несколькими причинами:

ОБУ позволяет улучшить характеристики управляемости по усилиям за счет снятия части момента органа управления рулевым приводом;

возможность перехода на непосредственно ручное управление гарантирует безопасное завершение полета в случае отказа бустеров, особенно это было важно на этапе создания бустерного управления, когда отсутствовал опыт применения подобных систем на самолетах;

не требуется разработка специального высоконадежного загрузочного устройства, необходимого для НБУ.

К особенностям ОБУ следует отнести:

сохранение характера изменения усилий на рычагах управления от $M_{ш}$, только эти усилия уменьшаются в $K_{обр}$ раз;

нельзя использовать большие коэффициенты $K_{обр}$, так как в случае отказа рулевого привода (например, при падении давления в гидросистеме) летчику будет очень сложно адаптироваться к большим $M_{ш}$. Обычно $K_{обр}$ выбирается близким к 1/3;

скорость отклонения органа управления в ОБУ ограничивается скоростью перемещения штока рулевого привода.

Меры безопасности при возможных отказах в ОБУ основываются на том положении, что основной вклад в обеспечение безопасности самолета с ОБУ вносит система непосредственного ручного управления, на которую должен осуществляться переход с ОБУ в случае его отказа.

Система необратимого бустерного управления. Структура системы НБУ приведена на рис. 12.4.

Наряду с рычагами управления и механической проводкой основными элементами НБУ являются рулевой привод (РП), загру-

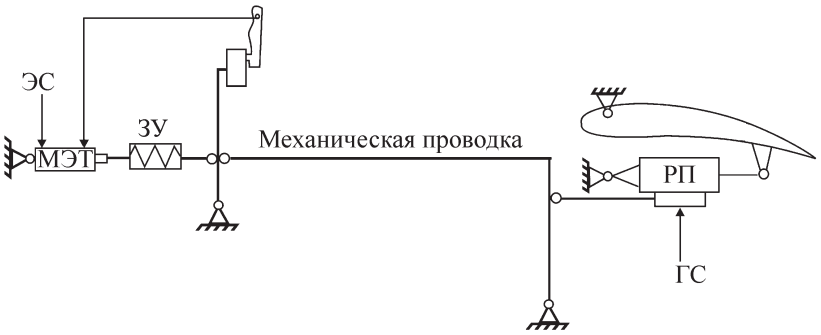


Рис. 12.4. Схема системы необратимого бустерного управления

зочное устройство (ЗУ) с механизмом эффекта триммирования (МЭТ) и системы гидравлического (ГС) и электрического (ЭС) питания. Все эти устройства должны иметь очень высокую надежность, что достигается применением многократного резервирования, при котором вероятность полного отказа НБУ может быть отнесена к практически невероятным событиям.

Для НБУ характерны следующие особенности:

усилия управления в НБУ определяются характеристиками системы искусственной загрузки рычагов управления независимо от величины $M_{ш}$. Усилия на рычагах управления могут быть сделаны такими, какие необходимы для обеспечения управляемости и безопасности полета;

в НБУ могут быть включены различные автоматические устройства для улучшения характеристик устойчивости и управляемости;

механическая проводка управления от рычага до золотников привода может быть сделана более легкой, поскольку она рассчитывается на меньший уровень усилий.

Поскольку в системах необратимого бустерного управления шарнирный момент руля полностью преодолевается приводом, для создания усилий на рычаге управления применяются специальные загрузочные устройства. ЗУ предназначено для создания летчику приемлемых характеристик управляемости самолета по усилиям во всем диапазоне режимов полета. Загрузочные устройства могут быть различной степени сложности в зависимости от особенностей структуры системы управления и требований, предъявляемых к самолету.

Наиболее простое ЗУ представляет собой пружину с предварительным затягом, присоединенную к рычагу управления. Отклоняя

рычаг, летчик сжимает или растягивает пружину, создавая тянущее или толкающее усилие, пропорциональное отклонению рычага, т.е.

$$P_{\text{в}} = P^{X}\Delta X_{\text{в}} + P_{\text{стр}}\,\text{sgn}\Delta X_{\text{в}},$$

где $\Delta X_{\text{в}}$ — перемещение рычага от балансировочного положения $X_{\text{в МЭТ}}$, $\Delta X_{\text{в}} = X_{\text{в}} - X_{\text{в МЭТ}}$; $P_{\text{стр}}$ — усилие страгивания, равное сумме усилий предварительного затяга пружины P_0 и усилия от трения в проводке $P_{\text{тр}}$; P^{X} — градиент загрузки рычага управления.

Предварительный затяг P_0 необходим для обеспечения центрирования рычага при его отпускании летчиком, т.е. выдерживания однозначного положения рычага при нулевом усилии. При отсутствии предварительного затяга ($P_0 = 0$) наличие трения в проводке ($P_{\text{тр}}$) приводит к различным положениям рычага при нулевом усилии.

Для легких самолетов приемлемое значение предварительного затяга составляет не более 10 Н.

Балансировка самолета в продольном канале осуществляется отклонением руля высоты или цельноповоротного стабилизатора. Наличие жесткой связи между рычагом и аэродинамическим органом приводит к тому, что балансировка самолета осуществляется с отклоненным рычагом управления и, следовательно, обжатой или растянутой пружиной, т.е. с усилием на рычаге управления. Для снятия («обнуления») этого усилия и сохранения балансировочного отклонения рычага необходимо изменить положение точки крепления пружины так, чтобы нейтраль усилий пружины соответствовала балансировочному положению рычага (рис. 12.5). Для этой цели на самолете с НБУ устанавливается механизм эффекта триммирования. Обычно это электромеханическое устройство, перемещающее положение точки крепления загрузочной пружины. Как правило, оно управляется от кнопки, расположенной на рычаге управления. Отклонение кнопки «от себя» (вперед) — команда на пикирование (нос вниз), отклонение кнопки «на себя» (назад) — команда на кабрирование (нос вверх). К сожалению, пропорциональная загрузка рычага с неизменным градиентом: $P^{X} = \text{const}$ не обеспечивает всех требований к усилиям на рычаге при управлении, поэтому на современных самолетах используются более сложные законы загрузки рычага управления. Автоматы регулировки загрузки, или автоматы усилий, изменяют загрузочную характеристику по режимам полета: по скоростному напору q, скорости полета V, числу М полета, высоте H и т.д. Более подробно эти автоматы рассмотрены в гл. 20.

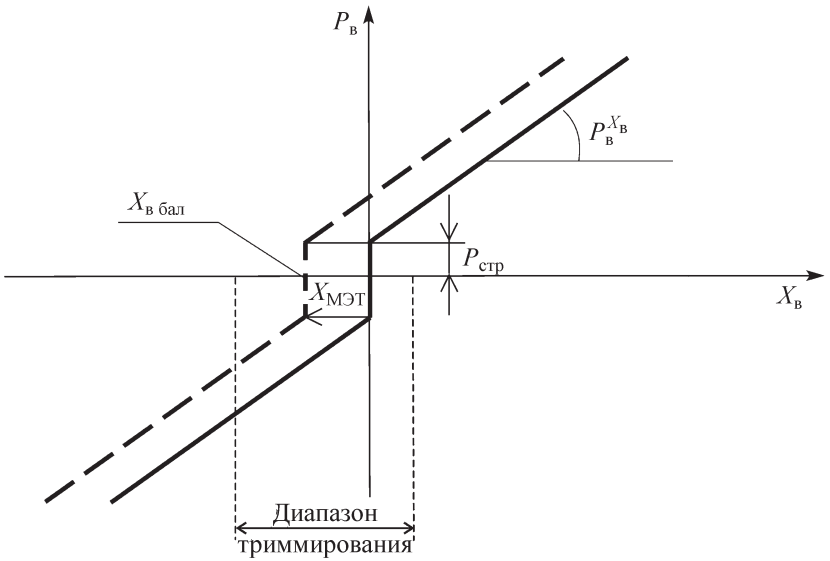


Рис. 12.5. Эффект МЭТа

12.3. СИСТЕМЫ УЛУЧШЕНИЯ УСТОЙЧИВОСТИ И УПРАВЛЯЕМОСТИ

Расширение диапазонов скоростей и высот полета самолетов, переход к самолетным компоновкам, имеющим существенно нелинейные аэродинамические характеристики и малые запасы устойчивости, потребовало повышения уровня автоматизации ручного (штурвального) управления и введения в него систем улучшения устойчивости и управляемости (СУУ).

Первые устройства улучшения характеристик управляемости представляли из себя электромеханические устройства, изменяющие коэффициенты кинематической передачи $K_ш$ перемещения рычага управления к органу управления и градиент загрузки рычага управления P^X. Эти автоматические устройства изменяли статические характеристики управляемости, т.е. расходы усилий и перемещений рычагов управления при маневрировании ($X_в^{n_y}$, $X_э^{\omega_x}$, $P_в^{n_y}$, $P_э^{\omega_x}$ и т.д.), рассмотренные в гл. 14.

Автоматическое устройство, изменяющее $K_ш$, называется автоматом регулирования управления (АРУ), а устройство, изменяю-

щее градиент загрузки, — автоматом регулирования загрузки (АРЗ). С позиций теории управления это корректирующие устройства прямой цепи (передачи управляющего сигнала) от задатчика (рычага) к регулирующему органу. Поэтому данные устройства не изменяют динамических характеристик самолета как объекта управления, изменяя только его статические характеристики.

Особенность АРЗ состоит в том, что при его работе сохраняется полный диапазон отклонений органа управления на всех режимах полета, в том числе при отказе ЗУ.

В отличие от АРЗ в случае применения АРУ, регулирующего одновременно $K_ш$ и градиент загрузки рычага $P_в(X_в)$ (рис. 12.6), диапазон отклонения органа управления изменяется по режимам полета, что требует принятия мер безопасности в случае отказа АРУ.

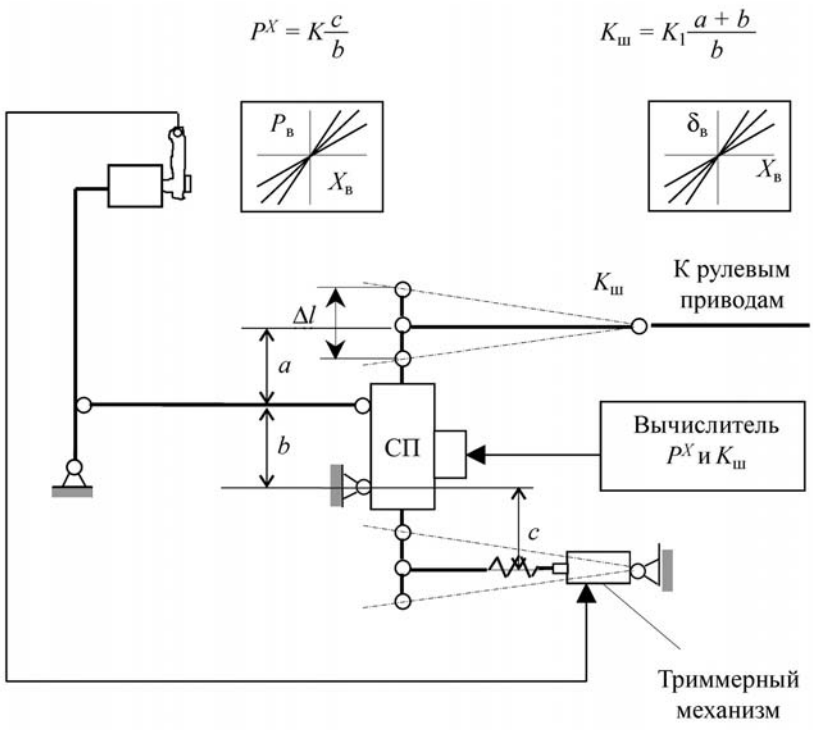


Рис. 12.6. Автомат регулирования управления:
K, K_1 — коэффициенты пропорциональности

Если отказ происходит в положении АРУ, соответствующем минимальному $K_{ш}$, то могут возникнуть проблемы завершения полета при ограниченных отклонениях органа управления. Поэтому обычно диапазон изменения $K_{ш}$ электромеханическим АРУ ограничивается соотношением $K_{ш\,max} / K_{ш\,min} \le 2$.

Иногда на ЗУ возлагаются функции создания усилий на рычаге управления для предупреждения летчика о выходе самолета на предельные режимы. С этой целью, например, к основной загрузке добавляется четко различимое летчиком дополнительное усилие. Различаются пассивные и активные ограничители предельных режимов. В первом случае для выхода на запредельные режимы летчик должен преодолеть дополнительное ступенчатое усилие 120...150 Н, во втором случае используются «толкатели» — устройства для принудительного увода самолета с опасных режимов путем силового воздействия на рычаг управления. На некоторых самолетах на специальное устройство, устанавливаемое на рычаге или проводке, подается высокочастотный гармонический сигнал для предупреждения летчика о приближении самолета к опасным режимам полета (тряска колонки).

Использование нелинейной загрузочной характеристики ЗУ обусловлено тем, что на больших приборных скоростях полета, где требуются малые отклонения органа управления и рычага управления, необходимо «затяжелить» загрузку рычага для предотвращения раскачки самолета летчиком. На малых приборных скоростях, где требуются большие отклонения рычага управления, его загрузка не должна быть чрезмерной. Рекомендуется, чтобы отношение максимального градиента загрузки рычага управления к его минимальному значению не превышало 3. Для самолетов с большим диапазоном режимов полета используются более сложные ЗУ с изменяемыми характеристиками, обеспечивающими примерно постоянное значение параметра $P_{в}^{n_y}$.

Для изменения динамических характеристик самолета, улучшения характеристик устойчивости и управляемости необходимо вводить на самолете как объекте управления обратные связи по различным параметрам. Эти функции выполняет система повышения устойчивости и управляемости, которая устанавливается на самолетах с механической системой в дополнение к уже имеющимся устройствам изменения статических характеристик управляемости АРУ и АРЗ.

Введение обратных связей предполагает, что к отклонению органа управления, создаваемому летчиком через механическую проводку, добавляется отклонение органа управления, создаваемое СУУ. Для этого к механической проводке управления по дифференциальной схеме подсоединяется исполнительный элемент (рулевая машинка, сервопривод) СУУ. Схема такого подсоединения сервопривода (СП) СУУ через дифференциальную качалку *AB* показана на рис. 12.7 и через раздвижную тягу (РТ) — на рис. 12.8.

В первом случае на дифференциальной качалке происходит суммирование сигналов от летчика — поворот качалки *AB* относительно точки *B* и от СУУ — поворот качалки *AB* относительно точки *A*. При одновременном перемещении точек *A* и *B* качалки эти два перемещения суммируются в точке *C* и передаются на перемещение золотников рулевого привода.

При работе СУУ сервопривод перемещает точку *B*, вращая качалку *AB* относительно точки *A*, неподвижной при невмешательстве летчика в управление. Такое движение возможно только в том случае, если усилие в точке *A*, являющейся опорой, не превышает усилие трения и предварительного затяга загрузочной пружины

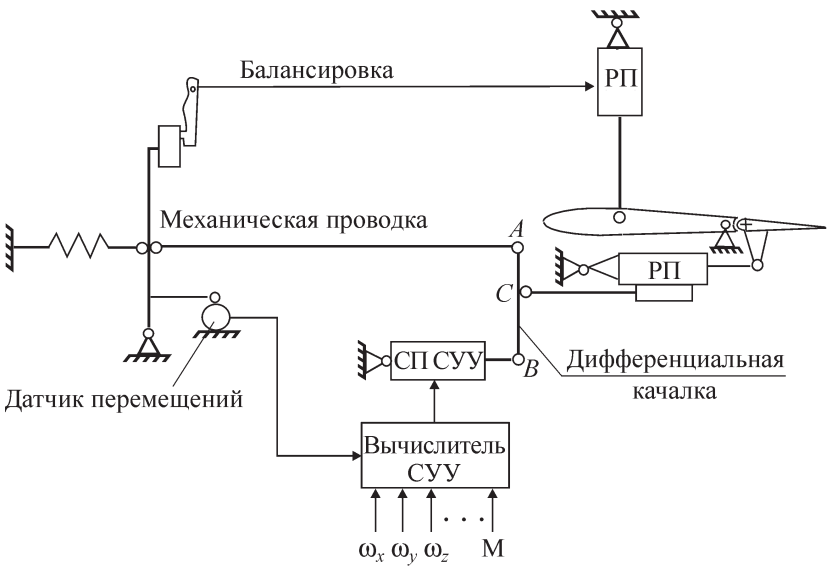


Рис. 12.7. Схема соединения СУУ через дифференциальную качалку

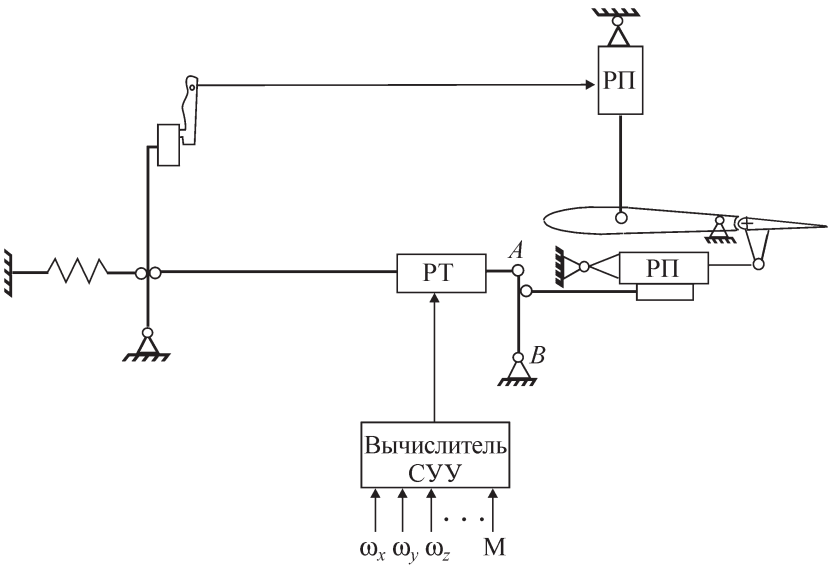


Рис. 12.8. Схема соединения СУУ через раздвижную тягу

рычага. В противном случае будет иметь место «отдача» (т.е. перемещение рычага) при работе СУУ. Явление «отдачи» полностью устраняется установкой в проводке вспомогательного рулевого привода (ВРП), как показано на рис. 12.9.

Основная функция СУУ, реализующей независимо от летчика обратную связь параметра движения и отклонения аэродинамического органа управления, состоит в улучшении устойчивости и управляемости самолета, т.е. в изменении его динамических (и статических) характеристик как объекта управления. Прежде всего, это относится к движению самолета относительно центра масс, т.е. к короткопериодическому продольному и боковому движениям. Первой функцией, которая была реализована СУУ, была функция повышения демпфирования бокового движения.

СУУ, улучшающие демпфирование колебательного движения самолета относительно центра масс, называют *демпферами*. Для улучшения демпфирования СУУ реализует обратную связь угловой скорости вращения самолета относительно центра масс и отклонения соответствующего органа: угловой скорости тангажа и отклонения руля высоты или стабилизатора, угловой скорости рыскания и отклонения руля направления и т.д. Отклонение аэродинамиче-

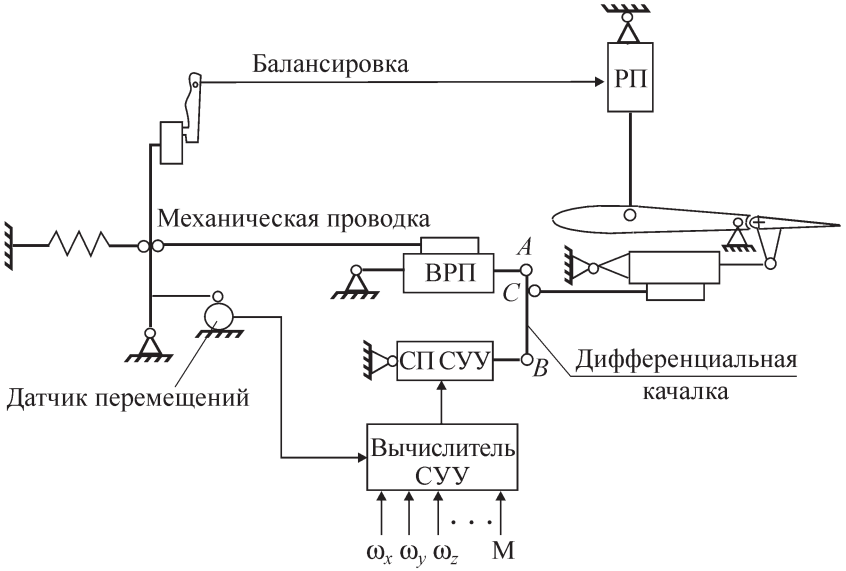


Рис. 12.9. Схема СУУ со вспомогательным приводом в проводке

ского органа пропорционально угловой скорости и создает момент относительно определенной оси, который направлен против данной угловой скорости, способствуя ее уменьшению, т.е. затуханию колебательного движения.

Простейшие СУУ были автономными устройствами и содержали собственные датчики угловых скоростей (ДУС), элементарные усилители (вычислители) и малоходовые сервоприводы. На первых самолетах они были выполнены в виде раздвижной тяги.

По мере развития авиации, освоения бóльших диапазонов скоростей и высот возрастала и роль СУУ в обеспечении требуемых характеристик устойчивости и управляемости.

Развитием СУУ явились автоматы продольной и путевой устойчивости, в которых помимо сигналов о угловых скоростях используются данные о нормальной и боковой перегрузках или углах атаки и скольжения. Помимо этого в связи с большими диапазонами изменения собственных характеристик самолета как объекта управления возникла необходимость в коррекции коэффициентов усиления обратных связей по режимам полета — скоростному напору q, приборной скорости $V_{\text{пр}}$, числу M полета и высоте H и др.

Дальнейшее развитие СУУ связано с коррекцией прямой цепи, т.е. управляющего (командного) сигнала от летчика, передаваемого на орган управления. Для этого измеряют отклонение летчиком рычага управления, например, $X_в$ и положение выходного штока МЭТ $X_{МЭТ}$ с помощью потенциометрических (или индуктивных) датчиков и формируют командный сигнал $\Delta X_в = X_в - X_{МЭТ}$, который характеризует команду летчика на выполнение маневра в продольной плоскости. Подавая этот сигнал через СУУ на отработку на аэродинамическом органе, в дополнение к отклонению органа через механическую проводку, можно усиливать или ослаблять реакцию самолета на отклонение рычага управления и, таким образом, изменять в широких диапазонах статические характеристики управляемости.

Реализация таких СУУ потребовала расширения диапазона отклонений органов управления (аэродинамических рулей), а следовательно, и повышения надежности всех элементов СУУ: датчиков, вычислителей, сервоприводов, системы связей, электро- и гидропитания. Если на первых самолетах, оборудованных СУУ, они были лишь дублированными, то в дальнейшем элементы СУУ имели как минимум трехкратное, а часто и четырехкратное резервирование. В качестве дополнительных мер повышения безопасности и живучести СУУ используется пространственное разнесение ее элементов по самолету с условием их независимости при работе.

Все элементы СУУ: датчики, вычислители, рулевые машинки (сервоприводы) и др. резервированы.

Резервированные элементы обычно располагают на самолете на некотором удалении друг от друга, например по правому и левому бортам фюзеляжа. Такое пространственное разнесение элементов гарантирует сохранение части работающих элементов при повреждении фюзеляжа (например, при разлете осколков в случае разрушения турбины двигателя).

12.4. СИСТЕМА ДИСТАНЦИОННОГО УПРАВЛЕНИЯ

Система дистанционного управления (СДУ) — это система управления, в которой отсутствует традиционная механическая связь между рычагами управления и исполнительными элементами, отклоняющими аэродинамические органы управления. В СДУ вместо механических связей используются:

электрические связи — электродистанционные системы (ЭДСУ);

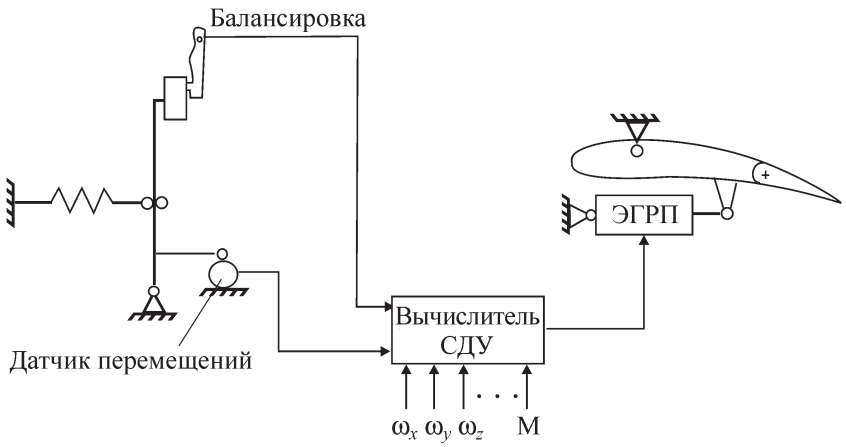


Рис. 12.10. Схема электродистанционной системы управления:
ЭГРП — электрогидравлический рулевой привод

оптоволоконные связи — оптические дистанционные системы, в которых все связи или их основная часть реализованы на передаче сигналов управления по оптоволоконным каналам;

гидродистанционные связи, в которых прямая связь и часть обратных связей реализована на гидроэлементах, трубопроводах с гидрожидкостью; носителем информации является давление этой жидкости.

Наибольшее распространение в авиационной практике получили электродистанционные системы управления, основанные на использовании цифровых технологий (рис. 12.10).

Гидродистанционные системы управления нашли применение как резервные или аварийные в дополнение к основной электродистанционной системе. Такое сочетание двух дистанционных систем, основанных на использовании разных физических принципов передачи и отработки сигналов, позволяет повысить помехозащищенность и надежность СДУ. Однако объединение этих систем является довольно сложной технической проблемой.

Электродистанционная система позволяет обеспечить высокую точность и быстродействие в отработке сигналов вычислителя СДУ, в котором формируются сигналы отклонения аэродинамических рулей.

Все негативные факторы, присущие механической проводке, а именно сухое трение, люфты, зоны нечувствительности, трение,

инерционность, упругость проводки, исключаются из тракта передачи управляющего сигнала летчика к органу. Тем самым существенно улучшаются динамические характеристики прямой цепи передачи команды летчика к органу, т.е. уменьшаются фазовое запаздывание и искажения величины сигнала (улучшаются амплитудно-фазовые характеристики прямой цепи).

Существенное улучшение тракта отработки сигналов на органы управления позволило реализовать сложные, интегральные (астатические) законы управления в современных аналоговых и цифровых вычислительных СДУ. Они выполняют больший перечень функций по обеспечению устойчивости, управляемости, повышению комфорта управления и повышению безопасности полета. Наиболее часто СДУ реализует следующие функции:

обеспечение заданных характеристик управляемости, т.е. статических и динамических характеристик управляемости: расходов рычагов и усилий на единицу регулируемого параметра, заданного времени срабатывания (быстродействия) и затухания, изолированности движения по управляемому параметру и т.д.;

автобалансировку (в продольном канале управления, а в некоторых случаях и в поперечном и путевом каналах). Автобалансировка — режим, при котором заданному (обычно, нейтральному) положению рычага управления соответствует установившийся прямолинейный (а возможно, и криволинейный) полет, реализуемый автоматически. В этом случае отклонение рычага по какому-либо каналу от нейтрали есть команда на выполнение заданного маневра в данном канале, интенсивность которого определяется величиной отклонения рычага. Установка рычага в нейтральном положении есть команда на выполнение установившегося движения в данном канале. Тем самым летчик освобождается от необходимости триммирования рычага через МЭТ или балансировки через стабилизатор (при использовании двух органов);

ограничение предельных параметров движения (угла атаки, нормальной перегрузки, максимальной скорости пикирования, максимальных углов тангажа и крена при взлете и посадке и т.д.);

предупреждение пилотов о приближении к критическим значениям параметров движения по крену, тангажу, углу атаки, скорости и числа М полета и т.д. Предупреждение пилотов о возникновении тенденции к выходу за предельные значения параметров полета или нарушения допустимой границы режима полета, а также ограничение предельных параметров движения существенно повышают

безопасность полета. Эффективное предупреждение о возможном выходе за предельные значения параметров позволяет привлечь внимание пилотов к контролю тех параметров движения, которые определяют безопасность. Например, превышение угла атаки сваливания $\alpha_{св}$ или снижение скорости ниже скорости сваливания $V_{св}$ может вызвать сваливание, переход в штопор и, в конечном итоге, привести к катастрофе. Превышение $n_{y\,э\,max}$ может вызвать недопустимые для массовой эксплуатации изменения в конструкции самолета, превышение β и α — помпаж двигателей и т.д. Более подробно эти вопросы рассмотрены в гл. 19;

стабилизацию углового положения самолета после окончания вмешательства летчика в управление. Стабилизация тангажа (угла наклона траектории) и угла крена (курса) обычно выполняется автопилотом. В последнее время включение и отключение этих режимов осуществляется автоматически по анализу усилий, прикладываемых летчиком к рычагу управления, или его перемещений. Есть усилие — режим стабилизации отключается, нет усилия — режим стабилизации включается. При этом стабилизируется то значение угла, которое имело место на момент последнего включения режима стабилизации. Эти режимы стабилизации существенно снижают нагрузку на пилота, так как отсутствует необходимость ручного выдерживания установившихся режимов полета, особенно в условиях возмущений. Поэтому эта функция на современных магистральных и маневренных боевых самолетах реализуется в СДУ;

активное управление нагрузками на конструкцию: снижение изгибающих моментов в корне крыла при маневрах и порывах ветра, демпфирование упругих колебаний крыла и фюзеляжа, снижение ветровых перегрузок и т.д. Активное управление нагрузками направлено на уменьшение темпа расходования ресурса за счет демпфирования упругих колебаний крыла и фюзеляжа, снижение максимальных изгибающих моментов при маневрах и порывах ветра с целью снижения расчетных нагрузок по прочности, повышения комфорта пассажиров и экипажа при полете в условиях интенсивной турбулентности и т.д. Активные системы выполняются либо в виде отдельных подсистем (отдельные вычислительные и исполнительные элементы), либо как часть СДУ, использующая одни и те же вычислительные и исполнительные элементы.

Для реализации перечисленных функций требуется применение сложных алгоритмов управления аэродинамическими поверхностями с использованием их реконфигурации. При использовании

СДУ рычаг управления в руках пилота превращается в задатчик требуемого параметра движения. Например, в продольном канале отклонению рычага соответствует заданное приращение нормальной перегрузки сверх потребной для прямолинейного полета; в поперечном канале отклонению рычага соответствует заданная угловая скорость крена ω_x и т.д. Таким образом, СДУ позволяет не только выдержать заданные характеристики управляемости, но и обеспечить требуемое их изменение по режимам полетов, конфигурациям самолета, весам и центровкам, а если требуется, обеспечить их полную инвариантность по режимам полета.

Широкие возможности и высокие точностные характеристики СДУ позволили управлять статически неустойчивым в продольном и других каналах самолетом с сохранением традиционного стереотипа действия рычагами управления. Переход на статически неустойчивую компоновку позволяет повысить маневренные возможности, улучшить взлетные характеристики и повысить топливную эффективность самолета.

В настоящее время СДУ широко используются на военных и гражданских самолетах (F-16, F-18, F-22, B-2, Evrofighter, Су-27, Як-130, А-320 и все последующие машины этого семейства, В 777, Ту-204, Ту-334). СДУ применяется в сочетании с эффективными мерами обеспечения безопасности пролета — резервированием, глубоким контролем состояния системы, надежным электро- и гидропитанием. В СДУ идет постепенное вытеснение аналоговой техники цифровой. Цифровые СДУ (ЦСДУ) имеют более широкие возможности в решении задач, связанных с пилотированием самолета, в реализации сложных законов управления, обеспечивают более глубокую и эффективную организацию контроля и обмена данными.

Благодаря использованию ЦСДУ открылась широкая возможность интеграции всех систем управления в единый комплекс, предназначенный для решения задач по пилотированию самолета (рис. 12.11). В такой комплексной системе передача сигналов производится с помощью цифровых шин, использование которых позволяет существенно снизить массу системы управления. На каждую шину поступают данные от датчиков параметров движения (угловые скорости, перегрузки, углы атаки и скольжения), системы высотно-скоростных параметров (системы воздушных сигналов — СВС), бесплатформенной инерциальной навигационной системы (БИНС), системы автоматического управления (САУ) и других систем.

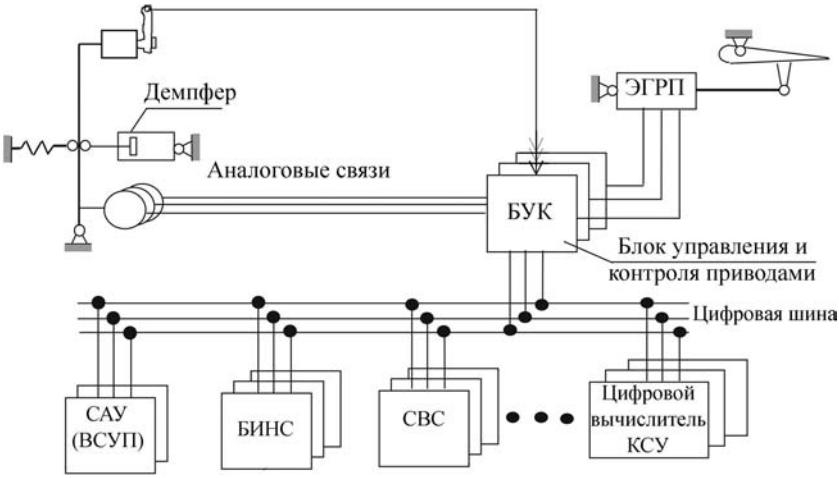


Рис. 12.11. Интеграция всех систем управления в единый комплекс:
ВСУП — вычислительная система управления полетом; КСУ — комбинированная система управления полетом

Каждый вычислитель активно взаимодействует только с одной шиной, но получает данные от всех шин для контроля. Каждый вычислитель имеет три независимых канала, которые отличаются типом процессора и программным обеспечением. Сигналы вычислителей через шины поступают на блоки управления и контроля (БУК) приводов органов управления.

В ряде случаев, особенно на первой стадии внедрения ЦСДУ, в качестве резерва используется аналоговая СДУ с более простыми законами управления, но достаточными для безопасного завершения полета.

Дистанционные системы управления используются в следующих сочетаниях:

СДУ как основная и единственная (на маневренных и отдельных гражданских самолетах);

СДУ в сочетании с механической системой; примеры таких комбинированных систем для управления продольным движением, креном и рысканием приведены на рис. 12.12 и 12.13. На рис. 12.12 приведена система с резервной механической проводкой. Развязывающая пружина является устройством, компенсирующим (блокирующим) работу механической проводки при работе СДУ. На рис. 12.13 приведена система с постоянно работающей механической проводкой. Дистанционная система управления по сигналу

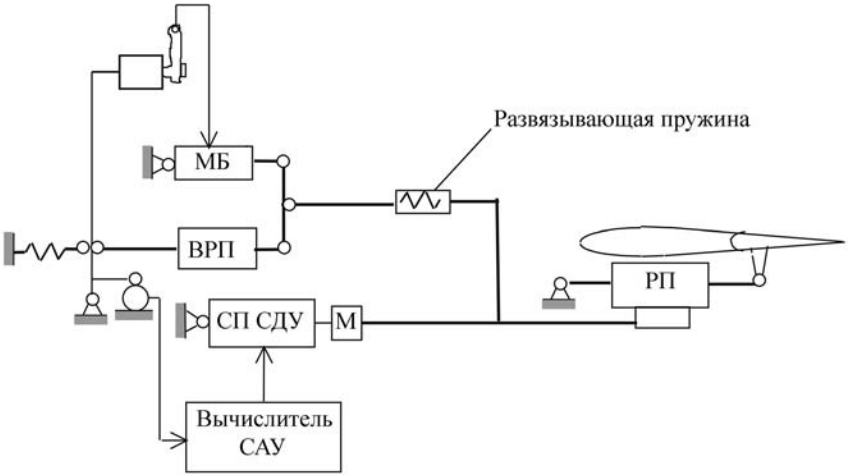


Рис. 12.12. Схема системы управления с резервной механической проводкой: МБ — механизм балансировки; М — муфта сцепления

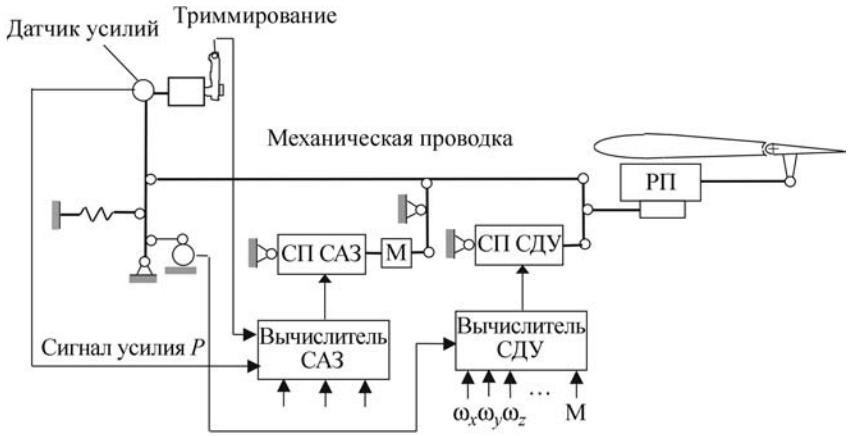


Рис. 12.13. Схема системы управления с постоянной механической проводкой: САЗ — система аварийной защиты; СП САЗ — сервопривод САЗ; СП СДУ — сервопривод СДУ; М — муфта сцепления

усилия реализуется системой автоматической загрузки (САЗ), которая перемещает проводку через привод САЗ;

СДУ как основная и гидродистанционная или механическая система как резервная.

Как и в НБУ с СУУ, общая надежность СДУ обеспечивается резервированным гидравлическим питанием (двукратным для маневренных самолетов, трех-четырехкратным для неманевренных). Между гидравлическими подсистемами выдерживается принцип полного разделения начиная от баков с рабочей жидкостью и кончая камерами рулевых приводов. Источниками давления в гидравлических системах являются насосы, устанавливаемые на двигателях самолета. На случай отказа двигателей предусматриваются различные вспомогательные источники энергии (вспомогательные силовые установки, электронасосы), обеспечивающие питание рулевых приводов и других потребителей в этих особых ситуациях. Более подробные сведения о структуре системы гидропитания и электропитания можно найти в [25, 26].

Обеспечение надежности электрического питания СДУ также основано на резервировании линий электроснабжения, так как СДУ относится к особой категории функционально значимых с точки зрения безопасности полета систем. В ней не допускаются даже кратковременные перерывы в питании, особенно это относится к цифровым элементам системы, так как в этом случае самолет мгновенно становится неуправляемым.

Глава 13
ПРОДОЛЬНОЕ ВОЗМУЩЕННОЕ ДВИЖЕНИЕ САМОЛЕТА

13.1. УРАВНЕНИЯ ПРОДОЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ПРИ ПОЛЕТЕ В ВОЗМУЩЕННОЙ АТМОСФЕРЕ

Приведенные в гл. 9 линеаризированные уравнения возмущенного движения самолета в вертикальной плоскости получены для случая, когда возмущения возникают только из-за управляющих воздействий (отклонений управляющих поверхностей и изменений тяги). Источником возмущений может быть и внешняя среда. При получении уравнений движения самолета в вертикальной плоскости для общего случая воздействия управляющих и ветровых возмущений воспользуемся принципами учета ветровых возмущений, приве-

денными в подразд. 9.2. В рассматриваемом случае, когда $\beta = \dot{\beta} = 0$, соответствующие проекции силы инерции $F_{\text{ин}\,xa}$ и $F_{\text{ин}\,ya}$ с учетом уравнений (9.2) и (9.3) имеют вид

$$F_{\text{ин}\,xa} = m\frac{dV_{\text{к}\,xa}}{dt}; \qquad (13.1)$$

$$F_{\text{ин}\,ya} = m\left[\frac{dV_{\text{к}\,ya}}{dt} + (\omega_z - \dot{\alpha})V_{\text{к}\,xa}\right].$$

Выражения для проекций $V_{\text{к}\,xa}$ и $V_{\text{к}\,ya}$ вектора земной скорости $\vec{V}_{\text{к}}$ ($\vec{V}_{\text{к}} = \vec{V} + \vec{W}_g$) можно получить из уравнения (9.1), в котором матрицы $A_{\text{н}}^{\text{св}}$ и $A_{\text{св}}^{\text{ск}}$ (см. прил. 1) должны быть записаны для случая $\gamma = \beta = \psi = 0$, т.е.

$$A_{\text{н}}^{\text{св}} = \begin{vmatrix} \cos\vartheta & \sin\vartheta & 0 \\ -\sin\vartheta & \cos\vartheta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}; \; A_{\text{св}}^{\text{ск}} = \begin{vmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 \\ \sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}.$$

В этом случае

$$V_{\text{к}\,xa} = V + W_{xg}\cos(\vartheta - \alpha) + W_{yg}\sin(\vartheta - \alpha);$$
$$V_{\text{к}\,ya} = -W_{xg}\sin(\vartheta - \alpha) + W_{yg}\cos(\vartheta - \alpha)$$

и выражения (13.1) имеют вид

$$\begin{aligned} F_{\text{ин}\,xa} &= m[\dot{V} + \dot{W}_{xg}\cos(\vartheta - \alpha) - W_{xg}\sin(\vartheta - \alpha)(\dot{\vartheta} - \dot{\alpha}) + \\ &+ \dot{W}_{yg}\sin(\vartheta - \alpha) + W_{yg}\cos(\vartheta - \alpha)(\dot{\vartheta} - \dot{\alpha})]; \\ F_{\text{ин}\,ya} &= m(\omega_z - \dot{\alpha})[V + W_{xg}\cos(\vartheta - \alpha) + W_{yg}\sin(\vartheta - \alpha)] + \\ &+ m[-\dot{W}_{xg}\sin(\vartheta - \alpha) - W_{xg}\cos(\vartheta - \alpha)(\dot{\vartheta} - \dot{\alpha}) + \dot{W}_{yg}\cos(\vartheta - \alpha) - \\ &- W_{yg}\sin(\vartheta - \alpha)(\dot{\vartheta} - \dot{\alpha})]. \end{aligned} \qquad (13.2)$$

Линеаризируем эти уравнения, учитывая, что $\vartheta - \alpha = \Theta - \alpha_{\text{т}}$, где $\alpha_{\text{т}} = \operatorname{arctg}\dfrac{W_{yg}}{V} \approx \dfrac{W_{yg}}{V}$, и предполагая, что на исходной траектории $\Theta_0 = \alpha_{\text{т}\,0} = W_{yg\,0} = W_{xg\,0} = \dot{W}_{xg\,0} = \dot{W}_{yg\,0} = \omega_{z\,0} = \dot{\alpha}_0 = 0$.

Тогда

$$\Delta F_{\text{ин}\,xa} = m[\Delta V + \Delta \dot{W}_{xg}]; \qquad (13.2')$$

$$\Delta F_{\text{ин}\,ya} = m[(\Delta\omega_Z - \Delta\dot{\alpha})V + \Delta \dot{W}_{yg}].$$

При малых величинах $\Delta W_{yg} / V$ можно считать, что $\Delta W_{yg} / V \cong \Delta\alpha_{\text{т}}$.

С учетом полученных уточнений линеаризированные уравнения возмущенного движения самолета (9.9), в которых источниками возмущений являются как управляющие воздействия (отклонения управляющих поверхностей и изменение тяги), так и атмосферная турбулентность ($\alpha_{\text{т}}$, W_{xg}), имеют вид

$$\Delta\dot{V} = \overline{X}^{V}\Delta V + \overline{X}^{\alpha}\Delta\alpha + \overline{X}^{\vartheta}\Delta\vartheta + \overline{X}^{\delta_{\text{в}}}\Delta\delta_{\text{в}} + \overline{X}^{P}\Delta P - \Delta\dot{W}_{xg};$$

$$\Delta\dot{\alpha} = \Delta\omega_z - \overline{Y}^{V}\Delta V - \overline{Y}^{\alpha}\Delta\alpha - \overline{Y}^{\delta_{\text{в}}}\Delta\delta_{\text{в}} - \overline{Y}^{P}\Delta P + \Delta\dot{\alpha}_{\text{т}};$$

$$\Delta\dot{\omega}_z = \overline{M}_z^{\alpha}\Delta\alpha + \overline{M}_z^{\omega_z}\Delta\omega_z + \overline{M}_z^{V}\Delta V + \overline{M}_z^{\dot{\alpha}}\Delta\dot{\alpha} + \overline{M}_z^{\delta_{\text{в}}}\Delta\delta_{\text{в}};$$

$$\Delta\dot{\vartheta} = \Delta\omega_z.$$

Таким образом, система уравнений продольного возмущенного движения представляет собой систему линейных уравнений четвертого порядка с постоянными коэффициентами, определяемыми воздушной скоростью и углом атаки. Последний часто называют воздушным углом атаки, который в отличие от кинематического учитывает и составляющую от турбулентности атмосферы α_W: $\alpha_{\text{т}} = \alpha - \alpha_W$.

В дальнейшем будем полагать, что угол $(\alpha - \varphi_P)_0$ мал, и поэтому входящие в правые части приведенных уравнений слагаемые $\overline{X}^{P}\Delta P = \Delta P / m = \Delta\overline{P}$ и $\overline{Y}^{P}\Delta P = 0$. Используя методы операционного исчисления, приведенную систему дифференциальных уравнений при нулевых начальных условиях можно заменить следующей системой алгебраических уравнений:

$$\begin{gathered}
(P - \overline{X}^{V})V(p) - \overline{X}^{\alpha}\alpha(p) - \overline{X}^{\vartheta}\vartheta(p) = \overline{X}^{\delta_{\text{в}}}\delta_{\text{в}}(p) + \Delta\overline{P} - pW_{xg}(p);\\
\overline{Y}^{V}V(p) + (P + \overline{Y}^{\alpha})\alpha(p) - \omega_z(p) = -\overline{Y}^{\delta_{\text{в}}}\delta_{\text{в}}(p) + p\alpha_{\text{т}}(p); \qquad (13.3)\\
-\overline{M}_z^{V}V(p) - (\overline{M}_z^{\alpha} + p\overline{M}_z^{\dot{\alpha}})\alpha(p) + (p - \overline{M}_z^{\omega_z})\omega_z(p) = \overline{M}_z^{\delta_{\text{в}}}\delta_{\text{в}}(p);\\
p\vartheta(p) = \omega_z(p).
\end{gathered}$$

Здесь $\alpha(p), V(p), \omega_z(p), \delta_в(p), \Delta\overline{P}(p), \alpha_т(p), W_{xg}(p)$ — преобразования Лапласа от соответствующих переменных. Например, $\alpha(p) = \int_0^\infty \mathbf{e}^{-p\tau}\Delta\alpha(t)dt.$

В матричном виде система (13.3) имеет вид

$$A(p)x(p) = B(p)u(p) + E(p)W(p),$$

где

$$A = \begin{vmatrix} (P - \overline{X}^V) & -\overline{X}^\alpha & 0 & g \\ \overline{Y}^V & (P + \overline{Y}^\alpha) & -1 & 0 \\ -\overline{M}_z^V & -(p\overline{M}_z^{\dot\alpha} + \overline{M}_z^\alpha) & (p - \overline{M}_z^{\omega_z}) & 0 \\ 0 & 0 & -1 & p \end{vmatrix}; \; x(p) = \begin{vmatrix} V(p) \\ \alpha(p) \\ \omega_z(p) \\ \vartheta(p) \end{vmatrix};$$

$$B = \begin{vmatrix} \overline{X}^{\delta_в} & 1 \\ \overline{Y}^{\delta_в} & 0 \\ \overline{M}_z^{\delta_в} & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}; \; u(p) = \begin{vmatrix} \delta_в \\ \Delta\overline{P} \end{vmatrix}; \; E = \begin{vmatrix} 0 & -p \\ p & 0 \end{vmatrix}; \; W = \begin{vmatrix} \alpha_т \\ W_{Xg} \end{vmatrix}.$$

Определитель матрицы A является определителем матрицы исследуемой системы Δ. Раскрывая его, можно получить выражение вида

$$\Delta = p^4 + a_1 p^3 + a_2 p^2 + a_3 p + a_4. \qquad (13.4)$$

Для каждого из управляющих воздействий $u_i(\delta_в, \Delta\overline{P})$ или внешних возмущений $W_{gi}(W_{xg}, \alpha_т)$ можно получить свой набор передаточных функций $W_{yi}^\alpha(p) = \dfrac{\Delta_{yi}^\alpha(p)}{\Delta(p)}$, $W_{yi}^\vartheta(p) = \dfrac{\Delta_{yi}^\vartheta(p)}{\Delta(p)}$, $W_{yi}^V(p) = \dfrac{\Delta_{yi}^V(p)}{\Delta(p)}$, где $y_i = (u, W_{gi})$. Все они имеют одинаковый знаменатель, называемый характеристическим уравнением $\Delta(p)$, но разные числители. Каждый из этих числителей является определителем матрицы, который получается заменой соответствующего столбца матрицы A, элементы которого умно-

жаются на $\alpha(p)$, $\vartheta(p)$ или $V(p)$, на один из столбцов матрицы B, элементы которого являются производными сил или моментов по y_i, или на столбец матрицы E, элементы которой умножаются на W_{xg} или $\alpha_т$.

Так, например, частный определитель $\Delta^V_{\delta_в}$, являющийся числителем передаточной функции $\dfrac{V(p)}{\delta_в(p)}$ имеет вид

$$\Delta^V_{\delta_в} = \begin{vmatrix} 0 & -\overline{X}^{\alpha} & 0 & g \\ \overline{Y}^{\delta_в} & (P+\overline{Y}^{\alpha}) & -1 & 0 \\ \overline{M}_z^{\delta_в} & -(p\overline{M}_z^{\dot\alpha}+\overline{M}_z^{\alpha}) & (p-\overline{M}_z^{\omega_z}) & 0 \\ 0 & 0 & -1 & p \end{vmatrix}.$$

В табл. 13.1 приведены выражения для коэффициентов $K(p)$ и B передаточных функций $\dfrac{V(p)}{y_i(p)}$, $\dfrac{\vartheta(p)}{y_i(p)}$, $\dfrac{\alpha(p)}{y_i(p)}$, $\dfrac{n_y(p)}{y_i(p)}$ для случая $\overline{X}^{\delta_в}=0$. В общем виде эти передаточные функции имеют вид

$$W(p) = K(p)\frac{B_1p^3+B_2p^2+B_3p+B_4}{p^4+a_1p^3+a_2p^2+a_3p+a_4}.$$

Передаточные функции $\dfrac{n_{ya}(p)}{\delta_в(p)}$, $\dfrac{n_{ya}(p)}{\Delta\overline{P}(p)}$, $\dfrac{n_{ya}(p)}{W_{xg}(p)}$, $\dfrac{n_{ya}(p)}{\alpha_т(p)}$ получены с учетом определения перегрузки как отношения всех внешних сил к массовой силе. Так как при проецировании всех сил на ось OY_a скоростной системы координат сумма внешних сил при $\Theta_0=0$ равна силе инерции $F_{ин\,ya}$, то с учетом (13.2′) $\Delta n_{ya}=\dfrac{\Delta\ddot H}{g}=$ $=\dfrac{\Delta\omega_z-\Delta\dot\alpha+\Delta\dot\alpha_т}{g}V$. Таким образом, передаточная функция по перегрузке требует предварительного определения других передаточных функций. Так, для случая, когда входным сигналом является $\alpha_т$, определение $\dfrac{n_y}{\alpha_т}$ требует предварительного вычисления $\dfrac{\vartheta(p)}{\alpha_т(p)}$ и $\dfrac{\alpha(p)}{\alpha_т(p)}$. При этом $\dfrac{n_y}{\alpha_т}=\dfrac{V}{g}p\left(\dfrac{\vartheta(p)}{\alpha_т(p)}-\dfrac{\alpha(p)}{\alpha_т(p)}+1\right)$.

Таблица 13.1

Коэффициенты $K(p)$ и B передаточных функций

Числитель передаточной функции	$K(p)$	B_1	B_2	B_3	B_4
$\Delta^{V}_{\delta_в}$	1	0	$-\overline{X}^{\alpha}\overline{Y}^{\delta_в}$	$\overline{X}^{\alpha}\overline{Y}^{\delta_в}\overline{M}_z^{\omega_z} - \overline{X}^{\alpha}\overline{M}_z^{\delta_в} + g\overline{Y}^{\delta_в}\overline{M}_z^{\dot{\alpha}} - g\overline{M}_z^{\delta_в}$	$g(\overline{M}_z^{\alpha}\overline{Y}^{\delta_в} - \overline{M}_z^{\delta_в}\overline{Y}^{\alpha})$
$\Delta^{\alpha}_{\delta_в}$	1	$-\overline{Y}^{\delta_в}$	$\overline{Y}^{\delta_в}\overline{M}_z^{\omega_z} + \overline{X}^{V}\overline{Y}^{\delta_в} + \overline{M}_z^{\delta_в}$	$-\overline{Y}^{\delta_в}\overline{X}^{V}\overline{M}_z^{\omega_z} - \overline{X}^{V}\overline{M}_z^{\delta_в}$	$g(\overline{Y}^{V}\overline{M}_z^{\delta_в} - \overline{M}_z^{V}\overline{Y}^{\delta_в})$
$\Delta^{\vartheta}_{\delta_в}$	1	0	$\overline{M}_z^{\delta_в} - \overline{M}_z^{\dot{\alpha}}\overline{Y}^{\delta_в}$	$\overline{M}_z^{\delta_в}(\overline{Y}^{\alpha} - \overline{X}^{V}) + \overline{Y}^{\delta_в}(\overline{X}^{V}\overline{M}_z^{\dot{\alpha}} - \overline{M}_z^{\alpha})$	$\overline{M}_z^{\delta_в}(\overline{Y}^{V}\overline{X}^{\alpha} - \overline{X}^{V}\overline{Y}^{\alpha}) + \overline{Y}^{\delta_в}(\overline{X}^{V}\overline{M}_z^{\alpha} - \overline{X}^{\alpha}\overline{M}_z^{V})$
$\Delta^{n_y}_{\delta_в}$	$\frac{V}{g}p$	$\overline{Y}^{\delta_в}$	$\overline{Y}^{\delta_в}(-\overline{X}^{V} - \overline{M}_z^{\omega_z} - \overline{M}_z^{\dot{\alpha}})$	$\overline{M}_z^{\delta_в}\overline{Y}^{\alpha} + \overline{Y}^{\delta_в} \times [\overline{X}^{V}(\overline{M}_z^{\dot{\alpha}} + \overline{M}_z^{\omega_z}) - \overline{M}_z^{\alpha}]$	$\overline{M}_z^{\delta_в}(\overline{Y}^{V}\overline{X}^{\alpha} - \overline{X}^{V}\overline{Y}^{\alpha} - g\overline{Y}^{V}) + \overline{Y}^{\delta_в}(\overline{X}^{V}\overline{M}_z^{\alpha} - \overline{X}^{\alpha}\overline{M}_z^{V} + g\overline{M}_z^{V})$
$\Delta^{V}_{\Delta\overline{P}}$	1	1	$-\overline{M}_z^{\omega_z} - \overline{M}_z^{\dot{\alpha}} + \overline{Y}^{\alpha}$	$-\overline{M}_z^{\alpha} - \overline{M}_z^{\omega_z}\overline{Y}^{\alpha}$	0
$\Delta^{\alpha}_{\Delta\overline{P}}$	–1	0	$\overline{Y}^{V}$	$-\overline{M}_z^{V} - \overline{Y}^{V}\overline{M}_z^{\omega_z}$	0
$\Delta^{\vartheta}_{\Delta\overline{P}}$	1	0	0	$-\overline{M}_z^{\dot{\alpha}}\overline{Y}^{V} + \overline{M}_z^{V}$	$-\overline{M}_z^{\alpha}\overline{Y}^{V} + \overline{Y}^{\alpha}\overline{M}_z^{V}$

Окончание табл. 13.1

Числитель передаточной функции	$K(p)$	B_1	B_2	B_3	B_4
$\Delta^{n_y}_{\Delta\overline{P}}$	$\frac{V}{g}p$	0	$\overline{Y}^{V}$	$\overline{Y}_a^{V}\,(-\overline{M}_z^{\omega_z}-\overline{M}_z^{\dot{\alpha}})$	$\overline{Y}^{V}\overline{M}_z^{\alpha}+\overline{Y}^{\alpha}\overline{M}_z^{V}$
$\Delta^{V_a}_{\alpha_\tau}$	1	$\overline{X}_a^{\alpha}$	$-\overline{X}^{\alpha}\overline{M}_z^{\omega_z}-g\overline{M}_z^{\dot{\alpha}}$	$-g\overline{M}_z^{\alpha}$	0
$\Delta^{\alpha}_{\alpha_\tau}$	p	1	$-\overline{M}_z^{\omega_z}-\overline{X}^{V}$	$\overline{X}^{V}\overline{M}_z^{\omega_z}$	$g\overline{M}_z^{V}$
$\Delta^{\vartheta}_{\alpha_\tau}$	1	$\overline{M}_z^{\dot{\alpha}}$	$\overline{M}_z^{\alpha}-\overline{X}^{V}\overline{M}_z^{\dot{\alpha}}$	$-\overline{M}_z^{\alpha}\overline{X}^{V}+\overline{X}^{\alpha}\overline{M}_z^{V}$	0
$\Delta^{n_y}_{\alpha_\tau}$	$\frac{V}{g}p$	$\overline{Y}_a^{\alpha}$	$-\overline{M}_z^{\omega_z}\overline{Y}^{\alpha}-\overline{X}^{V}\overline{Y}^{\alpha}+\overline{X}^{\alpha}\overline{Y}^{V}$	$\overline{X}^{V}\overline{Y}^{\alpha}\overline{M}_z^{\omega_z}-\overline{X}^{\alpha}\overline{Y}^{V}\overline{M}_z^{\omega_z}-$ $-g\overline{Y}^{V}\overline{M}_z^{\dot{\alpha}}$	$\overline{Y}^{\alpha}\overline{M}_z^{V}-g\overline{Y}^{V}\overline{M}_z^{\alpha}$
$\Delta^{V_a}_{W_{xg}}$	$-p^2$	0	1	$\overline{Y}^{\alpha}-\overline{M}_z^{\dot{\alpha}}-\overline{M}_z^{\omega_z}$	$-\overline{Y}^{\alpha}\overline{M}_z^{\omega_z}-\overline{M}_z^{\alpha}$
$\Delta^{\alpha}_{W_{xg}}$	p^2	0	0	$\overline{Y}^{V}$	$-\overline{M}_z^{V}-\overline{M}_z^{\omega_z}\overline{Y}^{V}$
$\Delta^{\vartheta}_{W_{xg}}$	p	0	0	$\overline{M}_z^{\dot{\alpha}}\overline{Y}^{V}-\overline{M}_z^{V}$	$\overline{M}_z^{\alpha}\overline{Y}^{V}-\overline{M}_z^{V}\overline{Y}^{\alpha}$
$\Delta^{n_y}_{W_{xg}}$	$\frac{V}{g}p^2$	0	$-\overline{Y}^{V}$	$(\overline{M}_z^{\dot{\alpha}}+\overline{M}_z^{\omega_z})\overline{Y}^{V}$	$\overline{Y}^{V}\overline{M}_z^{\alpha}-\overline{Y}^{\alpha}\overline{M}_z^{V}$

Коэффициенты a_1, a_2, a_3 и a_4 определителя Δ находятся следующим образом:

$$a_1 = Y^{\alpha} - \overline{M}_z^{\omega_z} - \overline{M}_z^{\dot{\alpha}} - \overline{X}^{V};$$

$$a_2 = -\overline{M}_z^{\omega_z}\overline{Y}^{\alpha} - \overline{M}_z^{\alpha} - \overline{X}^{V}\overline{Y}^{\alpha} + \overline{X}^{\alpha}\overline{Y}^{V} + \overline{X}^{V}(\overline{M}_z^{\omega_z} + \overline{M}_z^{\dot{\alpha}});$$

$$a_3 = -\overline{X}^{V}\overline{Y}^{\alpha}\overline{M}_z^{\omega_z} + \overline{X}^{V}\overline{M}_z^{\alpha} - \overline{X}^{\alpha}\overline{Y}^{V}\overline{M}_z^{\omega_z} - \overline{X}^{\alpha}\overline{M}_z^{V} + g\overline{M}_z^{V} - g\overline{Y}^{V}\overline{M}_z^{\dot{\alpha}};$$

$$a_4 = \overline{M}_z^{V}\overline{Y}^{\alpha}g - \overline{Y}^{V}\overline{M}_z^{\alpha}g.$$

Согласно известному критерию Гурвица–Рауса для системы дифференциальных уравнений (13.3), характеристическое уравнение (13.4) которого имеет четвертый порядок, необходимым и достаточным условием устойчивости является выполнение следующих требований:

$$a_1 > 0,\ a_2 > 0,\ a_3 > 0,\ a_4 > 0;\ a_1a_2a_3 - a_1a_4 - a_3^2 > 0.$$

13.2. РАЗДЕЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЯ НА КОРОТКО- И ДЛИННОПЕРИОДИЧЕСКОЕ

Для продольного возмущенного движения характеристическое уравнение (13.4), как правило, имеет две пары комплексно-сопряженных корней. Выполнение условий устойчивости означает, что их действительные части имеют отрицательный знак. Отличительной особенностью возмущенного движения самолета является, как правило, существенная разница в значениях модулей корней. Корни с малыми модулями характеризуют медленно протекающие процессы (длиннопериодическое движение), а корни с большими модулями — быстрые процессы (короткопериодическое движение). Когда эти модули существенно отличаются друг от друга, уравнения продольного движения могут быть разделены на уравнения длиннопериодического и короткопериодического движений. В противном случае, рассмотренном в подразд. 13.3, такое разделение невозможно.

Прежде чем перейти к рассмотрению этих уравнений, проведем анализ частотных характеристик, а также процессов, получаемых из полной системы возмущенного движения самолета с коэффициентами, приведенными в табл. 13.2.

Таблица 13.2

Коэффициенты уравнений возмущенного движения при H = 6000 м, V = 201,2 м/с, m = 13 850 кг

$\bar{X}^V$	$\bar{X}^\alpha$	$\bar{Y}^V$	$\bar{Y}^\alpha$	$\bar{Y}^{\delta_в}$	$\bar{M}_z^V$	$\bar{M}_z^\alpha$	$\bar{M}_z^{\dot{\alpha}}$	$\bar{M}_z^{\omega_z}$	$\bar{M}_z^{\delta_в}$
–0,0097	0,3219	0,000475	–1,43	0,106	0	–15,51	–0,0858	–1,92	–26,1

В табл. 13.3...13.7 приведены значения нулей и полюсов передаточных функций самолета $W_с = \dfrac{X(p)}{u(p)}$ и $W_с = \dfrac{X(p)}{W_д(p)}$ для различных управляющих $u(p) = (\delta_в, \Delta\bar{P}_д)$ и возмущающих $W_д(p) = (\alpha_т, W_{xg})$ воздействий, полученные вычислениями на ЭВМ для рассматриваемого примера. Любая из этих передаточных функций может быть представлена в виде

$$W_с = \frac{K_с \prod_i (p - p_{mi})}{\prod_j (p - p_{Пk})}.$$

Таблица 13.3

Нули передаточных функций $W_с = \dfrac{X(p)}{\delta_в(p)}$

Номер нуля	Выходные переменные $X(p)$			
	$V(p)$	$\alpha(p)$	$\vartheta(p)$	$n_y(p)$
1	–1,32	–276,448	–1,37382	–20,44851
2	8017	–0,0048416 – 0,067818j	–0,0098121	–0,0064223
3	–	–0,0048416 + 0,067818j	–	0
4	–	–	–	18,43943

Таблица 13.4

Нули передаточных функций $W_с = \dfrac{X(p)}{\Delta\bar{P}_д(p)}$

Номер нуля	Выходные переменные $X(p)$			
	$V(p)$	$\alpha(p)$	$\vartheta(p)$	$n_y(p)$
1	–1,7179 + 3,9120863j	–1,92	–180,769	–5,0668646
2	–1,7179 – 3,9120863j	0	–	0
3	0	–	–	3,06106

Таблица 13.5

Нули передаточных функций $W_{\text{с}} = \dfrac{X(p)}{\alpha_{\text{т}}(p)}$

Номер нуля	Выходные переменные $X(p)$			
	$V(p)$	$\alpha(p)$	$\vartheta(p)$	$n_y(p)$
1	$-2{,}266 - 21{,}61146j$	$-1{,}92$	$-0{,}009325$	$-1{,}9325$
2	$-2{,}266 + 21{,}61146j$	$-0{,}0097$	0	0
3	0	0	180,7886	$0{,}00135 + 0{,}16163j$
4	–	0	–	$0{,}00135 - 0{,}16163j$

Таблица 13.6

Нули передаточных функций $W_{\text{с}} = \dfrac{X(p)}{W_{xg}(p)}$

Номер нуля	Выходные переменные $X(p)$			
	$V(p)$	$\alpha(p)$	$\vartheta(p)$	$n_y(p)$
1	$-5{,}31335$	$-1{,}92$	$-180{,}769$	$-1{,}0029 - 3{,}8084j$
2	0	0	0	$-1{,}0029 + 3{,}8084j$
3	0	0	–	0
4	–	–	–	0

Таблица 13.7

Полюса передаточных функций самолета

$p_{\text{п}1}$	$p_{\text{п}2}$	$p_{\text{п}3}$	$p_{\text{п}4}$
$-1{,}71823 + 3{,}91175j$	$-1{,}71823 - 3{,}91175j$	$-0{,}0045 - 0{,}06273j$	$-0{,}0045 + 0{,}06273j$

С учетом значений приведенных в табл. 13.7 полюсов характеристическое уравнение исследуемой системы запишется в виде

$$(p - p_{\text{п}1})(p - p_{\text{п}2})(p - p_{\text{п}3})(p - p_{\text{п}4}) = (p^2 + 2 \cdot 0{,}714 \cdot 0{,}063\, p + 0{,}063^2) \times$$
$$\times (p^2 + 2 \cdot 0{,}193 \cdot 4{,}27\, p + 4{,}27^2).$$

Анализ частотных характеристик самолета при отклонении руля высоты в качестве возмущающего воздействия. Из приведенных в табл. 13.7 данных видно, что короткопериодическое движение достаточно хорошо демпфировано (коэффициент относительного демп-

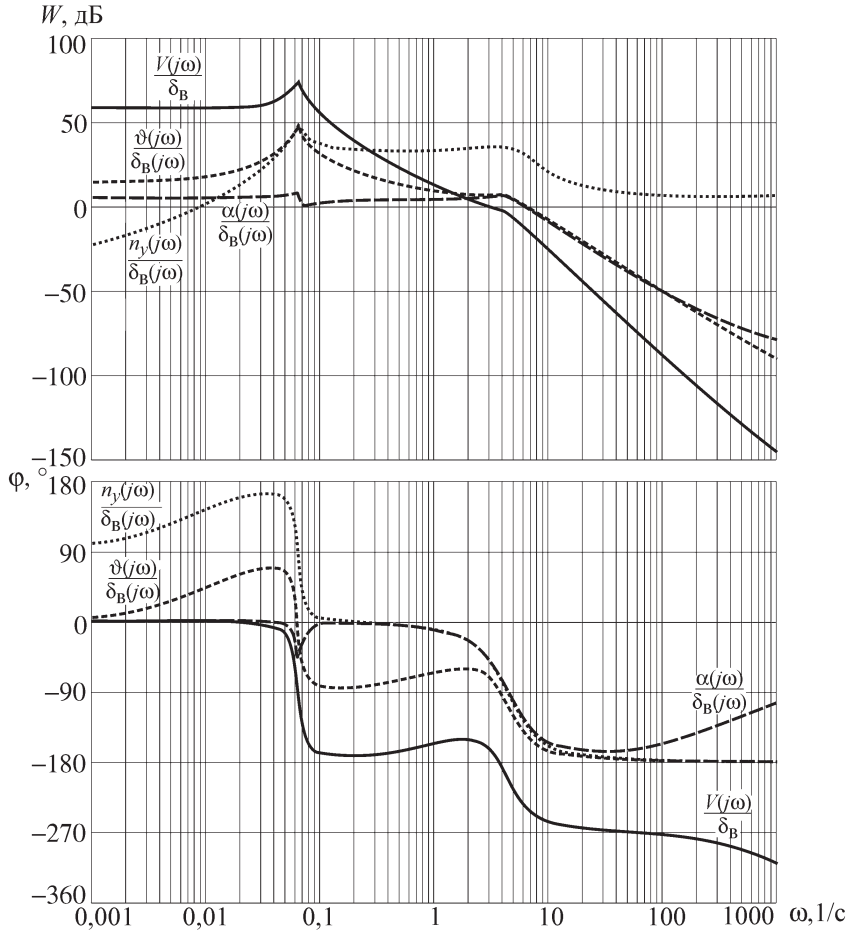


Рис. 13.1. Логарифмические амплитудно-фазовые частотные характеристики самолета $\frac{V(j\omega)}{\delta_в(j\omega)}, \frac{\vartheta(j\omega)}{\delta_в(j\omega)}, \frac{\alpha(j\omega)}{\delta_в(j\omega)}, \frac{n_y(j\omega)}{\delta_в(j\omega)}$

фирования $\xi_к \approx 0{,}493$) и характеризуется относительно большим значением частоты ($\omega_к = 4{,}27$ 1/с). В то же время длиннопериодическое движение отличается низкой частотой ($\omega_д = 0{,}069$ 1/с) и слабо демпфировано ($\xi_к < 0{,}1$).

На рис. 13.1 приведены частотные характеристики этих передаточных функций. Они позволяют выявить значимость каждой

переменной в быстром и медленном движениях. Например, амплитуда частотной характеристики $\left|\frac{V}{\delta_в}\right|$ на частоте короткопериодического движения $\omega_к = 4{,}27$ 1/с значительно меньше ее амплитуды на частоте длиннопериодического движения $\omega_д = 0{,}063$ 1/с. Это значит, что при отклонении руля высоты по гармоническому закону практически не будет изменяться скорость полета, если частота входного сигнала близка к $\omega_к$, и будет изменяться со значительной амплитудой при частоте входного воздействия, равного $\omega_д$. Все это указывает на возможность пренебрежения фактором изменения скорости в короткопериодическом движении и, наоборот, необходимость его обязательного учета в длиннопериодическом движении. По иному в этих двух движениях проявляется изменение угла атаки. Из данных, приведенных в табл. 13.3, видно, что квадрат частоты длиннопериодического движения близок к свободному члену квадратного полинома числителя частотной характеристики $\frac{\alpha(j\omega)}{\delta_в(j\omega)}$. Кроме того, с учетом значения нуля $p_1 = 276{,}4$ частотная характеристика звена $\frac{p}{276{,}4}+1$ практически не проявляется во всем диапазоне частот. Это позволяет считать передаточную функцию $\frac{\left(\frac{p}{276{,}4}+1\right)\left(\frac{p^2}{0{,}068^2}+2\frac{0{,}0713}{0{,}068}p+1\right)}{\left(\frac{p^2}{0{,}063^2}+2\frac{0{,}0714}{0{,}063}p+1\right)} \cong 1.$

Таким образом, во всем частотном диапазоне частотная характеристика $\frac{\alpha}{\delta_в}$ определяется динамикой короткопериодического движения. Именно в этом движении происходит изменение угла атаки, в то время как в длиннопериодическом движении он практически не изменяется. Амплитудная частотная характеристика $\frac{\vartheta}{\delta_в}$ имеет существенные значения на обеих частотах, а следовательно, изменение угла тангажа должно учитываться как в короткопериодическом, так и в длиннопериодиче-

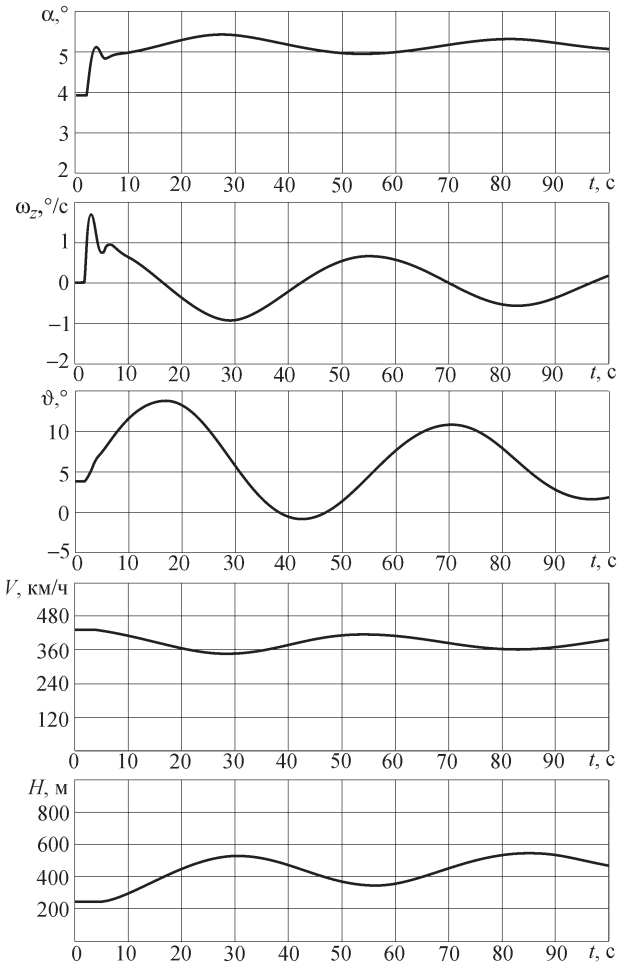


Рис. 13.2. Реакция самолета на ступенчатое отклонение руля высоты

ском движении. Что касается нормальной перегрузки, то ее значение несколько выше на частоте $\omega_{д}$ по сравнению с тем, которое достигается при одинаковом воздействии на частоте $\omega_{к}$. Учитывая связь вертикальной скорости $\dot{H}$ и изменения высоты H с перегрузкой: $\dot{H} = \frac{g}{p} n_y$ и $H = \frac{g}{p^2} n_y^2$, нетрудно видеть, что ам-

плитуды перемещений по высоте и вертикальной скорости $|H| = \left|\frac{g}{\omega^2}\right| |n_y|$ и $|\dot{H}| = \left|\frac{g}{\omega}\right| |n_y|$ на частотах длиннопериодического движения ($\omega = \omega_д$, где $\omega_д << 1$) будут значительно превосходить их значения, получаемые на частотах короткопериодического движения. Этот результат указывает на то, что в длиннопериодическом движении самолет достигает значительных перемещений по высоте, в то время как в короткопериодическом движении такое перемещение незначительно.

Обобщая результаты проведенного анализа частотных характеристик, можно сделать выводы о том, что в короткопериодическом движении происходит в основном вращение самолета относительно его центра масс, сопровождающееся изменениями углов атаки и тангажа (угловой скорости ω_z). При этом самолет практически не изменяет скорости и высоты полета. В длиннопериодическом движении у самолета изменяются скорость, высота полета и угол тангажа. Угол атаки при этом изменяется слабо. Эти закономерности подтверждаются и результатами вычислений переходных процессов, полученных для рассматриваемой модели самолета при ступенчатом отклонении руля высоты (рис. 13.2).

Анализ частотных характеристик самолета при возмущающем воздействии в виде изменения тяги двигателя $\Delta\bar{P}$. Из приведенных на рис. 13.3 частотных характеристик передаточной функции самолета по скорости и значений нулей и полюсов, приведенных в табл. 13.4 и 13.7, видно, что полином числителя полностью компенсирует динамику колебательного звена в знаменателе, описывающего короткопериодическое движение. У частотной характеристики $\frac{n_y(j\omega)}{\Delta\bar{P}(j\omega)}$ так же, как и у частотной характеристики $\frac{\vartheta(j\omega)}{\Delta\bar{P}(j\omega)} = \frac{V}{g}\frac{1}{j\omega}\frac{n_y(j\omega)}{\Delta\bar{P}(j\omega)}$, квадратный полином числителя практически компенсирует колебательное звено с параметрами, соответствующими короткопериодическому движению. Этот результат указывает на то, что при изменении тяги двигателя скорость самолета так же, как и нормальная перегрузка (угол наклона траектории), изменяется только в длиннопериодическом движении.

Частотная характеристика самолета по углу атаки такова, что на частотах длинно- и короткопериодического движений

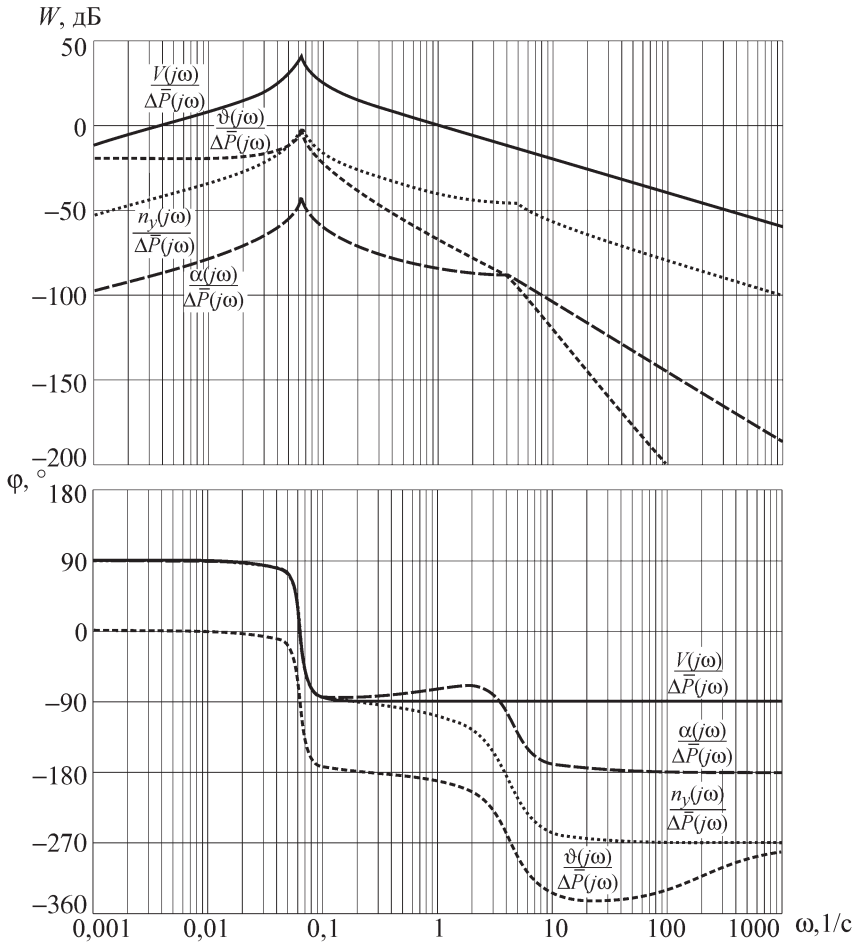


Рис. 13.3. Логарифмические амплитудные и фазовые частотные характеристики самолета $\frac{V(j\omega)}{\Delta\bar{P}(j\omega)}, \frac{n_y(j\omega)}{\Delta\bar{P}(j\omega)}, \frac{\vartheta(j\omega)}{\Delta\bar{P}(j\omega)}, \frac{\alpha(j\omega)}{\Delta\bar{P}(j\omega)}$

амплитуды $\left|\frac{\alpha(j\omega)}{\Delta\bar{P}(j\omega)}\right|$ имеют очень малые величины. В связи с этим изменение тяги практически не приводит к изменению угла атаки.

Таким образом, изменение тяги двигателя приводит к изменениям углов наклона траектории и тангажа, а также скорости полета самолета, которые происходят в длиннопериодическом движении. Изменения угла атаки при этом практически не происходит.

Анализ частотных характеристик при вертикальных порывах ветра W_{yg}, вызывающих $\alpha_т$. Приведенные на рис. 13.4 частотные характеристики $\frac{V(j\omega)}{\alpha_т(j\omega)}$, $\frac{\alpha(j\omega)}{\alpha_т(j\omega)}$, $\frac{\vartheta(j\omega)}{\alpha_т(j\omega)}$, $\frac{n_y(j\omega)}{\alpha_т(j\omega)}$ показывают, что:

амплитуда изменения воздушной скорости V на частоте длиннопериодического движения существенно выше амплитуд на частотах, близких к частоте короткопериодического движения;

амплитуды угла тангажа на частотах как длиннопериодического движения, так и короткопериодического движения достигают значительных величин;

амплитудные характеристики $\left|\frac{\alpha(j\omega)}{\alpha_т(j\omega)}\right|$ так же, как и $\left|\frac{n_y(j\omega)}{\alpha_т(j\omega)}\right|$, в области частот длиннопериодического движения значительно меньше их значений на частотах, близких к частотам короткопериодического движения.

Все эти результаты позволяют сделать следующие выводы:

при действии вертикальных порывов ветра скорость полета самолета изменяется только в длиннопериодическом движении, в то время как угол тангажа изменяется как в коротко-, так и в длиннопериодическом движении. Угол атаки и нормальная перегрузка изменяются практически только в короткопериодическом движении;

на частотах $\omega > \omega_к$ амплитудная характеристика $\frac{n_y}{\alpha_т}$, полученная из предположения жесткости конструкции ЛА, имеет постоянное значение. В то же время именно в этом частотном диапазоне проявляются свойства упругости конструкции (см. гл. 11). Здесь отношение передаточной функции по перегрузке для самолета упругой конструкции $\frac{n_{y\,упр}(p)}{\alpha_т}$ к передаточной функции по перегрузке для жесткой конструкции $\frac{n_{y\,ж}(p)}{\alpha_т}$, т.е. $W_{упр}(p) = \frac{n_{y\,упр}}{n_{y\,ж}}$, имеет ряд резонансных пиков на частотах упругих деформаций.

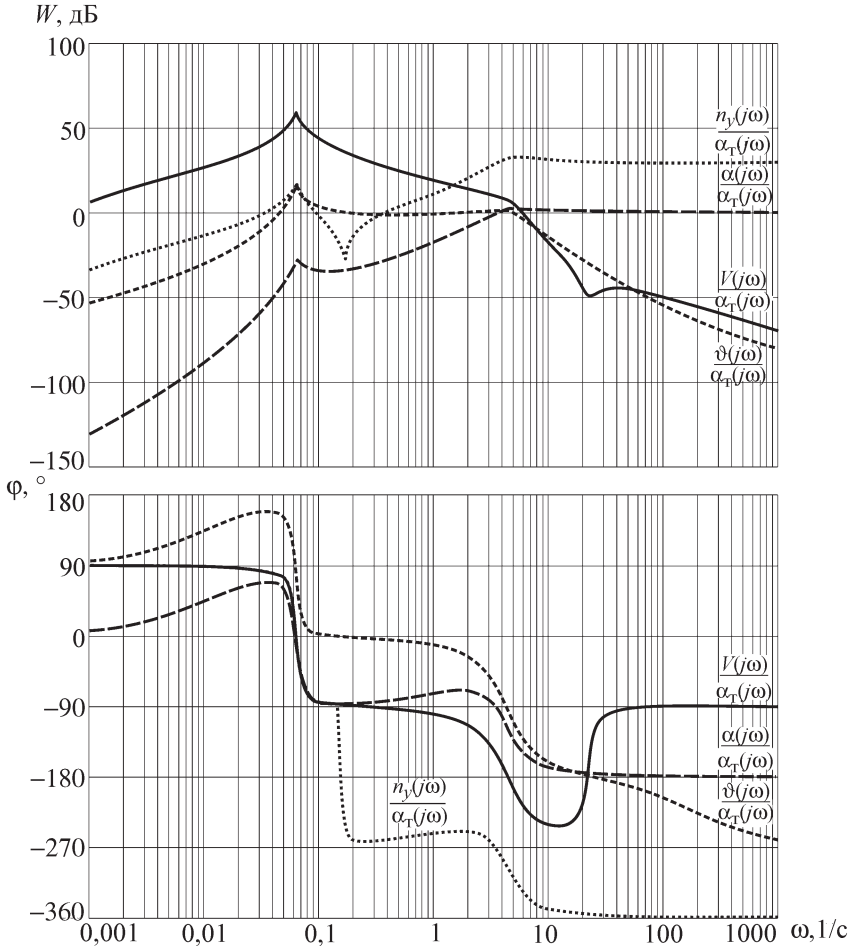


Рис. 13.4. Логарифмические амплитудные и фазовые частотные характеристики самолета $\frac{V(j\omega)}{\alpha_т(j\omega)}, \frac{\alpha(j\omega)}{\alpha_т(j\omega)}, \frac{\vartheta(j\omega)}{\alpha_т(j\omega)}, \frac{n_y(j\omega)}{\alpha_т(j\omega)}$

Постоянство амплитудной характеристики $\frac{n_{y\,ж}}{\alpha_т}$ на больших частотах приводит к существенному влиянию упругости конструкции в этом частотном диапазоне при действии вертикальных порывов ветра.

Анализ значений нулей и полюсов передаточных функций самолета, полученных при горизонтальных порывах ветра, приведенных в табл. 13.6 и 13.7, а также соответствующих им частотных характеристик показывает, что все переменные самолета при таком входном сигнале при действии горизонтальных порывов ветра практически изменяются в длиннопериодическом движении.

Проведенный анализ частотных характеристик самолета при различных входных воздействиях указывает на то, что *при действии возмущений по оси Ox (изменение тяги двигателя $\Delta\bar{P}$ или скорости горизонтальной составляющей ветра W_{xg}) изменение всех переменных происходит в длиннопериодическом движении. При действии другой группы возмущений (отклонения руля высоты $\delta_в$ или турбулентного угла атаки) часть переменных изменяется, в основном, в короткопериодическом движении и для их изучения достаточно знания уравнений короткопериодического движения, а часть — в длиннопериодическом движении и для их изучения достаточно знания математической модели (передаточных функций) этого длиннопериодического движения*.

Исключения:

скорость полета изменяется в длиннопериодическом движении при любом входном воздействии;

угол тангажа достаточно интенсивно изменяется как в коротко-, так и в длиннопериодическом движении.

Настоящие выводы базируются на результатах расчетов, полученных для конкретного примера. Однако они справедливы для достаточно широких диапазонов скоростей и высот полета, а также для различных аэродинамических и динамических характеристик самолетов.

Прежде чем переходить к изучению коротко- и длиннопериодического движений, получим модель — передаточную функцию по углу тангажа при отклонении руля высоты, которая должна учитывать оба вида движения. С учетом выражений, приведенных в табл. 13.1, она может быть представлена следующим образом:

$$\frac{\vartheta(p)}{\delta_в(p)} = \frac{K_с(p^2 + 2\xi_1\omega_1 p + \omega_1^2)}{(p^2 + 2\xi_д\omega_д p + \omega_д^2)(p^2 + 2\xi_к\omega_к p + \omega_к^2)}.$$

Здесь $\xi_д$ и $\omega_д$ — параметры длиннопериодического движения; $\xi_д$ — его коэффициент относительного демпфирования; $\omega_д$ — собственная частота колебаний; $\xi_к$, $\omega_к$ — параметры короткопериодического движения; $\xi_к$ — его коэффициент относительного демпфирования;

$\omega_к$ — собственная частота колебаний; $K_с$ — коэффициент усиления, $K_с = \overline{M}_z^{\delta_в} - \overline{M}_z^{\dot{\alpha}}\overline{Y}^{\delta_в} \approx \overline{M}_z^{\delta_в}$.

Анализ параметров полинома числителя показывает, что для большинства режимов полета коэффициент относительного демпфирования этого полинома $\xi_1 > 1$. Для данного случая этот полином может быть представлен следующим образом:

$$(p^2 + 2\xi_1\omega_1 p + \omega_1^2) = \left(p + \frac{1}{T_{э\,д}}\right)\left(p + \frac{1}{T_{э\,к}}\right),$$

где $\frac{1}{T_{э\,д}} = \xi_1\omega_1 - \omega_1\xi_1\sqrt{1 - 1/\xi_1^2}$; $\frac{1}{T_{э\,к}} = \xi_1\omega_1 + \omega_1\xi_1\sqrt{1 - 1/\xi_1^2}$.

Раскладывая выражение $\sqrt{1 - 1/\xi_1^2}$ в биномиальный ряд, это произведение перепишем в следующем виде:

$$\left(p + \frac{1}{T_{э\,д}}\right)\left(p + \frac{1}{T_{э\,к}}\right) =$$

$$= \left[p + \xi_1\omega_1 + \xi_1\omega_1\left(1 - \frac{1}{2}\frac{1}{\xi_1^2} + \cdots\right)\right]\left[p + \xi_1\omega_1 - \xi_1\omega_1\left(1 - \frac{1}{2}\frac{1}{\xi_1^2} + \cdots\right)\right].$$

С учетом того, что $\frac{1}{2}\frac{1}{\xi_1^2} << 1$, имеем

$$\frac{1}{T_{э\,д}} = 2\xi_1\omega_1 - \frac{\omega_1^2}{2\xi_1\omega_1};$$

$$\frac{1}{T_{э\,к}} = \frac{\omega_1^2}{2\xi_1\omega_1}.$$

С учетом выражений, приведенных в таблице 13.1, и того, что $\overline{Y}^{\alpha} >> \overline{X}^{V}$, $\overline{X}^{V}\overline{M}_z^{\dot{\alpha}} >> \overline{M}_z^{\alpha}$, можно получить

$$\frac{1}{T_{э\,к}} \cong \overline{Y}^{\alpha} - \frac{\overline{Y}^{\delta_в}}{\overline{M}_z^{\delta_в}}\overline{M}_z^{\alpha}, \tag{13.5}$$

$$\frac{1}{T_{э\,д}} = -\overline{X}^{V} + \frac{\overline{X}^{\alpha}\overline{Y}^{V}}{\overline{Y}^{\alpha}}\left[\frac{1 - \dfrac{\overline{Y}^{\delta_в}}{\overline{M}_z^{\delta_в}}\dfrac{\overline{M}_z^{V}}{\overline{Y}^{V}}}{1 - \dfrac{\overline{Y}^{\delta_в}}{\overline{M}_z^{\delta_в}}\dfrac{\overline{M}_z^{\alpha}}{\overline{Y}^{\alpha}}}\right]. \tag{13.6}$$

Пренебрегая параметром $\overline{Y}^{\delta_в}$, можно еще упростить выражения (13.5) и (13.6):

$$\frac{1}{T_{\vartheta_к}} \approx \overline{Y}^{\alpha};$$

$$\frac{1}{T_{\vartheta_д}} = -\overline{X}^{V} + \frac{\overline{X}^{\alpha}\overline{Y}^{V}}{\overline{Y}^{\alpha}}.$$

Значения корней полиномов коротко- и длиннопериодического движений могут быть получены из рассмотрения этих видов движения отдельно.

13.3. КОРОТКОПЕРИОДИЧЕСКОЕ ДВИЖЕНИЕ САМОЛЕТА

Из приведенного выше анализа следует, что в короткопериодическом движении в основном происходят вращение самолета относительно оси Oz и изменение угла атаки. Если в исходном движении самолет совершает горизонтальный полет ($\Theta_0 = 0$), то в процессе короткопериодического движения выполняется равенство тяги и силы лобового сопротивления: $P = X_a$. В связи с этим скорость полета остается примерно постоянной: $dV / dt = 0$. Таким образом, дифференциальные уравнения, описывающие это быстрозатухающее движение, получаются из полной системы уравнений (13.3) без учета первого уравнения $dV / dt = 0$, а также путем обнуления вариаций ΔV в остальных уравнениях. При таких предположениях система дифференциальных уравнений короткопериодического движения в операторной форме будет иметь вид

$$\begin{aligned}
&(P + \overline{Y}^{\alpha})\alpha(p) - \omega_z(p) = -\overline{Y}^{\delta_в}\delta_в + p\alpha_т;\\
&-(\overline{M}_z^{\alpha} + \overline{M}_z^{\dot{\alpha}})\alpha(p) + (p - \overline{M}_z^{\omega_z})\omega_z = \overline{M}_z^{\delta_в}\delta_в;\\
&p\vartheta = \omega_z.
\end{aligned} \qquad (13.7)$$

В табл. 13.8, 13.9 приведены передаточные функции самолета в короткопериодическом движении при отклонении руля высоты $\delta_в$ и воздействии внешнего возмущения $\alpha_т$.

Таблица 13.8

Передаточные функции самолета в управляемом короткопериодическом движении

W	Выражение для передаточной функции	Упрощенное выражение для передаточной функции
$\frac{\alpha(p)}{\delta_в(p)}$	$\frac{-\overline{Y}^{\delta_в} p + \overline{M}_z^{\delta_в} + \overline{Y}^{\delta_в}\overline{M}_z^{\omega_z}}{\Delta}$	$\frac{\overline{M}_z^{\delta_в}}{\Delta}$
$\frac{\vartheta(p)}{\delta_в(p)}$	$\overline{M}_z^{\delta_в}\left[\frac{p\left(1-\frac{\overline{Y}^{\delta_в}\overline{M}_z^{\dot{\alpha}}}{\overline{M}_z^{\delta_в}}\right)+\left(\overline{Y}^{\alpha}-\frac{\overline{Y}^{\delta_в}\overline{M}_z^{\alpha}}{\overline{M}_z^{\delta_в}}\right)}{p\Delta}\right]$	$\frac{\overline{M}_z^{\delta_в}(p+\overline{Y}^{\alpha})}{p\Delta}$
$\frac{n_y(p)}{\delta_в(p)}$	$\frac{\frac{V}{g}[\overline{Y}^{\delta_в}p^2+\overline{Y}^{\delta_в}(-\overline{M}_z^{\omega_z}-\overline{M}_z^{\dot{\alpha}})p+(\overline{Y}^{\alpha}\overline{M}_z^{\delta_в}-\overline{Y}^{\delta_в}\overline{M}_z^{\alpha})]}{\Delta}$	$\frac{\overline{M}_z^{\delta_в}\overline{Y}^{\alpha}}{\Delta}\frac{V}{g}$
$\frac{\Theta(p)}{\delta_в(p)}$	$\frac{\overline{Y}^{\delta_в}p^2+\overline{Y}^{\delta_в}(-\overline{M}_z^{\omega_z}-\overline{M}_z^{\dot{\alpha}})p+\overline{Y}^{\alpha}\overline{M}_z^{\delta_в}-\overline{Y}^{\delta_в}\overline{M}_z^{\alpha}}{p\Delta}$	$\frac{\overline{M}_z^{\delta_в}\overline{Y}^{\alpha}}{p\Delta}$

Здесь

$$\Delta(p) = p^2 + 2\xi_к\omega_к p + \omega_к^2. \tag{13.8}$$

Упрощенные выражения для передаточных функций получены в предположении, что $\overline{Y}^{\delta_в} = 0$.

Параметры полинома $\Delta(p)$ определяются уравнениями

$$\begin{aligned}\omega_к^2 &= -\overline{M}_z^{\alpha} - \overline{M}_z^{\omega_z}\overline{Y}^{\alpha};\\ 2\xi_к\omega_к &= -\overline{M}_z^{\omega_z} - \overline{M}_z^{\dot{\alpha}} + \overline{Y}^{\alpha}.\end{aligned} \tag{13.9}$$

Отсюда коэффициент относительного демпфирования $\xi_к$ определяется выражением

$$\xi_к = \frac{-\overline{M}_z^{\omega_z} - \overline{M}_z^{\dot{\alpha}} + \overline{Y}^{\alpha}}{2\sqrt{-\overline{M}_z^{\alpha} - \overline{M}_z^{\omega_z}\overline{Y}^{\alpha}}}. \tag{13.10}$$

Характеристическое уравнение (13.8) имеет, как правило, положительный коэффициент $2\xi_к\omega_к$, называемый декрементом затухания. Определяющие его коэффициенты демпфирования $m_z^{\omega_z}$ и $m_z^{\dot{\alpha}}$ отрица-

Таблица 13.9

Передаточные функции самолета в короткопериодическом движении при воздействии на него внешних возмущений

W	Выражение для передаточной функции
$\dfrac{\alpha(p)}{\alpha_{\text{т}}}$	$\dfrac{p(p-\overline{M}_z^{\omega_z})}{\Delta}$
$\dfrac{\vartheta(p)}{\alpha_{\text{т}}}$	$\dfrac{\overline{M}_z^{\alpha}}{\Delta}$
$\dfrac{n_y}{\alpha_{\text{т}}}=p\dfrac{V}{g}\dfrac{\vartheta(p)}{\alpha_{\text{т}}}$	$\dfrac{\frac{V}{g}p[(-\overline{M}_z^{\dot{\alpha}}+\overline{Y}^{\alpha})p-\overline{M}_z^{\omega_z}\overline{Y}^{\alpha}]}{\Delta}$
$\dfrac{\vartheta(p)}{\alpha_{\text{т}}}$	$\dfrac{(-\overline{M}_z^{\dot{\alpha}}+\overline{Y}^{\alpha})p-\overline{M}_z^{\omega_z}\overline{Y}^{\alpha}}{\Delta}$

тельны, а производная c_y^{α}, определяющая параметр $\overline{Y}^{\alpha}$, является положительной величиной в эксплуатационном диапазоне скоростей полета. Что касается второго коэффициента — квадрата собственной частоты $\omega_{\text{к}}^2$, то его значение пропорционально так называемой степени *продольной статической устойчивости самолета по перегрузке* σ_n:

$$\omega_{\text{к}}^2=-\frac{c_y^{\alpha}qSb_{\text{A}}}{I_z}\sigma_n. \tag{13.11}$$

С учетом коэффициентов линеаризированных уравнений движения, приведенных в табл. 9.1, выражение для σ_n имеет вид

$$\sigma_n=m_z^{c_y}+\left(1+\frac{c_P}{c_y^{\alpha}}\right)\frac{m_z^{\overline{\omega}_z}}{\mu}, \tag{13.12}$$

где $\mu=\dfrac{2m}{\rho Sb_{\text{A}}}$.

В гл. 14 показано, что показатель σ_n равен полной производной коэффициента аэродинамического момента по коэффициенту аэродинамической подъемной силы при полете с постоянной скоростью: $\left(\sigma_n=\dfrac{dm_z}{dc_y}\right)_{V=\text{const}}$.

Степень продольной статической устойчивости по перегрузке является важнейшим показателем, определяющим устойчивость и управляемость самолета.

В случае устойчивости самолета по перегрузке $\sigma_n < 0$, $\omega_к^2 > 0$ и самолет в короткопериодическом движении будет устойчив. При этом корни характеристического уравнения будут либо комплексно-сопряженными (при большой степени статической устойчивости, когда коэффициент относительного демпфирования $\xi_к$ меньше единицы), либо действительными (при малых запасах продольной устойчивости $\xi_к > 1$).

Если $\sigma_n > 0$, то самолет неустойчив по перегрузке (см. гл. 14). В этом случае корнями характеристического уравнения короткопериодического движения являются два действительных корня, один из которых положительный. Действие возмущений на самолет приводит к развитию апериодически неустойчивого движения. При $\sigma_n = 0$ самолет нейтрален по перегрузке.

Следует отметить, что современные компоновки самолетов, особенно военных, таковы, что их производные $m_z^{c_y}$ либо близки к нулю, либо имеют положительные значения. Это позволяет улучшить летно-технические характеристики самолетов (см. гл. 14). Необходимое значение $m_z^{c_y}$ у таких самолетов, а следовательно, возможность их пилотирования обеспечивается, как будет показано в гл. 14, лишь использованием автоматики.

Необходимо отметить, что при значениях показателя σ_n, близких к нулю, значения корней характеристического уравнения короткопериодического движения (приближенное решение) и характеристического уравнения полной системы уравнений (точное решение) не совпадают. В табл. 13.10 приведены значения этих корней $p_{к1}$ и $p_{к2}$. Они получены при разных значениях производной $\overline{M}_z^{\alpha}$, определяемой производной $m_z^{c_y}$.

Таблица 13.10

Значения корней характеристических уравнений короткопериодического движения

$\overline{M}_z^{\alpha}$		–15,51	0	2,746 ($\sigma_n = 0$)	5
Точное решение	$p_{к1}$	–1,718 ± *j*3,912	–2,171	–3,436	–4
	$p_{к2}$		–1,264	0,149	0,578
Приближенное решение	$p_{к1}$	–1,718 ± *j*3,912	–1,92	–3,436	–4,012
	$p_{к2}$		–1,43	0	0,576

Значение $\overline{M}_z^{\alpha} = -15{,}51$ соответствует базовой конфигурации, значения коэффициентов которой приведены в табл. 13.2. Значение $\overline{M}_z^{\alpha} = 2{,}746$ соответствует случаю $\sigma_n = 0$ для значений $\overline{M}_z^{\omega_z}$ и $\overline{Y}^{\alpha}$, приведенных в этой же таблице. При расчете корней характеристического уравнения короткопериодического движения для других значений $\overline{M}_z^{\alpha}$ ($\overline{M}_z^{\alpha} = 0;\ 5$) были взяты те же значения коэффициентов $\overline{M}_z^{\omega_z}$ и $\overline{Y}^{\alpha}$. Из результатов расчетов видно, что в определенном диапазоне значений $\overline{M}_z^{\alpha}$, близких к тем, при которых $\sigma_n = 0$, корни, рассчитанные по точной и приближенной моделям, не соответствуют друг другу. Дальнейшее увеличение степени неустойчивости приводит к соответствию результатов расчетов. Такая особенность имеет место, когда один из корней характеристического уравнения короткопериодического движения становится малым и приближается к значениям корней характеристического уравнения длиннопериодического движения.

Реакция самолета в этом случае требует рассмотрения полной модели движения без разделения его на коротко- и длиннопериодическое. Необходимо отметить, что автоматизация самолета должна обеспечивать его динамическую устойчивость, что делает возможным при анализе реакции замкнутой системы «самолет–система управления» использовать упрощенные уравнения движения. В то же время при синтезе систем управления таких самолетов необходимо использовать полную модель движения самолета (13.3). В дальнейшем при анализе короткопериодического движения будем полагать, что самолет обладает статической устойчивостью.

Различия в точных и приближенных выражениях для передаточных функций, приведенных в табл. 13.10, связаны с учетом производной $\overline{Y}^{\delta_в}$, определяющей изменение подъемной силы, возникающей при отклонении руля высоты. Учет этой производной объясняет ряд динамических особенностей, одна их которых — явление запаздывания в формировании перегрузки n_{ya}, возникающего в связи с тем, что у самолета нормальной схемы или схемы «бесхвостка» отклонение $\delta_в$ приводит в начальный момент к возникновению перегрузки, имеющей знак, противоположный знаку перегрузки в конце переходного процесса (рис. 13.5). При стремлении летчика создать положительную перегрузку эта особенность приводит к не-

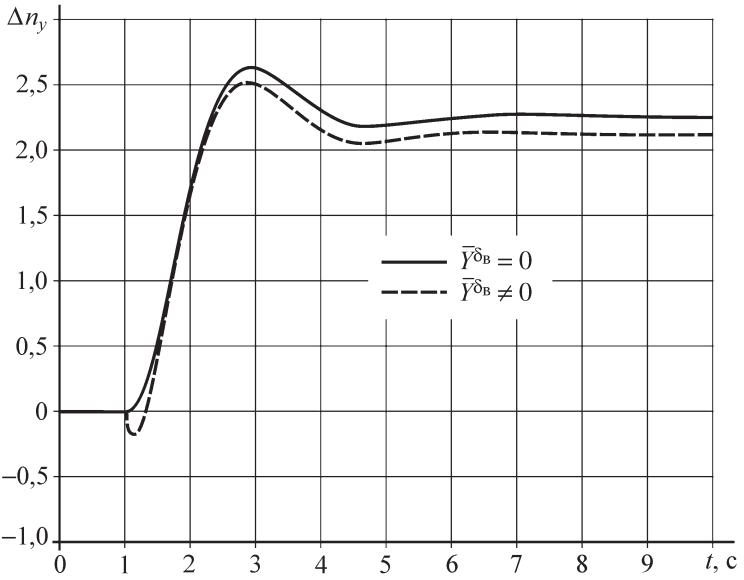


Рис. 13.5. Приращение нармальной перегрузки при ступенчатом отклонении руля высоты

которой просадке самолета в начальный момент, что достаточно опасно при полете самолета на завершающем этапе посадки.

Учет производной $\bar{Y}^{\delta_в}$ позволяет выявить и другую особенность, связанную с процессом вертикального перемещения летчика $h_л$, расположенного на некотором расстоянии l от центра масс (ЦМ) самолета. Именно по этому перемещению летчик судит об изменении высоты полета самолета. В этом случае передаточная функция по переменной $h_л$ имеет вид

$$\frac{h_л(p)}{\delta_в(p)} = \frac{g}{p^2}\frac{n_{y\,л}(p)}{\delta_в(p)} = \frac{g}{p^2}\left(\frac{n_{y\,ЦМ}(p)}{\delta_в(p)} + \frac{\dot{\omega}_z(p)}{\delta_в(p)}\frac{l}{g}\right).$$

Учитывая выражения для передаточных функций $\frac{n_{y\,ЦМ}}{\delta_в}$ и $\frac{\omega_z}{\delta_в}$, приведенные в табл. 13.8, можно получить

$$\frac{h_л(p)}{\delta_в(p)} = \{p^2(\bar{Y}^{\delta_в}V + l_л\bar{M}_z^{\delta_в} - l_л\bar{Y}^{\delta_в}\bar{M}_z^{\dot{\alpha}}) + p[-\bar{Y}^{\delta_в}(\bar{M}_z^{\omega_z} + \bar{M}_z^{\dot{\alpha}})V +$$
$$+ l_л(\bar{M}_z^{\delta_в}\bar{Y}^{\alpha} - \bar{Y}^{\delta_в}\bar{M}_z^{\alpha})]\}/[p^2(p^2 + 2\xi_к\omega_к p + \omega_к^2)] + (\bar{M}_z^{\delta_в}\bar{Y}^{\alpha} - \bar{Y}^{\delta_в}\bar{M}_z^{\alpha})V.$$

Приводя числитель этой передаточной функции к виду $p^2 + 2\xi_1\omega_1 p + \omega_1^2$, можно получить следующее выражение для ω_1^2:

$$\omega_1^2 = \frac{\overline{M}_z^{\delta_в}\overline{Y}^{\alpha} - \overline{Y}^{\delta_в}\overline{M}_z^{\alpha}}{[\overline{Y}^{\delta_в}V + l_л\overline{M}_z^{\delta_в} - l_л\overline{M}_z^{\dot{\alpha}}]}.$$

Знак этого выражения определяется его знаменателем, упрощенное выражение для которого имеет вид

$$[\overline{Y}^{\delta_в}V + l_л\overline{M}_z^{\delta_в} - l_л\overline{M}_z^{\dot{\alpha}}] = \overline{M}_z^{\delta_в}\Delta l,$$

где $\Delta l_л = l_л + \dfrac{\overline{Y}^{\delta_в}V}{\overline{M}_z^{\delta_в}}$.

Величина $\Delta l_л$ определяет положение мгновенного центра вращения (МЦВ) летательного аппарата относительно летчика. Если величина $\Delta l_л$ положительная, то МЦВ находится сзади летчика (рис. 13.6, *а*) и тогда при создании момента на кабрирование летчик перемещается вверх. В случае отрицательного значения $\Delta l_л$ МЦВ находится впереди летчика (рис. 13.6, *б*) и при положительном знаке угловой скорости и вращении относительно него летчик опускается вниз. Такой характер движения самолета, который может возникать при больших значениях $\overline{Y}^{\delta_в}$, оценивается летчиком как заметное запаздывание в реакции самолета. Эта особенность динамики самолета усложняет процесс пилотирования.

Во многих других случаях исследования основных закономерностей динамики продольного движения влиянием $\overline{Y}^{\delta_в}$ можно пренебречь и исследовать реакцию самолета в короткопериодическом движении на основе упрощенных передаточных функций.

Характеристики устойчивости и управляемости самолета в короткопериодическом движении. Короткопериодическое движение является наиболее быстрой формой движения, связанной с созданием перегрузки для искривления траектории полета и с изменением углового положения самолета, необходимого для осуществления его точной стабилизации. Именно поэтому важнейшие показатели характеристик устойчивости и управляемости в продольном движении определяются при рассмотрении процесса управления самолетом (или его передаточных функций) по перегрузке и по угловой скорости ω_z.

Различают *статические и динамические характеристики управляемости*. Первые из них определяют конечные приращения рас-

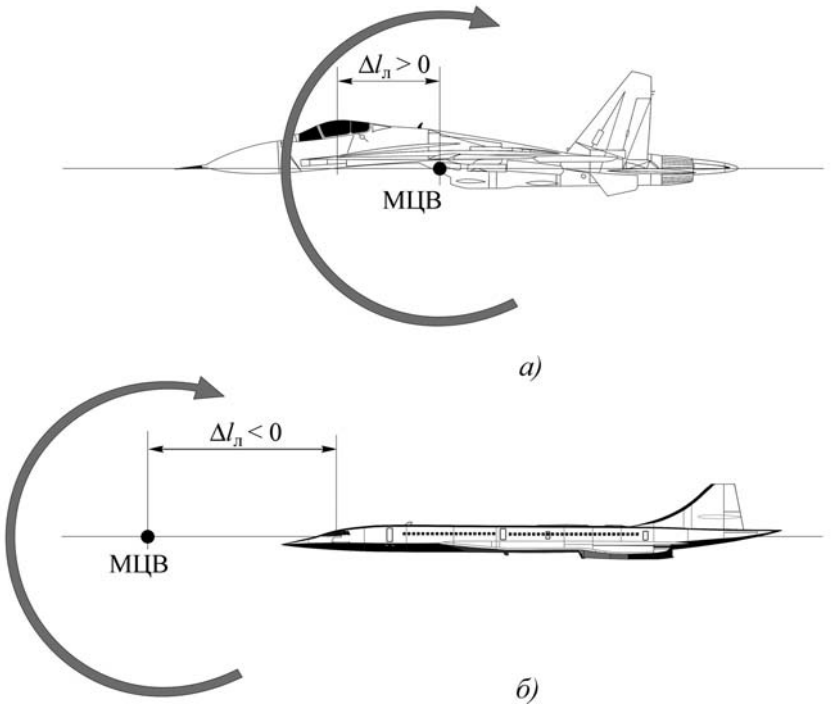


Рис. 13.6. Положения мгновенного центра вращения для различных схем самолетов

сматриваемой реакции самолета ($\Delta n_y(t)|_{t\to\infty}$ или $\omega_z(t)|_{t\to\infty}$) на ступенчатое отклонение руля высоты (стабилизатора).

Статическая характеристика управляемости самолета по перегрузке может быть найдена из передаточной функции $\dfrac{n_y(p)}{\delta_в(p)}$ при $p = 0$:

$$\frac{n_y}{\delta_в} = \frac{n_y^{\alpha}\overline{M}_z^{\delta_в}}{\omega_к^2}.$$

Учитывая выражение (13.11), получим

$$\frac{n_y}{\delta_в} = -\frac{1}{c_{y\,г.п}}\frac{m_z^{\delta_в}}{\sigma_n},$$

где σ_n — степень продольной статической устойчивости самолета по перегрузке.

Таким образом, «расход» руля на единицу перегрузки равен

$$\frac{\delta_в}{n_y} = \delta_в^{n_y} = -\frac{\sigma_n}{m_z^{\delta_в}} c_{y\,г.п}, \tag{13.13}$$

а «расход» рычага управления

$$X_в^{n_y} = -\frac{\sigma_n c_{y\,г.п}}{m_z^{\delta_в} K_ш}. \tag{13.14}$$

Эта характеристика так же, как и градиент усилий на рычаге управления по перегрузке P^{n_y} (см. гл. 14), является важнейшей характеристикой управляемости самолета, так как усилия и перемещения рычагов управления, необходимые при выполнении маневра, являются для летчика существенными источниками ощущений режима полета. При малых значениях градиента P^{n_y}, когда требуются малые усилия для сохранения перегрузки, летчик может «раскачать самолет», т.е. вызвать неустойчивые колебания в замкнутой системе «самолет–летчик». Слишком большие усилия требуют от летчика значительных физических затрат, что в конечном итоге вызывает его утомление. Важность градиентов P^{n_y} и X^{n_y} явилась причиной того, что их значения нормируются. Допускается довольно узкий диапазон значений, зависящий от типа рычага управления.

В табл. 13.11 приведены ограничения на минимальные величины X^{n_y} и P^{n_y} для самолетов разных классов.

Таблица 13.11

Минимальные значения градиентов X^{n_y} и P^{n_y}

Класс самолета	I	II	III	
			а	б
$X_{\min}^{n_y}$, $\frac{\text{мм}}{\text{ед. пер.}}$	–10	–20	–30	–45
$P_{\min}^{n_y}$, $\frac{\text{Н}}{\text{ед. пер.}}$	–10...–30	–30...–100	–100...–300	–150...–450

Видно, что для маневренных самолетов значение $|X^{n_y}|$ не должно быть меньше 10...12 мм на единицу перегрузки ($|X^{n_y}| \geq 10...12$). Считается, что разброс между минимальными и максимальными значениями X^{n_y} и P^{n_y} должен быть ограничен: $|X^{n_y}|_{\max} / |X^{n_y}|_{\min} \leq 3$; $P^{n_y}_{\max} / P^{n_y}_{\min} \leq 3,5...4$. Детально вопросы выбора градиентов P^{n_y} и X^{n_y}, а также других характеристик различных рычагов управления рассмотрены в работе [27]. Необходимо отметить, что изменения режимов полета приводят к изменениям этих характеристик. Так, увеличение скорости в до- и сверхзвуковой областях полета приводит к их уменьшению. В сверхзвуковой области скоростей полета в связи со смещением фокуса назад и уменьшением эффективности рулей P^X и X^{n_y} увеличиваются. Увеличение высоты полета приводит к росту этих характеристик управляемости. Значительное изменение статических характеристик самолета требует использования средств автоматизации, что подробно рассмотрено в гл. 19.

Помимо статических характеристик управляемости на оценки летчиком пилотажных свойств самолета влияют *динамические характеристики управляемости*.

К ним относятся:

параметры временны́х процессов реакции самолета на отклонение рулевых поверхностей;

параметры частотных характеристик системы «самолет–система управления»;

параметры частотных характеристик системы «самолет–летчик».

Ниже рассматриваются показатели первой группы, причем те из них, которые позволяют оценить управляемость самолета при относительно невысоком уровне автоматизации. Остальные показатели, в основном используемые при выборе параметров системы управления, приведены в подразд. 19.2.

Важнейшими параметрами передаточной функции самолета по перегрузке являются коэффициент относительного демпфирования $\xi_к$ и собственная частота $\omega_к$, а передаточной функции по ω_z в дополнение к ним еще и параметр $\overline{Y}^{\alpha}$.

Реакция самолета по перегрузке на ступенчатое отклонение руля или ручки управления для случая, когда $\xi_к < 1$ и $\overline{Y}^{\delta_в} = 0$, имеет вид [28]

$$\Delta n_y = \Delta n_{y\,уст}\left(1 - \frac{\mathbf{e}^{-\xi_к \omega_к t}\sin\sqrt{1-\xi_к^2}\,\omega_к t + \varphi}{\sqrt{1-\xi_к^2}}\right), \qquad (13.15)$$

где $\Delta n_{y\,\text{уст}} = -\dfrac{n_{ya}^{\alpha}\Delta\delta_{\text{в}}}{\omega_{\text{к}}^2} = -\dfrac{n_{ya}^{\alpha}\Delta X_{\text{в}} K_{\text{ш}}}{\omega_{\text{к}}^2}$; $\varphi = \arcsin\sqrt{1-\xi_{\text{к}}^2}$.

Как видно из формулы (13.15), зависимость $\dfrac{\Delta n_y}{\Delta n_{y\,\text{уст}}}(t) = \Delta\bar{n}_y(t)$ определяется параметрами $\xi_{\text{к}}$ и $\omega_{\text{к}}$.

Качество переходного процесса можно оценить рядом параметров и, в первую очередь, временем переходного процесса $z_{\text{пер}}$. Этот параметр можно определить как промежуток времени, в течение которого приращение перегрузки Δn_y оказывается в коридоре значений, отличающихся от $\Delta n_{y\,\text{уст}}$ на величину 0,05, т.е. на 5 %. При $\xi_{\text{к}} \le 0{,}7$ значение $t_{\text{пер}}$ может быть найдено как точка пересечения касательной к кривой $\Delta n_y(t)$ с прямой, сдвинутой относительно $\Delta n_{y\,\text{уст}}$ на величину $0{,}05\Delta n_{y\,\text{уст}}$ (рис. 13.7). В этом случае время переходного процесса определяется формулой, хорошо известной из теории автоматического регулирования [28]:

$$t_{\text{пер}} \approx \frac{3}{\xi_{\text{к}}\omega_{\text{к}}}.$$

Интенсивность затухания помимо показателя $t_{\text{пер}}$ может быть оценена числом колебаний за время переходного про-

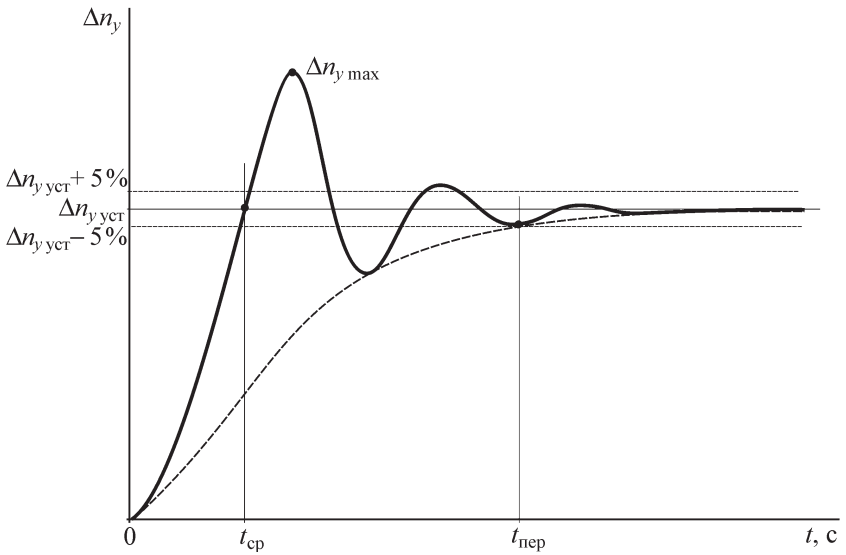


Рис. 13.7. Параметры переходного процесса $n_y(t)$

цесса $n_{зат} = t_{пер} / T$, где T — период демпфированных колебаний,

$$T = \frac{2\pi}{\omega_к \sqrt{1-\xi_к^2}}.$$

Важным показателем, характеризующим колебательность переходного процесса, является относительный заброс, определяемый как

$$\sigma_{\Delta n_y} = \frac{\Delta n_{y\,max} - \Delta n_{y\,уст}}{\Delta n_{y\,уст}}. \qquad (13.16)$$

Так как первый максимум в устойчивом процессе изменения перегрузки имеет наибольшее значение, то выражение для $\sigma_{\Delta n_y}$ может быть найдено дифференцированием формулы (13.15) и приравниванием нулю результата дифференцирования. Таким образом, получаем, что

$$\sigma_{\Delta n_y} = \mathbf{e}^{-\frac{\ln \xi_к}{\sqrt{1-\xi_к^2}}}.$$

Отсюда видно, что перерегулирование определяется лишь коэффициентом относительного демпфирования.

Важным показателем переходного процесса является время, по истечении которого Δn_y достигает определенного значения установившейся перегрузки $K\Delta n_{y\,уст}$, где коэффициент K принимают равным 0,7 для апериодического или 1 для колебательного характера изменения переходного процесса. Этот параметр называют временем срабатывания $t_{ср}$, и в общем случае он зависит от параметров $\xi_к$ и $\omega_к$. Достаточно просто аналитическое выражение для $t_{ср}$ можно получить для случая $K = 1$, потребовав, чтобы приращение $\Delta n_y(t)$ в формуле (13.15) было равно $\Delta n_{y\,уст}$. Это достигается при $\sin(\sqrt{1-\xi_к^2}\,\omega_к t + \varphi) = 0$. Откуда

$$t_{ср} = \frac{\pi - \arcsin\sqrt{1-\xi_к^2}}{\omega_к \sqrt{1-\xi_к^2}}.$$

При малых коэффициентах $\xi_к$: $\xi_к < 0{,}3...0{,}4$ время срабатывания $t_{ср} \cong \dfrac{\pi}{2\omega_к \sqrt{1-\xi_к^2}}$.

Полученная формула позволяет оценить влияние параметров $\xi_к$ и $\omega_к$ на $t_{ср}$. Следует отметить, что время срабатывания существенно влияет на оценку летчиком пилотажных свойств самолета. Чрезмерное значение этого показателя, которое может быть получено увеличением $\xi_к$ и уменьшением $\omega_к$, с точки зрения пилотирования самолета крайне нежелательно. С другой стороны, большая величина заброса по перегрузке $\sigma_{\Delta n_y}$, получаемая при малых коэффициентах относительного демпфирования $\xi_к$, также нежелательна. В этом случае от летчика требуются дополнительные сложные перемещения рычага управления для компенсации недостаточного демпфирования. Свойство самолета выходить на заданную перегрузку достаточно быстро при малом перерегулировании оценивается летчиком как положительная способность самолета «ходить за ручкой».

В случае когда относительное демпфирование $\xi_к > 1$, колебательное звено, описывающее реакцию самолета по перегрузке, трансформируется в апериодическое звено второго порядка с корнями p_1 и p_2. При этом заброс становится тождественно равным нулю, а параметр $t_{ср}$ вообще теряет смысл.

Время переходного процесса определяется как промежуток времени, по истечении которого разница между установившимся и текущим значениями параметра не превышает заданной величины, например 5 %. Его можно найти из выражения для переходного процесса по перегрузке

$$\frac{\Delta n_y}{\Delta n_{y\,уст}} = 1 - \frac{p_1 \mathbf{e}^{p_1 t} - p_2 \mathbf{e}^{p_2 t}}{p_1 - p_2} = 0{,}95.$$

На рис. 13.8 приведена зависимость $t_{пер} = f(\xi_к)$. Видно, что рост $\xi_к$ (при $\xi_к > 1$) приводит к росту продолжительности переходного процесса. Необходимо отметить, что в диапазоне значений $0{,}7 < \xi_к < 1$ определение параметра $t_{пер}$ как точки пересечения касательной к кривой $\Delta n_y(t)$ и линии $0{,}95\Delta n_{y\,уст}$ некорректно ввиду отсутствия колебательности переходного процесса. Поэтому в этом диапазоне значений $\xi_к$ кривая $t_{пер} = f(\xi_к)$ изображена на рис. 13.8 пунктирной линией, точки которой определялись по правилу определения $t_{пер}$ при $\xi_к \geq 1$. Из приведенного рисунка можно сделать вывод, что минимальное значение времени переходного процесса обеспечивается значениями $\xi_к$, лежащими в диапазоне 0,7...0,9. При этом уже начиная с $\xi_к = 0{,}7$ значения Δn_y не превышают величины $1{,}05\Delta n_{y\,уст}$.

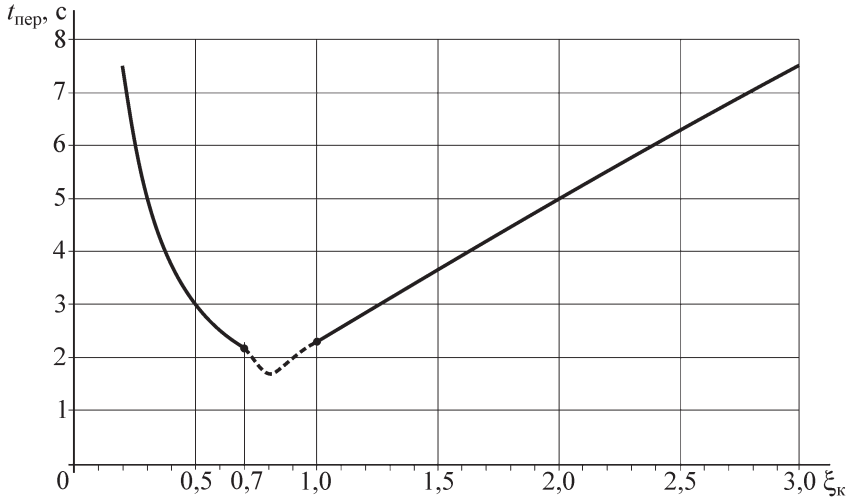


Рис. 13.8. Влияние коэффициента относительного демпфирования на время переходного процесса

Угловая скорость вращения оси самолета ω_z в короткопериодическом движении определяется передаточной функцией

$$\frac{\omega_z(p)}{X_в(p)} = \frac{\overline{M}_z^{\delta_в} K_ш (p + \overline{Y}_a^{\alpha})}{p^2 + 2\xi_к \omega_к p + \omega_к^2},$$

которая при заранее выбранной эффективности органов управления $\overline{M}_z^{\delta_в}$, коэффициенте связи между ручкой управления и рулем высоты, достаточных для выполнения необходимых маневров, определяется тремя параметрами: $\xi_к$, $\omega_к$ и $\overline{Y}_a^{\alpha}$. На рис. 13.9 приведены примеры переходных процессов по угловой скорости $\omega_z(t)$ при ступенчатых отклонениях руля высоты $\delta_в$, $\delta_в(p) = \dfrac{\Delta\delta_в}{p}$. Видно, что процесс изменения $\omega_z(t)$ сопровождается бóльшими забросами по сравнению с процессом изменения перегрузки $\Delta n_y(t)$. Выражение для установившегося значения угловой скорости имеет вид

$$\omega_{z\,уст} = \Delta X_в \overline{M}_z^{\delta_в} \frac{K_ш \overline{Y}^{\alpha}}{\omega_к^2}.$$

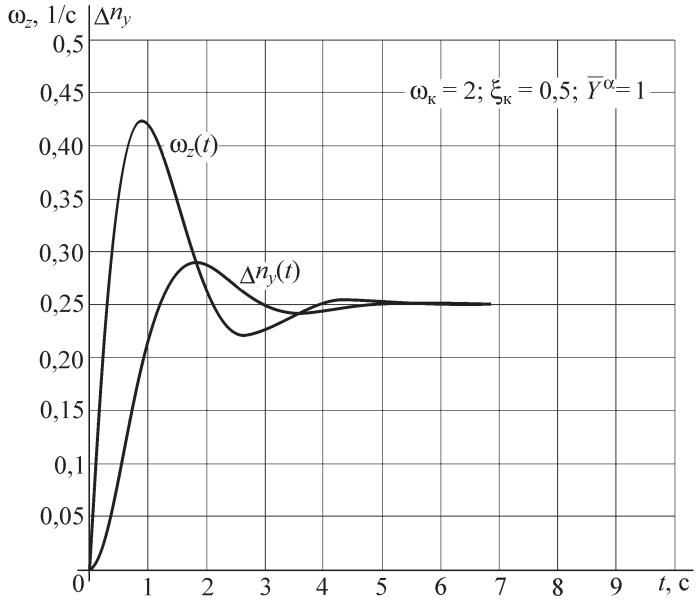


Рис. 13.9. Переходные процессы $\omega_z(t)$ и $\Delta n_y(t)$

Исторически требования к динамическим характеристикам управляемости самолета формировались в виде требований к допустимым значениям собственной частоты $\omega_к$ и коэффициента относительного демпфирования $\xi_к$ или к параметрам переходного процесса $t_{ср}$ и $\sigma_{\Delta n_y}$, определяемых значениями $\xi_к$ и $\omega_к$. Пример таких требований, построенных в виде линий равных оценок летчика *PR* = 3,5 (граница первого уровня пилотажных характеристик) для нескольких классов самолетов в плоскости координат $\xi_к$, $\omega_к$, показан на рис. 13.10.

Хотя области, приведенные на рис. 13.10, получены лишь для крейсерского режима полета, где не требуется выполнять энергичного маневрирования, они позволяют сделать выводы о том, что:

требования существенно различаются по значениям частот, что обусловлено необходимостью различного быстродействия при управлении;

существуют ограничения на минимально допустимые значения собственной частоты и коэффициента относительного демпфирования.

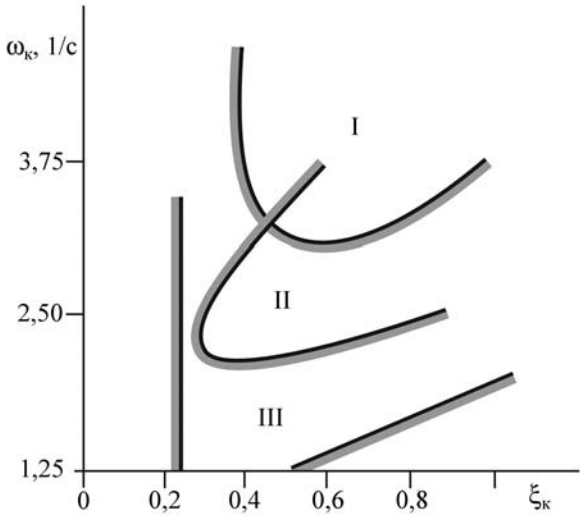


Рис. 13.10. Требования к параметрам $\omega_к$ и $\xi_к$

Требования, приведенные в виде границ оценок на плоскости двух параметров $\xi_к$ и $\omega_к$ справедливы при условии сохранения всех остальных параметров самолета ($K_ш$, n_y^α и др.), а также режимов полета.

Помимо управления по перегрузке для летчика важно и управление самолетом по углу тангажа. Стремление объединить требования к показателям управления по перегрузке n_y и угловой скорости вращения оси самолета ω_z привело к созданию показателя, являющегося отношением максимального ускорения $\dot{\omega}_z$ в начальный момент времени $\dot{\omega}_z(t=0)$ к установившейся перегрузке $\Delta n_y(t \Rightarrow \infty)$. Этот показатель может быть получен при использовании выражений передаточной функции для $\dfrac{\dot{\omega}_z(p)}{X_в(p)} = \dfrac{p\omega_z(p)}{X_в(p)}$ и $\dfrac{n_y(p)}{X_в(p)}$, а также известной теоремы о начальном и конечном состоянии:

$$\frac{\ddot{\vartheta}(t=0)}{n_y(t \Rightarrow \infty)} = \frac{\omega_к^2}{n_y^\alpha}.$$

Этот показатель имеет максимальное и минимальное значения, которые различаются для категорий полета и уровней оценок. В табл. 13.12 приведены требования к их величинам для двух категорий полета, взятые из работы [29].

Таблица 13.12

Показатель $\omega_к^2 / n_y^\alpha$ $(1/с^2)$ для различных категорий полета и уровней оценки

Уровень оценки	Категория полета А		Категория полета Б	
	$(\omega_к^2 / n_y^\alpha)_{min}$	$(\omega_к^2 / n_y^\alpha)_{max}$	$(\omega_к^2 / n_y^\alpha)_{min}$	$(\omega_к^2 / n_y^\alpha)_{max}$
I	0,28	3,6	0,16	3,6
II	0,16	10	0,096	10

Помимо показателя $\frac{\omega_к^2}{n_y^\alpha}$ для каждой категории полета и каждого класса самолета (1...4) имеются ограничения на минимальную собственную частоту $\omega_к$, а также на коэффициент относительного демпфирования $\xi_к$. Для категории полета Б к этим ограничениям добавляются ограничения на минимальную величину n_y^α. Значения ограничений на $\omega_{к\,min}$ и n_y^α приведены на рис. 13.11, а ограничения на коэффициент относительного демпфирования $\xi_в$ — в табл. 13.13.

Таблица 13.13

Ограничения на показатель $\xi_к$

Уровень оценки	Категории полета А и Б	
	$\xi_{к\,min}$	$\xi_{к\,max}$
I	0,35	1,3
II	0,25	2,0

Знание требований к показателям $\frac{\omega_к^2}{n_y^\alpha}$, $\xi_к$ и ограничений на собственную частоту $\omega_к$ позволяет для каждого значения параметра n_y^α получить области равных оценок в плоскости параметров $\xi_к$ и $\omega_к$, которые показаны на рис. 13.12. Видно, что увеличение параметра n_y^α приводит к увеличению максимального и минимального значений собственной частоты $\omega_к$ при сохранении требований к $\xi_к$. Все приведенные выше параметры: n_y^α, $\omega_к$ и $\xi_к$ помимо переходных процессов определяют и частотные характеристики самолета. Изменение режимов полета приводит к значительным изменениям параметров $\xi_к$, $\omega_к$ и n_y^α. Приведение

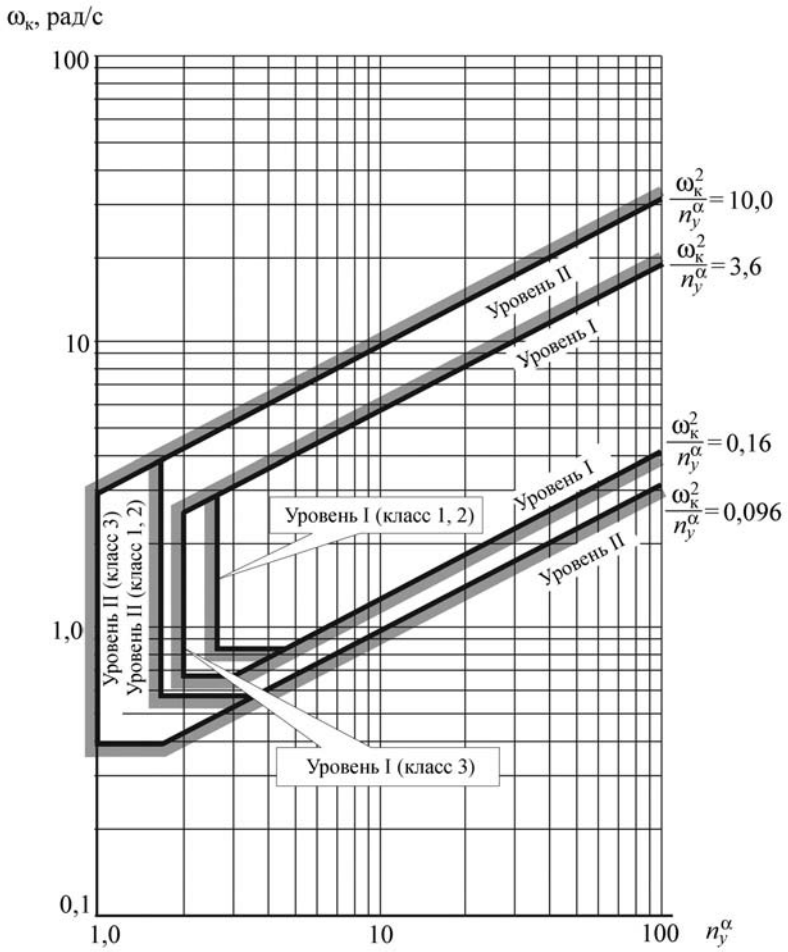


Рис. 13.11. Требования к параметрам $\omega_к$ и $\xi_к$ при различных значениях величины $\omega_к^2 / n_y^\alpha$

этих параметров к существующим требованиям обеспечивается автоматизацией самолета. Эти вопросы подробно рассмотрены в гл. 14. Здесь также приведены дополнительные критерии выбора характеристик управляемости, учитывающие то, что динамика современных самолетов с высокоавтоматизированной системой управления описывается математической моделью, значительно

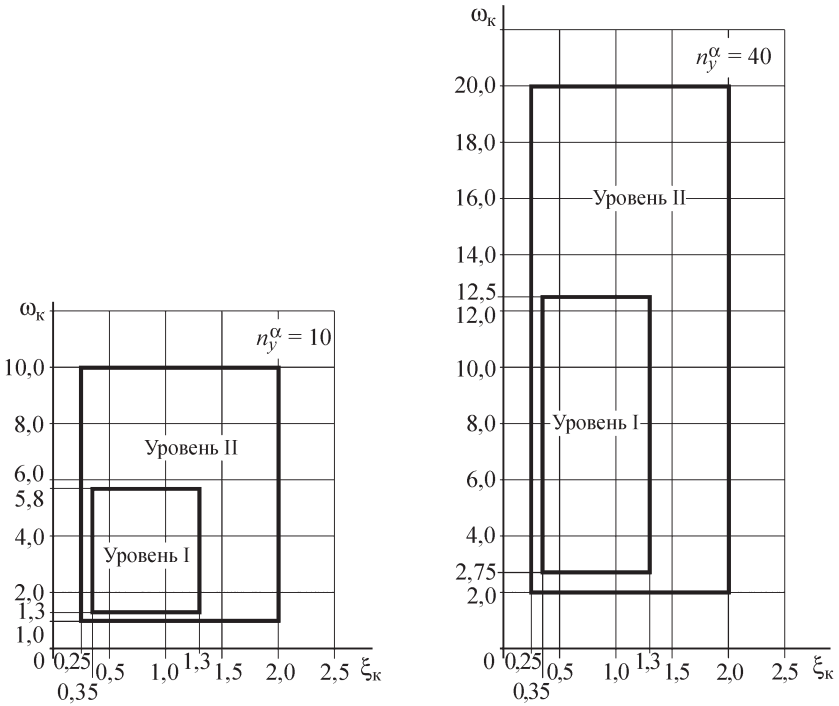


Рис. 13.12. Требования к параметрам $\omega_к$ и $\xi_к$ при различных значениях величины n_y^α

более сложной, чем система дифференциальных уравнений, характерная для короткопериодического движения.

Приведенные выше требования получены, прежде всего, из рассмотрения задачи энергичного маневрирования самолета. Летчиком выполняются и другие задачи, связанные с точным пилотированием. При этом требования к динамическим характеристикам самолета в общем случае могут не совпадать с требованиями задачи энергичного маневрирования. Более подробно данный вопрос, требующий знаний свойств замкнутой системы «самолет–летчик», рассмотрен в подразд. 19.2.

13.4. ДЛИННОПЕРИОДИЧЕСКОЕ ДВИЖЕНИЕ САМОЛЕТА

В связи с тем что в длиннопериодическом движении в основном происходят линейные перемещения центра масс самолета и

связанные с ним изменения угла наклона траектории, а переменные, определяющие угловое перемещение, изменяются значительно медленнее, чем в короткопериодическом движении, при описании процессов в этом движении вводят ряд допущений. К ним относится пренебрежение изменениями угловой скорости $\Delta\dot{\omega}_z$ (т.е. $\Delta\dot{\omega}_z = 0$) и демпфирующих моментов $\overline{M}_z^{\dot{\alpha}}\Delta\dot{\alpha}$ и $\overline{M}_z^{\omega_z}\Delta\omega_z$. В общем случае при полете самолета в районе трансзвуковых скоростей момент, связанный с изменением скорости полета, отличен от нуля ($M_z^V \neq 0$), и поэтому он, как правило, учитывается в модели движения.

Уравнения продольного движения самолета для данного случая при пренебрежении составляющей $\overline{X}^{\delta_в}\delta_в$ имеют вид

$$\begin{aligned}
&(p - \overline{X}^V)V(p) - \overline{X}^{\alpha}\alpha(p) + g\vartheta(p) = \Delta\overline{P} - pW_x(p);\\
&\overline{Y}^V V(p) + (p + \overline{Y}^{\alpha})\alpha(p) - p\vartheta(p) = -\overline{Y}^{\delta_в}\delta_в(p) + p\alpha_т; \quad (13.17)\\
&-M_z^V V(p) - M_z^{\alpha}\alpha(p) = M_z^{\delta_в}\delta_в(p).
\end{aligned}$$

В табл. 13.14 приведены передаточные функции самолета и их приближенные выражения в длиннопериодическом движении для случая, когда возмущения вызываются отклонением руля высоты. Здесь

$$\omega_к^2 = -\overline{M}_z^{\alpha} - \overline{Y}^{\alpha}\overline{M}_z^{\omega_z}.$$

С достаточной для практики точностью выражение для коэффициента $2\xi_д\omega_д$ можно упростить:

$$2\xi_д\omega_д = 2h_д \cong -\overline{X}^V - \overline{X}^{\alpha}\frac{\overline{M}_z^V}{\omega_к^2}, \qquad (13.18)$$

где $h_д$ — коэффициент демпфирования при длиннопериодическом (фугоидном) движении. Для устойчивости самолета в длиннопериодическом движении необходимо, чтобы этот коэффициент был больше нуля.

Величина $\omega_д^2$ — собственная частота длиннопериодического движения. В случае когда $\omega_д^2 < 0$, возмущенное движение будет апериодически неустойчивым. С учетом выражений для коэффициентов $\overline{M}_z^{\alpha}$, $\overline{Y}^{\alpha}$, $\overline{Y}^V$, M_z^V, приведенных в табл. 9.1, выражение для $\omega_д^2$ имеет вид

Таблица 13.14

Передаточные функции в длиннопериодическом движении при отклонении руля высоты

$W(p)$	Точное выражение для $W(p)$	Упрощенное выражение* для $W(p)$
$\dfrac{V(p)}{\delta_{\text{в}}(p)}$	$\dfrac{\overline{M}_z^{\delta_{\text{в}}}(\overline{X}^{\alpha}-g)\left[p-\dfrac{g}{(\overline{X}^{\alpha}-g)}\left(\overline{Y}^{\alpha}-\overline{Y}^{\delta_{\text{в}}}\dfrac{\overline{M}_z^{\alpha}}{\overline{M}_z^{\delta_{\text{в}}}}\right)\right]}{\Delta}$	$\dfrac{\overline{M}_z^{\delta_{\text{в}}}(\overline{X}^{\alpha}-g)\left(p-\dfrac{g}{\overline{X}^{\alpha}-g}\overline{Y}^{\alpha}\right)}{\Delta}$
$\dfrac{\alpha(p)}{\delta_{\text{в}}(p)}$	$\dfrac{\overline{M}_z^{\delta_{\text{в}}}[p^2+p(-\overline{X}^{V})]}{\Delta}+\dfrac{\overline{M}_z^{\delta_{\text{в}}}g(\overline{Y}^{V}-\overline{Y}^{\delta_{\text{в}}}\overline{M}_z^{V}/\overline{M}_z^{\delta_{\text{в}}})}{\Delta}$	$\dfrac{\overline{M}_z^{\delta_{\text{в}}}[p^2+p(-\overline{X}^{V})+g\overline{Y}^{V}]}{\Delta}$
$\dfrac{\vartheta(p)}{\delta_{\text{в}}(p)}$	$\dfrac{\overline{M}_z^{\delta_{\text{в}}}[p^2+p(\overline{Y}^{\alpha}-\overline{X}^{V}-\overline{M}_z^{\alpha}\overline{Y}^{\delta_{\text{в}}}/\overline{M}_z^{\delta_{\text{в}}})]}{\Delta}+$ $+\dfrac{\overline{M}_z^{\delta_{\text{в}}}\left(\overline{X}^{\alpha}\overline{Y}^{V}-\overline{X}^{V}\overline{Y}^{\alpha}-\overline{X}^{\alpha}\dfrac{\overline{M}_z^{V}\overline{Y}^{\delta_{\text{в}}}}{\overline{M}_z^{\delta_{\text{в}}}}+\dfrac{\overline{M}_z^{\alpha}\overline{X}^{V}\overline{Y}^{\delta_{\text{в}}}}{\overline{M}_z^{\delta_{\text{в}}}}\right)}{\Delta}$	$\dfrac{\overline{M}_z^{\delta_{\text{в}}}[p^2+p(\overline{Y}^{\alpha}-\overline{X}^{V})+\overline{X}^{\alpha}\overline{Y}^{V}-\overline{X}^{V}\overline{Y}^{\alpha}]}{\Delta}$
$\dfrac{\Theta(p)}{\delta_{\text{в}}(p)}$	$\dfrac{\overline{M}_z^{\delta_{\text{в}}}p(\overline{Y}^{\alpha}-\overline{M}_z^{\alpha}\overline{Y}^{\delta_{\text{в}}}/\overline{M}_z^{\delta_{\text{в}}})}{\Delta}+$ $+\dfrac{\overline{M}_z^{\delta_{\text{в}}}\left[-\overline{X}^{V}\overline{Y}^{\alpha}+(\overline{X}^{\alpha}-g)\overline{Y}^{V}-(\overline{X}^{\alpha}-g)\dfrac{\overline{M}_z^{V}}{\overline{M}_z^{\delta_{\text{в}}}}\overline{Y}^{\delta_{\text{в}}}+\dfrac{\overline{M}_z^{\alpha}\overline{X}^{V}\overline{Y}^{\delta_{\text{в}}}}{\overline{M}_z^{\delta_{\text{в}}}}\right]}{\Delta}$	$\dfrac{\overline{M}_z^{\delta_{\text{в}}}[p\overline{Y}^{\alpha}+(-\overline{X}^{V}\overline{Y}^{\alpha}+\overline{Y}^{V}(\overline{X}^{\alpha}-g))]}{\Delta}$
$\Delta=\omega_{\text{к}}^2\left[p^2+p\left(\overline{X}^{V}\dfrac{\overline{M}_z^{\alpha}}{\omega_{\text{к}}^2}-\overline{X}^{\alpha}\dfrac{\overline{M}_z^{V}}{\omega_{\text{к}}^2}\right)+g\left(\dfrac{-\overline{Y}^{V}\overline{M}_z^{\alpha}+\overline{Y}^{\alpha}\overline{M}_z^{V}}{\omega_{\text{к}}^2}\right)\right]\cong\omega_{\text{к}}^2[p^2+2\xi_{\text{д}}\omega_{\text{д}}p+\omega_{\text{д}}^2]$		

* Упрощенные выражения получены для случая $\overline{Y}^{\delta_{\text{в}}}=0$.

$$\omega_{\text{д}}^2 = 2\frac{g^2}{V^2\sigma_n}\left[m_z^{c_y}\left(1+\frac{c_y^V V}{2c_{y\,\text{г.п}}}\right)-\frac{V}{2c_{y\,\text{г.п}}}m_z^{V^*}\right]. \qquad (13.19)$$

Выражение, стоящее в квадратных скобках, называется *степенью продольной статической устойчивости по скорости* σ_V,

$$\sigma_V = \left[m_z^{c_y}\left(1+\frac{c_y^V V}{2c_{y\,\text{г.п}}}\right)-\frac{V}{2c_{y\,\text{г.п}}}m_z^{V^*}\right], \qquad (13.20)$$

где $m_z^{V^*} = m_z^V - c_P^V \bar{y}_P$, $\bar{y}_P$ — относительное плечо тяги двигателя.

В случае $\sigma_V < 0$ самолет обладает статической устойчивостью по скорости. При этом коэффициент $\omega_{\text{д}}^2$ характеристического уравнения длиннопериодического движения будет больше нуля (при $\sigma_n < 0$).

В случае пренебрежения величиной $\bar{y}_P$ и производной c_y^V или c_y^{M}, учитывающей влияние сжимаемости на коэффициент подъемной силы, выражение для σ_V имеет вид

$$\sigma_V = m_z^{c_y} - \frac{V}{2}c_{y\,\text{г.п}}m_z^V. \qquad (13.21)$$

Данное выражение становится еще более простым при отсутствии влияния эффекта сжимаемости воздуха на коэффициент момента тангажа ($m_z^V = 0$). В этом случае $\omega_{\text{д}}^2 = 2\frac{g^2}{V^2\sigma_n}m_z^{c_y} \cong 2\frac{g^2}{V^2}$ и, следовательно, увеличение скорости полета приводит к уменьшению частоты длиннопериодического движения.

В районе трансзвуковых скоростей полета в связи с резким ростом влияния сжимаемости воздуха происходит резкое возрастание производной $-m_z^V$ (или m_z^{M}), самолет теряет устойчивость по скорости, когда показатель σ_V становится положительным. В этом случае возможно изменение знака $\omega_{\text{д}}^2$ и самолет становится апериодически неустойчивым. Необходимо отметить, что величина «неустойчивого корня» при этом незначительна, так что развитие неустойчивых процессов без вмешательства летчика происходит достаточно долго. Вынос двигателя вверх, при котором $\bar{y}_P > 0$, приводит к некоторому увеличению степени устойчивости, а следовательно, и частоты собственных колебаний длиннопериодического движения $\omega_{\text{д}}$.

Для устойчивости самолета в длиннопериодическом движении необходимо, чтобы и второй коэффициент характеристического уравнения длиннопериодического движения $2\xi_д\omega_д$ (см. табл. 13.14) был больше нуля. При этом гарантируется колебательная устойчивость самолета. При отсутствии производной M_z^V ($M_z^V \cong 0$) величина $2\xi_д\omega_д = -\overline{X}^V$.

За исключением вторых режимов полета производная $\overline{X}^V$ имеет отрицательный знак, что гарантирует в случае $\sigma_V < 0$ колебательную устойчивость самолета в длиннопериодическом движении. В случае, если величина $\overline{M}_z^V$ будет отрицательной, например при установке двигателя выше центра масс самолета, в силу положительного знака отношения $-\dfrac{\overline{X}^\alpha \overline{M}_z^V}{\omega_к^2}$ величина $2\xi_д\omega_д$ увеличится. Однако коэффициент относительного демпфирования при этом, как правило, уменьшается.

Для большинства режимов полета можно считать $\overline{P}^V \cong 0$, и тогда с учетом табл. 9.1

$$-\overline{X}^V = \frac{2c_x}{c_{y\,г.п}V} = \frac{2}{V}\frac{g}{K_{г.п}},$$

где $K_{г.п}$ — аэродинамическое качество самолета при горизонтальном полете.

С учетом приведенных выше выражений для $\omega_д$ и $2\xi_д\omega_д$ можно получить следующую приближенную формулу для коэффициента относительного демпфирования: $\xi_д = \dfrac{1}{K_{г.п}\sqrt{2}}$ [3]. Отсюда видно, что величина $\xi_д$ достаточно мала, как правило, меньше 0,1...0,15.

Упрощенные выражения для собственной частоты $\omega_д$ и коэффициента относительного демпфирования $\xi_д$ могут быть получены из упрощенной модели длиннопериодического движения. Эта модель получается из более общей модели, рассмотренной выше, путем пренебрежения изменением угла атаки ($\Delta\alpha = 0$). Для случая, когда возмущением является лишь отклонение руля высоты, она сводится к следующей системе уравнений:

$$\begin{aligned}(P - \overline{X}^V)\Delta V + g\vartheta &= 0;\\ \overline{Y}_a^V \Delta V - P\vartheta &= \overline{Y}^{\delta_в}\delta_в.\end{aligned} \qquad (13.22)$$

Ее характеристическое уравнение имеет вид

$$\Delta = p^2 + (-\overline{X}^V)\,p + g\overline{Y}^V.$$

Несмотря на совпадение $\omega_д$ и $\xi_д$, получаемых отсюда и из выражений (13.18) и (13.19) для случая $\overline{M}_z^{V^*} = 0$, рассматриваемая упрощенная система дает частотные характеристики, отличные от тех, которые получаются из более точной математической модели длиннопериодического движения в районе частоты $\omega_д$. Таким образом, в общем случае модель с двумя степенями свободы является слишком упрощенной, хотя с ее помощью можно выявить ряд интересных качественных результатов.

Один из них получается при рассмотрении первого уравнения системы (13.22), в предположении, что $\overline{X}^V$ является пренебрежимо малой величиной. В этом случае данное уравнение принимает вид

$$\Delta\dot{V} + g\Delta\vartheta = 0. \qquad (13.23)$$

Помножим левую и правую части этого уравнения на $V(t)$. Тогда

$$V\Delta\dot{V} + gV\Delta\vartheta = 0,$$

где $V\Delta\vartheta = \Delta H$.

В результате интегрирования можно получить

$$\frac{V^2}{2g} + gH = \text{const}.$$

Это уравнение позволяет сделать вывод о том, что в длиннопериодическом движении соблюдается закон сохранения энергии, т.е. при увеличении высоты полета H скорость самолета будет уменьшаться. При этом, как следует из уравнения (13.23), угол тангажа самолета будет увеличиваться. Обратная картина должна наблюдаться при уменьшении высоты полета.

Еще одно свойство длиннопериодического движения можно выявить из анализа передаточных функций самолета $\dfrac{x_g(p)}{\delta_в(p)}$ (где x_g — продольное перемещение самолета) и $\dfrac{H(p)}{\delta_в(p)}$, получаемых из систе-

мы (13.22) с учетом того, что $x_g(p) = \frac{1}{p}V(p)$, а $H(p) = \frac{1}{p}V_0\vartheta(p)$. Эти передаточные функции в предположении малости производной $\overline{X}^V = 0$ имеют вид

$$\frac{H(p)}{\delta_в(p)} = -\frac{\overline{Y}_a^{\delta_в}V}{p^2 + \omega_д^2};$$

$$\frac{x_g(p)}{\delta_в(p)} = \frac{1}{p}\frac{H(p)}{\delta_в(p)}\frac{g}{V}.$$

Импульсные переходные функции, описывающие изменение высоты полета самолета и его продольной координаты, в этом случае имеют вид

$$\begin{aligned} H(t) &= -K\sin\omega_д t; \\ x_g(t) &= K\frac{g}{V}\frac{\cos\omega_д t}{\omega_д}. \end{aligned} \tag{13.24}$$

Последнее уравнение с учетом выражения для $\omega_д$ можно переписать в виде

$$x_g(t) = K\frac{1}{\sqrt{2}}\cos\omega_д t. \tag{13.25}$$

Найдя из уравнений (13.24) и (13.25) выражения для $\sin\omega_д t$ и $\cos\omega_д t$:

$$\sin\omega_д t = -\frac{H(t)}{K};$$

$$\cos\omega_д t = \frac{\sqrt{2}}{K}x_g(t)$$

и возведя левую и правую части этих уравнений в квадрат, можно получить уравнение

$$H^2 + 2x_g^2 = \text{const},$$

являющееся уравнением эллипса.

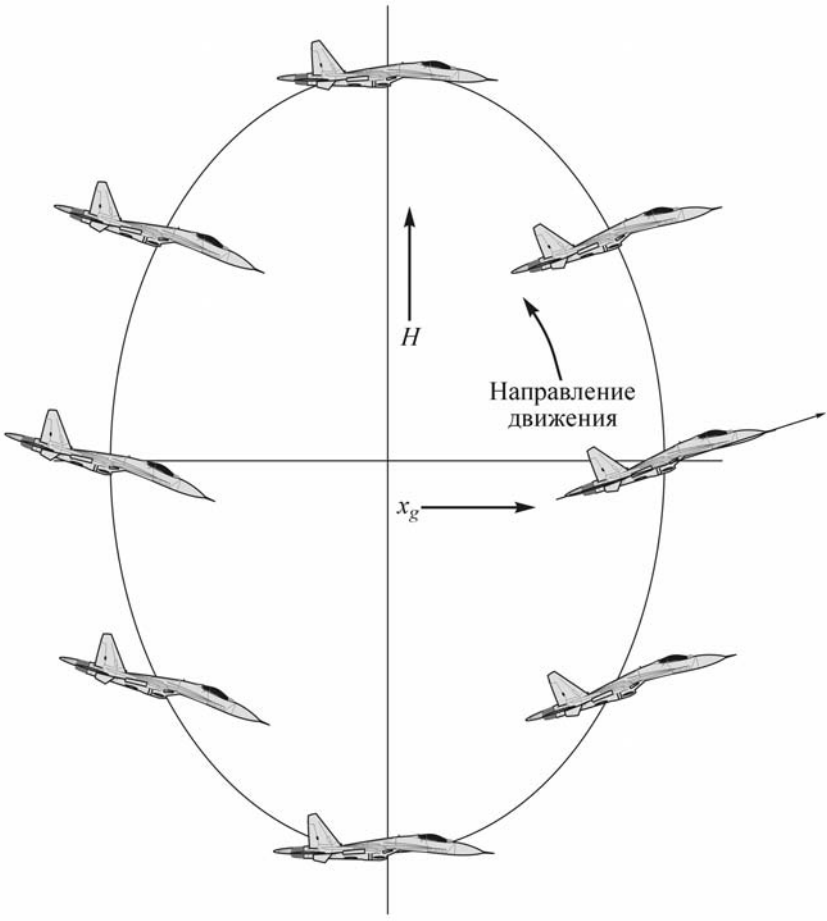


Рис. 13.13. Траектория возмущенного длиннопериодического движения самолета в координатах $H(t)$, $x_g(t)$

На рис. 13.13 приведена эллиптическая траектория установившегося возмущенного движения самолета, которую можно наблюдать с другого самолета, летящего по невозмущенной траектории параллельно наблюдаемому самолету и находящегося на некотором расстоянии сбоку от него.

В длиннопериодическом движении проявляется способность самолета сохранять горизонтальный полет с постоянной скоро-

стью, находясь при этом в состоянии балансировки по моментам. В силу малости коэффициента демпфирования $\xi_д$ и собственной частоты $\omega_д$ фугоидное движение (даже неустойчивое) после действия возмущения развивается очень медленно, и летчик либо его не замечает, либо редко вмешивается в процесс управления. Если развитие фугоидного процесса (неустойчивого) происходит довольно быстро, это требует от летчика более частого участия в процессе стабилизации, что требует его повышенного внимания и отвлекает от выполнения других задач. В этой связи в качестве характеристики фугоидного движения вводят время удвоения амплитуды T_2, объединяющее параметры $\omega_д$ и $\xi_д$. Выражение для T_2 может быть найдено из уравнений свободного возмущенного длиннопериодического движения (13.17) для моментов времени t_0 и $t_0 + T_2$. Так как длиннопериодическое движение имеет два корня: p_1 и p_2, то уравнение возмущенного движения [28] имеет вид

$$y(t) = c_1 \mathbf{e}^{-p_1 t} + c_2 \mathbf{e}^{-p_2 t} = A\mathbf{e}^{-\xi_д \omega_д t} \sin(\omega t + \varphi).$$

Приравнивая удвоенную максимальную амплитуду переменной в момент времени t_0 амплитуде в момент времени $t_0 + T_2$, получим

$$A\mathbf{e}^{-\xi_д \omega_д (t_0 + T_2)} = 2A\mathbf{e}^{-\xi_д \omega_д t}.$$

После логарифмирования левой и правой частей можно получить

$$T_2 = \frac{\ln 2}{-\xi_д \omega_д}.$$

Считается, что допустимое значение этой характеристики равно 40 с.

Приведенные в табл. 13.13 передаточные функции позволяют определить реакцию самолета на отклонения органов управления, а следовательно, выявить его управляемость в продольном движении. Общепринятыми характеристиками управляемости в продольном движении являются градиенты перемещения ручки управления и усилий на единицу изменения скорости полета ($\frac{\partial X_в}{\partial V}$ и $\frac{\partial P}{\partial V}$ соответственно), определяемые расходом руля на единицу изменения скорости $\frac{\Delta \delta_в}{\Delta V}$. Выражение для $\frac{\Delta \delta_в}{\Delta V}$ может быть получено из пе-

редаточной функции $\frac{\Delta V(p)}{\Delta\delta_{\text{в}}(p)}$ (см. табл. 13.13). Используя теорему о конечном состоянии и приравнивая нулю в этой передаточной функции оператор p, можно получить

$$\frac{\Delta\delta_{\text{в}}}{\Delta V} = \frac{2\frac{\sigma_V}{\sigma_n}\frac{g^2}{V^2}\omega_{\text{к}}^2}{\overline{Y}^{\delta_{\text{в}}}\overline{M}_z^{\alpha} - \overline{Y}^{\alpha}\overline{M}_z^{\delta_{\text{в}}}}. \qquad (13.26)$$

Подставляя сюда выражения для σ_n, $\omega_{\text{к}}^2$, $\overline{Y}^{\alpha}$, $\overline{M}_z^{\delta_{\text{в}}}$ и пренебрегая производной $\overline{Y}^{\delta_{\text{в}}}$, имеем

$$\delta^V = \frac{\sigma_V}{m_z^{\delta_{\text{в}}}}\frac{2c_{y\,\text{г.п}}}{V}. \qquad (13.27)$$

Таким образом, если самолет устойчив по скорости ($\sigma_V < 0$), то градиент перемещения руля высоты или стабилизатора по скорости будет величиной положительной: $\delta^V > 0$. Так как перемещение руля происходит при перемещении рычага управления ($\delta_{\text{в}} = K_{\text{ш}} X_{\text{в}}$), то это значит, что для увеличения скорости полета летчик должен перемещать ручку управления от себя $\left(\frac{dX_{\text{в}}}{dV} > 0\right)$.

При необратимом бустерном управлении используется пружинный загружатель ручки управления, обеспечивающий положительный градиент изменения усилий по скорости $\frac{dP}{dV} > 0$, который является признаком устойчивости самолета по скорости. Увеличение скорости и уменьшение высоты полета приводят к уменьшению показателя δ^V. В районе трансзвуковых скоростей характер зависимости δ^V может измениться, что связано с потерей устойчивости по скорости в этом диапазоне скоростей ($\sigma_V > 0$). В этой зоне скоростей полета увеличение скорости на некоторую величину ΔV требует от летчика обратных перемещений рычага управления для балансировки сил и моментов при сохранении горизонтального полета. Показатели X^V и P^V являются важнейшими характеристиками управляемости. Градиенты усилий по скорости P^V желательно иметь такими, чтобы усилия при изменении скорости на 15...30 м/с были бы больше усилий,

обусловленных возможным трением в проводке управления. Вместе с тем чрезмерно большие градиенты усилий будут требовать от летчика значительных усилий и перемещений ручки управления, что усложняет процесс пилотирования. В области трансзвуковых скоростей полета, где может возникнуть неустойчивость по скорости, знак градиентов P^V и X^V так же, как и знак $\delta_в^V$, может стать отрицательным. Если в этой зоне скоростей самолет совершает скоротечный полет лишь с целью разгона или торможения, то допускаются отрицательные значения P^V (или P^M). В табл. 13.15 приведены максимально допустимые отрицательные значения приращений ΔP при изменении числа M на величину $\Delta M = 0{,}01$ [29].

Таблица 13.15

Максимально допустимые значения величины $\frac{\Delta P}{0{,}01 M}$, Н

Уровень оценки	Центральная ручка	Штурвал
I	11	24
II	18	24
III	24	56

При этом максимальные отрицательные усилия не должны превышать значений, приведенных в табл. 13.16.

Таблица 13.16

Максимальные отрицательные усилия P, Н

Уровень оценки	Центральная ручка	Штурвал
I	34	76,5
II	68	153
III	100	220

Обеспечить эти требования можно как выбором компоновки, так и средствами автоматизации (см. гл. 19).

В длиннопериодическом движении даже у самолета, устойчивого по скорости, в траекторном движении может быть обратная реакция на отклонения руля высоты. Эту особенность

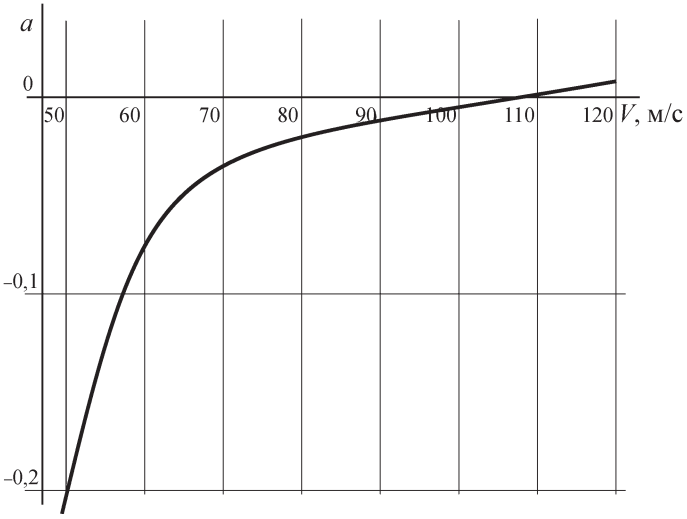


Рис. 13.14. Зависимость нуля передаточной функции длиннопериодического движения $\frac{\Delta\Theta(p)}{\delta_{в}(p)}$ от скорости полета

можно выявить при рассмотрении передаточной функции по углу наклона траектории

$$\frac{\Theta(p)}{\delta_{в}(p)} = \frac{\vartheta(p)}{\delta_{в}(p)} - \frac{\alpha(p)}{\delta_{в}(p)} = \frac{1}{p}\frac{g}{V}\frac{n_y(p)}{\delta_{в}(p)}.$$

Свободный член a числителя этой передаточной функции согласно выражениям, приведенным в таблице 13.8, имеет вид (рис. 13.14)

$$a = (\overline{X}^{\alpha} - g)\left(\overline{Y}^{V} - \overline{Y}^{\delta_{в}}\frac{\overline{M}_z^{V}}{\overline{M}_z^{\delta_{в}}}\right) - \overline{X}^{V}\left(\overline{Y}^{\alpha} - \overline{Y}^{\delta_{в}}\frac{\overline{M}_z^{\alpha}}{\overline{M}_z^{\delta_{в}}}\right). \qquad (13.28)$$

С учетом выражений для $\overline{X}^{\alpha}$ и $\overline{X}^{V}$ (см. табл. 9.1), и полагая, что $\overline{Y}^{\delta_{в}} \approx 0$, выражение (13.28) можно переписать в виде

$$a = \left(\frac{P\sin(\alpha+\varphi) - X_a^{\alpha}}{m}\right)\overline{Y}^{V} - \left(\frac{P\cos(\alpha+\varphi) - X_a^{V}}{m}\right)\overline{Y}^{\alpha}.$$

При малых скоростях полета, а следовательно, на больших углах атаки значение параметра a может стать отрицательным. Это значит, что при положительном знаке отклонения руля высоты: $\delta_в > 0$, установившийся угол наклона траектории $\Theta_{уст} = \dfrac{\overline{M}_z^{\delta_в}\delta_в}{\omega_д^2} a$ будет иметь положительный знак. Такой тип управления называется обратным, так как в этом случае перемещение ручки управления от себя будет приводить к набору высоты. Обратное управление по углу наклона траектории существенно усложняет пилотирование самолета и требует от летчика обязательного одновременного управления тягой двигателя. Только в этом случае он сможет выполнить нужный маневр. В этой связи проанализируем реакцию самолета на изменение тяги двигателя $\Delta\overline{P}$.

Передаточные функции самолета по скорости и углу наклона траектории имеют вид

$$\frac{V(p)}{\Delta\overline{P}} = \frac{p[-\overline{Y}^{\alpha}\overline{M}_z^{\omega_z} - \overline{M}_z^{\alpha}]}{\Delta};$$

$$\frac{\Theta(p)}{\Delta\overline{P}} = \frac{-\overline{Y}^{V}\overline{M}_z^{\alpha} - \overline{M}_z^{V}\overline{Y}^{\alpha} - p[\overline{Y}^{V}\overline{M}_z^{\omega_z} + \overline{M}_z^{V}]}{\Delta},$$

где $\Delta = \omega_к^2 (p^2 + 2\xi_д\omega_д p + \omega_д^2)$.

Из выражения для $\dfrac{V(p)}{\Delta\overline{P}}$ нетрудно получить, что при ступенчатом изменении тяги на величину ΔP у самолета, устойчивого в длиннопериодическом движении, после переходного процесса устанавливается скорость невозмущенного режима полета $\Delta V_{уст} = 0$.

Используя выражение для передаточной функции $\dfrac{\Theta}{\Delta\overline{P}}$, найдем выражение для конечного приращения угла наклона траектории $\Delta\Theta_{уст}$ при ступенчатом изменении тяги двигателя. Выполняя действия, аналогичные тем, которые были произведены выше, нетрудно получить

$$\Delta\Theta_{уст} = \frac{-\overline{Y}^{V}\overline{M}_z^{\alpha} - \overline{M}_z^{V}\overline{M}_z^{\alpha}}{\omega_к^2\omega_д^2}\Delta\overline{P}.$$

В дозвуковом диапазоне скоростей полета, когда $\sigma_n \cong \sigma_V$, $\overline{M}_z^{V} = 0$, а производная $\overline{Y}^{V}$ при пренебрежении производной

$\overline{P}^{V}$ равна $\frac{2g}{V^2}$, можно получить следующее приближенное выражение:

$$\Delta\Theta_{\text{уст}} \approx \frac{\Delta\overline{P}}{g} = \frac{\Delta P}{mg}.$$

Таким образом, для самолета, устойчивого в длиннопериодическом движении, ступенчатое увеличение тяги двигателя на величину ΔP переводит его из режима горизонтального прямолинейного полета со скоростью V_0 в новый прямолинейный режим полета с углом наклона траектории $\Delta\Theta_{\text{уст}}$. При этом, как было отмечено выше, скорость полета остается неизменной.

При увеличении тяги двигателя на ΔP самолет перейдет в набор высоты с вертикальной скоростью $V_y^* = V_0\Delta\Theta_{\text{уст}} = V_0\frac{\Delta P}{mg}$. Это выражение совпадает с приведенной в гл. 3 формулой для определения вертикальной скорости при установившемся прямолинейном наборе высоты полета. Таким образом, управление тягой двигателя для самолета, устойчивого по скорости, всегда сопровождается прямым управлением по углу наклона траектории, что позволяет летчику даже при обратной реакции по углу наклона траектории, возникающей при отклонении руля высоты, выполнять необходимый маневр в вертикальной плоскости.

Глава 14

СТАТИЧЕСКАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ САМОЛЕТА В ПРОДОЛЬНОМ ДВИЖЕНИИ. ПРОДОЛЬНАЯ БАЛАНСИРОВКА. СТАТИЧЕСКАЯ УПРАВЛЯЕМОСТЬ

Анализ возмущенного движения, проведенный в гл. 13, позволил получить показатели, на основе которых можно делать вывод об устойчивости и управляемости самолета, не решая уравнения возмущенного движения. Ряд из этих качественных показателей

может быть получен из условий баланса моментов относительно оси Oz и баланса сил по другим осям.

В полете параметры, характеризующие его режим, взаимосвязаны и, как правило, нельзя изменить только один параметр без изменения каких-либо других. Например, изменение угла атаки при неизменной скорости приводит к изменению подъемной силы и к искривлению траектории полета. Если же при изменении скорости требуется, чтобы траектория оставалась прямолинейной (например, в горизонтальном полете), то следует изменять угол атаки.

Обычно при анализе продольной статической устойчивости самолета рассматривают два крайних случая [30]:

исходное сбалансированное движение при постоянных нормальной перегрузке ($n_{ya} = \text{const}$) и числе М (криволинейный и горизонтальный полет);

прямолинейный горизонтальный полет ($n_{ya} = 1$) с изменением скорости полета, когда изменяется угол атаки.

В обоих случаях действуют возмущения по углу атаки $\Delta\alpha$ или Δc_{ya}, и, чтобы сделать суждение о продольной статической устойчивости в обоих характерных режимах полета, необходимо определить полную производную $\frac{dM_{R_z}}{d\alpha}$ или $\frac{dM_{R_z}}{dc_y}$, знак которой качественно характеризует продольную статическую устойчивость самолета.

В установившемся движении самолета необходимо, чтобы все силы и моменты, действующие на самолет, были взаимно уравновешены — сбалансированы. Силовое равновесие обеспечивается соответствующей ориентацией самолета к потоку воздуха, а моментное равновесие — соответствующим отклонением рулей, что называют балансировкой.

В процессе управления самолетом отклонением рулей с помощью рычагов управления, расположенных в кабине, летчик затрачивает определенную энергию. По величине усилий на рычагах управления, величине их перемещений и реакции на это самолета летчик судит об управляемости самолета.

14.1. ПРОДОЛЬНАЯ СТАТИЧЕСКАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ САМОЛЕТА

Статическая устойчивость самолета рассматривается как при фиксированном положении рулей и рычагов управления, так и при

освобожденном управлении. Освобожденное управление используется в длительном полете, когда усилие на рычаге при его балансировочном положении утомительно для летчика, и он с помощью специальных устройств (триммера или механизма триммерного эффекта) «обнуляет» усилие и может освободить рычаг. Говорить об устойчивости с освобожденным управлением имеет смысл, если система продольного управления безбустерная, а усилие на рычаге в значительной степени определяется величиной шарнирного момента руля. Устойчивость при фиксированных рычагах отличается от устойчивости при фиксированных рулях, если в системе управления имеется устройство, отклоняющее руль при неподвижном рычаге, например автомат устойчивости. При отсутствии в системе управления такого устройства устойчивости с фиксированным рулем и фиксированным рычагом могут различаться, если проводка управления между рулем и рычагом нежесткая.

Продольная статическая устойчивость по перегрузке

Самолет называют устойчивым по перегрузке, если он самостоятельно, без вмешательства летчика стремится вернуться к значению нормальной перегрузки в исходном (невозмущенном) режиме полета после прекращения действия возмущения по углу атаки.

Пусть самолет с фиксированным рулем высоты ($\delta_{\text{в}} = \text{const}$) совершает квазиустановившийся криволинейный полет в вертикальной плоскости с постоянной скоростью и постоянной перегрузкой: $n_{ya} = \text{const}$. В этом случае коэффициент момента тангажа равен нулю, так как рули находятся в соответствующем (балансировочном) положении:

$$m_{R_z} = m_{z0} + m_z^{c_y} c_{ya} + m_z^{\varphi}\varphi + m_z^{\delta_{\text{в}}}\delta_{\text{в}} + m_{Pz1} + m_z^{\overline{\omega}_z}\overline{\omega}_z = 0; \quad \overline{y}_{\text{т}} = 0. \qquad (14.1)$$

При оговоренных условиях $\vartheta = \Theta + \alpha$ и, так как $\dot{\alpha} = 0$, $\dot{\vartheta} = \omega_z = \dot{\Theta}$;

$$\overline{\omega}_z = \omega_z \frac{b_{\text{A}}}{V} = \frac{g b_{\text{A}}}{V^2}(n_{ya} - \cos\Theta) = \frac{g b_{\text{A}}}{V^2}\left[\frac{c_{ya}}{c_{ya\,\text{г.п}}} - \cos\Theta\right] =$$

$$= \frac{g b_{\text{A}}}{V^2}\left[\frac{c_{ya}^{\alpha}(\alpha - \alpha_0)}{c_{ya\,\text{г.п}}} - \cos\Theta\right], \qquad (14.2)$$

где $c_{ya\,\text{г.п}} = \dfrac{G}{\dfrac{\rho V^2}{2} S}$.

Подставив (14.2) в (14.1), получим

$$\left.\frac{dm_{R_z}}{d\alpha}\right|_{m_{R_z}=0} = \frac{dm_{R_z}}{dc_{ya}} c_{ya}^{\alpha} = c_{ya}^{\alpha}\left(m_z^{c_y} + \frac{m_z^{\bar{\omega}_z}}{\mu} \right) = c_{ya}^{\alpha}\sigma_n .$$

Если же учесть, что

$$n_{ya} = \frac{Y_a + P\sin\alpha}{G} \approx \frac{1}{c_{ya\,\text{г.п}}}[c_{ya}^{\alpha}(\alpha - \alpha_0) + c_P\alpha],$$

где c_P — коэффициент тяги, $c_P = \dfrac{P}{qS}$, то получим

$$\left.\frac{dm_{R_z}}{d\alpha}\right|_{m_{R_z}=0} = c_{ya}^{\alpha}\left[m_z^{c_y} + \frac{m_z^{\bar{\omega}_z}}{\mu}\left(1 + \frac{c_P}{c_{ya}^{\alpha}} \right) \right] = c_{ya}^{\alpha}\sigma_n ,$$

где

$$\sigma_n = m_z^{c_y} + \frac{m_z^{\bar{\omega}_z}}{\mu}\left(1 + \frac{c_P}{c_{ya}^{\alpha}} \right). \qquad (14.3)$$

Так как $c_P / c_{ya}^{\alpha} << 1{,}0$, то обычно считают, что

$$\sigma_n = m_z^{c_y} + \frac{m_z^{\bar{\omega}_z}}{\mu},$$

где $m_z^{c_y} = \bar{x}_{\text{т}} - \bar{x}_F$; μ — коэффициент относительной плотности самолета в продольном движении, $\mu = \dfrac{2m}{\rho S b_{\text{A}}}$.

Выражение для σ_n (14.3) есть полная производная коэффициента момента тангажа по коэффициенту подъемной силы при фиксированных рулях высоты при криволинейном движении самолета в плоскости симметрии самолета с постоянной скоростью, т.е.

$$\sigma_n = \left.\frac{dm_z}{dc_y}\right|_{V=\text{const}} .$$

При $\alpha < \alpha_{\text{кр}}$ наличие стабилизирующего момента $\dfrac{dm_z}{d\alpha} < 0$ или $\dfrac{dm_z}{dc_y} < 0$ эквивалентно условию $\sigma_n < 0$, так как $c_{ya}^{\alpha} > 0$.

Рассмотрим, каким путем можно изменять значение σ_n. Первое слагаемое в (14.3) $m_z^{c_y} = \bar{x}_т - \bar{x}_F$ определяется взаимным положением фокуса и центра масс, второе слагаемое — компоновочной схемой (нормальная, «бесхвостка» и т.д.) и массово-геометрическими характеристиками $G / S, b_A$. Для самолетов, не имеющих системы улучшения устойчивости (СУУ), максимальное значение $m_z^{c_y} = -0{,}03$, а для самолетов, имеющих такую систему, $m_z^{c_y} > -0{,}03$ и даже принимает положительные значения.

Второе слагаемое в (14.3) всегда имеет знак «минус» (на эксплуатационных углах атаки): $m_{R_z}^{\bar{\omega}_z} \le -(2{,}0...2{,}5)$ при $M < 1{,}0$; $\mu \approx 150$; $m_z^{\bar{\omega}_z} / \mu \approx -(0{,}01...0{,}015)$. Для сверхзвуковых самолетов с большой нагрузкой на крыло: $G / S > 6000$ Н/м^2 второе слагаемое в (14.3) может быть существенно меньше первого, особенно на больших высотах.

Изменяя положение центра масс, можно изменять степень устойчивости по перегрузке. Значение $\bar{x}_т$, при котором $\sigma_n = 0$, называют *нейтральной центровкой по перегрузке* $\bar{x}_н$,

$$\bar{x}_н = \bar{x}_F - \frac{m_z^{\bar{\omega}_z}}{\mu}.$$

При этом $\sigma_n = \bar{x}_т - \bar{x}_н$.

В общем случае $\bar{x}_н > \bar{x}_F$, так как $m_z^{\bar{\omega}_z} < 0$.

Величину σ_n с обратным знаком, равную расстоянию от нейтральной центровки до фактической, иногда называют *запасом устойчивости по перегрузке* (измеряется в процентах от САХ).

С увеличением высоты полета коэффициент относительной плотности $\mu = \dfrac{2m}{\rho S b_A}$ увеличивается, и при M = const степень устойчивости по перегрузке несколько уменьшается.

Увеличение тяги двигателя приводит к некоторому изменению по абсолютной величине σ_n за счет перемещения фокуса, особенно у винтового движителя, о чем было сказано в гл. 10.

Влияние скорости полета на степень статической устойчивости по перегрузке проявляется двояко — через изменение скоростного напора и через влияние числа M (сжимаемости). Рост скоростного напора приводит к увеличению деформаций конструкции и к некоторому уменьшению степени устойчивости по перегрузке. Влияние числа M сказывается при $M > M_{кр}$, когда фокус по углу атаки начинает перемещаться назад, особенно при $M \ge 1{,}0$. При дальнейшем

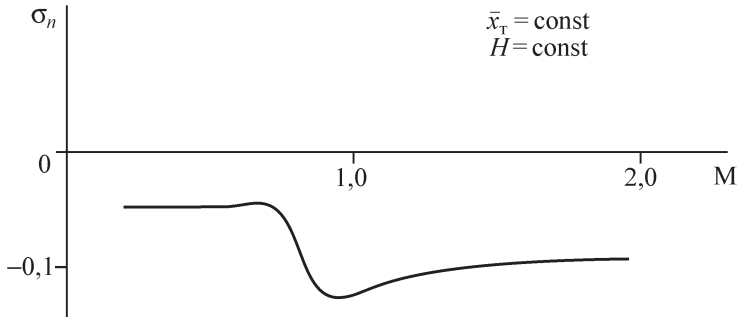


Рис. 14.1. Типичный характер изменения степени устойчивости по перегрузке

увеличении числа M положение фокуса стабилизируется и степень устойчивости по перегрузке изменяется незначительно (рис. 14.1).

Используя понятие степени устойчивости по перегрузке, можно записать выражение для коэффициента момента тангажа (14.1) с учетом соотношения $\Delta c_{ya} = c_{ya} - c_{ya\,\text{г.п}}$ в другом виде:

$$m_{R_z} = m_{z0} + m_{R_z}^{c_y} c_{ya\,\text{г.п}} + \sigma_n \Delta c_{ya} + m_z^{\varphi}\varphi + m_z^{\delta_\text{в}}\delta_\text{в} + m_{P_{z1}}, \qquad (14.4)$$

что удобно при построении балансировочных кривых и определении показателей управляемости (см. подразд. 14.2)

Статическая устойчивость по скорости

Для получения условия устойчивости по скорости рассматривается движение, в котором изменяется скорость и которое сбалансировано по моментам относительно оси Oz. Так как при этом предъявляется требование постоянства перегрузки (например, $n_y = 1{,}0$), то для обеспечения равенства $Y_a = G$ требуется выполнение условия $c_{ya}\mathrm{M}^2 = \text{const}$. Таким образом, в рассматриваемом случае коэффициент момента тангажа $m_{R_z}^{c_y}$, определяющий восстанавливающий момент, зависит как от угла атаки, так и от числа M.

Для самолета с поворотным стабилизатором при прямолинейном полете ($n_y = 1{,}0$)

$$m_{R_z} = m_{z0} + m_{R_z}^{c_y} c_{ya} + m_z^{\varphi}\varphi + m_{P_{z1}}. \qquad (14.5)$$

Для условия горизонтального полета $\left(c_{ya\,\text{г.п}} = \dfrac{G}{qS}\right)$, зная изменение m_{z0} и $\bar{x}_F$ по числу M и используя (14.5), можно построить диа-

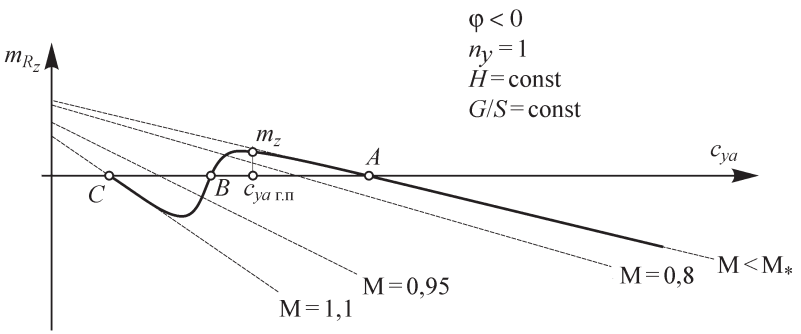


Рис. 14.2. Коэффициент момента тангажа в горизонтальном полете

грамму момента тангажа $m_{R_z} = f(c_{ya\ г.п}, \mathrm{M})$ при заданном $\varphi < 0$, которая приведена на рис. 14.2. При этом значение φ можно подобрать таким, что кривая m_{R_z} будет пересекать ось c_{ya} в трех точках (A, B и C), где самолет сбалансирован по моменту m_{R_z}. Об устойчивости по скорости при фиксированном руле высоты судят по знаку полной производной коэффициента момента m_{R_z} по c_{ya} при $n_y = 1{,}0$ в точках балансировки (невозмущенное движение), которую обозначают σ_V и называют *степенью продольной статической устойчивости по скорости при фиксированном руле высоты*,

$$\sigma_V = \left.\frac{dm_{R_z}}{dc_{ya}}\right|_{n_{ya}=1} = \left.\frac{\partial m_{R_z}}{\partial c_{ya}}\right|_{\mathrm{M}=\text{const}} + \left.\frac{\partial m_{R_z}}{\partial \mathrm{M}}\frac{d\mathrm{M}}{dc_{ya}}\right|_{n_{ya}=1}.$$

Для горизонтального полета $Y_a \approx G$ и

$$\left.\frac{d\mathrm{M}}{dc_{ya}}\right|_{n_{ya}=1} = -\frac{\mathrm{M}}{2c_{ya\ г.п}}.$$

Тогда

$$\sigma_V = m_{R_z}^{c_y} - \frac{\mathrm{M}}{2c_{ya\ г.п}} m_{R_z}^{\mathrm{M}}, \qquad (14.6)$$

где $m_{R_z}^{c_y} = \dfrac{\partial m_{R_z}}{\partial c_y} = \bar{x}_т - \bar{x}_F$ — степень продольной статической устойчивости при $\mathrm{M} = \text{const}$ (наклон кривой $m_{R_z} = f(c_{ya})$); $m_{R_z}^{\mathrm{M}}$ — частная

производная $\frac{\partial m_{R_z}}{\partial \mathrm{M}}$, определяющая наклон зависимости $m_{R_z} = f(\mathrm{M})$ при $c_{ya} = \text{const}$. Эта величина определяется сжимаемостью воздуха, что проявляется в разном угле наклона m_{R_z} к оси c_{ya}. При некоторых числах $\mathrm{M} << \mathrm{M}_*$, где влияние сжимаемости мало, $m_{R_z}^{\mathrm{M}} \approx 0$, и тогда $\sigma_V = m_{R_z}^{c_y}$, т.е. степень продольной статической устойчивости по скорости равна степени продольной статической устойчивости по углу атаки (см. рис. 14.2).

При увеличении числа М ($\mathrm{M} > \mathrm{M}_*$) величина $m_{R_z}^{\mathrm{M}}$ возрастает по абсолютной величине, оставаясь отрицательной (см. рис. 14.2), и второе слагаемое в выражении для σ_V превышает первое. При этом σ_V изменяет знак на положительный. Таким образом, самолет становится статически неустойчивым по скорости ($\sigma_V > 0$), обладая статической продольной устойчивостью ($m_{R_z}^{c_y} < 0$).

При $\mathrm{M} \geq 1{,}0$ положение фокуса стабилизируется и абсолютная величина $m_{R_z}^{c_y}$ увеличивается, оставаясь отрицательной, а производная $m_{R_z}^{\mathrm{M}}$ существенно уменьшается и становится близкой к нулю. В результате первое слагаемое в (14.6) снова становится по абсолютной величине больше второго, т.е. $\sigma_V < 0$, и устойчивость по скорости восстанавливается (см. рис. 14.2).

Рассмотрим кривую, приведенную на рис. 14.2. В точках балансировки (при $\varphi < 0$) A и C $\left.\frac{dm_{R_z}}{dc_{ya}}\right|_{n_{ya}=1} < 0$, т.е. самолет устойчив по скорости ($\sigma_V < 0$), в точке B $\left.\frac{dm_{R_z}}{dc_{ya}}\right|_{n_{ya}=1} > 0$ и, следовательно, самолет неустойчив по скорости ($\sigma_V > 0$).

Устойчивость по скорости можно интерпретировать как способность самолета сохранять заданное летчиком значение скорости полета при полете на первых режимах, когда выполняется условие силовой устойчивости. Построим кривую m_{R_z} в функции числа М (рис 14.3). Если под действием возмущения исходная скорость увеличилась на $\Delta V > 0$, то устойчивый по скорости самолет самопроизвольно увеличивает угол атаки ($\Delta m_{R_z} > 0$), создавая приращение индуктивного сопротивления, и $\Delta V \to 0$ (точки A, C на рис. 14.3). В точке B при $\Delta V > 0$ возникает $\Delta m_{Rz} < 0$, угол атаки $\Delta\alpha < 0$ и скорость продолжает увеличиваться без вмешательства летчика, т.е. самолет не сохраняет заданную скорость полета.

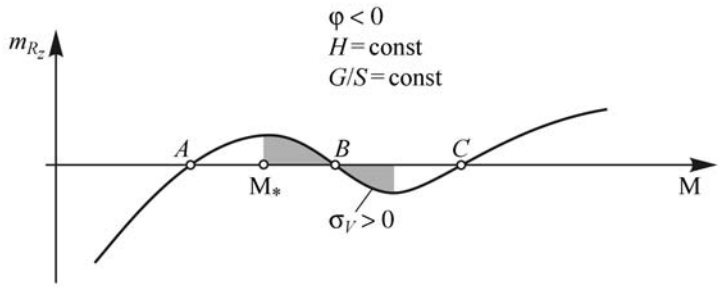


Рис. 14.3. Коэффициент момента тангажа в горизонтальном полете ($H = \text{const}$, $\bar{x}_т = \text{const}$)

На рис. 14.3 показана область чисел М полета, в которой $\sigma_V > 0$, т.е. самолет неустойчив по скорости. На границе устойчивых и неустойчивых скоростей полета $\sigma_V \approx 0$, т.е. самолет статически нейтрален по скорости. На самолетах потеря устойчивости по скорости («ложка» по скорости) возникает на околозвуковых скоростях. Потеря устойчивости по скорости связана с приростом пикирующего момента, обусловленного развитием волнового кризиса, когда с ростом числа М из-за смещения фокуса назад частная производная $m_{R_z}^{\text{M}} < 0$. Особенно сильно эта особенность проявляется у самолетов с прямыми крыльями и толстыми профилями.

В общем случае частная производная $m_{R_z}^{\text{M}}$, характеризующая степень изменения коэффициента момента тангажа по числу М, зависит и от величины балансировочного угла отклонения руля высоты (стабилизатора). Представим коэффициент момента тангажа в прямолинейном полете в виде

$$m_{R_z} = (m_{R_z})_{\varphi=0} + m_z^{\varphi}\varphi.$$

Частная производная от m_{R_z} по числу М будет

$$m_{R_z}^{\text{M}} = (m_{Rz}^{\text{M}})_{\varphi=0} + \frac{\partial m_z^{\varphi}}{\partial \text{M}}\varphi.$$

Отсюда видно, что при $\dfrac{\partial m_z^{\varphi}}{\partial \text{M}} \neq 0$ (обычно на $\text{M} \geq 1{,}0$) производная $m_{R_z}^{\text{M}}$ является также функцией угла отклонения стабилизатора.

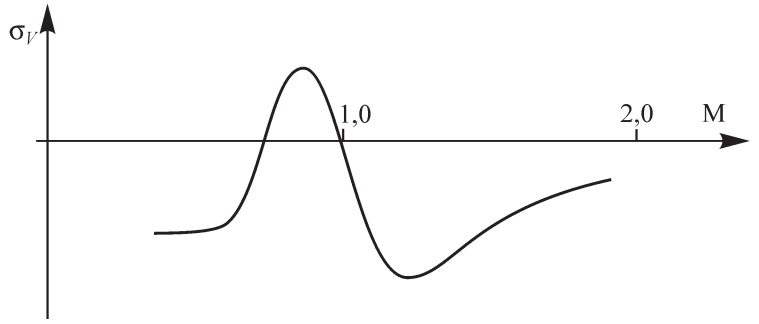


Рис. 14.4. Типичный характер изменения степени продольной статической устойчивости по скорости ($\bar{x}_т = \text{const}$, $n_{ya} = 1,0$)

Как следствие этого степень неустойчивости по скорости с ростом n_{ya} (с ростом $|\varphi|$) увеличивается, что затрудняет летчику выполнение маневров в области неустойчивости по скорости, о чем будет сказано далее.

Строго говоря, на $m_{R_z}^{M}$ влияет и изменение $m_{R_{z0}} = f(M)$, хотя и незначительно.

На рис. 14.4 показан характер изменения степени продольной статической устойчивости по скорости от числа M при $\bar{x}_т = \text{const}$, $n_{ya} = 1,0$.

Так как

$$\sigma_V = \bar{x}_т - \bar{x}_F - m_{R_z}^{M} \frac{M}{2c_{ya\ г.п}},$$

то можно выбрать такое положение центра масс $\bar{x}_т$, при котором $\sigma_V = 0$. Эта центровка называется *нейтральной центровкой по скорости* $\bar{x}_н^V$. Приравняв σ_V нулю, получим

$$\bar{x}_н^V = \bar{x}_F + m_{R_z}^{M} \frac{M}{2c_{ya\ г.п}}.$$

При отсутствии влияния сжимаемости на m_{R_z}, т.е. при $m_{R_z}^{M} = 0$, $\bar{x}_н^V = \bar{x}_F$. В области неустойчивости по скорости $\bar{x}_н^V < \bar{x}_F$, так как $m_{R_z}^{M} < 0$, а в области устойчивости $\bar{x}_н^V > \bar{x}_F$.

Потеря устойчивости по скорости в ограниченном диапазоне трансзвуковых скоростей является особенностью всех сверхзвуко-

вых самолетов, не имеющих СУУ. Изменением геометрических характеристик (стреловидности, удлинения, толщины профиля и т.д.) можно лишь ослабить степень неустойчивости, но не устранить ее. Поэтому практически самолеты с такими особенностями к эксплуатации допускаются при выполнении определенных требований к динамическим характеристикам управляемости. Более подробно этот вопрос рассмотрен в гл. 13.

Следует различать устойчивость по скорости моментную ($\sigma_V < 0$) от устойчивости по скорости силовой ($X^V - P_p^V > 0$). Самолеты, устойчивые по скорости в моментном отношении, например, на докритических числах М, могут быть неустойчивы по скорости в силовом отношении (обычно при $M < M_{нв}$ — вторые режимы полета), что создает для летчика трудности при выдерживании скорости. Поэтому для установившегося полета такие режимы не рекомендуют.

Продольная статическая устойчивость при фиксированном рычаге управления

До сих пор рассматривалась степень продольной статической устойчивости при фиксированном руле высоты. Летчик же, пилотируя самолет, отклоняет рычаг управления, и его в принципе не интересует, фиксирован руль или нет. Ему важна устойчивость самолета с фиксированным рычагом и с освобожденным.

Если на самолете нет специальных автоматов, отклоняющих руль высоты при неподвижном рычаге управления, то случай фиксированного рычага управления мало отличается от случая фиксированного руля высоты. Различия могут возникнуть только за счет деформации проводки управления или за счет деформации конструкции самолета (прогиб фюзеляжа), приводящей к отклонению руля высоты при неподвижном рычаге управления тангажом. Обычно эти отклонения невелики, и на практике случай $X_в = \text{const}$ часто отождествляют со случаем $\delta_в = \text{const}$ [31].

На самолетах с необратимой системой управления в случае наличия автоматических устройств, отклоняющих руль высоты при воздействии возмущений по определенному закону независимо от действий летчика, степень статической продольной устойчивости с фиксированным рулем отличается от степени продольной устойчивости с фиксированным рычагом.

В качестве примера рассмотрим влияние автомата продольной устойчивости на степень продольной статической устойчивости по перегрузке $\sigma_{n_ф}$ при фиксированном рычаге.

Одним из простейших законов работы идеального (безынерционного) автомата продольной устойчивости может быть закон

$$\Delta\delta_{\text{в}} = K_{\omega_z}\Delta\omega_z + K_{n_y}\Delta n_y. \qquad (14.7)$$

Тогда закон отклонения руля высоты будет

$$\delta_{\text{в}} = K_{\text{ш}}X_{\text{в}} + K_{\omega_z}\Delta\omega_z + K_{n_y}\Delta n_y, \qquad (14.8)$$

где $\Delta n_y = n_y - 1$; $\Delta\omega_z = \omega_z$; K_{n_y}, K_{ω_z} — передаточные коэффициенты (коэффициенты усиления) автомата, положительные для самолета нормальной схемы, которые подбираются.

Принцип работы такого автомата продольной устойчивости заключается в том, что при создании заданной перегрузки путем отклонения рычага на кабрирование руль высоты сначала создает кабрирующий момент, увеличивающий угол атаки и, следовательно, перегрузку n_y, а затем отклоняется в противоположную сторону (на пикирование), но уже на значительно меньшую величину, определяемую слагаемым $K_{n_y}\Delta n_y$. Этим создается стабилизирующий момент тангажа. Одновременно автомат отклоняет руль высоты пропорционально увеличению угловой скорости $\Delta\omega_z$, уменьшая ее, повышая тем самым момент демпфирования. При этом руль высоты отклоняется непрерывно по времени — сначала «идет» за рычагом, а затем отклоняется в противоположную сторону, независимо от положения рычага (14.8). При включении автомата возникает дополнительный момент тангажа, коэффициент которого равен

$$\Delta m_z = m_z^{\delta_{\text{в}}}\Delta\delta_{\text{в}} = m_z^{\delta_{\text{в}}}(K_{\omega_z}\Delta\omega_z + K_{n_y}\Delta n_y).$$

С учетом, что $\Delta\omega_z = \Delta\overline{\omega}_z\dfrac{V}{b_{\text{A}}}$ и $\Delta\overline{\omega}_z = \dfrac{\Delta c_{ya}}{\mu}\left(1 + \dfrac{c_P}{c_{ya}^{\alpha}}\right)$,

$$\Delta m_z = m_z^{\delta_{\text{в}}}\left[K_{\omega_z}\frac{V}{b_{\text{A}}\mu}\left(1 + \frac{c_P}{c_{ya}^{\alpha}}\right) + K_{n_y}\frac{1}{c_{ya\,\text{г.п}}}\right]\Delta c_{ya}.$$

Изменение степени продольной статической устойчивости по перегрузке

$$\Delta m_z^{c_y} = \frac{\Delta m_z}{\Delta c_{ya}} \approx \Delta\sigma_n = \frac{K_{\omega_z}m_z^{\delta_{\text{в}}}V}{b_{\text{A}}\mu}\left(1 + \frac{c_P}{c_{ya}^{\alpha}}\right) + \frac{K_{n_y}m_z^{\delta_{\text{в}}}}{c_{ya\,\text{г.п}}}.$$

Так как $K_{\omega_z} > 0$, $m_z^{\delta_в} < 0$, $K_{n_y} > 0$, то $\Delta\sigma_n < 0$.

Тогда степень устойчивости по перегрузке с фиксированным рычагом будет больше, чем с фиксированным рулем:

$$\sigma_{n_ф} = \sigma_n + \Delta\sigma_n,$$

где σ_n — степень продольной статической устойчивости по перегрузке с фиксированным рулем высоты, $\sigma_n = m_z^{c_y} + \dfrac{m_z^{\bar{\omega}_z}}{\mu}\left(1 + \dfrac{c_P}{c_{ya}^{\alpha}}\right)$.

Соответственно увеличивается и опорная частота $\omega_к^2 = -D_z c_{ya}^{\alpha}\sigma_{n_ф}$.

Рассмотрим статическую устойчивость по скорости. Если рассматривается режим полета, в котором $\dot{V} \neq 0$, $n_{ya} = 1$ и $\omega_z = 0$, то автомат продольной устойчивости, отклоняющий руль высоты по закону (14.7), не будет оказывать влияния на степень статической устойчивости по скорости. В этом случае степень устойчивости по скорости одинакова как с фиксированным рулем, так и с фиксированным рычагом.

Однако при другом законе автомата продольной устойчивости, например

$$\Delta\delta_в = K_\alpha \Delta\alpha,$$

где $\Delta\alpha = \alpha - \alpha_{г.п}$, $\alpha_{г.п}$ — угол атаки в горизонтальном полете; $K_\alpha > 0$ — передаточный коэффициент по углу атаки, степень устойчивости по скорости будет изменяться.

В самом деле, приращение стабилизирующего момента тангажа при работе автомата

$$\Delta m_z = m_z^{\delta_в}\Delta\delta_в = m_z^{\delta_в} K_\alpha \Delta\alpha = m_z^{\delta_в}\frac{\Delta c_{ya}}{c_{ya}^{\alpha}}.$$

Взяв полную производную по c_{ya} от Δm_z, получим приращение степени продольной статической устойчивости по скорости с фиксированным рычагом

$$\frac{d\Delta m_z}{dc_{ya}} = \Delta\sigma_V = \frac{m_z^{\delta_в} K_\alpha}{c_{ya}^{\alpha}}\left(\left.\frac{d\Delta c_{ya}}{dc_{ya}}\right|_{M=\text{const}} + \left.\frac{d\Delta c_{ya}}{dM}\frac{dM}{dc_{ya}}\right|_{n_y=1}\right) =$$

$$= \frac{m_z^{\delta_в} K_\alpha}{c_{ya}^{\alpha}}\left(1 - \frac{c_{ya}^{M}}{2c_{ya\,г.п}}\right).$$

Так как $m_z^{\delta_в} < 0$, $c_{ya}^{M} < 0$, то $\Delta\sigma_V < 0$.

На степень продольной статической устойчивости по скорости можно повлиять и без автомата устойчивости, если использовать автомат регулирования управления (АРУ), который изменяет коэффициент передачи продольного управления $K_ш = d\delta_в / dX_в$ на некоторую величину $\Delta K_ш$ в зависимости от индикаторной скорости и высоты полета. Это приводит к тому, что при переходе от V_{i1} к V_{i2} руль высоты отклонится на $\Delta\varphi = \Delta K_ш X_в$. Соответственно, приращение момента тангажа

$$\Delta m_{z\,АРУ} = m_z^{\delta_в} \Delta K_ш X_в .$$

Полная производная по c_{ya} от $\Delta m_{z\,АРУ}$ в горизонтальном полете есть приращение степени продольной устойчивости по скорости при фиксированном рычаге управления:

$$\frac{d\Delta m_{z\,АРУ}}{dc_y} = \Delta\sigma_{V\,АРУ} = -\frac{1}{2}\frac{m_z^{\delta_в}}{c_{ya\,г.п}} X_в V_i \left(\frac{\partial K_ш}{\partial V_i}\right),$$

так как $dK_ш = \frac{\partial K_ш}{\partial V_i} dV_i$; $dV_i = -\frac{V_i}{2c_{ya\,г.п}} dc_{ya}$; $\Delta m_{z\,АРУ} = -\frac{m_z^{\delta_в}}{2c_{ya\,г.п}} \times$

$\times X_в V_i \left(\frac{\partial K_ш}{\partial V_i}\right) dc_{ya}$.

Величина $\Delta\sigma_{V\,АРУ}$ может быть больше или меньше нуля в зависимости от исходного положения рычага, так как $m_z^{\delta_в} < 0$, $\partial K_ш / \partial V_i < 0$. Если ручка зафиксирована впереди нейтрального положения ($X_в > 0$, $\delta_в > 0$), то АРУ повышает устойчивость по скорости, т.е. $\Delta\sigma_{V\,АРУ} < 0$. Такому положению ручки соответствуют большие скорости, в том числе и в области трансзвукового диапазона чисел M, где наблюдается местная потеря устойчивости по скорости.

Если рычаг зафиксирован позади нейтрального положения ($X_в < 0$, $\delta_в < 0$), то у самолета нормальной схемы $\Delta\sigma_{V\,АРУ} > 0$, т.е. степень устойчивости по скорости уменьшается. Такое положение рычага соответствует малым скоростям, где проблем с устойчивостью по скорости обычно нет. Отметим, что АРУ не оказывает влияния на продольную устойчивость по перегрузке, так как $\Delta m_{z\,АРУ}$ не зависит от углов атаки.

С точки зрения безопасности полета устойчивость по перегрузке, естественная или обеспечиваемая средствами автоматики, является более важной характеристикой, чем устойчивость по скоро-

сти. Неустойчивые или нейтральные по перегрузке самолеты не допускаются к эксплуатации, а самолеты с определенной степенью неустойчивости по скорости или нейтральные по скорости могут допускаться к эксплуатации, так как это не вносит большой сложности в пилотирование.

Продольная статическая устойчивость самолета при освобожденном управлении

Понятие продольной статической устойчивости при освобожденном управлении применимо только для самолетов, имеющих безбустерную систему управления, когда рычаг управления через систему тяг и качалок соединен с рулем высоты, или обратимую систему, когда бóльшая часть шарнирного момента руля воспринимается бустером, а меньшая — передается на рычаг управления в виде усилия. При этом усилия на рычаге управления определяются на основе принципа возможных перемещений (без учета трения)

$$P_{\text{в}} dX_{\text{в}} + K_{\text{обр}} M_{\text{ш.в}} d\delta_{\text{в}} = 0,$$

откуда

$$P_{\text{в}} = -K_{\text{ш}} K_{\text{обр}} M_{\text{ш.в}}. \qquad (14.9)$$

Здесь $K_{\text{ш}}$ — коэффициент передачи от рычага к рулю, $K_{\text{ш}} = \Delta\delta_{\text{в}} / \Delta X_{\text{в}}$; $M_{\text{ш.в}}$ — шарнирный момент,

$$M_{\text{ш.в}} = (m_{\text{ш0}} + m_{\text{ш}}^{\alpha_{\text{г.о}}} \alpha_{\text{г.о}} + m_{\text{ш}}^{\delta_{\text{в}}} \delta_{\text{в}} + m_{\text{ш}}^{\tau_{\text{в}}} \tau_{\text{в}}) qS_{\text{в}} b_{\text{в}}, \qquad (14.10)$$

$S_{\text{в}}$, $b_{\text{в}}$ — площадь и хорда руля высоты; $\delta_{\text{в}}$ — балансировочное значение угла отклонения руля высоты, $\alpha_{\text{г.о}} = \alpha(1 - \varepsilon^{\alpha})$; $m_{\text{ш0}}$ — коэффициент шарнирного момента при $\alpha_{\text{г.о}} = 0$ и $\delta_{\text{в}} = 0$; $\tau_{\text{в}}$ — угол отклонения триммера; $K_{\text{обр}}$ — коэффициент обратимости системы управления ($K_{\text{обр}} = 0{,}1...0{,}2$), который показывает, какая часть шарнирного момента руля высоты «приходит» на рычаг управления в виде усилия (остальная часть воспринимается бустером). При отсутствии бустеров $K_{\text{обр}} = 1$.

В длительном полете при V = const для снятия усилия с рычага используется триммер, который при отклонении на угол $\tau_{\text{в}}$ может уменьшать шарнирный момент до нуля, что соответству-

ет нулевому усилию на рычаге управления. Случаю $P_{\text{в}} = 0$ эквивалентно условие

$$m_{\text{ш}0} + m_{\text{ш}}^{\alpha_{\text{г.о}}} \alpha_{\text{г.о}} + m_{\text{ш}}^{\delta_{\text{в}}} \delta_{\text{в}} + m_{\text{ш}}^{\tau_{\text{в}}} \tau_{\text{в}} = 0,$$

где должны выполняться условия $m_{\text{ш}}^{\alpha_{\text{г.о}}} < 0$, $m_{\text{ш}}^{\delta_{\text{в}}} < 0$, $m_{\text{ш}}^{\tau_{\text{в}}} < 0$.

Пусть на самолет подействовало внешнее возмущение в виде $\Delta\alpha > 0$. При фиксированном положении рычага управления (руля) у самолета при этом возникает стабилизирующий момент

$$\Delta m_z = c_{ya}^{\alpha} m_{R_z}^{c_y} \Delta\alpha < 0,$$

так как конфигурация самолета неизменна.

При освобожденном управлении качественная реакция самолета должна быть такой же, но количественно она иная. В самом деле, приращение $\Delta\alpha_{\text{г.о}} = \Delta\alpha(1 - \varepsilon^{\alpha})$ при $\Delta\alpha > 0$ порождает изменение шарнирного момента $m_{\text{ш}}^{\alpha_{\text{г.о}}} \Delta\alpha_{\text{г.о}} < 0$, в результате которого руль высоты поворачивается относительно плоскости хорд ГО против часовой стрелки ($\Delta\delta_{\text{в}} < 0$). В процессе поворота руля возникает приращение шарнирного момента $m_{\text{ш}}^{\delta_{\text{в}}} \Delta\delta_{\text{в}} > 0$, и при

$$m_{\text{ш}}^{\alpha_{\text{г.о}}} \Delta\alpha_{\text{г.о}} + m_{\text{ш}}^{\delta_{\text{в}}} \Delta\delta_{\text{в}} = 0$$

руль занимает новое положение:

$$\Delta\delta_{\text{в}} = -\frac{m_{\text{ш}}^{\alpha_{\text{г.о}}}}{m_{\text{ш}}^{\delta_{\text{в}}}} \Delta\alpha(1 - \varepsilon^{\alpha}).$$

В результате он создает приращение момента тангажа

$$\Delta m_z = -\frac{m_{\text{ш}}^{\alpha_{\text{г.о}}}}{m_{\text{ш}}^{\delta_{\text{в}}}} m_z^{\delta_{\text{в}}} \Delta\alpha(1 - \varepsilon^{\alpha}) > 0,$$

вызывающее дестабилизирующий эффект, так как знак Δm_z совпадает со знаком $\Delta\alpha$.

С учетом соотношения $\Delta\alpha = \Delta c_{ya} / c_{ya}^{\alpha}$

$$\Delta m_z = -\frac{m_{\text{ш}}^{\alpha_{\text{г.о}}}}{m_{\text{ш}}^{\delta_{\text{в}}}} \frac{m_z^{\delta_{\text{в}}}}{c_{ya}^{\alpha}} (1 - \varepsilon^{\alpha}) \Delta c_{ya}.$$

Так как

$$\frac{\Delta m_z}{\Delta c_{ya}} = \Delta m^{c_y}_{R_{zc}} = -\frac{m^{\alpha_{\text{г.о}}}_{\text{ш}}}{m^{\delta_{\text{в}}}_{\text{ш}}} \frac{m^{\delta_{\text{в}}}_{z}}{c^{\alpha}_{ya}} (1-\varepsilon^{\alpha}) > 0,$$

то можно сделать вывод, что степень продольной статической устойчивости с освобожденным рычагом уменьшается, т.е. $\sigma_{V_{\text{с}}} = \sigma_V + \Delta m^{c_y}_{R_{z\text{с}}}$.

Необходимо отметить, что разгон или торможение с $n_y = 1$ так же, как и криволинейный маневр, не совершаются с освобожденным рычагом. В связи с этим не имеет практического смысла рассмотрение вопроса о влиянии освобождения рычага управления на σ_n или σ_V. Однако поскольку степени устойчивости по перегрузке $\sigma_{n_{\text{с}}}$ и скорости $\sigma_{V_{\text{с}}}$ с освобожденным управлением определяют показатели управляемости, ниже приводится процедура получения этих показателей.

В случае освобождения управления в криволинейном полете приращение угла атаки горизонтального оперения определяется не только приростом перегрузки Δn_{ya}, искривляющим траекторию, но и вращением ГО относительно центра масс на плече $L_{\text{г.о}}$. Тогда при возникновении возмущения в виде $\Delta\alpha$ появляется приращение угла атаки горизонтального оперения

$$\Delta\alpha_{\text{г.о}} = \Delta\alpha(1-\varepsilon^{\alpha}) + \frac{\Delta\omega_z L_{\text{г.о}}}{V_{\text{г.о}}}.$$

С учетом соотношений $\Delta\alpha = \dfrac{\Delta c_{ya}}{c^{\alpha}_{ya}}$; $\Delta\omega_z = \Delta n_{ya}\dfrac{g}{V}$; $\Delta c_{ya} = \Delta n_{ya} c_{ya\,\text{г.п}}$; $\Delta\overline{\omega}_z = \Delta\omega_z \dfrac{b_{\text{A}}}{V}$; $V_{\text{г.о}} = \sqrt{K_{\text{г.о}}}V$; $c_{ya\,\text{г.п}} = \dfrac{2mg}{\rho V^2 S}$ получим

$$\Delta\alpha_{\text{г.о}} = \left[\frac{1}{c^{\alpha}_{ya}}(1-\varepsilon^{\alpha}) + \frac{\overline{L}_{\text{г.о}}}{\mu\sqrt{K_{\text{г.о}}}}\right]\Delta c_{ya}.$$

В результате руль высоты переместится в новое положение относительно плоскости хорд ГО, что вызовет приращение момента тангажа

$$\Delta m_z = -\frac{m^{\alpha_{\text{г.о}}}_{\text{ш}}}{m^{\delta_{\text{в}}}_{\text{ш}}} m^{\delta_{\text{в}}}_{z}\left[\frac{1-\varepsilon^{\alpha}}{c^{\alpha}_{ya}} + \frac{\overline{L}_{\text{г.о}}}{\mu\sqrt{K_{\text{г.о}}}}\right]\Delta c_{ya}.$$

Приращение степени продольной статической устойчивости по перегрузке

$$\frac{d\Delta m_z}{d\Delta c_{ya}} = \Delta\sigma_{n_c} = -\frac{m_{\text{ш}}^{\alpha_{\text{г.о}}}}{m_{\text{ш}}^{\delta_{\text{в}}}} m_z^{\delta_{\text{в}}} \left[\frac{1-\varepsilon^{\alpha}}{c_{ya}^{\alpha}} + \frac{\overline{L}_{\text{г.о}}}{\mu\sqrt{K_{\text{г.о}}}} \right] > 0.$$

Заметим, что второе слагаемое на порядок меньше первого, следовательно, практически его можно не учитывать.

Таким образом, при освобожденном управлении в криволинейном полете

$$\sigma_{n_c} = \sigma_n + \Delta\sigma_{n_c}, \qquad (14.11)$$

где $|\sigma_{n_c}| < |\sigma_n|$. Без вывода выражения для $\Delta\sigma_{V_c}$ заметим, что основной вклад в $\Delta\sigma_{V_c}$ вносит $\Delta m_{z_c}^{c_y}$, и тогда $\sigma_{V_c} = \sigma_V + \Delta m_{z_c}^{c_y}$.

На самолете с необратимым бустерным управлением, если массы элементов проводки сбалансированы полностью (т.е. при освобождении рычага на стоянке он сохраняет свое положение), а усилия, прикладываемые к рычагу в момент его освобождения, приведены к нулю с помощью механизма триммерного эффекта, то освобождение летчиком рычага управления в балансировочном положении не скажется на продольной устойчивости самолета.

Если проводка управления несбалансирована в массовом отношении, картина будет иной [31]. Представим себе, например, что за счет массовой несбалансированности рычаг управления стремится отклониться вперед при появлении Δn_y пропорционально увеличению перегрузки $\Delta X_{\text{в}} = K_n \Delta n_y$, где $K_n > 0$. Это отклонение рычага управления приведет к отклонению руля высоты на пикирование, т.е. к созданию пикирующего момента ΔM_z, который направлен на уменьшение перегрузки n_y. По сути это дополнительный стабилизирующий момент тангажа $\Delta m_z = m_z^{\delta_{\text{в}}} \Delta\delta_{\text{в}} < 0$. Так как $\Delta\delta_{\text{в}} = K_{\text{ш}} \Delta X_{\text{в}} = K_{\text{ш}} K_n \Delta n_y$, то

$$\Delta m_{z_c} = m_z^{\delta_{\text{в}}} K_{\text{ш}} K_n \frac{\Delta c_{ya}}{c_{ya\,\text{г.п}}}.$$

Этот дополнительный момент увеличивает продольную статическую устойчивость на величину

$$\frac{\Delta m_z}{\Delta c_{ya}} \approx \Delta m_{z_c}^{c_y} = m_z^{\delta_{\text{в}}} K_{\text{ш}} K_{n_y} \frac{1}{c_{ya\,\text{г.п}}} < 0.$$

Этим обстоятельством иногда пользуются, если необходимо повысить продольную устойчивость самолета с освобожденным управлением, а именно: в систему управления специально ставят груз так, чтобы под действием массовой несбалансированности рычаг управления стремился отклониться против приращения перегрузки Δn_y, что увеличивает градиент усилий при перемещении рычага, когда степень продольной статической устойчивости уменьшается при изменении угла атаки (нелинейность $m_z(c_y)$), о чем будет сказано далее.

14.2. БАЛАНСИРОВКА САМОЛЕТА И ХАРАКТЕРИСТИКИ СТАТИЧЕСКОЙ УСТОЙЧИВОСТИ

Балансировочными кривыми называют зависимости управляющих параметров (отклонений рычагов и усилий на них, а также отклонений рулей) от управляемых параметров движения (угла атаки, перегрузки, скорости, числа М, угла скольжения и т.д.) на характерных режимах полета при $M_{R_z} = 0$.

В продольном движении в качестве характерных режимов рассматривается прямолинейный полет с переменной скоростью и криволинейный полет ($n_y > 1{,}0$) с постоянной скоростью.

Балансировка самолета в установившемся горизонтальном полете

Определим углы отклонения органов управления тангажом, а также отклонения рычага и усилия на нем, потребные для балансировки самолета в установившемся горизонтальном полете. При этом для упрощения анализа будем предполагать, что влияние продольной силы на момент тангажа пренебрежимо мало.

Приравнивая нулю выражение (14.5), получим условие балансировки самолета, имеющего стабилизатор и руль высоты,

$$m_{z0} + m_{R_z}^{c_y} c_{ya\,\text{бал}} + m_z^{\varphi}\varphi + m_z^{\delta_\text{в}}\delta_\text{в} + m_{P_{z1}} = 0, \qquad (14.12)$$

где $c_{ya\,\text{бал}}$ — коэффициент подъемной силы самолета с учетом балансировки, который определяется равенством

$$c_{ya\,\text{бал}} = c_{ya\,\text{г.п}} - c_{ya}^{\varphi}\varphi - c_{ya}^{\delta_\text{в}}\delta_\text{в}, \qquad (14.13)$$

где $c_{ya\,\text{г.п}} = \dfrac{G}{qS}$ — коэффициент подъемной силы, потребный для выполнения горизонтального полета.

Второе и третье слагаемые в выражении (14.13) являются коэффициентами подъемной силы, которая появляется на горизонтальном оперении при отклонении рулей φ и $\delta_{\text{в}}$.

С учетом выражений $c_{ya}^{\varphi} = -\dfrac{m_z^{\varphi}}{\overline{L}_{\text{г.о}}}$, $c_{ya}^{\delta_{\text{в}}} = -\dfrac{m_z^{\delta_{\text{в}}}}{\overline{L}_{\text{г.о}}}$ и (14.13) получим

$$m_{z0} + m_{R_z}^{c_y} c_{ya\,\text{г.п}} + m_{z^*}^{\varphi}\varphi + m_{z^*}^{\delta_{\text{в}}}\delta_{\text{в}} + m_{P_{z1}} = 0,$$

где $m_{z^*}^{\varphi}, m_{z^*}^{\delta_{\text{в}}}$ — коэффициенты эффективности стабилизатора и руля высоты соответственно, $m_{z^*}^{\varphi} = m_z^{\varphi}\left(1 + \dfrac{m_{R_z}^{c_y}}{\overline{L}_{\text{г.о}}}\right)$, $m_{z^*}^{\delta_{\text{в}}} = m_z^{\delta_{\text{в}}}\left(1 + \dfrac{m_{R_z}^{c_y}}{\overline{L}_{\text{г.о}}}\right)$.

Из этого равенства, выполняя замену $c_{ya\,\text{г.п}} = G \Big/ \dfrac{\rho V^2}{2} S$, можно определить потребный для балансировки самолета угол отклонения руля высоты при любой скорости полета:

$$\delta_{\text{в}} = -\frac{1}{m_{z^*}^{\delta_{\text{в}}}}\left(m_{z0} + \frac{2mg}{\rho V^2 S} m_{R_z}^{c_y} + m_{z^*}^{\varphi}\varphi + m_{P_{z1}}\right).$$

При оценке эффективностей $m_{z^*}^{\varphi}$ и $m_{z^*}^{\delta_{\text{в}}}$ обычно полагают, что $m_{z^*}^{\varphi} = m_z^{\varphi}$, $m_{z^*}^{\delta_{\text{в}}} = m_z^{\delta_{\text{в}}}$, так как $|m_z^{c_y} / \overline{L}_{\text{г.о}}| << 1{,}0$, тогда

$$\delta_{\text{в}} = -\frac{1}{m_z^{\delta_{\text{в}}}}\left(m_{z0} + \frac{2mg}{\rho V^2 S} m_{R_z}^{c_y} + m_z^{\varphi}\varphi + m_{P_{z1}}\right). \qquad (14.14)$$

Балансировочное отклонение рычага управления (штурвала) в установившемся горизонтальном полете определяется из выражения (14.14):

$$X_{\text{в}} = \frac{\delta_{\text{в}}}{K_{\text{ш}}}.$$

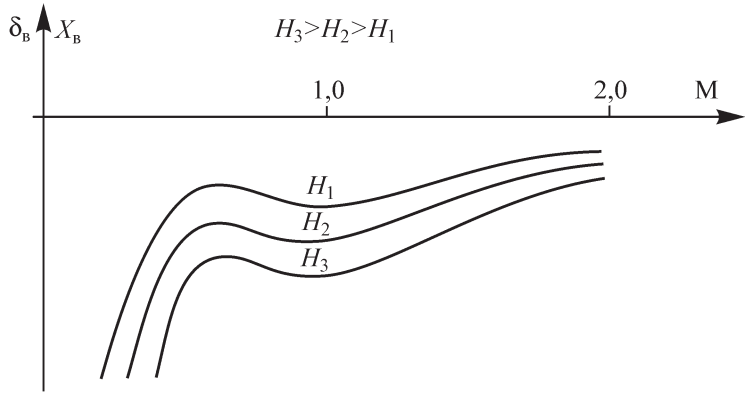


Рис. 14.5. Возможный характер балансировочных кривых в горизонтальном полете

На рис. 14.5 показан характер балансировочных зависимостей $\delta_в = f(M)$ и $X_в = f(M)$ для нескольких высот полета. В области до- и сверхзвуковых скоростей эти зависимости имеют положительный угол наклона, что указывает на устойчивость самолета по скорости ($\sigma_V < 0$). В трансзвуковой зоне балансировочные кривые имеют «ложку», что свидетельствует о потере самолетом статической устойчивости по скорости ($\sigma_V > 0$).

По полученным в ходе летных испытаний балансировочным кривым можно судить о продольной устойчивости самолета по скорости.

В областях до- и сверхзвуковых скоростей полета в процессе разгона летчик должен отклонять рычаг управления от себя, чтобы уменьшить угол атаки для сохранения горизонтального полета (силовая балансировка) и обеспечить моментную балансировку относительно оси *Oz*. В трансзвуковой зоне скоростей характер действий летчика отличается в части моментной балансировки, когда после отклонения рычага управления от себя требуется перемещать его на себя (двойные движения). Необходимость изменения характера действий вносит определенное неудобство в управление для летчика, хотя и не является неприемлемым.

Балансировочные кривые также необходимы для оценки максимальных углов отклонения рулей и сравнения их с располагаемыми значениями на различных режимах полета и для оценки ряда показателей управляемости.

Определим усилие на рычаге управления в установившемся горизонтальном полете на режимах, соответствующих балансировке самолета.

Предварительно найдем коэффициент расхода усилия $P_{в}^{\bar{x}_т}$ на единичное смещение центровки ($\Delta\bar{x}_т = 1{,}0$). Дифференцируя по $\bar{x}_т$ выражение (14.9) с учетом (14.10), для самолета с обратимой системой управления, у которого от $\bar{x}_т$ зависит только угол отклонения руля высоты, получим

$$P_{в}^{\bar{x}_т} = -K_ш K_{обр} S_в b_в K_{г.о} m_ш^{\delta_в} \delta_в^{\bar{x}_т} q.$$

Входящая в это выражение производная $\delta_в^{\bar{x}_т}$ с учетом (14.14) имеет вид

$$\delta_в^{\bar{x}_т} = -\frac{mg}{qSm_z^{\delta_в}} = -\frac{c_{ya\,г.п}}{m_z^{\delta_в}}.$$

Тогда

$$X_в^{\bar{x}_т} = -\frac{c_{ya\,г.п}}{K_ш m_z^{\delta_в}},$$

Производные $\delta_в^{\bar{x}_т}$ и $X_в^{\bar{x}_т}$ называют соответственно «расходом» руля и «расходом» рычага на единичное смещение центровки в горизонтальном установившемся полете, и они положительны.

Физический смысл этих показателей заключается в том, что при мгновенном смещении центровки вперед ($\Delta\bar{x}_т < 0$), например при сбросе груза, расположенного в хвостовой части фюзеляжа, для сохранения моментной балансировки требуется перемещение ручки управления на себя ($\Delta X_в < 0$) с тянущим усилием ($\Delta P_в < 0$).

Следовательно, при обратимой системе управления

$$P_{в}^{\bar{x}_т} = K_ш K_{обр} S_в b_в K_{г.о} \frac{m_ш^{\delta_в}}{m_z^{\delta_в}} \frac{mg}{S}. \qquad (14.15)$$

При отсутствии перекомпенсации ($m_ш^{\delta_в} < 0$) $P_{в}^{\bar{x}_т} > 0$.

Если система управления необратимая, то

$$P_{в}^{\bar{x}_т} = \frac{dP_в}{dX_в} \frac{dX_в}{d\delta_в} \frac{d\delta_в}{d\bar{x}_т} = \frac{dP_в}{dX_в} \frac{\delta_в^{\bar{x}_т}}{K_ш},$$

или

$$P_{\text{в}}^{\bar{x}_{\text{т}}} = -\frac{dP_{\text{в}}}{dX_{\text{в}}} \frac{c_{ya\,\text{г.п}}}{K_{\text{ш}} m_z^{\delta_{\text{в}}}}, \qquad (14.16)$$

где $\frac{dP_{\text{в}}}{dX_{\text{в}}} = P_{\text{в}}^{X_{\text{в}}}$ — характеристика загрузочного механизма рычага управления, например пружинного загружателя, которая зависит от индикаторной скорости и высоты полета.

Если в качестве органа продольного управления используется цельноповоротное ГО, то в приведенных формулах вместо $\delta_{\text{в}}$ должно быть φ.

Производная $P_{\text{в}}^{\bar{x}_{\text{т}}}$ характеризует величину усилия, которое должен приложить летчик к ручке при единичном смещении центровки для сохранения балансировки моментов тангажа на неизменном режиме полета.

Найдем выражение для усилий, которые должен прикладывать летчик к рычагу управления для сохранения горизонтального полета. С этой целью, подставляя в (14.9) формулу (14.10) с учетом выражений для балансировочного значения $\delta_{\text{в}}$ (14.14) и угла атаки опережения

$$\alpha_{\text{г.о}} = \alpha - \varepsilon = \alpha_0 - \varepsilon_0 + \frac{1}{c_{ya}^{\alpha}}(1-\varepsilon^{\alpha}) c_{ya\,\text{г.п}}, \qquad (14.17)$$

получим для самолетов с обратимым управлением

$$P_{\text{в}} = P_{\text{в}}^{\bar{x}_{\text{т}}} \frac{qS}{mg} m_{R_{zc}}, \qquad (14.18)$$

где $m_{R_{zc}} = m_{z0_{\text{с}}} + c_{ya\,\text{г.п}} m_{R_{zc}}^{c_y}$ — коэффициент момента тангажа самолета при освобожденном управлении ($P_{\text{в}} = 0$) [4], а

$$m_{z0_{\text{с}}} = m_{z0} + m_{P_{z1}} - \frac{m_z^{\delta_{\text{в}}}}{m_{\text{ш}}^{\delta_{\text{в}}}} \{ m_{\text{ш}}^{\alpha_{\text{г.о}}} [\alpha_0 (1-\varepsilon^{\alpha}) - \varepsilon_0] + m_{\text{ш}}^{\tau_{\text{в}}} \tau_{\text{в}} \},$$

$m_{R_{zc}}^{c_y} = m_{R_z}^{c_y} - \frac{m_{\text{ш}}^{\alpha_{\text{г.о}}} m_z^{\delta_{\text{в}}}}{c_{ya}^{\alpha} m_{\text{ш}}^{\delta_{\text{в}}}} (1-\varepsilon^{\alpha})$ — коэффициент продольной статической устойчивости с освобожденным управлением. Продифференцировав (14.18) по скорости при $P_{\text{в}} = 0$ ($m_{R_{zc}} = 0$), получим

$$\left.\frac{dP_{\text{в}}}{dV}\right|_{P_{\text{в}}=0} = \left.\frac{dP_{\text{в}}}{dc_{ya}}\right|_{P_{\text{в}}=0} \frac{dc_{ya}}{dV} = P_{\text{в}}^{\bar{x}_{\text{т}}} \frac{qS}{dV}$$

или с учетом соотношения $\dfrac{dc_{ya}}{dV} = -\dfrac{2c_{ya\,\text{г.п}}}{V} = -\dfrac{2}{V}\dfrac{G}{qS}$

$$\left.\frac{dP_{\text{в}}}{dV}\right|_{P_{\text{в}}=0} = -\frac{2}{V} P_{\text{в}}^{\bar{x}_{\text{т}}} \sigma_{V_{\text{с}}}. \qquad (14.18')$$

Как видно из (14.18), характер изменения балансировочного усилия на рычаге от скорости полета определяется изменением по скорости момента тангажа при освобожденном управлении и показателем $P^{\bar{x}_{\text{т}}}$, который может быть положительным при $m_{\text{ш}}^{\delta_{\text{в}}} < 0$ и отрицательным при $m_{\text{ш}}^{\delta_{\text{в}}} > 0$.

На рис. 14.6 показан характер возможных балансировочных кривых по усилиям при отсутствии сжимаемости ($m_z^{\text{M}} = 0$). Для статически устойчивого по скорости самолета с освобожденным управлением, у которого $\sigma_{V_{\text{с}}} = m_{z_{\text{с}}}^{c_y} < 0$, градиент усилий по скорости $\Delta P_{\text{в}} / \Delta V > 0$. Это привычно для летчика, но этот же самолет с неудачно выбранными параметрами руля высоты ($m_{\text{ш}}^{\delta_{\text{в}}} > 0$) имеет градиент усилий по скорости $\Delta P_{\text{в}} / \Delta V < 0$. Физически это означает, что с ростом скорости рычаг сам будет уходить «на пикирование», что дезориентирует летчика относительно режима полета.

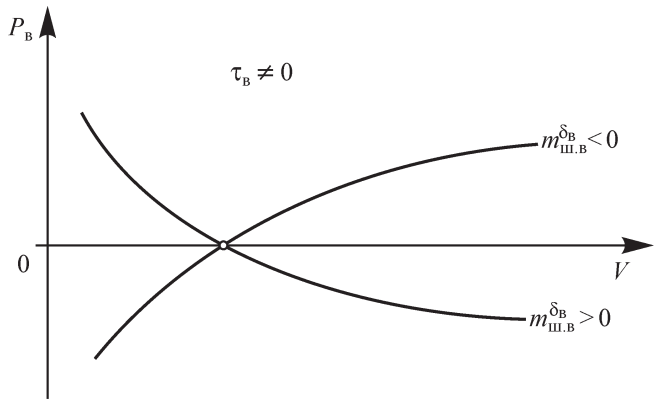


Рис. 14.6. Возможные изменения балансировочных усилий на рычаге в горизонтальном полете при безбустерной системе управления

Отмеченные негативные эффекты объясняются положительным знаком производной $m_{ш}^{\delta_в}$, который может появиться в результате стремления уменьшить шарнирный момент, вызывающий перекомпенсацию руля на больших скоростях полета.

Такого не может быть у самолетов с необратимой системой управления, так как для них усилие на рычаге, потребное для балансировки моментов тангажа, определяется выражением

$$P_в = \frac{dP}{dX_в} X_в = P^{X_в} \frac{\delta_в}{K_ш},$$

где $\delta_в$ определяется по (14.14), а $P^{X_в}$ — характеристика жесткости загрузочного механизма.

Тогда изменение усилия по скорости можно представить в виде

$$\frac{dP_в}{dV} = \frac{\partial P_в}{\partial X_в} \frac{dX_в}{dV} = P^{X_в} \frac{dX_в}{dV},$$

и так как $P^{X_в} > 0$, то при $\frac{dX_в}{dV} > 0$ — устойчивость по скорости, получим $\frac{dP_в}{dV} > 0$.

С помощью аэродинамического триммера или механизма эффекта триммирования (МЭТ) усилия, необходимые для балансировки самолета, могут быть сняты с рычага управления. Режим полета, на котором $P_в = 0$, называется сбалансированным по усилию ($V_{бал}$). Изменяя положение триммера (МЭТ), можно получить различные значения $V_{бал}$, при которых $P_в = 0$. При этом балансировочные кривые будут эквидистантно смещаться.

Балансировка самолета в установившемся криволинейном полете

Для определения балансировочного положения руля при выполнении установившегося полета с $n_{уа} = \text{const}$ приравняем нулю выражение для момента тангажа (14.4) для указанного режима полета с фиксированным рулем:

$$m_{z0} + m_z^{c_y} c_{уа\,г.п} + \sigma_n \Delta c_{уа} + m_z^{\delta_в} \delta_в + m_{P_{z1}} = 0,$$

где $\Delta c_{уа} = \Delta n_{уа} c_{уа\,г.п}$.

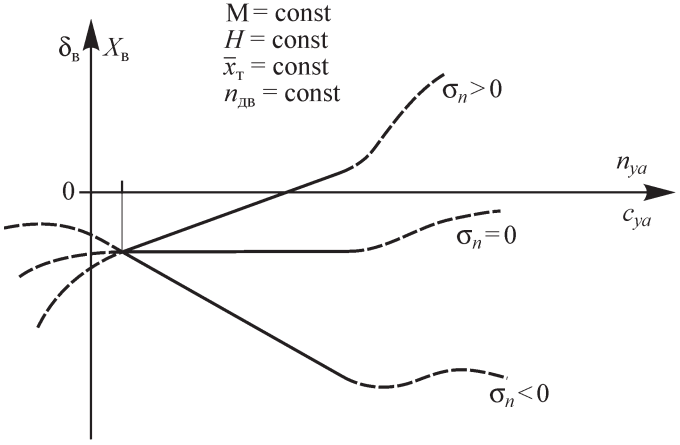


Рис. 14.7. Возможный характер балансировочных кривых для самолета нормальной схемы (H = const, M = const)

Отсюда получим выражение для $\delta_в$

$$\delta_в = -\frac{1}{m_z^{\delta_в}}(m_{z0} + m_z^{c_y} c_{ya\,г.п} + \sigma_n c_{ya\,г.п} \Delta n_{ya} + m_{P_{z1}}). \qquad (14.19)$$

На рис. 14.7 приведены расчетные зависимости $\delta_в = f(n_{ya})$ и $X_в = f(n_{ya})$ с учетом соотношения $X_в = \delta_в / K_ш$.

В действительности балансировочные зависимости могут иметь нелинейный характер в определенном диапазоне углов атаки α или c_{ya} (пунктир на рис. 14.7), так как в основном определяются аэродинамическим моментом тангажа и эффективностью руля высоты.

Выражение для усилия на рычаге управления, необходимого для балансировки самолета в криволинейном установившемся полете, представим в виде

$$P_в = P_{в\,г.п} + \Delta P_в,$$

где $P_{в\,г.п}$ — усилие на ручке в установившемся горизонтальном полете, которое может быть равным нулю, если воспользоваться триммером; $\Delta P_в$ — приращение усилия на рычаге управления по сравнению с усилием в горизонтальном полете.

При обратимой системе управления будем иметь

$$\Delta P_{\text{в}} = -K_{\text{ш}} K_{\text{обр}} S_{\text{в}} b_{\text{в}} K_{\text{г.о}} q (m_{\text{ш}}^{\alpha_{\text{г.о}}} \Delta\alpha_{\text{г.о}} + m_{\text{ш}}^{\delta_{\text{в}}} \Delta\delta_{\text{в}}). \qquad (14.20)$$

Приращение угла атаки горизонтального оперения в криволинейном установившемся полете ($\dot{V} = 0, \dot{\alpha} = 0$) связано с приростом подъемной силы, искривляющим траекторию ($\Delta c_{ya} = \Delta n_{ya} c_{ya\,\text{г.п}}$), и вращением самолета с угловой скоростью тангажа $\omega_z = \Delta\omega_z$:

$$\Delta\alpha_{\text{г.о}} = \frac{1}{c_{ya}^{\alpha}}(1 - \varepsilon^{\alpha})\Delta c_{ya} + \frac{\Delta\overline{\omega}_z \overline{L}_{\text{г.о}}}{\sqrt{K_{\text{г.о}}}}.$$

Так как $\Delta\overline{\omega}_z = \dfrac{\Delta c_{ya}}{\mu}\left(1 + \dfrac{c_P}{c_{ya}^{\alpha}}\right)$, то

$$\Delta\alpha_{\text{г.о}} = \Delta n_{ya} c_{ya\,\text{г.п}} \left[\frac{1}{c_{ya}^{\alpha}}(1 - \varepsilon^{\alpha}) + \frac{\overline{L}_{\text{г.о}}}{\mu\sqrt{K_{\text{г.о}}}}\left(1 + \frac{c_P}{c_{ya}^{\alpha}}\right)\right]. \qquad (14.21)$$

Учитывая выражение (14.19), можно получить следующее соотношение для приращения угла отклонения руля высоты, создающего дополнительную перегрузку Δn_{ya}:

$$\Delta\delta_{\text{в}} = -\frac{\sigma_n}{m_z^{\delta_{\text{в}}}} \Delta n_{ya} c_{ya\,\text{г.п}} = \delta_{\text{в}}^{n_y} \Delta n_{ya}, \qquad (14.22)$$

где $\delta_{\text{в}}^{n_y} = -\dfrac{\sigma_n}{m_z^{\delta_{\text{в}}}} c_{ya\,\text{г.п}}$ — «расход» руля высоты на единицу перегрузки.

«Расход» рычага на единицу перегрузки

$$X_{\text{в}}^{n_y} = \frac{\delta_{\text{в}}^{n_y}}{K_{\text{ш}}} = -\frac{\sigma_n}{K_{\text{ш}} m_z^{\delta_{\text{в}}}} c_{ya\,\text{г.п}}.$$

Видно, что полученные соотношения совпадают с приведенными в гл. 13.

Учитывая то, что $X_{\text{в}}^{\overline{x}_{\text{т}}} = -\dfrac{c_{ya\,\text{г.п}}}{K_{\text{ш}} m_z^{\delta_{\text{в}}}}$, получим

$$X_{\text{в}}^{n_y} = X_{\text{в}}^{\overline{x}_{\text{т}}} \sigma_n. \qquad (14.23)$$

Подставив (14.21) и (14.22) в (14.20), после преобразований получим

$$\Delta P_{\text{в}} = P_{\text{в}}^{n_y} \Delta n_{ya},$$

где

$$P_{\text{в}}^{n_y} \approx \frac{\Delta P_{\text{в}}}{\Delta n_{ya}} \approx \frac{dP_{\text{в}}}{dn_{ya}} = P_{\text{в}}^{\bar{X}_{\text{т}}} \sigma_{n_{\text{с}}}, \qquad (14.24)$$

где $\sigma_{n_{\text{с}}}$ — степень продольной статической устойчивости по перегрузке с освобожденным управлением, $\sigma_{n_{\text{с}}} = \sigma_n + \Delta m_{z_{\text{с}}}^{c_y}$.

Для самолетов с необратимой системой управления $P_{\text{в}} = P^{X_{\text{в}}} X_{\text{в}}$. Тогда с учетом (14.19)

$$\Delta P_{\text{в}} = -P^{X_{\text{в}}} \frac{\sigma_n c_{ya\,\text{г.п}} \Delta n_y}{m_z^{\delta_{\text{в}}} K_{\text{ш}}};$$

$$P_{\text{в}}^{n_y} \approx \frac{\Delta P_{\text{в}}}{\Delta n_y} = -P^{X_{\text{в}}} \frac{\sigma_n c_{ya\,\text{г.п}}}{m_z^{\delta_{\text{в}}} K_{\text{ш}}}. \qquad (14.24')$$

По характеру балансировочные зависимости $P_{\text{в}} = f(n_y)$ и $X_{\text{в}} = f(n_y)$ при M = const ($P^{X_{\text{в}}} = \text{const}$) повторяют друг друга в определенном масштабе (рис. 14.8). Наклоны кривых

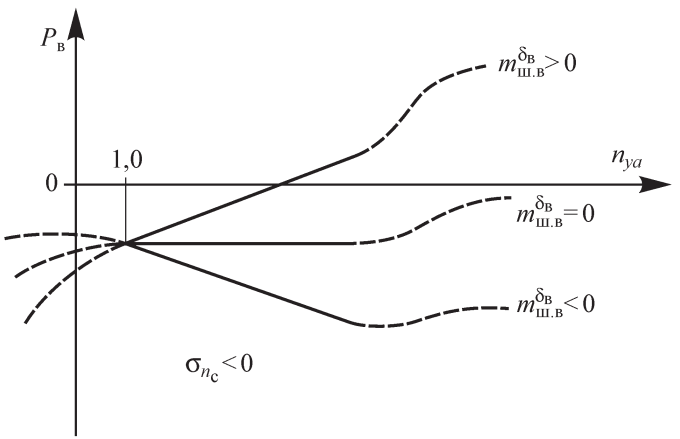


Рис. 14.8. Возможные изменения усилий на рычаге в криволинейном полете (H = const, M = const) при безбустерной системе управления

$X_{в} = f(n_y)$ определяются степенью устойчивости самолета по перегрузке при фиксированном рычаге управления $\sigma_{n_ф}$. Наклон же балансировочных кривых $P_{в} = f(n_y)$ для самолета с обратимой системой управления определяется знаком величины $P_{в}^{\bar{x}_т}$, так как по требованию к самолету обязательно выполнение условия $\sigma_{n_c} < 0$. При отсутствии перекомпенсации руля высоты ($m_{ш}^{\delta_в} < 0$) $P_{в}^{\bar{x}_т} > 0$ (см. (14.15)) и градиент $P_{в}^{n_y} < 0$, что воспринимается летчиком как сопротивление рычага управления при его перемещении по тангажу и оценивается как устойчивость по усилиям при криволинейном маневре.

В случае перекомпенсации руля высоты ($m_{ш}^{\delta_в} > 0$) $P_{в}^{\bar{x}_т} < 0$ и градиент $P_{в}^{n_y} > 0$ при $X_{в}^{n_y} < 0$, что воспринимается летчиком как отсутствие сопротивления рычага управления при его перемещении, отрицательно оценивается им и не допускается в эксплуатации. При использовании средств автоматизации для самолетов, у которых $m_z^{c_y} > 0$, необходимо изменить наклон балансировочных кривых, обеспечив $P_{в}^{n_y} < 0$, $X_{в}^{n_y} < 0$ при $\sigma_n < 0$, приданием самолету необходимой степени продольной устойчивости по перегрузке.

Продольная статическая управляемость самолета

Продольную статическую управляемость самолетов определяют три группы количественных показателей [30].

К первой группе относятся показатели, характеризующие управляемость самолета при сравнительно малых и относительно медленных его отклонениях от исходного режима балансировки путем отклонения рычагов управления (ручки или штурвала). Эта группа показателей характеризует управляемость при выполнении прямолинейного полета с изменением скорости, например горизонтального полета, а также при выполнении криволинейного квазиустановившегося ($\dot{V} \approx 0$) полета.

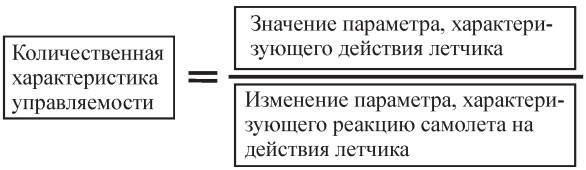
Ко второй группе показателей относятся показатели, характеризующие усилия, прикладываемые к рычагу управления, при относительно медленном выводе самолета на крайние эксплуатационные режимы с помощью рычага управления.

При определении показателей первой и второй групп подразумевается, что сохраняются неизменными режим работы двигателей, конфигурация, масса, центровка и положение триммера (МЭТ) и самолет не выводится на крайние эксплуатационные режимы по скорости V (М), углу атаки α и перегрузке n_y.

К третьей группе относят показатели, характеризующие управляемость самолета при максимально быстром изменении конфигурации самолета, его массы, центровки и режима работы двигателей. При их определении подразумевается, что исходная перегрузка должна оставаться неизменной благодаря вмешательству летчика в продольное управление.

В основу каждой из указанных групп показателей управляемости положен свой принцип их формирования [30].

Показатели первой группы имеют следующую общую для них структуру:



В качестве параметров, характеризующих действия летчика, обычно принимают изменение балансировочных положений рычага управления и усилий на нем.

Реакция самолета на действия летчика характеризуется изменением соответствующих параметров его движения, например скорости V (М), перегрузки n_{ya}, угла атаки α, коэффициента подъемной силы c_{ya}.

К первой группе показателей статической управляемости относятся:

«расход» усилия на перегрузку

$$P^{n} = \frac{dP_{\text{в}}}{dn_{y}} = \sigma_{n_{\text{с}}} P_{\text{в}}^{\bar{x}_{\text{т}}}; \qquad (14.25)$$

«расход» рычага управления на перегрузку

$$X_{\text{в}}^{n_y} = -X_{\text{в}}^{\bar{x}_{\text{т}}} \sigma_{n}; \qquad (14.26)$$

«расход» усилия по скорости

$$P_{\text{в}}^{V} = \frac{V}{2}\left(\frac{dP_{\text{в}}}{dV}\right)_{P=0} = -\sigma_{V_{\text{с}}} P_{\text{в}}^{\bar{x}_{\text{т}}}; \qquad (14.27)$$

«расход» рычага на скорость

$$X_{\text{в}}^{V} = \frac{V}{2}\left(\frac{dX_{\text{в}}}{dV}\right)_{P=0} = -\sigma_{V} X_{\text{в}}^{\bar{x}_{\text{т}}}.$$

Для самолетов с необратимой системой управления $\sigma_{n_{\text{с}}} = \sigma_{n}$, $\sigma_{V_{\text{с}}} = \sigma_{V}$ и показатели управляемости $X_{\text{в}}^{n_y}$ и $P_{\text{в}}^{n_y}$ были определены ранее (14.23) и (14.24').

Два других показателя $P_{\text{в}}^{V}$ и $X_{\text{в}}^{V}$ получаются из следующих рассуждений. При прямолинейном полете с разгоном приращение скорости создает приращение кабрирующего момента, который летчик уравновешивает отклонением рычага от себя, в результате чего $\Delta m_{R_z} = 0$:

$$\Delta X_{\text{в}} K_{\text{ш}} m_{z}^{\delta_{\text{в}}} + \sigma_{V} \Delta c_{ya\,\text{г.п}} = 0.$$

С учетом того, что $\frac{dc_{ya}}{dV} \approx \frac{\Delta c_{ya\,\text{г.п}}}{\Delta V} = -\frac{2c_{ya\,\text{г.п}}}{V}$, получаем $\Delta X_{\text{в}} K_{\text{ш}} m_{z}^{\delta_{\text{в}}} - -\frac{2c_{ya\,\text{г.п}}}{V}\sigma_{V}\Delta V = 0$, откуда

$$\frac{\Delta X_{\text{в}}}{\Delta V}\,\frac{V}{2} = X_{\text{в}}^{V} = \frac{\sigma_{V} c_{ya\,\text{г.п}}}{K_{\text{ш}} m_{z}^{\delta_{\text{в}}}} = -\sigma_{V} X_{\text{в}}^{\bar{x}_{\text{т}}}.$$

Так как $P_{\text{в}} = P_{\text{в}}^{X_{\text{в}}} X_{\text{в}}$, то $P_{\text{в}}^{V} = P_{\text{в}}^{X_{\text{в}}} X_{\text{в}}^{V}$ и

$$P_{\text{в}}^{V} = P_{\text{в}}^{X_{\text{в}}} \frac{\sigma_{V} c_{ya\,\text{г.п}}}{K_{\text{ш}} m_{z}^{\delta_{\text{в}}}} = -P_{\text{в}}^{X_{\text{в}}} \sigma_{V} X_{\text{в}}^{\bar{x}_{\text{т}}} = -P_{\text{в}}^{\bar{x}_{\text{т}}} \sigma_{V}.$$

Для самолета с обратимой системой управления показатель управляемости $P_{\text{в}}^{V}$ получается из (14.18′), а показатель управляемости P^{n} определяется выражением (14.24).

Обычно изменение показателей статической управляемости строят в функции V_i при дозвуковых скоростях и по числу М для сверхзвуковых режимов полета (рис. 14.9).

Показатели управляемости второй и третьей групп определяются параметром, характеризующим воздействие летчика на рычаг управления, необходимое для вывода самолета на крайние эксплуатационные режимы по углу атаки, числу М и скоростному напору. К таким показателям относятся $P_{n_{y\,\text{доп}}}$, $P_{c_{y\,\text{доп}}}$ ($P_{\alpha_{\text{доп}}}$), $P_{V_{\max}}$, $P_{V_{\min}}$.

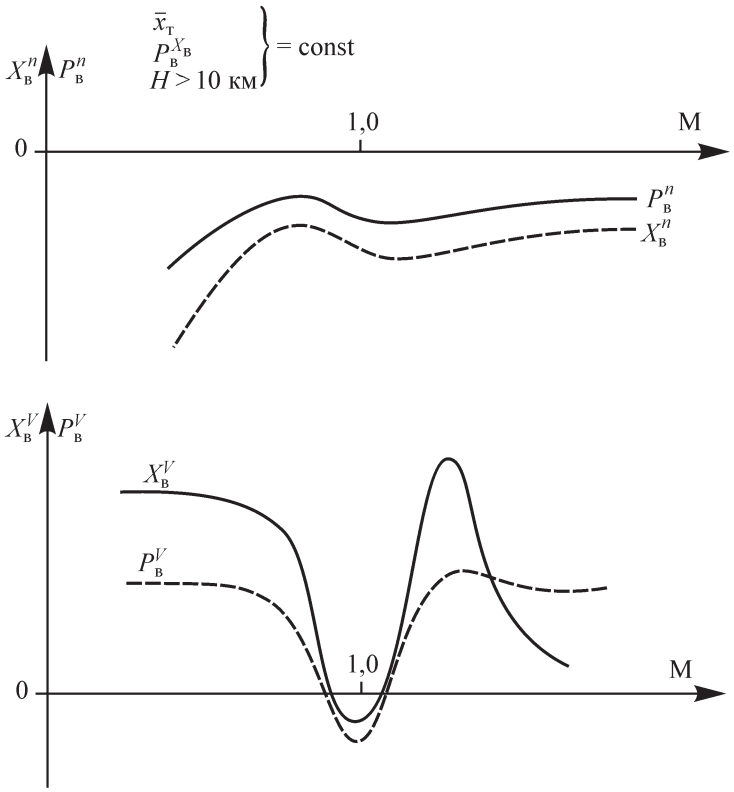


Рис. 14.9. Возможное изменение показателей статической продольной управляемости ($m_{R_z}^{c_y} < 0$)

К третьей группе показателей продольной статической управляемости относят дополнительные усилия, которые необходимо прикладывать к рычагу управления для поддержания исходной скорости полета при выполнении следующих операций:

максимальное изменение тяги двигателя — P_{max};
выпуск и уборка воздушных тормозов — $P_т$;
выпуск и уборка взлетно-посадочной механизации — $P_{мех}$;
выпуск и уборка шасси — $P_ш$;
максимальное изменение угла стреловидности крыла — P_χ;
сброс груза — $P_г$.

В любых нормативных документах требуется, чтобы показатели управляемости имели соответствующий знак, а именно $X_{в}^{n_y} < 0$, $X_{в}^{V} > 0$, $P_{в}^{n_y} < 0$, $P_{в}^{V} > 0$, что возможно только при наличии продольной статической устойчивости как с фиксированным, так и с освобожденным рычагом управления. Это — необходимые условия статической управляемости. Достаточные условия определяются числовыми значениями, которые приведены в гл. 13.

Особенности продольной устойчивости и балансировки самолета на закритических углах атаки

Исследование таких особенностей представляет интерес при анализе возможности целевого применения маневренных самолетов на закритических углах атаки либо при исследовании возможности безопасного ухода с закритических углов без попадания в режимы неуправляемого движения.

Разумеется, что в случае, когда выполнение целевых задач требует использования закритических углов атаки, выход и полет на них должны происходить при условии обеспечения устойчивости и управляемости самолета.

Аэродинамические характеристики самолета на закритических углах атаки обладают рядом особенностей — существенным различием между подъемной и нормальной силами, большим влиянием центровки на момент тангажа и практически полной потерей эффективности цельноповоротного ГО самолета нормальной схемы.

На рис. 14.10, *а* показаны зависимости аэродинамических моментов тангажа $m_z(\alpha,\varphi)$ для самолета нормальной схемы при $m_z^{c_y} = -0{,}1$ и $m_z^{c_y} = +0{,}1$. Из приведенных графиков видно, что характер этих кривых нелинейный, существенно зависит от расположения центра масс самолета, и поэтому понятие аэродинамический фокус по углу атаки теряет смысл, а классический критерий продольной статической устойчивости $m_z^{\alpha} < 0$ остается справедливым.

Понятие $m_z^{c_y}$ может быть принято как обозначение варианта центровки самолета, но не может объяснить характера моментной диаграммы, так как кривая m_z^{α} имеет существенно нелинейный характер.

При качественной оценке влияния положения центра масс на характер моментной диаграммы можно принять, что момент от

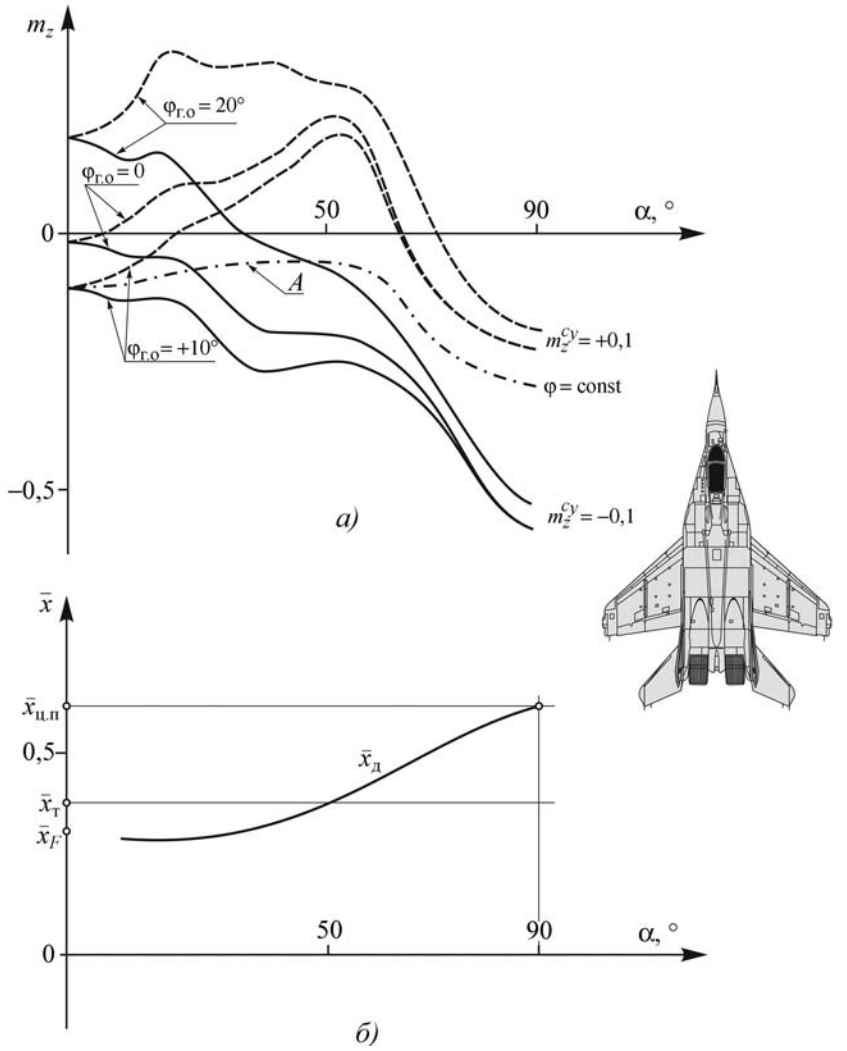


Рис. 14.10. Характер зависимостей аэродинамического момента тангажа модели самолета нормальной схемы от α и φ при различных значениях $m_z^{c_y}$

тяги не зависит от угла атаки, поэтому его можно считать константой, не влияющей на продольную устойчивость, а влияющей только на балансировочное положение руля высоты (поворотного стаби-

лизатора). В частном случае m_{z_P} может быть равен нулю. Тогда условие балансировки:

$$m_z(\varphi = 0) + m_z(\varphi_{\text{бал}}) = 0,$$

где $m_z(\varphi = 0) = (\bar{x}_{\text{т}} - \bar{x}_{\text{д}})c_y$, $\bar{x}_{\text{д}}$ — координата центра давления, характер изменения которой по углам атаки показан на рис. 14.10, *б*, и которая при $\alpha = 90°$ совпадает с центром парусности плановой проекции модели самолета $\bar{x}_{\text{ц.п}}$.

Зависимость $m_z(\alpha)$ для конкретной аэродинамической компоновки определяется центровкой самолета, иначе говоря, запасом продольной статической устойчивости при $\alpha \approx 0$ (см. рис. 14.10, *а*).

В случае расположения центра масс впереди фокуса ($\bar{x}_{\text{т}} - \bar{x}_F = m_z^{c_y} < 0$) моментная диаграмма имеет «классический» вид, при котором самолет имеет один режим балансировки (при $\alpha \le 35°$) со статической устойчивостью по углу атаки ($m_z^{\alpha} < 0$).

В случае расположения центра масс между аэродинамическим фокусом и центром парусности полной компоновки ($m_z^{c_y} > 0$) при увеличении α вследствие перемещения центра давления назад уменьшается плечо нормальной силы $\bar{L} = \bar{x}_{\text{т}} - \bar{x}_{\text{д}}$, которая практически становится постоянной, причем при каком-то значении α знак $\bar{L}$ меняется на противоположный. В этом случае при $\varphi = \text{const}$ самолет имеет два режима балансировки — со статической неустойчивостью на малых углах атаки ($m_z^{\alpha} > 0$, $\alpha < 20°$) и со статической устойчивостью на больших углах атаки ($m_z^{\alpha} < 0, \alpha > 70°$).

Если сравнить две балансировочные кривые для одной аэродинамической компоновки, то будет видно, что при $\varphi = 0$ значение угла атаки, при котором балансируется самолет, когда центр масс расположен между фокусом и центром парусности ($m_z^{c_y} > 0$), существенно выше, чем при $m_z^{c_y} < 0$. Как следствие этого, кратковременный выход самолета, у которого $m_z^{c_y} < 0$, на закритические углы атаки ($\alpha > 90°$) практически невозможен в силу значительного пикирующего момента (даже при $\varphi_{\max} = -30°$), который препятствует значительному увеличению угла атаки.

Если значение координаты центра масс самолета превышает значение координаты центра парусности, то балансировка при больших углах атаки отсутствует, так как $\bar{x}_{\text{т}} > \bar{x}_{\text{д}}$.

Увеличение начальной степени статической неустойчивости (при $\alpha \approx 0$), когда центр масс может быть расположен между фокусом и центром парусности, обеспечивает увеличение углов атаки, на которых возможна устойчивая балансировка. Однако это затрудняет балансировку на промежуточных углах, близких к критическому, даже при полностью отклоненном стабилизаторе на пикирование. В этом случае эффективность стабилизатора (на пикирование) практически отсутствует в силу того, что $\alpha_{\text{г.о}} > 40°$. В связи с этим степень начальной статической неустойчивости $m_z^{c_y} > 0$ должна быть такой, чтобы в диапазоне $\alpha \approx 40...60°$ при угле отклонения стабилизатора $\varphi = 10...15°$ момент тангажа был отрицательным. Тогда уход с больших балансировочных углов не вызывает затруднений. При дальнейшем увеличении начальной степени продольной статической неустойчивости самолет «зависает» на балансировочном угле атаки устойчивой ветви m_z^{α} и быстро теряет скорость, а следовательно, и высоту полета.

Таким образом, увеличение степени продольной статической неустойчивости требует изыскания эффективного органа продольного управления вплоть до управления с помощью вектора тяги.

14.3. ВЛИЯНИЕ ПРОДОЛЬНОЙ СТАТИЧЕСКОЙ УСТОЙЧИВОСТИ НА ЛЕТНО-ТЕХНИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Одной из задач конструктора является реализация максимального значения аэродинамического качества для конкретного типа самолета. Это достигается рациональным выбором аэродинамической компоновки и технологией изготовления самолета. Однако существует и другая возможность реализовать в полете большее значение аэродинамического качества — путем уменьшения запаса продольной статической устойчивости.

Потери подъемной силы на балансировку в горизонтальном установившемся полете

Помимо условий баланса сил $Y_a = G$ и $P_{\text{р}} = X_a$ должно выполняться условие $\sum M_{R_z} = 0$, что достигается отклонением руля высоты или поворотного стабилизатора:

$$m_{R_{z0}} + m_{P_{z1}} + m_{R_z}^{c_y} c_{ya} - (c_{ya}^{\varphi}\varphi + c_{ya}^{\delta_{\text{в}}}\delta_{\text{в}})\,\overline{L}_{\text{г.о}} = 0.$$

При отсутствии руля высоты приращение подъемной силы на поворотном стабилизаторе

$$\Delta c_{ya\,\text{бал}} = c_{ya}^{\varphi}\varphi = \frac{m_{R_z 0} + m_{P_z 1} + m_{R_z}^{c_y} c_{ya}}{\overline{L}_{\text{г.о}}}.$$

Слагаемые $m_{R_z 0} + m_{P_z 1}$ не зависят от центровки и в частном случае могут быть вообще равны нулю, поэтому в дальнейшем не будем их учитывать. Тогда

$$\Delta c_{ya\,\text{бал}} \approx \frac{m_{R_z}^{c_y} c_{ya}}{\overline{L}_{\text{г.о}}}.$$

Так как для самолета нормальной схемы $\overline{L}_{\text{г.о}} > 0$, то для устойчивого по углу атаки самолета ($m_{R_z}^{c_y} < 0$) $\Delta c_{ya\,\text{бал}} < 0$.

Так как потребный для горизонтального полета коэффициент подъемной силы

$$c_{ya\,\text{г.п}} = \frac{G}{qS} = c_{ya} + c_{ya}^{\varphi}\varphi,$$

то коэффициент подъемной силы самолета c_{ya} с учетом балансировки ($\varphi = \varphi_{\text{бал}}$) должен быть больше, чем при $\varphi = 0$ (без учета балансировки) на величину $\Delta c_{ya\,\text{бал}} \approx \left| \frac{m_{R_z}^{c_y} c_{ya}}{\overline{L}_{\text{г.о}}} \right|$, которую называют *потерей коэффициента подъемной силы на балансировку*, а отношение $\frac{\Delta c_{ya\,\text{бал}}}{c_{ya}} = \frac{m_{R_z}^{c_y}}{\overline{L}_{\text{г.о}}}$ — относительной потерей коэффициента подъемной силы на балансировку.

Чтобы компенсировать потерю подъемной силы, требуется увеличить угол атаки, что приводит к дополнительному увеличению сопротивления и, как следствие, к уменьшению аэродинамического качества.

Потери подъемной силы приводят к изменению $c_{ya\,\text{бал}}^{\alpha}$. В самом деле, из условия $c_{ya\,\text{бал}} = c_{ya}(\varphi = 0) + \Delta c_{ya\,\text{бал}}$ с учетом последнего выражения для $c_{ya\,\text{бал}}$ получим

$$c^{\alpha}_{ya\,\text{бал}} = c^{\alpha}_{ya}\left(1 + \frac{m^{c_y}_{R_z}}{\overline{L}_{\text{г.о}}}\right).$$

При этом уменьшаются максимальное $c_{ya\,\max}$ и допустимое $c_{ya\,\text{доп}}$ (при $\alpha = \alpha_{\text{доп}}$) значения c_{ya}.

Для квадратичной поляры прирост сопротивления

$$\Delta c_{xa\,\text{бал}} \approx -Ac^2_{ya}\frac{2m^{c_y}_{R_z}}{\overline{L}_{\text{г.о}}}.$$

С учетом балансировки максимальное аэродинамическое качество

$$K_{\max\,\text{бал}} \approx K_{\max\,\varphi=0}\sqrt{\frac{1}{1-2m^{c_y}_{R_z}/\overline{L}_{\text{г.о}}}}.$$

Для современных самолетов потери максимального аэродинамического качества могут достигать 5 % и более.

Переход к нулевым или положительным запасам продольной устойчивости ($m^{c_y}_{R_z} \geq 0$) существенно сокращает потери качества, однако требует введения в систему управления автоматических устройств, искусственно обеспечивающих требуемый уровень устойчивости и управляемости: $\sigma_{n_\phi} < 0, \sigma_{V_\phi} < 0$ при $m^{c_y}_{R_z} \geq 0$.

Влияние запаса продольной статической устойчивости на основные летно-технические характеристики

Влияние запаса продольной устойчивости на ЛТХ обусловлено изменением балансировочной поляры (см. гл. 2), несущей способности $c^{\alpha}_{ya\,\text{бал}}$ и взлетной массы. Взлетная масса может быть уменьшена за счет перераспределения аэродинамических нагрузок, действующих на крыло и оперение, а также за счет уменьшения массы оперения (уменьшение $\overline{S}_{\text{г.о}}$).

На рис. 14.11 показан характер влияния запаса продольной статической устойчивости на балансировочную поляру самолета, которую можно получить при рассмотрении зависимости $c_{xa} = f(c_{ya}, \varphi)$ с уче-

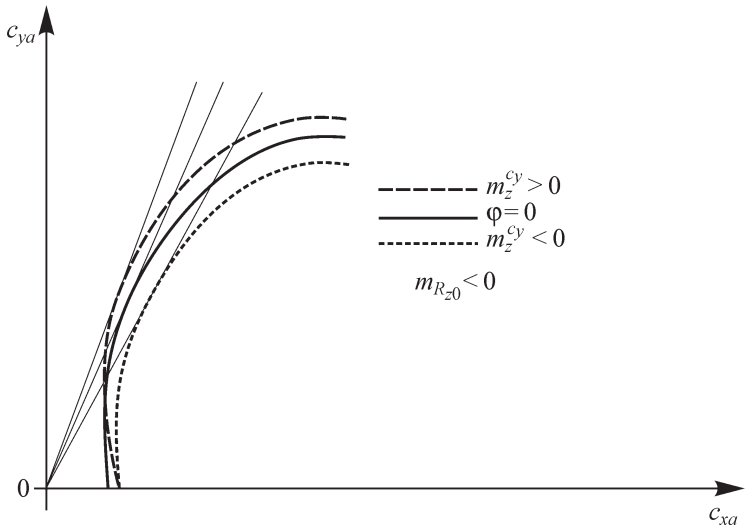


Рис. 14.11. Характер влияния запаса продольной статической устойчивости на балансировочную поляру

том балансировочного значения φ, определяемого из равенства $m_{R_z 0} + m_{R_z}^{c_y} c_{ya}(\alpha) + m_z^{\varphi}\varphi = 0$.

Влияние уменьшения запаса продольной устойчивости на общие показатели маневренности, представленные в виде зависимости $V_y^* = f(n_{ya})$, проявляется, прежде всего, в виде уменьшения балансировочного коэффициента сопротивления, причем с увеличением n_{ya} влияние $m_{R_z}^{c_y}$ становится значительнее (рис. 14.12). Увеличение располагаемых значений n_y определяется увеличением значений c_{ya} за счет уменьшения потерь подъемной силы на балансировку.

Область установившихся горизонтальных режимов полета самолета при $m_{R_z}^{c_y} > 0$ несколько расширяется, главным образом за счет уменьшения минимально допустимых скоростей (увеличения c_{ya}) и увеличения максимальных скоростей и высот по причине увеличения V_y^*.

Вследствие изменения только балансировочного аэродинамического качества изменяется и дальность полета:

$$L_{\varphi\,\text{бал}} = L_{\varphi=0}\sqrt{\frac{1}{1-2m_{R_z}^{c_y}/\overline{L}_{\text{г.о}}}}.$$

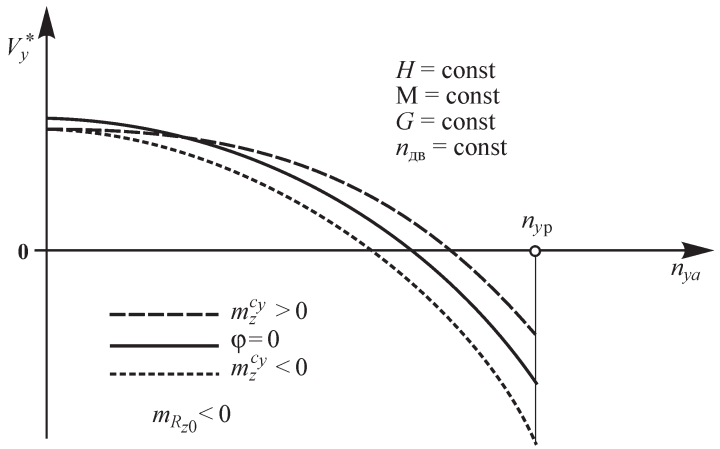


Рис. 14.12. Характер влияния запаса продольной статической устойчивости на энергетическую скороподъемность

Расчеты показали, что с точки зрения улучшения летно-технических характеристик для самолета нормальной схемы оптимальными являются $m_{z\,\mathrm{opt}}^{c_y} \le 0{,}05$ для $\mathrm{M} < 1{,}0$ и $m_{z\,\mathrm{opt}}^{c_y} \approx 0$ для $\mathrm{M} > 1{,}0$; для схемы «утка» $m_{z\,\mathrm{opt}}^{c_y} \le 0{,}15$; для триплана $m_{z\,\mathrm{opt}}^{c_y} \approx 0{,}01$.

Глава 15
ДИНАМИКА БОКОВОГО ДВИЖЕНИЯ

Исследование бокового движения самолетов целесообразно проводить в условиях разделения пространственного движения на два изолированных движения: продольное движение и боковое движение. Такой подход обусловлен следующими причинами:

существование у самолета плоскости симметрии как геометрической, так и весовой является физической основой для разделения полного движения на два изолированных; влиянием гироскопического момента двигателя во многих случаях можно пренебречь;

многие задачи пилотирования, такие как стабилизация самолета по крену и рысканию, изменение курса, ликвидация боковой ошибки при заходе на посадку и т.д., выполняются при квазипосто-

янных высоте, скорости полета и балансировке самолета в продольном движении;

снижение порядка исследуемой системы дифференциальных уравнений позволяет проводить аналитический анализ особенностей характеристик устойчивости и управляемости бокового движения.

Следует отметить, что при действии на самолет возмущений в плоскости симметрии уравнения продольного движения выделяются из уравнений пространственного движения практически строго. В случае действия на самолет возмущений в боковом движении происходит изменение параметров, соответствующих как боковому, так и продольному движению. Однако последние обычно достаточно малы.

В настоящей главе рассматриваются вопросы устойчивости и управляемости самолета в боковом движении.

15.1. УРАВНЕНИЯ И СТРУКТУРА БОКОВОГО ДВИЖЕНИЯ

С использованием процедуры линеаризации движения в гл. 9 была получена система уравнений бокового возмущенного движения (9.10) в предположении того, что исходный полет происходит при $\beta_0 = \gamma_0 = 0$, а возмущения малы. Ниже приведена процедура преобразования уравнений бокового возмущенного движения при использовании экспериментальных данных для нестационарных аэродинамических характеристик [3].

Входящие в правые части уравнений (9.10) производные моментов по угловым скоростям ω_x, ω_y и углу скольжения определяются, как правило, экспериментально методом вынужденных или свободных колебаний относительно одной из связанных осей. При этом положение центра масс фиксировано.

При таком эксперименте происходит одновременное изменение угловых скоростей и угла скольжения модели, т.е. при измерениях и обработке экспериментальных данных одновременно определяются следующие величины:

при колебаниях по крену

$$m_{x_*}^{\overline{\omega}_y} = m_x^{\overline{\omega}_x} + m_x^{\overline{\beta}} \sin\alpha;\ m_{y_*}^{\overline{\omega}_x} = m_y^{\overline{\omega}_x} + m_y^{\overline{\beta}} \sin\alpha;$$

при колебаниях по рысканию

$$m_{x_*}^{\overline{\omega}_y} = m_x^{\overline{\omega}_y} + m_x^{\overline{\beta}} \cos\alpha;\ m_{y_*}^{\overline{\omega}_y} = m_y^{\overline{\omega}_y} + m_y^{\overline{\beta}} \cos\alpha.$$

В экспериментах такого типа разделить производные сил и моментов, пропорциональных угловым скоростям и скоростям изменения угла скольжения, не удается.

Рассмотрим возможность использования данных о нестационарных аэродинамических характеристиках, полученных таким образом, для исследования бокового возмущенного движения.

Подставляя первое уравнение системы (9.10) для производной $\dot{\beta}$ в уравнения для производных угловых скоростей, можно получить

$$\begin{aligned}
\Delta\dot{\omega}_x &= \overline{M}_{x0}^{\beta}\Delta\beta + \overline{M}_{x0*}^{\omega_x}\Delta\omega_x + \overline{M}_{y0*}^{\omega_y}\Delta\omega_y + \overline{M}_x^{\delta_э}\Delta\delta_э + \overline{M}_x^{\delta_н}\Delta\delta_н + \\
&+ \overline{Z}^{\beta}\overline{M}_{x0}^{\dot{\beta}}\Delta\beta + \overline{M}_{x0}^{\dot{\beta}}\frac{g}{V}\cos\vartheta\Delta\gamma + \overline{M}_{x0}^{\dot{\beta}}\overline{Z}^{\delta_н}\Delta\delta_н + \overline{M}_{x0}^{\dot{\beta}}\overline{Z}^{\delta_э}\Delta\delta_э ; \\
\Delta\dot{\omega}_y &= \overline{M}_{y0}^{\beta}\Delta\beta + \overline{M}_{y0*}^{\omega_y}\Delta\omega_y + \overline{M}_{x0*}^{\omega_x}\Delta\omega_x + \overline{M}_y^{\delta_н}\Delta\delta_н + \overline{M}_y^{\delta_э}\Delta\delta_э + \\
&+ \overline{Z}^{\beta}\overline{M}_{y0}^{\dot{\beta}}\Delta\beta + \overline{M}_{y0}^{\dot{\beta}}\frac{g}{V}\cos\vartheta\Delta\gamma + \overline{M}_{y0}^{\dot{\beta}}\overline{Z}^{\delta_н}\Delta\delta_н + \overline{M}_{y_0}^{\dot{\beta}}\overline{Z}^{\delta_э}\Delta\delta_э .
\end{aligned} \tag{15.1}$$

В этих соотношениях приняты следующие обозначения:

$$\overline{M}_{x0*}^{\omega_x} = \overline{M}_{x0}^{\omega_x} + \overline{M}_{x0}^{\dot{\beta}}\sin\alpha = (m_x^{\bar{\omega}_x} + m_x^{\dot{\beta}}\sin\alpha)\frac{qSl^2}{2VI_x};$$

$$\overline{M}_{x0*}^{\omega_y} = \overline{M}_{x0}^{\omega_y} + \overline{M}_{x0}^{\dot{\beta}}\cos\alpha = (m_x^{\bar{\omega}_y} + m_x^{\dot{\beta}}\cos\alpha)\frac{qSl^2}{2VI_x};$$

$$\overline{M}_{y0*}^{\omega_x} = \overline{M}_{y0}^{\omega_x} + \overline{M}_{y0}^{\dot{\beta}}\sin\alpha = (m_y^{\bar{\omega}_x} + m_y^{\dot{\beta}}\sin\alpha)\frac{qSl^2}{2VI_y};$$

$$\overline{M}_{y0*}^{\omega_y} = \overline{M}_{y0}^{\omega_y} + \overline{M}_{y0}^{\dot{\beta}}\cos\alpha = (m_y^{\bar{\omega}_y} + m_y^{\dot{\beta}}\cos\alpha)\frac{qSl^2}{2VI_y}.$$

С учетом выражений для коэффициентов $\overline{M}_x^{\omega_x}$, $\overline{M}_x^{\omega_y}$, $\overline{M}_x^{\dot{\beta}}$, $\overline{M}_y^{\omega_y}$, $\overline{M}_y^{\omega_x}$, $\overline{M}_y^{\dot{\beta}}$, приведенных в табл. 9.3, можно получить следующие выражения для коэффициентов уравнений (15.1):

$$\overline{M}_{x0*}^{\omega_x} = \left\{\frac{1}{I_x}[m_x^{\bar{\omega}_x} + m_x^{\bar{\dot{\beta}}}\sin\alpha] + \frac{I_{xy}}{I_xI_y}[m_y^{\bar{\omega}_x} + m_y^{\bar{\dot{\beta}}}\sin\alpha]\right\}\frac{Sql^2}{2V}\frac{1}{1-\dfrac{I_{xy}^2}{I_xI_y}};$$

$$\overline{M}_{x0*}^{\omega_y} = \left\{\frac{1}{I_x}[m_x^{\bar{\omega}_y} + m_x^{\bar{\dot{\beta}}}\cos\alpha] + \frac{I_{xy}}{I_xI_y}[m_y^{\bar{\omega}_y} + m_y^{\bar{\dot{\beta}}}\cos\alpha]\right\}\frac{Sql^2}{2V}\frac{1}{1-\dfrac{I_{xy}^2}{I_xI_y}};$$

$$\overline{M}_{y0*}^{\omega_x} = \left\{\frac{1}{I_y}[m_y^{\bar{\omega}_x} + m_y^{\bar{\dot{\beta}}}\sin\alpha] + \frac{I_{xy}}{I_xI_y}[m_x^{\bar{\omega}_x} + m_x^{\bar{\dot{\beta}}}\sin\alpha]\right\}\frac{Sql^2}{2V}\frac{1}{1-\dfrac{I_{xy}^2}{I_xI_y}};$$

$$\overline{M}_{y\,0*}^{\omega_y}=\left\{\frac{1}{I_y}[m_y^{\overline{\omega}_y}+m_y^{\overline{\beta}}\cos\alpha]+\frac{I_{xy}}{I_xI_y}[m_x^{\overline{\omega}_y}+m_x^{\overline{\beta}}\cos\alpha]\right\}\frac{Sql^2}{2V}\frac{1}{1-\dfrac{I_{xy}^2}{I_xI_y}}.$$

Таким образом, для моделирования бокового движения достаточно знать объединенные производные коэффициентов моментов $m_{x_*}^{\overline{\omega}_x}$, $m_{x_*}^{\overline{\omega}_y}$, $m_{y_*}^{\overline{\omega}_y}$, $m_{y_*}^{\overline{\omega}_x}$, полученные из экспериментов в аэродинамических трубах.

Необходимо отметить, что последние четыре слагаемые, входящие в каждое из уравнений (15.1), пренебрежимо малы по сравнению с остальными.

В результате приведенных выше преобразований уравнения бокового возмущенного движения имеют вид

$$\begin{aligned}
\Delta\dot{\beta} &= \Delta\omega_x\sin\alpha+\Delta\omega_y\cos\alpha+\overline{Z}^{\beta}\Delta\beta+\left(\frac{g}{V_{к\,0}}\cos\vartheta\right)\Delta\gamma+\Delta\overline{Z};\\
\Delta\dot{\omega}_x &= \overline{M}_x^{\beta}\Delta\beta+\overline{M}_x^{\omega_x}\Delta\omega_x+\overline{M}_x^{\omega_y}\Delta\omega_y+\Delta\overline{M}_x;\\
\Delta\dot{\omega}_y &= \overline{M}_y^{\beta}\Delta\beta+\overline{M}_y^{\omega_x}\Delta\omega_x+\overline{M}_y^{\omega_y}\Delta\omega_y+\Delta\overline{M}_y;\\
\Delta\dot{\gamma} &= \Delta\omega_x-\Delta\omega_y\operatorname{tg}\vartheta,
\end{aligned}\qquad(15.2)$$

где $\Delta\overline{Z}=\overline{Z}^{\delta_э}\delta_э+\overline{Z}^{\delta_н}\delta_н$; $\Delta\overline{M}_x=\overline{M}_x^{\delta_э}\delta_э+\overline{M}_x^{\delta_н}\delta_н$; $\Delta\overline{M}_y=\overline{M}_y^{\delta_э}\delta_э+\overline{M}_y^{\delta_н}\delta_н$.

Здесь и далее для упрощения опущен индекс «0*» при величинах $\overline{M}_x^{\omega_x}$, $\overline{M}_x^{\omega_y}$, $\overline{M}_y^{\omega_y}$, $\overline{M}_y^{\omega_x}$ (см. выше).

Система (15.2) получена без учета воздействия порывов ветра; $\Delta\beta$ — кинематический угол скольжения. Учет воздействия боковых порывов ветра может быть проведен путем преобразования системы уравнений (15.2), в которой аэродинамические силы и моменты определяются воздушной скоростью и ее составляющими, а связь между воздушной и земной скоростями определяется уравнением $V_a=V_к-V_т$. Кинематический угол скольжения при боковом ветре $\beta_к=\beta+\beta_т$, где $\beta_т$ — составляющая угла скольжения за счет бокового порыва ветра.

С учетом воздействия турбулентности уравнения (15.2) для кинематического угла скольжения будут иметь вид

$$\begin{aligned}
\dot{\beta}_к &= \overline{Z}^{\beta}(\beta_к-\beta_т)+\omega_x\sin\alpha+\omega_y\cos\alpha+\frac{g}{V}\gamma\cos\vartheta+\Delta\overline{Z};\\
\dot{\omega}_x &= \overline{M}_x^{\beta}(\beta_к-\beta_т)+\overline{M}_x^{\omega_x}\omega_x+\overline{M}_x^{\omega_y}\omega_y+\Delta\overline{M}_x;\\
\dot{\omega}_y &= \overline{M}_y^{\beta}(\beta_к-\beta_т)+\overline{M}_y^{\omega_x}\omega_x+\overline{M}_y^{\omega_y}\omega_y+\Delta\overline{M}_y;\\
\dot{\gamma} &= \omega_x-\omega_y\operatorname{tg}\vartheta.
\end{aligned}$$

Далее индекс «к» для обозначения кинематического угла скольжения не используется, т.е. β — кинематический угол скольжения. Для анализа динамики бокового движения часто используется матричная форма этих уравнений, которая получается преобразованием Лапласа при нулевых начальных условиях:

$$A(p)x(p) = B(p)u(p) + E(p)\beta_{т}(p), \tag{15.3}$$

где p — оператор Лапласа;

$$A(p) = \begin{vmatrix} p - \overline{Z}^{\beta} & -\cos\alpha & -\sin\alpha & -\dfrac{g}{V}\cos\alpha \\ -\overline{M}_{y}^{\beta} & p - \overline{M}_{y}^{\omega_y} & -\overline{M}_{y}^{\omega_x} & 0 \\ -\overline{M}_{x}^{\beta} & -\overline{M}_{x}^{\omega_y} & p - \overline{M}_{x}^{\omega_x} & 0 \\ 0 & \operatorname{tg}\alpha & -1 & p \end{vmatrix};$$

$$x(p) = \begin{vmatrix} \beta(p) \\ \omega_y(p) \\ \omega_x(p) \\ \gamma(p) \end{vmatrix};\quad B(p) = \begin{vmatrix} \overline{Z}^{\delta_н} & \overline{Z}^{\delta_э} \\ \overline{M}_{y}^{\delta_н} & \overline{M}_{y}^{\delta_э} \\ \overline{M}_{x}^{\delta_н} & \overline{M}_{x}^{\delta_э} \\ 0 & 0 \end{vmatrix};\quad u(p) = \begin{vmatrix} \delta_н(p) \\ \delta_э(p) \end{vmatrix};\quad E(p) = \begin{vmatrix} -\overline{Z}^{\beta} \\ -\overline{M}_{y}^{\beta} \\ -\overline{M}_{x}^{\beta} \\ 0 \end{vmatrix}.$$

Характеристическое уравнение бокового возмущенного движения самолета — определитель матрицы $A(p)$ — имеет вид

$$\Delta(p) = p^4 + B_3 p^3 + B_2 p^2 + B_1 p + B_0, \tag{15.4}$$

где

$$B_3 = -\overline{M}_{x}^{\omega_x} - \overline{M}_{y}^{\omega_y} - \overline{Z}^{\beta};$$

$$B_2 = \overline{M}_{x}^{\omega_x}\overline{M}_{y}^{\omega_y} + (\overline{M}_{x}^{\omega_x} + \overline{M}_{y}^{\omega_y})\overline{Z}^{\beta} - \overline{M}_{y}^{\omega_x}\overline{M}_{x}^{\omega_y} - \overline{M}_{x}^{\beta}\sin\alpha - \overline{M}_{y}^{\beta}\cos\alpha;$$

$$B_1 = (\overline{M}_{y}^{\omega_x}\overline{M}_{x}^{\omega_y} - \overline{M}_{x}^{\omega_x}\overline{M}_{y}^{\omega_y})\overline{Z}^{\beta} + (\overline{M}_{x}^{\omega_x}\overline{M}_{y}^{\beta} - \overline{M}_{x}^{\beta}\overline{M}_{y}^{\omega_x})\cos\alpha + (\overline{M}_{x}^{\beta}\overline{M}_{y}^{\omega_y} - \overline{M}_{y}^{\beta}\overline{M}_{x}^{\omega_y})\sin\alpha + \frac{g}{V}(\overline{M}_{y}^{\beta}\sin\alpha - \overline{M}_{x}^{\beta}\cos\alpha);$$

$$B_0 = \frac{g}{V}[(\overline{M}_{x}^{\beta}\overline{M}_{y}^{\omega_y} - \overline{M}_{y}^{\beta}\overline{M}_{x}^{\omega_y})\cos\alpha + (\overline{M}_{x}^{\beta}\overline{M}_{y}^{\omega_x} - \overline{M}_{y}^{\beta}\overline{M}_{x}^{\omega_x})\sin\alpha].$$

Из системы (15.3) могут быть получены выражения для передаточных функций углов скольжения и крена, угловых скоростей крена и рыскания по отклонению элеронов, руля направления и ветровому возмущению. Ниже приводятся эти выражения для случая, когда можно пренебречь производной $c_z^{\delta_н}$.

Для каждого из управляющих воздействий ($\delta_э$, $\delta_н$) или внешнего возмущения ($\beta_т$) указанный набор передаточных функций имеет вид $W_{yi}^{\beta}(p)=\dfrac{\Delta_{yi}^{\beta}(p)}{\Delta(p)}, W_{yi}^{\omega_y}(p)=$

$=\dfrac{\Delta_{yi}^{\omega_y}(p)}{\Delta(p)}, W_{yi}^{\omega_x}(p)=\dfrac{\Delta_{yi}^{\omega_x}(p)}{\Delta(p)}, W_{yi}^{\gamma}(p)=\dfrac{\Delta_{yi}^{\gamma}(p)}{\Delta(p)}$, где $y=\delta_э, \delta_н, \beta_т$. Каждый из числителей этих функций является определителем матрицы, которая получается заменой столбца матрицы $A(p)$, соответствующего заданному сигналу (β, ω_y, ω_x или γ), столбцом матрицы $B(p)$, соответствующим управляющему воздействию ($\delta_э$, $\delta_н$), или столбцом $E(p)$ при определении передаточной функции по ветровому возмущению $\beta_т$:

1) для передаточных функций по угловой скорости рыскания:

$$\Delta_{\delta}^{\omega_y}(p)=\begin{vmatrix} p-\overline{Z}^{\beta} & \overline{Z}^{\delta} & -\sin\alpha & -\dfrac{g}{V}\cos\alpha \\ -\overline{M}_y^{\beta} & \overline{M}_y^{\delta} & -\overline{M}_y^{\omega_x} & 0 \\ -\overline{M}_x^{\beta} & \overline{M}_x^{\delta} & p-\overline{M}_x^{\omega_x} & 0 \\ 0 & 0 & -1 & p \end{vmatrix}=$$

$$=\overline{M}_y^{\delta}(p^3+a_2p^2+a_1p+a_0);$$

$$W_{\delta}^{\omega_y}(p)=\frac{\overline{M}_y^{\delta}(p^3+a_2p^2+a_1p+a_0)}{\Delta(p)},$$

где $a_2=-\overline{Z}^{\beta}-\overline{M}_x^{\omega_x}+\dfrac{\overline{M}_x^{\delta}}{\overline{M}_y^{\delta}}\overline{M}_y^{\omega_x}$; $a_1=-\overline{M}_x^{\beta}\sin\alpha\left(1-\dfrac{\overline{M}_y^{\beta}\overline{M}_x^{\delta}}{\overline{M}_x^{\beta}\overline{M}_y^{\delta}}\right)+\overline{Z}^{\beta}\left(\overline{M}_x^{\omega_x}-\dfrac{\overline{M}_x^{\delta}}{\overline{M}_y^{\delta}}\times\right.$

$\left.\times\overline{M}_y^{\omega_x}\right)$; $a_0=-\dfrac{g}{V}\overline{M}_x^{\beta}\cos\alpha\left(1-\dfrac{\overline{M}_y^{\beta}\overline{M}_x^{\delta}}{\overline{M}_x^{\beta}\overline{M}_y^{\delta}}\right)$;

$$\Delta_{\beta_т}^{\omega_y}(p)=\begin{vmatrix} p-\overline{Z}^{\beta} & -\overline{Z}^{\beta} & -\sin\alpha & -\dfrac{g}{V}\cos\alpha \\ -\overline{M}_y^{\beta} & -\overline{M}_y^{\beta} & -\overline{M}_y^{\omega_x} & 0 \\ -\overline{M}_x^{\beta} & -\overline{M}_x^{\beta} & p-\overline{M}_x^{\omega_x} & 0 \\ 0 & 0 & -1 & p \end{vmatrix}=$$

$$=-\overline{M}_y^{\beta}(p^3+a_{2т}p^2+a_{1т}p+a_{0т});$$

$$W_{\beta_т}^{\omega_y}(p)=\frac{-\overline{M}_y^{\beta}(p^3+a_{2т}p^2+a_{1т}p+a_{0т})}{\Delta(p)},$$

где $a_{2т}=-\overline{M}_x^{\omega_x}+\frac{\overline{M}_x^{\beta}}{\overline{M}_y^{\beta}}\overline{M}_y^{\omega_x}$; $a_{1т}=0$; $a_{0т}=0$;

2) для передаточных функций по угловой скорости крена:

$$W_{\delta}^{\omega_x}(p)=\frac{\overline{M}_x^{\delta}(p^3+b_2p^2+b_1p+b_0)}{\Delta(p)},$$

где $b_2=-\overline{Z}^{\beta}-\overline{M}_y^{\omega_x}+\frac{\overline{M}_y^{\delta}}{\overline{M}_x^{\delta}}\overline{M}_x^{\omega_y}$; $b_1=-\overline{M}_y^{\beta}\cos\alpha\left(1-\frac{\overline{M}_x^{\beta}\overline{M}_y^{\delta}}{\overline{M}_y^{\beta}\overline{M}_x^{\delta}}\right)+\overline{Z}^{\beta}\left(\overline{M}_y^{\omega_y}-\right.$

$\left.-\frac{\overline{M}_y^{\delta}}{\overline{M}_x^{\delta}}\overline{M}_x^{\omega_y}\right)$; $b_0=\frac{g}{V}\overline{M}_y^{\beta}\sin\alpha\left(1-\frac{\overline{M}_x^{\beta}\overline{M}_y^{\delta}}{\overline{M}_y^{\beta}\overline{M}_x^{\delta}}\right)$;

$$W_{\beta_т}^{\omega_x}(p)=\frac{-\overline{M}_x^{\beta}(p^3+b_{2т}p^2+b_{1т}p+b_{0т})}{\Delta(p)},$$

где $b_{2т}=-\overline{M}_y^{\omega_y}+\frac{\overline{M}_y^{\beta}}{\overline{M}_x^{\beta}}\overline{M}_x^{\omega_y}$; $b_{1т}=0$; $b_{0т}=0$;

3) для передаточной функции по углу крена:

$$W_{\delta}^{\gamma}(p)=\frac{c_2p^2+c_1p+c_0}{\Delta(p)},$$

где $c_2=\overline{M}_x^{\delta}-\overline{M}_y^{\delta}\mathrm{tg}\alpha$; $c_1=\overline{M}_x^{\delta}(\overline{Z}^{\beta}+\overline{M}_y^{\omega_y}+\overline{M}_y^{\omega_x}\mathrm{tg}\alpha)+\overline{M}_y^{\delta}(\overline{M}_x^{\omega_y}+\overline{Z}^{\beta}\mathrm{tg}\alpha+$
$+\overline{M}_x^{\omega_x}\mathrm{tg}\alpha)$; $c_0=(\overline{M}_y^{\delta}\overline{M}_x^{\beta}-\overline{M}_x^{\delta}\overline{M}_y^{\beta})\cos\alpha+\overline{M}_x^{\delta}\overline{Z}^{\beta}(\overline{M}_y^{\omega_y}+\overline{M}_y^{\omega_x}\mathrm{tg}\alpha)-\overline{M}_y^{\delta}\overline{Z}^{\beta}\times$
$\times(\overline{M}_x^{\omega_y}+\overline{M}_x^{\omega_x}\mathrm{tg}\alpha)$,

$$W_{\beta_т}^{\gamma}(p)=\frac{c_{2т}p^2+c_{1т}p+c_{0т}}{\Delta(p)},$$

где $c_{2т}=-\overline{M}_x^{\beta}+\overline{M}_y^{\beta}\mathrm{tg}\alpha$; $c_{1т}=\overline{M}_x^{\beta}(\overline{M}_y^{\omega_y}+\overline{M}_y^{\omega_x}\mathrm{tg}\alpha)-\overline{M}_y^{\beta}(\overline{M}_x^{\omega_y}+\overline{M}_x^{\omega_x}\mathrm{tg}\alpha)$;
$c_0=0$;

4) для передаточной функции по углу скольжения:

$$W_{\delta}^{\beta}(p)=\frac{d_2p^2+d_1p+d_0}{\Delta(p)},$$

где $d_2 = \overline{M}_y^{\delta}\cos\alpha + \overline{M}_x^{\delta}\sin\alpha$; $d_1 = \overline{M}_y^{\delta}\left(\overline{M}_x^{\omega_y}\sin\alpha - \overline{M}_x^{\omega_x}\cos\alpha - \frac{g}{V}\sin\alpha\right) +$

$+ \overline{M}_x^{\delta}\left(\overline{M}_y^{\omega_y}\cos\alpha - \overline{M}_y^{\omega_y}\sin\alpha + \frac{g}{V}\cos\alpha\right)$; $d_0 = \frac{g}{V}[\overline{M}_y^{\delta}(\overline{M}_x^{\omega_x}\sin\alpha + \overline{M}_x^{\omega_x}\cos\alpha) -$

$-\overline{M}_x^{\delta}(\overline{M}_y^{\omega_y}\cos\alpha + \overline{M}_y^{\omega_y}\sin\alpha)]$,

$$W_{\beta_т}^{\beta}(p) = \frac{d_{3т}p^3 + d_{2т}p^2 + d_{1т}p + d_{0т}}{\Delta(p)},$$

где $d_{3т} = -Z^{\beta}$; $d_{2т} = (\overline{M}_x^{\omega_x} + \overline{M}_y^{\omega_y})\overline{Z}^{\beta} - \overline{M}_x^{\beta}\sin\alpha - \overline{M}_y^{\beta}\cos\alpha + \overline{M}_x^{\delta}\left(\overline{M}_y^{\omega_y}\cos\alpha -\right.$

$\left. - \overline{M}_y^{\omega_y}\sin\alpha + \frac{g}{V}\cos\alpha\right)$; $d_{1т} = B_1$; $d_{0т} = B_0$.

Здесь в качестве органов управления могут рассматриваться элероны или руль направления, поэтому в каждом конкретном случае вместо δ надо использовать обозначение $\delta_э$ или $\delta_н$.

Ввиду малости коэффициента $\frac{g}{V}\cos\alpha$, входящего в уравнение сил системы 15.2 и учитывающего действие гравитационных сил, им часто пренебрегают.

Часто при исследовании динамики бокового движения с целью упрощения записи уравнения возмущенного бокового движения записываются в полусвязанной системе координат ($OX_eY_eZ_e$), в которой угловые скорости крена и рыскания, а также угол крена связаны с ω_x, ω_y и γ следующим образом [3]:

$$\begin{aligned} &\Omega_{\psi} = \omega_y\cos\alpha + \omega_x\sin\alpha; \\ &\Omega_{\gamma} = \omega_x\cos\alpha - \omega_y\sin\alpha; \quad \gamma_a = \gamma\cos\alpha. \end{aligned} \tag{15.5}$$

Проводя преобразования системы уравнений (15.2) в соответствии с обозначениями (15.5), получим для случая исходного горизонтального полета при $\beta_т = 0$ следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} &\dot{\beta} = \overline{Z}^{\beta}\beta + \Omega_{\psi} + \frac{g}{V}\gamma_a + \Delta\overline{Z}; \\ &\dot{\Omega}_{\psi} = \overline{\sigma}_{\beta}\beta + \overline{M}_{\psi}^{\Omega_{\psi}}\Omega_{\psi} + \overline{M}_{\psi}^{\Omega_{\gamma}}\Omega_{\gamma} + \Delta\overline{M}_{\psi}; \\ &\dot{\Omega}_{\gamma} = \overline{\sigma}_{\gamma}\beta + \overline{M}_{\gamma}^{\Omega_{\psi}}\Omega_{\psi} + \overline{M}_{\gamma}^{\Omega_{\gamma}}\Omega_{\gamma} + \Delta\overline{M}_{\gamma}; \\ &\dot{\gamma}_a = \Omega_{\gamma}, \end{aligned} \tag{15.6}$$

где

$$\overline{\sigma}_\beta = \overline{M}_y^\beta \cos\alpha + \overline{M}_x^\beta \sin\alpha;\ \overline{\sigma}_\gamma = \overline{M}_x^\beta \cos\alpha - \overline{M}_y^\beta \sin\alpha;$$

$$\Delta\overline{M}_\psi = \Delta\overline{M}_y \cos\alpha + \Delta\overline{M}_x \sin\alpha;\ \Delta\overline{M}_\gamma = \Delta\overline{M}_x \cos\alpha - \Delta\overline{M}_y \sin\alpha;$$

$\overline{M}_\psi^{\Omega_\psi}$, $\overline{M}_\psi^{\Omega_\gamma}$, $\overline{M}_\gamma^{\Omega_\psi}$, $\overline{M}_\gamma^{\Omega_\gamma}$ — демпфирующие моменты в полусвязанной системе координат,

$$\begin{aligned}
\overline{M}_\psi^{\Omega_\psi} &= \overline{M}_y^{\omega_y}\cos^2\alpha + (\overline{M}_y^{\omega_x} + \overline{M}_x^{\omega_y})\sin\alpha\cos\alpha + \overline{M}_x^{\omega_x}\sin^2\alpha,\\
\overline{M}_\psi^{\Omega_\gamma} &= \overline{M}_y^{\omega_x}\cos^2\alpha + (\overline{M}_x^{\omega_x} - \overline{M}_y^{\omega_y})\sin\alpha\cos\alpha - \overline{M}_x^{\omega_y}\sin^2\alpha,\\
\overline{M}_\gamma^{\Omega_\psi} &= \overline{M}_x^{\omega_y}\cos^2\alpha + (\overline{M}_x^{\omega_x} - \overline{M}_y^{\omega_y})\sin\alpha\cos\alpha - \overline{M}_y^{\omega_x}\sin^2\alpha,\\
\overline{M}_\gamma^{\Omega_\gamma} &= \overline{M}_x^{\omega_x}\cos^2\alpha - (\overline{M}_x^{\omega_y} + \overline{M}_y^{\omega_x})\sin\alpha\cos\alpha + \overline{M}_y^{\omega_y}\sin^2\alpha.
\end{aligned}$$

Выполняя преобразование Лапласа уравнений (15.6) при нулевых начальных условиях, получим

$$\begin{bmatrix} p-\overline{Z}^\beta & -1 & 0 & -\dfrac{g}{V} \\ -\overline{\sigma}_\beta & p-\overline{M}_\psi^{\Omega_\psi} & -\overline{M}_\psi^{\Omega_\gamma} & 0 \\ -\overline{\sigma}_\gamma & -\overline{M}_\gamma^{\Omega_\psi} & p-\overline{M}_\gamma^{\Omega_\gamma} & 0 \\ 0 & 0 & -1 & p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta(p) \\ \Omega_\psi(p) \\ \Omega_\gamma(p) \\ \gamma(p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{Z}^{\delta_н} & 0 \\ \overline{M}_\psi^{\delta_н} & \overline{M}_\psi^{\delta_э} \\ \overline{M}_\gamma^{\delta_н} & \overline{M}_\gamma^{\delta_э} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_н(p) \\ \delta_э(p) \end{bmatrix}. \tag{15.7}$$

Обе формы уравнений движения: (15.2) и (15.6) будут использоваться в дальнейшем для анализа устойчивости и управляемости бокового движения. Следует отметить, что при малых углах атаки параметры бокового движения в связанной и полусвязанной системах координат близки между собой.

15.2. УСТОЙЧИВОСТЬ САМОЛЕТА В БОКОВОМ ДВИЖЕНИИ. ОСНОВНЫЕ ФОРМЫ БОКОВОГО ДВИЖЕНИЯ. ТРЕБОВАНИЯ К ХАРАКТЕРИСТИКАМ УСТОЙЧИВОСТИ ВОЗМУЩЕННОГО ДВИЖЕНИЯ

Для понимания особенностей бокового движения и анализа его устойчивости рассмотрим физическую интерпретацию этого движения.

Структурно боковое движение состоит из поступательного движения вдоль оси OZ, что приводит к изменению угла скольжения, и вращения вокруг нормальной оси OY и продольной оси OX, что вызывает изменение углов рыскания и крена. Указанные виды движений возникают как при управлении самолета летчиком, так и при действии внешних возмущений (например, воздействии боковых порывов ветра при полете в турбулентной атмосфере).

Характеристическое уравнение системы уравнений бокового возмущенного движения (15.4), как правило, имеет два комплексно-сопряженных корня и два действительных и может быть представлено в следующем виде:

$$(p^2 + 2\xi_б\omega_б p + \omega_б^2)(p - \lambda_{кр})(p - \lambda_{сп}) = 0.$$

Этим корням соответствуют три собственные формы движения, из которых состоит боковое движение:

боковое колебательное движение;

апериодическое движение крена;

медленное спиральное движение.

Эти движения имеют ясную физическую картину. Колебательная составляющая бокового движения характеризуется связанными колебаниями по углам скольжения и крена, определяемыми частотой недемпфированных колебаний $\omega_б$ и относительным коэффициентом демпфирования $\xi_б$, т.е. комплексно-сопряженными корнями характеристического уравнения $(-\xi_б\omega_б \pm j\omega_б\sqrt{1-\xi_б^2})$.

Апериодическая составляющая бокового движения, называемая движением крена, характеризуется быстрым изменением угла крена и наиболее хорошо проявляется при выполнении маневров по крену. Она определяется достаточно большим по величине действительным корнем характеристического уравнения $\lambda_{кр}$.

Еще одна апериодическая составляющая бокового движения, называемая спиральным движением, проявляется в результате воздействия на самолет гравитационных сил и определяется малым по величине действительным корнем характеристического уравнения $\lambda_{сп}$.

Проведем качественный приближенный анализ указанных форм движений. Для этого воспользуемся уравнениями бокового движения в виде (15.6).

Рассмотрим вначале **боковое колебательное движение**. Эта форма бокового движения наиболее проявляется при действии возмущения по углу скольжения (например, после бокового порыва ветра).

Если демпфирование колебаний невелико, то можно считать, рассматривая второе и третье уравнения системы (15.6), что приближенно выполняется соотношение $\dot{\Omega}_\gamma / \dot{\Omega}_\psi \approx \Omega_\gamma / \Omega_\psi \approx \overline{\sigma}_\gamma / \overline{\sigma}_\beta = k$. Тогда, пренебрегая влиянием гравитационных сил, получим из первого и второго уравнений системы (15.6) приближенное уравнение для движения самолета по углу скольжения

$$\ddot{\beta} - (\overline{M}_\psi^{\Omega_\psi} + k\overline{M}_\psi^{\Omega_\gamma})\dot{\beta} - \overline{\sigma}_\beta \beta = 0.$$

Отсюда следует, что для колебательной устойчивости рассматриваемой формы движения необходимо выполнение неравенств

$$\overline{M}_\psi^{\Omega_\psi} + k\overline{M}_\psi^{\Omega_\gamma} < 0; \quad \overline{\sigma}_\beta < 0.$$

Частота колебательного движения по углу скольжения определяется величиной $\overline{\sigma}_\beta$. Она зависит от соотношения моментов инерции I_x и I_y и запасов путевой и поперечной статической устойчивости. При этом одно из условий устойчивости движения самолета по углу скольжения может быть представлено следующим образом:

$$\overline{\sigma}_\beta = \frac{qSl}{I_y}\left(m_y^\beta \cos\alpha + \frac{I_y}{I_x} m_x^\beta \sin\alpha \right) < 0.$$

Величина $\overline{\sigma}_\beta$ называется коэффициентом динамической устойчивости самолета по рысканию.

Рассмотрим физическую картину изменения угла скольжения после действия возмущения. Появление угла скольжения приводит к действию на самолет аэродинамических моментов $M_y^\beta\beta$ и $M_x^\beta\beta$, обусловленных запасами путевой и поперечной статической устойчивости (см. уравнения (15.2)). Если самолет устойчив, то оба аэродинамических момента действуют в одну сторону, стремясь уменьшить угол скольжения. Эффективность воздействия момента $M_x^\beta\beta$ на изменение угла скольжения тем больше, чем больше угол атаки и отношение моментов инерции I_y/I_x самолета. Отсюда следует, что на больших углах атаки движение по углу скольжения может быть устойчивым при $m_y^\beta > 0$ и $m_x^\beta < 0$, а также неустойчивым при $m_y^\beta < 0$ и $m_x^\beta > 0$.

Рассмотрим теперь в приближенной постановке **движение по крену**. Эта форма движения самолета проявляется при действии возмущения, вызывающего возникновение угловой скорости крена (на-

пример, при отклонении органов поперечного управления — элеронов). При анализе движения самолета по крену нужно учитывать изменение угла скольжения β, обусловленное угловой скоростью Ω_γ. При этом, считая, что демпфирование мало и, следовательно, $\dot{\Omega}_\psi$ и Ω_ψ малые величины, можно приближенно выразить β через Ω_γ:

$$\beta \approx -\frac{\overline{M}_\psi^{\Omega_\gamma}}{\overline{\sigma}_\beta}\Omega_\gamma.$$

Тогда получим приближенное уравнение для $\dot{\Omega}_\gamma$:

$$\dot{\Omega}_\gamma = \left(-\frac{\overline{\sigma}_\gamma}{\overline{\sigma}_\beta}\overline{M}_\psi^{\Omega_\gamma} + \overline{M}_\gamma^{\Omega_\gamma} \right)\Omega_\gamma.$$

Из этого уравнения следует, что процесс изменения угловой скорости Ω_γ является апериодическим и характеризуется корнем уравнения движения крена

$$\lambda_{кр} \approx -\frac{\overline{\sigma}_\gamma}{\overline{\sigma}_\beta}\overline{M}_\psi^{\Omega_\gamma} + \overline{M}_\gamma^{\Omega_\gamma}.$$

Движение самолета по крену устойчиво, если выполняется неравенство

$$\overline{M}_\gamma^{\Omega_\gamma} - k\overline{M}_\psi^{\Omega_\gamma} < 0.$$

Рассмотрим медленную составляющую движения самолета, так называемое **спиральное движение**. Оно проявляется при возмущении по углу крена, приводящему к действию на самолет гравитационных сил. Поскольку рассматриваемая составляющая соответствует медленному движению, то

$$\dot{\beta} = \dot{\Omega}_\psi = \dot{\Omega}_\gamma = 0.$$

В результате имеем приближенное линейное уравнение для изменения угла крена

$$\dot{\gamma}_a \approx \frac{g}{V}\frac{\overline{\sigma}_\beta\overline{M}_\gamma^{\Omega_\psi} - \overline{\sigma}_\gamma\overline{M}_\psi^{\Omega_\psi}}{\overline{\sigma}_\beta\overline{M}_\gamma^{\Omega_\gamma} - \overline{\sigma}_\gamma\overline{M}_\psi^{\Omega_\gamma}}\gamma_a = \frac{g}{V}\frac{\overline{M}_\gamma^{\Omega_\psi} - k\overline{M}_\psi^{\Omega_\psi}}{\overline{M}_\gamma^{\Omega_\gamma} - k\overline{M}_\psi^{\Omega_\gamma}}\gamma_a.$$

Спиральное движение устойчиво, если

$$\lambda_{\text{сп}} = \frac{g}{V}\frac{\overline{M}_{\gamma}^{\Omega_{\psi}} - k\overline{M}_{\psi}^{\Omega_{\psi}}}{\overline{M}_{\gamma}^{\Omega_{\gamma}} - k\overline{M}_{\psi}^{\Omega_{\gamma}}} < 0.$$

При $\lambda_{\text{сп}} > 0$ движение самолета происходит по пространственной спирали и сопровождается уменьшением высоты полета. В этом случае имеет место спиральная неустойчивость самолета. В тех случаях, когда спиральный корень мал, этот вид неустойчивости является несущественным для летчика.

Проведенный выше анализ с разделением бокового движения на составляющие является приближенным, но сохраняющим качественные особенности характеристик устойчивости бокового движения.

Анализ устойчивости бокового движения самолета, особенно в случае широкого использования автоматических устройств (СУУ), удобнее всего проводить с помощью ЭВМ. Для самолета без СУУ такой анализ с использованием критерия Рауса–Гурвица проводится ниже.

Согласно критерию Рауса–Гурвица устойчивость полной системы уравнений бокового движения (15.2) определяется следующей системой неравенств:

$$B_0 > 0;\ B_1 > 0;\ B_2 > 0;\ B_3 > 0;\ R = (B_3 B_2 - B_1) B_1 - B_3 B_0 > 0. \qquad (15.8)$$

При малой величине коэффициента B_0 эта система может быть переписана в виде

$$B_0 > 0;\ B_1 > 0;\ B_2 > 0;\ R = B_3 B_2 - B_1 > 0. \qquad (15.9)$$

Первое из этих неравенств определяет условие так называемой спиральной устойчивости.

Рассмотрим зависимость устойчивости бокового движения от коэффициентов путевой m_y^{β} и поперечной m_x^{β} статической устойчивости. Граница колебательной устойчивости определяется условием $R = 0$ или приближенно $B_3 B_2 - B_1 = 0$. Путем замены коэффициентов B_3, B_2 и B_1 на их выражения получим следующее соотношение для границы колебательной устойчивости:

$$\overline{M}_x^{\beta}[(\overline{M}_x^{\omega_x} + \overline{Z}^{\beta})\sin\alpha + \overline{M}_y^{\omega_x}\cos\alpha] + \overline{M}_y^{\beta}[(\overline{M}_y^{\omega_y} + \overline{Z}^{\beta})\cos\alpha +$$
$$+ \overline{M}_x^{\omega_y}\sin\alpha] = (\overline{M}_x^{\omega_x} + \overline{M}_y^{\omega_y})[\overline{Z}^{\beta}(\overline{Z}^{\beta} + \overline{M}_x^{\omega_x} + \overline{M}_y^{\omega_y}) +$$
$$+ \overline{M}_y^{\omega_x}\overline{M}_x^{\omega_y} - \overline{M}_x^{\omega_x}\overline{M}_y^{\omega_y}]. \qquad (15.10)$$

Граница апериодической устойчивости определяется условием $B_1 = 0$ или соотношением

$$\overline{M}_y^{\beta}(\overline{M}_x^{\omega_x}\cos\alpha - \overline{M}_x^{\omega_y}\sin\alpha) + \overline{M}_x^{\beta}(\overline{M}_y^{\omega_y}\sin\alpha - $$
$$-\overline{M}_y^{\omega_x}\cos\alpha) = \overline{Z}^{\beta}(\overline{M}_x^{\omega_x}\overline{M}_y^{\omega_y} - \overline{M}_y^{\omega_x}\overline{M}_x^{\omega_y}). \qquad (15.11)$$

Условие $B_2 = 0$ определяет границу, когда пара комплексно-сопряженных корней характеристического уравнения преобразуется в пару действительных корней с разными знаками, т.е. при этом возникает неустойчивое апериодическое движение. Выражение для условия $B_2 = 0$ имеет вид

$$\overline{M}_y^{\beta}\cos\alpha + \overline{M}_x^{\beta}\sin\alpha = \overline{Z}^{\beta}(\overline{M}_x^{\omega_x} + \overline{M}_y^{\omega_y}) + \overline{M}_x^{\omega_x}\overline{M}_y^{\omega_y} - \overline{M}_x^{\omega_y}\overline{M}_y^{\omega_x}. \qquad (15.12)$$

Если для наглядности в уравнениях (15.10)...(15.12) пренебречь членами, в которые входят произведения малых величин, а именно произведения производных демпфирования, то получим соответствующие выражения для границ устойчивости в координатах $\overline{M}_y^{\beta}$, $\overline{M}_x^{\beta}$

$$\overline{M}_y^{\beta} = -\overline{M}_x^{\beta}\frac{\overline{M}_y^{\omega_x} + (\overline{M}_x^{\omega_x} + \overline{Z}^{\beta})\operatorname{tg}\alpha}{\overline{M}_y^{\omega_y} + \overline{Z}^{\beta} + \overline{M}_x^{\omega_y}\operatorname{tg}\alpha}, \qquad (15.13)$$

$$\overline{M}_y^{\beta} = \overline{M}_x^{\beta}\frac{\overline{M}_y^{\omega_x} - \overline{M}_y^{\omega_y}\operatorname{tg}\alpha}{\overline{M}_y^{\omega_x} - \overline{M}_x^{\omega_y}\operatorname{tg}\alpha}, \qquad (15.14)$$

$$\overline{M}_y^{\beta} = -\overline{M}_x^{\beta}\operatorname{tg}\alpha. \qquad (15.15)$$

Из условия $B_0 = 0$ можно получить выражение для границы спиральной устойчивости в координатах $\overline{M}_y^{\beta}$, $\overline{M}_x^{\beta}$

$$\overline{M}_y^{\beta} = \overline{M}_x^{\beta}\frac{\overline{M}_y^{\omega_y} + \overline{M}_y^{\omega_x}\operatorname{tg}\alpha}{\overline{M}_x^{\omega_y} + \overline{M}_x^{\omega_x}\operatorname{tg}\alpha}. \qquad (15.16)$$

На рис. 15.1 приведены границы устойчивости бокового возмущенного колебательного движения, определяемые уравнениями (15.13) и (15.15), а также изменения этих границ при увеличении угла атаки α. Следует отметить, что если выражение $\overline{M}_y^{\omega_x} + (\overline{M}_x^{\omega_x} + \overline{Z}^{\beta})\operatorname{tg}\alpha > 0$, то граница колебательной устойчивости проходит через первый и третий квадранты. Если $\overline{M}_y^{\omega_x} + (\overline{M}_x^{\omega_x} + \overline{Z}^{\beta})\operatorname{tg}\alpha < 0$, то граница находится во втором и четвертом квадрантах.

На рис. 15.2 приведена граница апериодической устойчивости, определяемая соотношением (15.14). Так как отношение $\dfrac{\overline{M}_y^{\omega_x} - \overline{M}_y^{\omega_y}\operatorname{tg}\alpha}{\overline{M}_x^{\omega_x} - \overline{M}_x^{\omega_y}\operatorname{tg}\alpha}$ практически всегда отрицательно, то граница апериодической устойчивости проходит через второй и чет-

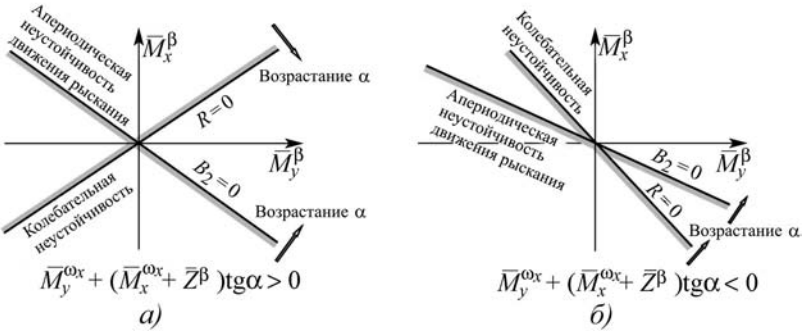


Рис. 15.1. Границы устойчивости бокового возмущенного колебательного движения, определяемые уравнениями (15.13) и (15.15)

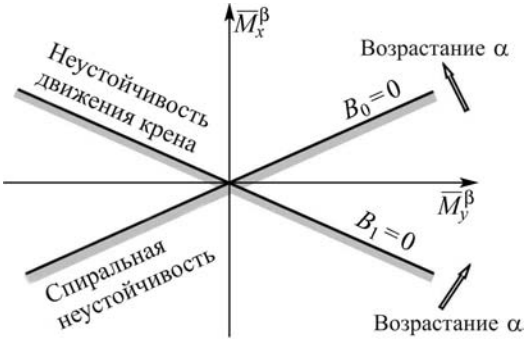


Рис. 15.2. Границы апериодической и спиральной устойчивости, определяемые соотношениями (15.14), (15.16) соответственно

вертый квадранты. На этом рисунке приведена граница спиральной устойчивости, которая определяется соотношением (15.16).

Используя рис. 15.1 и 15.2, можно проанализировать влияние коэффициентов путевой и поперечной статической устойчивости на устойчивость бокового движения. Когда выполняется неравенство $\overline{M}_y^{\omega_x}+(\overline{M}_x^{\omega_x}+\overline{Z}^{\beta})\mathrm{tg}\alpha>0$, границы колебательной устойчивости располагаются в первом и третьем квадрантах.

Когда выполняется неравенство $\overline{M}_y^{\omega_x}+(\overline{M}_x^{\omega_x}+\overline{Z}^{\beta})\mathrm{tg}\alpha<0$, границы области колебательной устойчивости имеют вид, показанный на рис. 15.1, *б*.

Представляет интерес анализ устойчивости бокового движения с помощью получения аналитических выражений для корней характеристического уравнения. В общем случае выражения для корней в аналитическом виде получить не удается. Рассмотрим способ

получения приближенных выражений корней как функций аэродинамических параметров.

Запишем характеристическое уравнение системы (15.7):

$$\Delta(p) = p^4 + B_3^* p^3 + B_2^* p^2 + B_1^* p + B_0^*, \qquad (15.17)$$

где

$$B_3^* = -(\overline{Z}^{\beta} + \overline{M}_{\gamma}^{\Omega_{\gamma}} + \overline{M}_{\psi}^{\Omega_{\psi}});$$

$$B_2^* = -\overline{\sigma}_{\beta} + \overline{Z}^{\beta}\overline{M}_{\gamma}^{\Omega_{\gamma}} + \overline{M}_{\psi}^{\Omega_{\psi}}\overline{M}_{\gamma}^{\Omega_{\gamma}} + \overline{Z}^{\beta}\overline{M}_{\psi}^{\Omega_{\psi}} - \overline{M}_{\gamma}^{\Omega_{\psi}}\overline{M}_{\psi}^{\Omega_{\gamma}};$$

$$B_1^* = -\overline{\sigma}_{\gamma}\left(\overline{M}_{\psi}^{\Omega_{\gamma}} + \frac{g}{V}\right) + \overline{\sigma}_{\beta}\overline{M}_{\gamma}^{\Omega_{\gamma}} + \overline{Z}^{\beta}(\overline{M}_{\gamma}^{\Omega_{\psi}}\overline{M}_{\psi}^{\Omega_{\gamma}} - \overline{M}_{\psi}^{\Omega_{\psi}}\overline{M}_{\gamma}^{\Omega_{\gamma}});$$

$$B_0^* = -\frac{g}{V}(\overline{\sigma}_{\beta}\overline{M}_{\gamma}^{\Omega_{\psi}} - \overline{\sigma}_{\gamma}\overline{M}_{\psi}^{\Omega_{\psi}}).$$

Инженерный опыт показывает, что на практике выполняются условия

$$|\overline{Z}^{\beta}\overline{M}_{\gamma}^{\Omega_{\psi}}| << |\overline{\sigma}_{\gamma}|;$$

$$|\overline{M}_{\psi}^{\Omega_{\gamma}}\overline{M}_{\gamma}^{\Omega_{\psi}}| << |\overline{\sigma}_{\beta}|;$$

$$|\overline{Z}^{\beta}\overline{M}_{\psi}^{\Omega_{\psi}}| << |\overline{\sigma}_{\beta}|.$$

С учетом этих условий коэффициенты B_3^*, B_2^*, B_1^* и B_0^* характеристического уравнения можно записать в приближенной, более простой форме:

$$B_3^* = -(\overline{Z}^{\beta} + \overline{M}_{\gamma}^{\Omega_{\gamma}} + \overline{M}_{\psi}^{\Omega_{\psi}});$$

$$B_2^* \cong -\overline{\sigma}_{\beta} + \overline{M}_{\gamma}^{\Omega_{\gamma}}(\overline{Z}^{\beta} + \overline{M}_{\psi}^{\Omega_{\psi}});$$

$$B_1^* \cong -\overline{\sigma}_{\gamma}\left(\overline{M}_{\psi}^{\Omega_{\gamma}} + \frac{g}{V}\right) + \overline{\sigma}_{\beta}\overline{M}_{\gamma}^{\Omega_{\gamma}};$$

$$B_0^* = -\frac{g}{V}(\overline{\sigma}_{\beta}\overline{M}_{\gamma}^{\Omega_{\psi}} - \overline{\sigma}_{\gamma}\overline{M}_{\psi}^{\Omega_{\psi}}).$$

В общем случае характеристическое уравнение имеет вид

$$\Delta(p) = (p - \lambda_{\text{сп}})(p - \lambda_{\text{кр}})(p^2 + 2\xi_{\text{б}}\omega_{\text{б}}p + \omega_{\text{б}}^2).$$

Для приближенного определения параметров бокового движения в качестве малых параметров примем отношение g/V и комбинацию $(\overline{M}_{\psi}^{\Omega_\gamma} + g/V)$. Нулевые приближения параметров $\lambda_{сп}$, $2\xi_б\omega_б$ и $\omega_б^2$ определим из условий $g/V \approx 0$, $\overline{M}_{\psi}^{\Omega_\gamma} + g/V \approx 0$ и $\lambda_{кр} = \overline{M}_{\gamma}^{\Omega_\gamma}$. Используя выражения для коэффициентов полинома $A(p)$ и коэффициентов B_3^*, B_2^*, B_1^*, B_0^*, получим

$$\begin{aligned}
&\lambda_{сп} = \frac{B_0^*}{\omega_б^2 \lambda_{кр}} = 0;\\
&2\xi_б\omega_б = B_3^* + \lambda_{кр} = -(\overline{Z}^{\beta} + \overline{M}_{\psi}^{\Omega_\psi});\\
&\omega_б^2 = \frac{-B_1^*}{\lambda_{кр}} = -\overline{\sigma}_{\beta}.
\end{aligned} \qquad (15.18)$$

Примем в качестве приближенного значения $\omega_б^2 = -\overline{\sigma}_{\beta}$. Тогда второе и третье уравнения системы (15.18), а также соотношение $\lambda_{сп}\lambda_{кр}\omega_б^2 = B_0^*$ для $g/V \neq 0$, $\overline{M}_{\psi}^{\Omega_\gamma} + g/V \neq 0$ позволяют получить уточненные значения параметров $\lambda_{кр}$, $2\xi_б\omega_б$ и $\lambda_{сп}$:

$$\begin{aligned}
&\lambda_{кр} = -\frac{B_1^*}{\omega_б^2} = \frac{B_1^*}{\overline{\sigma}_{\beta}} = \overline{M}_{\gamma}^{\Omega_\gamma} - k(\overline{M}_{\psi}^{\Omega_\gamma} + g/V);\\
&2\xi_б\omega_б = B_3^* + \lambda_{кр} = -\overline{Z}^{\beta} - \overline{M}_{\psi}^{\Omega_\psi} - k(\overline{M}_{\psi}^{\Omega_\gamma} + g/V);\\
&\lambda_{сп} = \frac{B_0^*}{\lambda_{кр}\omega_б^2} = \frac{g}{V}\,\frac{\overline{M}_{\gamma}^{\Omega_\psi} - k\overline{M}_{\psi}^{\Omega_\psi}}{\overline{M}_{\gamma}^{\Omega_\gamma} - k(\overline{M}_{\psi}^{\Omega_\gamma} + g/V)},
\end{aligned} \qquad (15.19)$$

где $k = \overline{\sigma}_{\gamma}/\overline{\sigma}_{\beta}$.

Более детальный анализ уравнений бокового движения показывает, что недемпфированная частота бокового колебательного движения $\omega_б$ зависит не только от запаса путевой устойчивости m_y^{β}, но и от запаса поперечной устойчивости m_x^{β}. Причем эта зависимость возрастает на больших углах атаки и с увеличением отношения моментов инерции I_y/I_x. Частота бокового колебательного движения $\omega_б$ уменьшается на режимах полета с большими числами М, а также на больших углах атаки, где имеет место снижение запасов путевой и поперечной устойчивости.

При сильной взаимосвязи движений крена и рыскания ($k >> 1$) демпфирование боковых колебаний существенно зависит от знака

выражения $\overline{M}_{\psi}^{\Omega_\gamma} + g/V$. При этом возможно как значительное увеличение демпфирования (при $\overline{M}_{\psi}^{\Omega_\gamma} + g/V < 0$) по сравнению с изолированным движением рыскания ($2\xi_б\omega_б \approx -\overline{Z}^{\beta} - \overline{M}_{\psi}^{\Omega_\psi}$), так и его уменьшение вплоть до потери колебательной устойчивости. Такая ситуация может возникнуть на режимах полета с малыми скоростями и большими углами атаки. Демпфирование бокового колебательного движения уменьшается на больших высотах полета или при малых скоростях.

Взаимное влияние движений крена и рыскания проявляется и в демпфировании движения крена, определяемого корнем $\lambda_{кр}$. Перераспределение демпфирования между боковым колебательным движением и движением крена из-за комбинации $\overline{M}_{\psi}^{\Omega_\gamma} + g/V$ может приводить к уменьшению демпфирования движения крена при росте демпфирования бокового колебательного движения и наоборот.

В случае, если выполняется условие $(\overline{M}_{\gamma}^{\Omega_\gamma})^2 \geq 0{,}3|\overline{\sigma}_{\beta}|$, следует применять другие выражения для $2\xi_б\omega_б$, $\lambda_{кр}$ и $\lambda_{сп}$:

$$2\xi_б\omega_б \approx -\overline{Z}^{\beta} - \overline{M}_{\psi}^{\Omega_\psi} - k\frac{\overline{M}_{\psi}^{\Omega_\gamma} + g/V}{1-(\overline{M}_{\gamma}^{\Omega_\gamma})^2/\overline{\sigma}_{\beta}};$$

$$\lambda_{кр} \approx \overline{M}_{\gamma}^{\Omega_\gamma};\ \lambda_{сп} \approx \frac{g}{V}\frac{\overline{M}_{\gamma}^{\Omega_\psi} - k\overline{M}_{\psi}^{\Omega_\psi}}{\overline{M}_{\gamma}^{\Omega_\gamma}}.$$

Если выполняется условие $\left|\overline{\sigma}_{\gamma}\left(\overline{M}_{\psi}^{\Omega_\gamma} + \frac{g}{V}\right)\right| \geq 0{,}4\,\overline{M}_{\gamma}^{\Omega_\gamma}\overline{\sigma}_{\beta}$, то возможно образование новой формы движений, когда вместо апериодических движений крена и спирального движения возникает новый вид колебательного движения и характеристическое уравнение имеет вид

$$(p^2 + 2\xi_б\omega_б p + \omega_б^2)(p^2 + 2\xi_1\omega_1 p + \omega_1^2) = 0,$$

где

$$2\xi_1\omega_1 \approx -\overline{M}_{\gamma}^{\Omega_\gamma} + k(\overline{M}_{\psi}^{\Omega_\gamma} + g/V);$$

$$\omega_1^2 \approx \frac{g}{V}(\overline{M}_{\gamma}^{\Omega_\psi} - k\overline{M}_{\psi}^{\Omega_\psi}).$$

Этот случай является достаточно редким. Он обусловлен сильной взаимосвязью всех форм движения (колебательной, крена и

спиральной), проявляется при $k >> 1$ и оценивается летчиком как неудовлетворительный.

Полученные выражения позволяют оценить влияние аэродинамических параметров самолета и режима полета на корни характеристического уравнения бокового движения. Однако они являются приближенными, и для точной оценки характеристик боковой устойчивости следует проводить расчет собственных корней характеристического уравнения по полным уравнениям бокового движения с учетом зависимости всех параметров, входящих в уравнения движения, от угла атаки, числа М полета и т.п.

Для обеспечения удовлетворительных характеристик бокового возмущенного движения существуют требования, предъявляемые к собственным корням характеристического уравнения или их соотношениям.

Вводятся ограничения на величину корня движения крена, минимальные значения относительного демпфирования колебательного движения и его недемпфированной частоты, а также вводится требование к допустимой неустойчивости спирального движения в виде ограничения на время удвоения первоначального угла крена. Указанные требования зависят от класса самолета и задач пилотирования.

Величина $\lambda_{кр}$ во многом определяет быстродействие самолета при выполнении маневров по крену. Нормируется величина, обратная величине корня $T_{\omega_x} = -\dfrac{1}{\lambda_{кр}}$. Требуется, чтобы для маневренных самолетов $T_{\omega_x} \le 1$ с.

Частота собственных боковых колебаний самолета должна быть для неманевренных самолетов не менее 0,4 1/с, для маневренных самолетов на взлетно-посадочных режимах не менее 1,0 1/с и не менее 2,0 1/с на режимах основного применения.

Значение относительного демпфирования $\xi_б$ колебательного движения должно обеспечивать достаточно быстрое затухание возникающих в возмущенном движении колебаний. В частности, относительное демпфирование более 0,3 обеспечивает удовлетворительную оценку колебательного движения.

Время удвоения первоначального угла крена за счет неустойчивости спирального движения должно быть более 14...20 с.

Следует отметить, что современные самолеты имеют в ряде случаев неудовлетворительные собственные динамические характери-

стики бокового движения. Поэтому необходимо применение автоматических систем управления самолетом в боковом движении. Это обусловлено следующими причинами:

недостаточное демпфирование, особенно при полете на больших высотах. Снижение эффективности аэродинамического демпфирования самолета обусловлено уменьшением плотности атмосферы при увеличении высоты полета. Относительное демпфирование определяется высотой полета и убывает пропорционально $\sqrt{\rho}$ (где ρ — плотность воздуха на рассматриваемой высоте полета);

уменьшение путевой устойчивости на больших числах M;

необходимость обеспечения боковой устойчивости и управляемости самолета на больших углах атаки, значительно превышающих углы атаки горизонтального полета. Эта проблема в значительной степени относится к маневренным самолетам. Необходимость ее решения обусловлена тем, что современные маневренные самолеты должны летать на углах атаки, на которых без системы автоматического управления возможна потеря устойчивости самолета. Однако и в этих условиях необходимо обеспечение удовлетворительных пилотажных характеристик маневренного самолета.

Решение всех этих проблем только аэродинамическими средствами невозможно, что делает необходимой соответствующую автоматизацию управления.

Уровень автоматизации бокового канала самолета зависит от его аэродинамических и конструктивных особенностей, области режимов полета и задач пилотирования.

15.3. УПРАВЛЯЕМОСТЬ САМОЛЕТА В БОКОВОМ ДВИЖЕНИИ

Для анализа управляемости самолета в боковом движении будем использовать передаточные функции по параметрам движения, получаемые из системы (15.7) в предположении $Z^{\delta_н} = 0$, т.е. пренебрежем аэродинамической силой, обусловленной отклонением руля направления. Наиболее важной является передаточная функция по углу крена на отклонение органа поперечного и путевого управления

$$\frac{\gamma_a}{\delta} = \frac{\overline{M}_\gamma^\delta (p^2 + 2\xi_2\omega_2 p + \omega_2^2)}{(p - \lambda_{кр})(p - \lambda_{сп})(p^2 + 2\xi_б\omega_б p + \omega_б^2)}, \qquad (15.20)$$

где

$$2\xi_2\omega_2 = -\overline{Z}^{\beta} - \overline{M}_{\psi}^{\Omega_x} + \overline{M}_{\gamma}^{\Omega_\psi}\frac{\overline{M}_{\psi}^{\delta}}{\overline{M}_{\gamma}^{\delta}};$$

$$\omega_2^2 = \overline{\sigma}_{\beta} - \frac{\overline{M}_{\psi}^{\delta}}{\overline{M}_{\gamma}^{\delta}}\overline{\sigma}_{\gamma} + \overline{Z}^{\beta}\left(\overline{M}_{\psi}^{\Omega_\psi} - \frac{\overline{M}_{\psi}^{\delta}}{\overline{M}_{\gamma}^{\delta}}\overline{M}_{\gamma}^{\Omega_\psi}\right);$$

δ — угол отклонения органа поперечного или путевого управления.

Следует отметить, что передаточная функция по скоростному углу крена $\frac{\gamma_a}{\delta}$ аналогична передаточной функции $\frac{\gamma}{\delta}$, так как $\gamma_a = \gamma\cos\alpha$.

Поперечная управляемость самолета. Управление самолета по крену является основным в боковом движении и осуществляется с помощью аэродинамических органов поперечного управления, таких как элероны, интерцепторы, дифференциально отклоняемый стабилизатор и др. Особенностью этих органов управления является существование перекрестных аэродинамических моментов, что приводит к возникновению при их отклонении не только движения крена, но и движений скольжения и рыскания.

Характеристики поперечной управляемости самолета при движении по крену с относительно небольшими угловыми скоростями достаточно хорошо могут быть проанализированы при рассмотрении передаточных функций по углу или угловой скорости крена на отклонение элеронов. Выражения для них получается из (15.20) при $\delta = \delta_э$. При анализе управления самолета элеронами влиянием гравитационных сил в первом приближении можно пренебречь, т.е. считать $g/V = 0$. Тогда передаточная функция по углу крена будет иметь вид

$$\frac{\gamma_a}{\delta_э} = \frac{\overline{M}_{\gamma}^{\delta_э}(p^2 + 2\xi_2\omega_2 p + \omega_2^2)}{p(p-\lambda_{кр})(p^2 + 2\xi_б\omega_б p + \omega_б^2)}. \qquad (15.21)$$

Из этого выражения следует, что в случае, когда полиномы второго порядка в числителе и знаменателе совпадают, боковое движение сводится к изолированному движению крена с углом скольжения, равным нулю:

$$\frac{\gamma_a}{\delta_э} \approx \frac{\overline{M}_{\gamma}^{\delta_э}}{p(p-\lambda_{кр})}. \qquad (15.22)$$

Однако в общем случае характеристики поперечной управляемости более сложны, чем при изолированном движении крена.

Характер усложнения движения самолета по крену можно получить в результате следующего анализа. Проведем вначале анализ переходных процессов самолета по крену при управлении элеронами, предполагая демпфирование нулевым ($\lambda_{кр} = 2\xi_2\omega_2 = 2\xi_б\omega_б = 0$). Тогда передаточная функция $\frac{\gamma}{\delta_э}$ будет иметь вид

$$\frac{\gamma_a}{\delta_э} = \frac{\overline{M}_\gamma^{\delta_э}(p^2 + \omega_2^2)}{p^2(p^2 + \omega_б^2)}. \qquad (15.23)$$

Отношение $\omega_2^2 / \omega_б^2$ определяет характер переходного процесса по крену. Введем обозначение $\lambda^2 = \omega_2^2 / \omega_б^2$. Выражение для параметра λ^2 имеет вид*

$$\lambda^2 = \frac{\omega_2^2}{\omega_б^2} = 1 - \frac{\overline{M}_\psi^{\delta_э}}{\overline{M}_\gamma^{\delta_э}} \frac{\overline{\sigma}_\gamma}{\overline{\sigma}_\beta}. \qquad (15.24)$$

При $\lambda^2 = 1$ реализуется движение, близкое к изолированному движению крена. Этому условию соответствует равенство

$$\overline{M}_\psi^{\delta_э} = 0$$

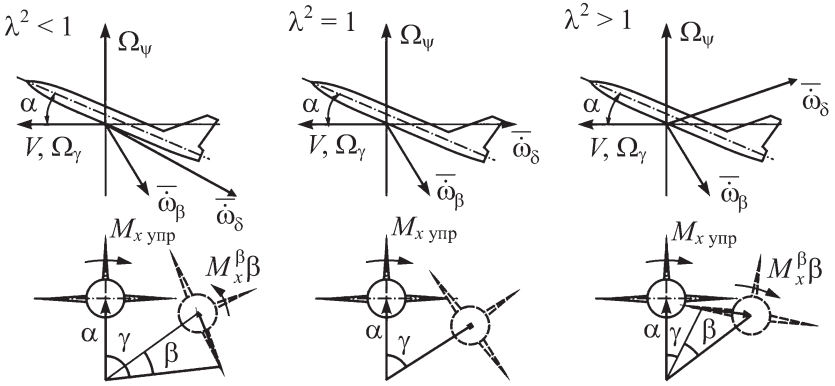
или

$$\frac{m_y^{\delta_э}}{m_x^{\delta_э}} = -\frac{I_y}{I_x} \operatorname{tg}(\alpha + \varphi_{гл}), \qquad (15.25)$$

где $\varphi_{гл}$ — угол между главной осью инерции и осью *Ox*.

Отсюда следует важный вывод: для современных самолетов с большой разницей моментов инерции I_y и I_x для обеспечения движения крена, близкого к изолированному на больших углах атаки, требуется кроме управляющего момента крена ($m_x^{\delta_э}\delta_э$) значительный управляющий момент рыскания ($m_y^{\delta_э}\delta_э$).

* λ^2 — имеет смысл только обозначения и может принимать как положительные, так и отрицательные значения.



$$M_{x\,\text{упр}} = M_x^{\delta}\delta, \quad \overline{\dot{\omega}}_{\beta} = \overline{M}_{\gamma}^{\beta}\vec{i} + \overline{M}_{\psi}^{\beta}\vec{j}, \quad \overline{\dot{\omega}}_{\delta} = \overline{M}_{\gamma}^{\delta}\vec{i} + \overline{M}_{\psi}^{\delta}\vec{j}$$

Рис. 15.3. Кинематическое взаимодействие продольного и бокового движений

Дело в том, что при управлении самолетом по крену из-за кинематического взаимодействия продольного и бокового движений угол атаки при кренении переходит в угол скольжения (рис. 15.3). Образующееся за счет угла атаки скольжение препятствует кренению самолета, и для его компенсации необходимо создать дополнительный момент рыскания, знак которого противоположен знаку момента крена. Такой момент называется «подкручивающим» моментом рыскания ($m_y^{\delta_э} / m_x^{\delta_э} < 0$).

Рассмотрим движение по крену самолета, обладающего поперечной и путевой устойчивостью ($m_x^{\beta} < 0$, $m_y^{\beta} < 0$).

При $0 < \lambda^2 < 1$ управление по крену сопровождается возникновением угла скольжения, препятствующему кренению. Поскольку движение скольжения носит, как правило, колебательный характер, то и в движении крена возникает колебательная компонента. По мере уменьшения параметра λ^2 колебательность становится все более заметной. При $\lambda^2 < 0,5$ появляются так называемые «зависания» по крену (когда угловая скорость на какое-то мгновение обращается в нуль, $\dot{\gamma}_a = 0$ (рис. 15.4), а затем возникает и динамическая обратная реакция самолета по крену (на определенном интервале времени самолет кренится в обратную сторону).

Рассмотрим физику процесса «зависания» по крену при отклонении элеронов на угол $\delta_э$. Пусть в начальный момент времени самолет выполняет установившийся горизонтальный полет ($Y_a = mg$) и пусть

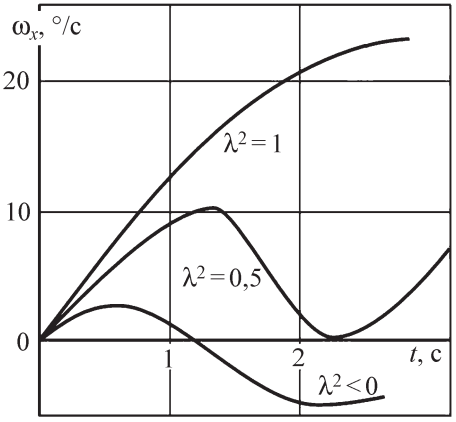


Рис. 15.4. «Зависание» по крену

летчик в этот момент отклоняет штурвал (рычаг управления) вправо и в дальнейшем удерживает его в таком положении. В результате элероны отклоняются на угол $\delta_э < 0$ (правый элерон вверх, а левый — вниз), и этот угол остается постоянным. Сначала возникает момент $M_x^{\delta_э}\delta_э$, обусловленный отклонением элеронов. Это приводит к нарушению балансировки относительно оси *OX* связанной системы координат *OXYZ*. Появляются угловое ускорение $\dot{\omega}_x$ и угловая скорость ω_x. Возникает демпфирующий момент крена $M_x^{\omega_x}\omega_x$, препятствующий изменению угла крена, снижающий эффективность элеронов. Однако в начале движения $|M_x^{\delta_э}\delta_э| > |M_x^{\omega_x}\omega_x|$ и, следовательно, возникает некоторый угол крена на правое крыло.

Появление угла крена приводит к нарушению равновесия проекций сил на нормаль к траектории ($Y_a \cos\gamma < mg$) и появлению проекции подъемной силы на горизонтальную плоскость $Y_a \sin\gamma$. В результате центр масс самолета начинает двигаться вниз и вправо. Возникает положительный угол скольжения $\beta > 0$. На рис. 15.5, 15.6 показаны аэродинамические моменты и силы, возникающие в этом случае.

Поскольку рассматривается самолет, обладающий путевой ($m_y^\beta < 0$) и поперечной ($m_x^\beta < 0$) статической устойчивостью, появляются моменты $M_y^\beta\beta$ и $M_x^\beta\beta$ (рис. 15.7, 15.8). Момент $M_x^\beta\beta$ препятствует изменению угла крена и может возникнуть ситуация, когда

$$|M_x^\beta\beta + M_x^{\omega_x}\omega_x| \geq |M_x^{\delta_э}\delta_э|.$$

В этом случае движение крена прекращается, демпфирующий момент $M_x^{\omega_x}\omega_x \approx 0$, самолет «зависает» по крену. С другой стороны,

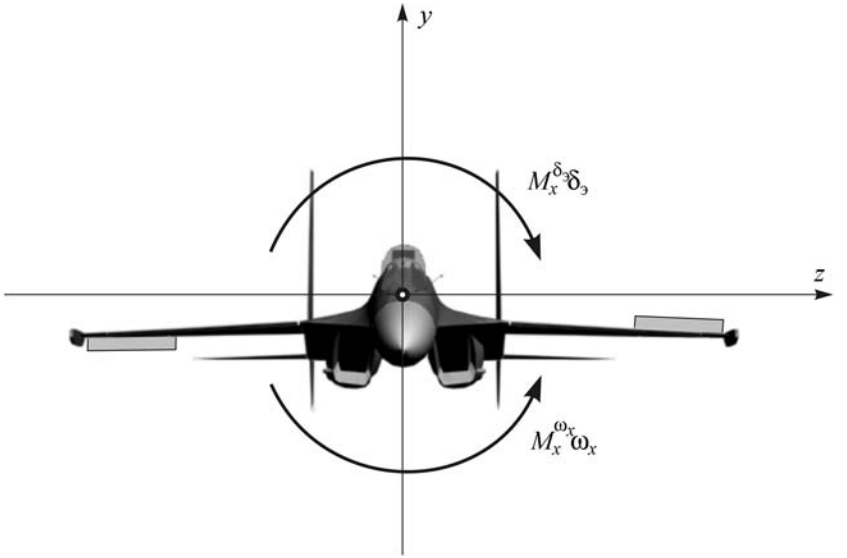


Рис. 15.5. Аэродинамические моменты в боковом движении при отклонении элеронов

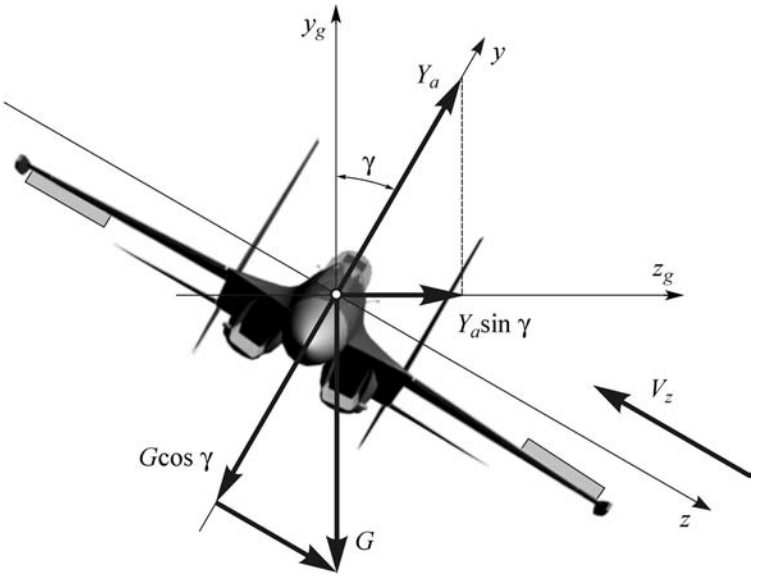


Рис. 15.6. Аэродинамические силы при движении самолета по крену

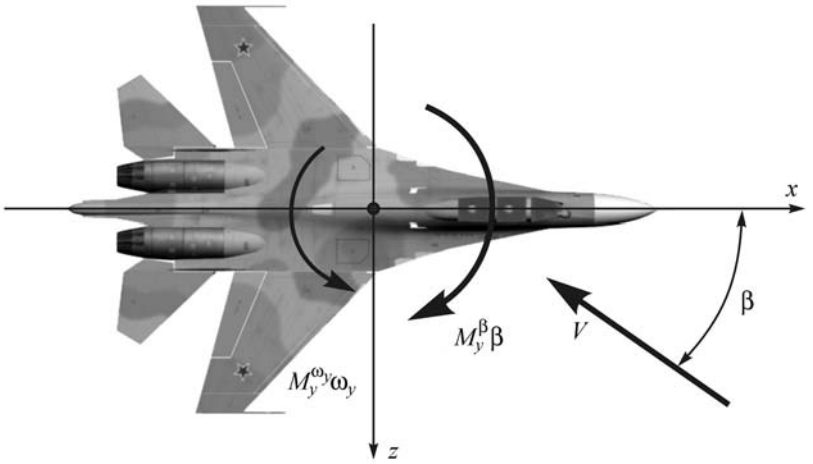


Рис. 15.7. Моменты, действующие относительно нормальной оси

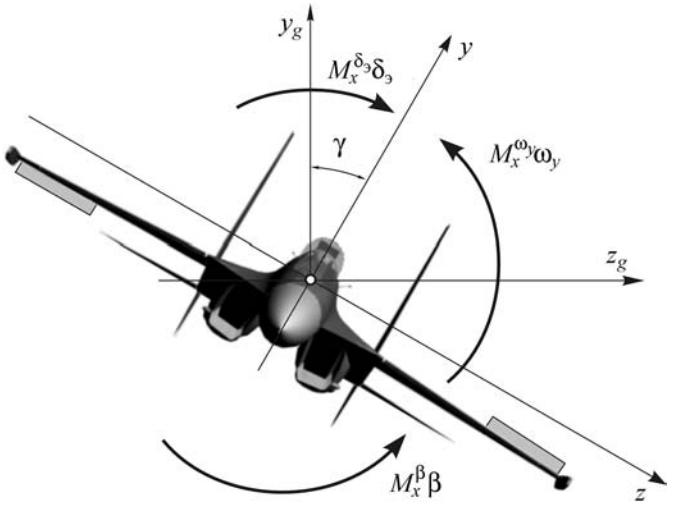


Рис. 15.8. Моменты, действующие относительно продольной оси

момент $M_y^{\beta}\beta$, обусловленный свойством путевой устойчивости самолета, приводит к нарушению балансировки относительно оси *OY* связанной системы координат *OXYZ*. Появляются угловое ускорение $\dot{\omega}_y$ и угловая скорость рыскания ω_y. Возникает спиральный мо-

мент $M_x^{\omega_y}\omega_y$, «подкручивающий» самолет по крену. Если в этом случае справедливо равенство

$$|M_x^{\beta}\beta| < |M_x^{\delta_э}\delta_э + M_x^{\omega_y}\omega_y|,$$

то самолет после некоторого «зависания» продолжает свое движение по крену (см. рис. 15.4).

При $\lambda^2 < 0$ самолет имеет обратную реакцию по крену на отклонение органов поперечного управления. Этому соответствует условие

$$\frac{m_y^{\delta_э}}{m_x^{\delta_э}} > \frac{m_y^{\beta}}{m_x^{\beta}}$$

(при $\lambda_э^2 = 0$, $\frac{\overline{M}_\psi^{\delta_э}}{\overline{M}_\gamma^{\delta_э}} = \frac{\overline{\sigma}_\beta}{\overline{\sigma}_\gamma}$, или $\frac{m_y^{\delta_э}}{m_x^{\delta_э}} = \frac{m_y^{\beta}}{m_x^{\beta}}$). Физика этого процесса рассматривается аналогично физике процесса «зависания» по крену.

При $\lambda^2 > 1$ возникающие углы скольжения способствуют развитию угла крена, однако образование углов скольжения происходит с запаздыванием в соответствии с динамикой бокового колебательного движения. Поэтому летчик стремится ускорить процесс их образования, выполняя действия, направленные на повышение частоты бокового колебательного движения и снижение его демпфирования. Это может привести к возникновению колебательной неустойчивости замкнутой системы «самолет–летчик» и последующей раскачке самолета летчиком по крену.

На рис. 15.9 приведены оценки характеристик поперечной управляемости самолета в зависимости от параметра λ^2, данные летчиками на пилотажном стенде. Видно, что для обеспечения удовлетворительных характеристик поперечной управляемости в данном случае необходимо обеспечить значения параметра в пределах $0,5 \le \lambda^2 \le 1,2$, при этом наиболее высокие оценки соответствуют тому случаю, когда управляемые движения по крену близки к изолированному ($\lambda^2 \approx 1$). Базируясь на этих данных, можно провести анализ требований к соотношению моментов рыскания и крена органов поперечного управления. Для этой цели используется график, на котором по оси ординат отложено отношение момента рыскания к моменту крена органов поперечного управления, а по оси абсцисс — угол атаки. В этих координатах строятся зависимо-

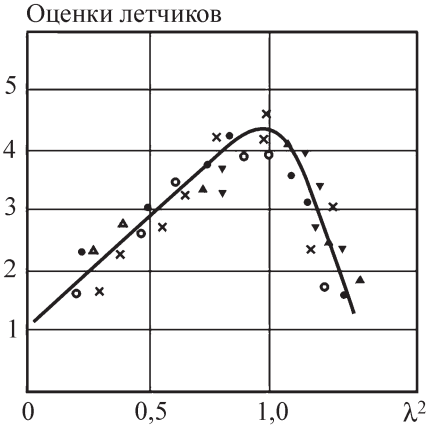


Рис. 15.9. Оценки характеристик поперечной управляемости самолета в зависимости от параметра λ^2, данные летчиками на пилотажном стенде

сти $\frac{m_y^{\delta_э}}{m_x^{\delta_э}}(\alpha) = -\frac{I_y}{I_x}\mathrm{tg}(\alpha + \varphi_{гл})$ и $\frac{m_y^{\delta_э}}{m_x^{\delta_э}}(\alpha) = \frac{m_y^{\beta}}{m_x^{\beta}}(\alpha)$, соответствующие значениям λ^2, равным 1 и 0. Зависимость $\frac{m_y^{\delta_э}}{m_x^{\delta_э}}(\alpha)$ для некоторого значения параметра λ^2 определяется путем линейной интерполяции по λ^2:

$$\frac{m_y^{\delta_э}}{m_x^{\delta_э}}(\alpha)\Bigg|_{\lambda^2} = \frac{m_y^{\delta_э}}{m_x^{\delta_э}}(\alpha)\Bigg|_{\lambda^2=0} + \lambda^2\left(\frac{m_y^{\delta_э}}{m_x^{\delta_э}}(\alpha)\Bigg|_{\lambda^2=1} - \frac{m_y^{\delta_э}}{m_x^{\delta_э}}(\alpha)\Bigg|_{\lambda^2=0}\right).$$

Это позволяет нанести границы, определяющие зоны, где параметр $\lambda^2 > 1{,}25$ (зона *А*), где параметр $0{,}5 < \lambda^2 < 1{,}25$ (зона *Б*) и где параметр $\lambda^2 < 0{,}5$ (зона В). Пример зависимости $\frac{m_y^{\delta_э}}{m_x^{\delta_э}}(\alpha)$ для конкретного самолета приведен на рис. 15.10. Видно, что на малых углах атаки зависимость $m_y^{\delta_э} / m_x^{\delta_э}$ соответствует удовлетворительным характеристикам поперечной управляемости, а при $\alpha > 10°$ возможно ухудшение качества переходных процессов по крену в виде возникновения «зависаний» по крену.

Отсюда следует, что на больших углах атаки при большой разнице в моментах инерции I_y и I_x ($I_y/I_x \approx 10$) и повышенных запасах поперечной устойчивости для обеспечения приемлемых характеристик поперечного управления ($\lambda^2 \approx 1$) необходимо, чтобы органы

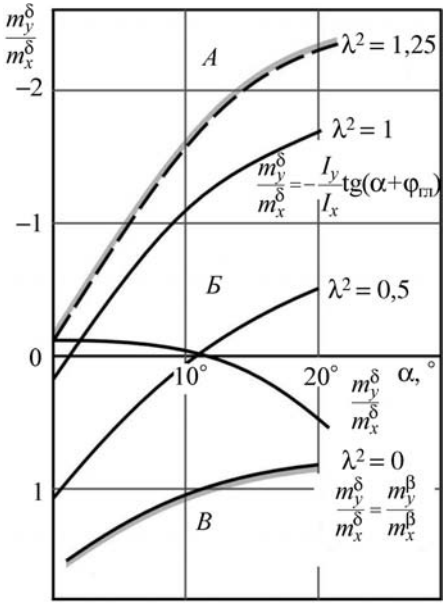


Рис. 15.10. Зависимость отношения момента рыскания к моменту крена органов поперечного управления от угла атаки

поперечного управления помимо моментов крена создавали и значительные моменты рыскания, которые через угол скольжения «подкручивали» бы самолет. При отсутствии моментов рыскания или при моментах рыскания другого знака (что характерно для обычных элеронов) управляемые движения по крену могут оцениваться летчиками как неудовлетворительные.

Помимо характера переходных процессов самолета по крену важное значение имеет располагаемая угловая скорость крена при поперечном управлении. Под располагаемой угловой скоростью крена понимается угловая скорость крена, которая реализуется при максимальном отклонении органов поперечного управления. Требование к располагаемой угловой скорости крена может быть сформулировано и в виде величины угла крена, достигаемого за заданное время (например, за 1 или 2 с) при ступенчатом отклонении органов поперечного управления. Рассмотрим это требование на основе анализа передаточной функции самолета по угловой скорости крена в случае изолированного движения крена:

$$\frac{\Omega_\gamma}{\delta_э} = \frac{\overline{M}_\gamma^{\delta_э}}{p - \lambda_{кр}}. \qquad (15.26)$$

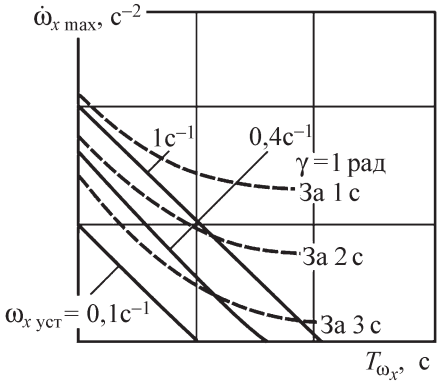


Рис. 15.11. Линии $\omega_{x\,уст}$ = const и линии γ_t = const ≈ const, полученные из решения уравнения движения крена при ступенчатом отклонении органов поперечного управления

При малых углах атаки $\Omega_\gamma \cong \omega_x$, $\overline{M}_\gamma^{\delta_э} \cong \overline{M}_x^{\delta_э}$. Введем обозначения: $\overline{\delta}_э = \delta_э / \delta_{э\,\max}$ — относительное отклонение элеронов; $\dot{\omega}_{x\,\max} = \overline{M}_x^{\delta_э} \delta_{э\max}$ — максимальное угловое ускорение самолета при отклонении органов поперечного управления; T_{ω_x} — постоянная времени движения крена, характеризующая время выхода самолета на установившуюся угловую скорость при ступенчатом отклонении элеронов. Тогда выражение (17.26) может быть представлено в виде

$$\frac{\omega_x}{\overline{\delta}_э} = \frac{\dot{\omega}_{x\,\max} T_{\omega_x}}{(T_{\omega_x} p + 1)}. \qquad (15.27)$$

Таким образом, движение по крену определяется двумя параметрами: $\dot{\omega}_{x\,\max}$ и T_{ω_x}.

На рис. 15.11 в координатах $\dot{\omega}_{x\,\max}$ и T_{ω_x} приведены линии $\omega_{x\,уст}$ = = const и линии $\gamma_{t\,=\,\text{const}} \approx$ const, полученные из решения уравнения движения крена при ступенчатом отклонении органов поперечного управления. Видно, что при малых T_{ω_x} ($T_{\omega_x} < 1$ с) линии $\omega_{x\,уст}$ = const и $\gamma_{t\,=\,\text{const}} \approx$ const практически параллельны, т.е. время выхода самолета на заданный угол крена в основном определяется располагаемой установившейся угловой скоростью крена.

На рис. 15.12 представлены результаты исследований на неподвижном пилотажном стенде характеристик поперечной управляемости маневренного самолета при выполнении задач категории А при линейной зависимости угла отклонения элеронов от хода рычага. Исходя из пятибалльной оценки летчиком управляемости самолета: 5 — «очень хорошо», 4 — «хорошо», 3 — «приемлемо», 2 и 1 — «неудовлетворительно», из графика можно сделать вывод, что наи-

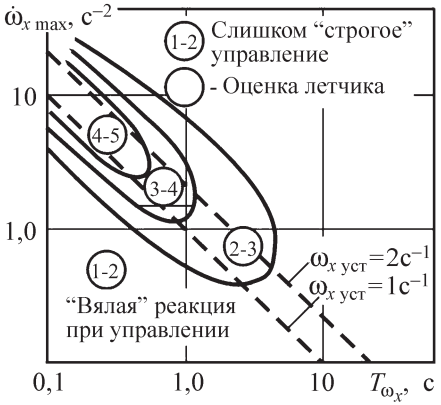


Рис. 15.12. Результаты исследований на неподвижном пилотажном стенде характеристик поперечной управляемости маневренного самолета при выполнении задач категории А

более высокие оценки летчиков для маневренного самолета на обычных режимах полета реализуются при $\omega_{x\ уст} \approx 1{,}5...2{,}0$ рад/с.

При малых угловых скоростях и медленном переходном процессе (T_{ω_x} велико) летчик отмечает «вялость» самолета, а при больших угловых скоростях и малых T_{ω_x} управление становится слишком строгим и возможна раскачка самолета. В связи с этим не следует допускать на самолете постоянной времени $T_{\omega_x} > 1$, а максимальные угловые скорости более 3 рад/с не должны сочетаться с малыми T_{ω_x}.

В ряде случаев выбранная из условия балансировки на посадке эффективность органов поперечного управления может оказаться избыточной на больших скоростях. В этом случае целесообразно в первую очередь рассмотреть введение нелинейного закона отклонения органа управления по ходу ручки с меньшим градиентом отклонения элеронов при малых ходах ручки управления. Возможно также и отключение некоторых секций органов поперечного управления (например, щитков-интерцепторов).

Увеличение высоты полета приводит к заметному возрастанию постоянной времени

$$T_{\omega_x} = -\frac{4 I_x}{\rho V S L^2 m_x^{\bar{\omega}_x}},$$

что приводит к ухудшению поперечной управляемости самолета.

Оценки летчиков зависят от класса самолета и от режима полета. Так, например, для неманевренного самолета на режиме посадки высокие оценки летчиков по результатам стендовых исследований соответствуют диапазону $\omega_{x\ уст} \approx 0{,}3...1{,}0$ рад/с.

Приведенные требования к так называемому быстродействию самолета по крену можно получить, рассматривая эффективность выполнения отдельных маневров основного назначения самолета. Так, из решения модельных задач: а) синхронное маневрирование двух самолетов, летящих друг за другом; б) выполнение разворота по курсу на 180° следует, что потребное быстродействие по крену для задачи а соответствует изменению γ на 90° за время 1 с, а для задачи б — угловой скорости крена 120 °/с.

Таким образом, требования к угловой скорости крена зависят от класса самолетов (тяжелые или маневренные), а также от рода выполняемых самолетом задач.

Кроме требований к угловой скорости крена при выборе эффективности органов поперечного управления необходимо учитывать обеспечение балансировки самолета по крену.

Важным расчетным случаем при этом является обеспечение балансировки самолета по крену при посадке с боковым ветром. При этом расчетная величина боковой составляющей ветра W = 10... 15 м/с. Следует отметить, что при наличии моментов рыскания от органов поперечного управления может усложниться балансировка угла скольжения рулем направления, а именно: при $m_y^{\delta_э} / m_x^{\delta_э} < 0$ потребные для балансировки углы отклонения руля направления увеличиваются.

Другими ситуациями для выбора эффективности поперечного управления являются балансировка самолета при отказе одного двигателя при многодвигательной схеме и балансировка самолета при несимметричной конфигурации, например при несимметричном расположении подвесок на консолях крыла. Следует отметить, что «расходы» органа поперечного управления для балансировки не должны исключать возможность выполнения самолетом маневров по крену.

Путевая управляемость. Расчетными случаями для выбора эффективности руля направления являются:

балансировка бокового ветра при посадке;

балансировка при отказе одного двигателя для самолета с разнесенными двигателями.

При оценке характеристик управляемости самолета при отклонении руля направления необходимо учитывать следующие обстоятельства.

1. Отклонение руля направления вызывает не только момент рыскания $m_y^{\delta_н} \delta_н$, но и момент крена $m_x^{\delta_н} \delta_н$. Этот момент крена (для руля, расположенного сверху фюзеляжа) направлен в сторону, противопо-

ложную той, которая необходима для ввода самолета в координированный разворот. В результате при малых значениях поперечной устойчивости суммарный момент крена самолета при отклонении руля направления может быть направлен в сторону, противоположную потребной. Это явление, известное как «обращение реакции самолета по крену при отклонении руля направления», воспринимается летчиком как поперечная неустойчивость самолета; оно затрудняет пилотирование и недопустимо при малой эффективности элеронов.

Условие «обратимости» может быть получено из анализа передаточной функции самолета по углу крена на отклонение руля направления $\frac{\gamma}{\delta_н}$. Выражение для нее получается из (15.20) при $\delta = \delta_н$. Условие отсутствия «обратимости» имеет вид

$$\overline{M}_{\gamma}^{\delta_н} \frac{\omega_2^2}{\omega_0^2} < 0 \text{ или } \frac{m_x^{\beta}}{m_y^{\beta}} > \frac{m_x^{\delta_н}}{m_y^{\delta_н}}.$$

Это накладывает ограничение на минимально допустимый запас поперечной устойчивости. Расчетным случаем «обратимости» являются режимы, на которых реализуется минимальная поперечная устойчивость самолета, т.е. обычно режимы малых углов атаки.

2. Для сверхзвуковых самолетов, в особенности на больших углах атаки, характерной является большая поперечная устойчивость. В этих условиях отклонение руля направления по крену может вызвать повышенную реакцию самолета по крену. Такое явление может наблюдаться на режимах малых скоростей, в особенности при отклоненной механизации. В условиях уменьшения эффективности элеронов на больших углах атаки это приводит к таким особенностям пилотирования самолета, для которых в некоторых случаях может потребоваться специально ограничить минимальные скорости самолета.

Соотношение углов отклонения элеронов и руля направления, при которых не нарушается поперечная балансировка самолета (при линейных зависимостях углов отклонения рулей от хода рычагов), получается из равенства нулю моментов крена и рыскания при отклонении элеронов и руля направления и определяется выражением

$$\frac{\delta_э}{\delta_н} = \frac{m_x^{\beta}}{m_y^{\beta}} \frac{m_y^{\delta_н} - \frac{m_y^{\beta}}{m_x^{\beta}} m_x^{\delta_н}}{m_x^{\delta_э} - \frac{m_y^{\beta}}{m_x^{\beta}} m_y^{\delta_э}},$$

а следовательно, зависит от всех основных параметров боковой устойчивости и управляемости самолета. Для нормального пилотирования можно рекомендовать, чтобы при минимальных скоростях $V = V_{\min}$ величина $\delta_э/\delta_н \le 3$.

3. На режимах больших скоростей даже небольшим углам скольжения соответствуют значительные боковые перегрузки. Поэтому необходимо принимать меры к их ограничению. Простейшим средством улучшения характеристик путевой управляемости самолета является применение изменяемой загрузки педалей $P_н$. На посадочных режимах необходимо использовать устройство загрузки с малым градиентом $dP_н/dX_н$ ($X_н$ — ход педалей), а на режимах полета, соответствующих большим значениям скоростного напора, необходимо иметь более тяжелую загрузку.

Рассмотрим реакцию самолета на угол скольжения β, считая, что самолет обладает поперечной и путевой статической устойчивостью ($m_x^\beta < 0$, $m_y^\beta < 0$) и пренебрежимо малыми аэродинамическими моментами демпфирования ($m_x^{\overline{\omega}_x} \approx 0$, $m_y^{\overline{\omega}_y} \approx 0$) в боковом движении.

Для определенности пусть в начальный момент времени угол скольжения $\beta > 0$, а угол крена $\gamma = 0$. Тогда под действием поперечного $M_x^\beta\beta$ и путевого $M_y^\beta\beta$ аэродинамических моментов возникнут угловые ускорения $\dot{\omega}_x$, $\dot{\omega}_y$ и угловые скорости ω_x, ω_y. В результате самолет начнет крениться на левое крыло и одновременно поворачиваться относительно оси OY связанной системы координат. Первоначальный угол скольжения начнет уменьшаться. Однако при достижении $\beta = 0$ самолет не остановится, а по инерции будет продолжать свое движение по крену и рысканию. Отрицательный угол крена ($\gamma < 0$) на левое крыло приведет к появлению отрицательного угла скольжения ($\beta < 0$), и весь процесс повторится в обратном порядке. Поскольку аэродинамические моменты демпфирования пренебрежимо малы, то возникнет колебательный процесс по крену и рысканию, самолет будет крениться с крыла на крыло с одновременными колебаниями по углу рыскания. Траектория движения центра масс самолета будет напоминать по форме «змейку». Такое движение самолета называется «голландским шагом».

Колебания самолета по крену и рысканию со значительной частотой затрудняют управление самолетом. Чем больше амплитуда колебаний самолета по крену и рысканию в возмущенном движении, тем хуже оценивает летчик его характеристики устойчивости. Обычно летчик лучше оценивает не углы, а угловые скорости, поэтому максимальные отклонения по углам крена и рыскания лучше контролиро-

вать по соотношению максимальных амплитуд угловых скоростей $|\omega_x|_{\max}$ и $|\omega_y|_{\max}$. Это соотношение определяется показателем

$$\varkappa = \frac{|\omega_x|_{\max}}{|\omega_y|_{\max}},$$

который иногда называют коэффициентом гармоничности бокового движения.

Отыщем этот показатель в первом приближении при сделанных выше предположениях, рассматривая изолированные движения крена и рыскания. Запишем уравнения моментов относительно осей OX и OY связанной системы координат:

$$I_x\dot{\omega}_x = M_x^{\beta}\beta;$$
$$I_y\dot{\omega}_y = M_y^{\beta}\beta.$$

Проинтегрируем эти уравнения при нулевых начальных условиях и постоянной скорости полета ($V = \text{const}$). Получим

$$I_x\omega_x(t) = M_x^{\beta}\int_0^t \beta(\tau)d\tau;$$

$$I_y\omega_y(t) = M_y^{\beta}\int_0^t \beta(\tau)d\tau.$$

Поделив первое выражение на второе и заменяя текущие значения угловых скоростей их максимальными значениями, получим

$$\varkappa = \frac{|\omega_x|_{\max}}{|\omega_y|_{\max}} = \frac{M_x^{\beta}}{M_y^{\beta}}\frac{I_y}{I_x},$$

или

$$\varkappa = \frac{m_x^{\beta}}{m_y^{\beta}}\frac{I_y}{I_x}.$$

Более подробный анализ свободного возмущенного движения самолета по крену и рысканию с учетом влияния углов атаки и аэро-

динамического момента демпфирования движения крена приводит к следующему выражению показателя $\varkappa$:

$$\varkappa = \frac{\overline{\sigma}_\gamma}{\overline{\sigma}_\beta} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{(\overline{M}_\gamma^{\Omega_\gamma})^2}{\overline{\sigma}_\beta}}}.$$

Для хорошей оценки летчиком характеристик боковой устойчивости и управляемости необходимо, чтобы показатель $\varkappa$ не превышал определенного значения:

$$\varkappa \le \begin{cases} 2...3 & \text{для легких самолетов;} \\ 1...2 & \text{для тяжелых самолетов.} \end{cases}$$

Для проектных компоновок современных самолетов отношение главных моментов инерции $I_y / I_x \sim 10$. В этих условиях достигнуть приемлемых значений показателя $\varkappa$ только аэродинамической компоновкой самолета на всех эксплуатационных режимах полета становится невозможным. Поэтому хорошие характеристики боковой устойчивости и управляемости на современных самолетах обеспечиваются системами автоматического управления.

Глава 16

СТАТИЧЕСКАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ В БОКОВОМ ДВИЖЕНИИ. БОКОВАЯ БАЛАНСИРОВКА САМОЛЕТА. ХАРАКТЕРИСТИКИ БОКОВОЙ СТАТИЧЕСКОЙ УПРАВЛЯЕМОСТИ

Статическая устойчивость предполагает начальную тенденцию движения самолета к исходному положению равновесия после действия возмущения и является необходимым условием устойчивости.

Оценка статической устойчивости продольного движения проводилась на основе рассмотрения статического равновесия моментов, действующих на самолет, относительно оси *OZ* определением производных $\frac{dm_{R_z}}{d\alpha}$ или $\frac{dm_{R_z}}{dc_y}$.

В боковом движении под исходными параметрами понимают углы скольжения и крена, которые в частном случае могут быть нулевыми. Так как моменты сил относительно осей *Ox* и *Oy* не зависят от угла крена, то в качестве исходного параметра движения рассматривают только угол скольжения, хотя возникновение угла крена приводит к появлению угла скольжения и, следовательно, к изменению равновесия моментов сил в боковом движении. Поэтому оценка статической устойчивости бокового движения по углу скольжения также проводится на основе рассмотрения статического равновесия действующих на самолет моментов, но относительно других осей — *Oy* и *Ox*. При этом боковую статическую устойчивость условно разделяют на путевую (флюгерную), которую оценивают как $dm_{R_y} / d\beta$, и поперечную, которую оценивают как $dm_{R_x} / d\beta$, и рассматривают их изолированно.

16.1. СТАТИЧЕСКАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ САМОЛЕТА В БОКОВОМ ДВИЖЕНИИ ПРИ ФИКСИРОВАННЫХ РУЛЯХ

При анализе боковой статической устойчивости в качестве исходного движения рассматривается прямолинейный установившийся полет. Боковое движение сбалансировано, когда сумма моментов относительно осей *Ox* и *Oy*, а также сумма проекций сил на ось *Oz* равны нулю: $M_{R_x} = 0$, $M_{R_y} = 0$, $R_z = 0$. При возникновении скольжения или кренения самолета нарушается равновесие сил и моментов в горизонтальном полете при неизменном балансировочном положении рулей.

Возникновение угла скольжения $\Delta\beta$ приводит к появлению приращения поперечной силы ΔZ, приложенного в фокусе самолета по углу скольжения (т.е. в точке приложения приращения силы Z) и искривляющего траекторию движения. Как следствие, при этом возникают несбалансированные аэродинамические моменты крена $\Delta M_x(\Delta\beta)$ и рыскания $\Delta M_y(\Delta\beta)$, а также демпфирующие и перекрестные моменты.

В результате возникновения угла крена $\Delta\gamma$ появляется проекция веса на ось *Oz*, которая, искривляя траекторию, обусловливает возникновение скольжения. Следствием этого является возникновение неуравновешенных путевого $\Delta M_y(\Delta\beta)$ и поперечного $\Delta M_x(\Delta\beta)$ аэродинамических моментов, а также демпфирующих и перекрест-

ных моментов. Это значит, что при нарушении бокового равновесия самолет начинает вращаться одновременно вокруг осей Ox и Oy. В этом особенность и сложность изучения боковой устойчивости и управляемости, требующего рассмотрения системы дифференциальных уравнений бокового движения.

Показатели статической устойчивости бокового движения включают показатели поперечной статической устойчивости и путевой статической устойчивости.

Путевая и поперечная статическая устойчивость самолета рассматривается с фиксированными и освобожденными органами или рычагами управления.

Под **путевой статической устойчивостью** понимается возможность самолета самостоятельно, без вмешательства летчика, противодействовать изменению угла скольжения. Она определяется знаком производной $dM_{R_y} / d\beta$. При фиксированном положении руля направления знак этой производной определяется знаком производной коэффициента момента $m^{\beta}_{R_y} = \partial m_{R_y} / \partial\beta$. В дальнейшем будем считать, что $m^{\beta}_{R_y} = m^{\beta}_{y}$, т.е. коэффициент m^{β}_{y} учитывает влияние силовой установки ($m^{\beta}_{P_y}$, см. гл. 10). Аналогично $m^{\beta}_{R_x} = m^{\beta}_{x}$.

Если производная $m^{\beta}_{y} < 0$, то самолет обладает путевой статической устойчивостью, так как в этом случае при возникновении скольжения на правое полукрыло ($\Delta\beta > 0$) возникает отрицательный момент рыскания ($\Delta m_y = m^{\beta}_{y}\Delta\beta < 0$), стремящийся развернуть самолет вправо, т.е. убрать угол скольжения ($\Delta\beta \to 0$). Если $m^{\beta}_{y} > 0$, то самолет не обладает путевой статической устойчивостью, так как при положительном скольжении ($\Delta\beta > 0$) возникает положительный момент рыскания ($\Delta m_y = m^{\beta}_{y}\Delta\beta > 0$), стремящийся развернуть самолет влево и тем самым увеличить начальный угол скольжения. И, наконец, если под действием возмущений начинается скольжение на какое-либо полукрыло с некоторым углом $\Delta\beta$ и при этом не возникает момент рыскания ($m^{\beta}_{y} = 0$), самолет считается статически нейтральным ($m^{\beta}_{y} = 0$).

Частная производная m^{β}_{y} называется *степенью путевой статической устойчивости* самолета. Как следует из гл. 10, на величину m^{β}_{y} влияют, главным образом, размеры вертикального оперения и место его расположения, а также число М и угол атаки. При определенных числах М (как правило, сверхзвуковых) самолет может потерять путевую статическую устойчивость, что делает процесс пилотирования практически невозможным. Аналогично влияет на путевую статическую устойчивость увеличение угла атаки.

Поперечная статическая устойчивость самолета определяет способность самолета крениться в сторону, обратную скольжению. Физически это означает способность самолета сохранять заданный крен, как нулевой, так и ненулевой. Если в исходном горизонтальном полете $\gamma_0 = 0$, то при возникновении возмущения по крену ($\Delta\gamma > 0$) кинематически возникает $\Delta\beta > 0$ и при $m_x^\beta < 0$ приращение момента крена $m_x^\beta \Delta\beta < 0$, т.е. самолет стремится устранить первоначальное кренение. При фиксированном положении органов бокового управления поперечная устойчивость определяется знаком производной $\partial m_x / \partial\beta$, называемой *степенью поперечной статической устойчивости*. Если производная $m_x^\beta < 0$, то самолет обладает поперечной статической устойчивостью.

Самолет должен обладать поперечной статической устойчивостью. Иногда ошибочно полагают, что для самолета необязательно наличие поперечной статической устойчивости, а достаточно хотя бы нейтральности ($m_x^\beta = 0$) в силу резкой реакции по крену при возмущении по углу скольжения. Однако при этом реакция самолета по крену на отклонение педали будет обратной ($\omega_x^{X_н} < 0$), что не допускается в летной практике. Подробно об этом будет сказано далее. Чрезмерно же большое значение производной m_x^β способствует сильному взаимодействию движения крена и рыскания (большое значение показателя $\varkappa$, см. гл. 15), что затрудняет процесс пилотирования. Поэтому минимальное потребное значение производной m_x^β обычно выбирается из условия прямой реакции самолета по крену на отклонение педали.

Необходимая поперечная статическая устойчивость самолета обеспечивается выбором соответствующей V-образности крыла при определенной стреловидности, его расположением по высоте относительно фюзеляжа и другими конструктивными решениями, а также при необходимости средствами автоматики.

Установка в каналах крена и рыскания автоматов устойчивости обеспечивает необходимые степени поперечной и путевой устойчивости при фиксированных рычагах управления.

В качестве примера рассмотрим простые (идеальные) автоматы поперечной и путевой статической устойчивости, чувствительные элементы которых формируют сигналы

$$\Delta\delta_э = K_{\omega_x} \Delta\omega_x + K_{э\beta}\Delta\beta;\ \Delta\delta_н = K_{\omega_y} \Delta\omega_y + K_{н\beta}\Delta\beta,$$

где K_{ω_x}, $K_{э\beta}$, K_{ω_y}, $K_{н\beta}$ — передаточные числа (коэффициенты усиления) автомата поперечной устойчивости и путевой устойчивости соответственно.

Такие отклонения органов управления приводят к возникновению дополнительных моментов крена и рыскания, коэффициенты которых

$$\Delta m_x = m_x^{\delta_э} \Delta\delta_э = m_x^{\delta_э} (K_{\omega_x} \Delta\omega_x + K_{э\beta} \Delta\beta), \quad (16.1)$$

$$\Delta m_y = m_y^{\delta_н} \Delta\delta_н = m_y^{\delta_н} (K_{\omega_y} \Delta\omega_y + K_{н\beta} \Delta\beta). \quad (16.2)$$

Взяв частные производные от левых и правых частей выражений (16.1) и (16.2) по углу скольжения и угловым скоростям ω_x и ω_y, получим

$$\Delta m_x^{\beta} = K_{э\beta} m_x^{\delta_э}; \quad \Delta m_y^{\beta} = K_{н\beta} m_y^{\delta_н};$$

$$\Delta m_x^{\omega_x} = K_{\omega_x} m_x^{\delta_н}; \quad \Delta m_y^{\omega_y} = K_{\omega_y} m_y^{\delta_н}.$$

Следовательно, при фиксированных рычагах управления

$$m_{x_ф}^{\beta} = m_x^{\beta} + \Delta m_x^{\beta} = m_x^{\beta} + K_{э\beta} m_x^{\delta_э}, \quad (16.3)$$

$$m_{y_ф}^{\beta} = m_y^{\beta} + \Delta m_y^{\beta} = m_y^{\beta} + K_{н\beta} m_y^{\delta_н}, \quad (16.4)$$

$$m_{x_ф}^{\bar{\omega}_x} = m_x^{\bar{\omega}_x} + K_{\omega_x} m_x^{\delta_э} \frac{2V}{l}, \quad (16.5)$$

$$m_{y_ф}^{\bar{\omega}_y} = m_y^{\bar{\omega}_y} + K_{\omega_y} m_y^{\delta_н} \frac{2V}{l}. \quad (16.6)$$

Из выражений (16.3)...(16.6) видно, что автоматы устойчивости в каналах крена и рыскания одновременно увеличивают демпфирование колебаний и стабилизирующие моменты рыскания и крена при $K_{\omega_x} > 0$, $K_{э\beta} > 0$, $K_{\omega_y} > 0$, $K_{н\beta} > 0$. Степени поперечной и путевой статической устойчивости и демпфирование при фиксированных рычагах управления у самолетов с автоматами будут больше, чем при фиксированных рулях. При необходимости уменьшения поперечной статической устойчивости $K_{э\beta} < 0$.

Путевая и поперечная устойчивости самолета со свободными рулями рассмотрены в подразд. 16.2.

16.2. БАЛАНСИРОВКА САМОЛЕТА В ПРЯМОЛИНЕЙНОМ ПОЛЕТЕ СО СКОЛЬЖЕНИЕМ

В практике пилотирования установившийся прямолинейный полет со скольжением выполняется при посадке с боковым вет-

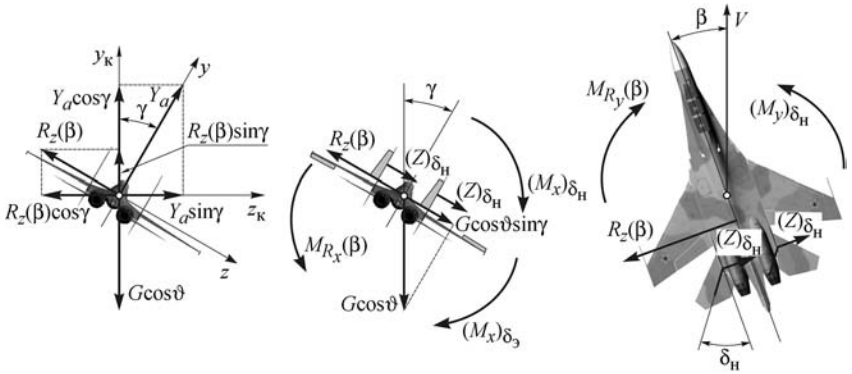


Рис. 16.1. Реакция самолета на возникновение угла скольжения

ром, несимметричном отказе двигателей, при несимметричной внешней подвеске грузов и т.д. В летных испытаниях такой полет выполняется путем искусственного создания скольжения, возникающего при отклонении руля направления. Для его выполнения необходимо, чтобы сумма проекций сил на оси *OY* и *OZ* любой (например, связанной) системы координат, а также сумма проекций моментов относительно связанных осей *OY* и *OX* были равны нулю:

$$F_y = 0;\ F_z = 0;\ M_{R_x} = 0;\ M_{R_y} = 0.$$

В соответствии с рис. 16.1

$$mg\cos\vartheta\sin\gamma + R_z = 0. \tag{16.7}$$

С учетом, что $mg\cos\vartheta\cos\gamma = Y_a$ ($n_{ya} = \cos\vartheta\cos\gamma$), это уравнение будет иметь вид

$$R_z + Y_a\,\mathrm{tg}\gamma = 0,$$

где $R_z = Z + iP_z$, Z — поперечная аэродинамическая сила; i — число двигателей; P_z — поперечная составляющая тяги, или

$$c^{\beta}_{R_z}\beta + c^{\delta_н}_z\delta_н + c_{ya}\,\mathrm{tg}\gamma = 0. \tag{16.8}$$

Здесь $c^{\beta}_{R_z} = c^{\beta}_z + c^{\beta}_{P_z}$, $c^{\beta}_{P_z} = i\dfrac{c_P}{V_a/V - 1}$ — для ВРД и $c^{\beta}_{P_z} = ik\dfrac{D^2_в}{S}$ — для винтовых движителей (см. гл. 10).

Условия равновесия боковых моментов запишем, приравняв (10.53) и (10.54) нулю:

$$\begin{aligned} m_x^{\beta}\beta + m_x^{\delta_э}\delta_э + m_x^{\delta_н}\delta_н = 0; \\ m_y^{\beta}\beta + m_y^{\delta_э}\delta_э + m_y^{\delta_н}\delta_н = 0. \end{aligned} \tag{16.9}$$

Если в (16.9) пренебречь величиной $m_y^{\delta_э}$, то получим выражение для балансировочных углов отклонения органов бокового управления

$$\delta_н \approx -\frac{m_y^{\beta}}{m_y^{\delta_н}}\beta, \tag{16.10}$$

$$\delta_э = -\frac{1}{m_x^{\delta_э}}\left(m_x^{\beta} - m_y^{\beta}\frac{m_x^{\delta_н}}{m_y^{\delta_н}} \right)\beta. \tag{16.11}$$

При малых углах крена ($\gamma \le 10°$, $\mathrm{tg}\gamma \approx \gamma$) и для горизонтального полета ($\cos\vartheta \approx 1$) из (16.8) с учетом (16.10) получаем связь между углами β и γ:

$$\gamma \approx -\frac{1}{c_{ya\,г.п}}\left(c_z^{\beta} - \frac{m_y^{\beta}}{m_y^{\delta_н}}c_z^{\delta_н} \right)\beta. \tag{16.12}$$

Потребные для балансировки самолета отклонения педалей $X_н$ и боковое отклонение рычага (штурвала) $X_э$ определяются как

$$X_н = \frac{\delta_н}{K_{ш.н}}; \quad X_э = \frac{\delta_э}{K_{ш.э}},$$

где $K_{ш.н} = \dfrac{d\delta_н}{dX_н}$; $K_{ш.э} = \dfrac{d\delta_э}{dX_э}$ — коэффициенты передачи для путевого и поперечного управления самолетом соответственно.

На рис. 16.2 показан характер балансировочных отклонений рычага управления по крену и педалей при выполнении прямолинейного полета с заданным скольжением и потребный угол крена, обеспечивающий прямолинейный полет статически устойчивого в боковом движении самолета (пунктиром показаны балансировочные кривые для самолета, статически неустойчивого в боковом движении). При аэродинамической несимметрии ($M_{x0} \ne 0$, $M_{y0} \ne 0$) балансировочные кривые не проходят через начало координат.

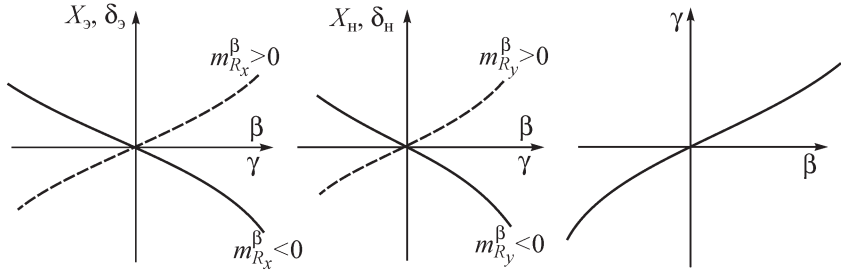


Рис. 16.2. Характер балансировочных зависимостей при прямолинейном полете со скольжением:
—— самолет, устойчивый в боковом движении; – – – самолет, неустойчивый в боковом движении

Характер зависимостей балансировочных углов отклонения рулей в боковом движении от угла скольжения (или угла крена) определяется производными

$$\frac{d\delta_н}{d\beta} \approx -\frac{m_y^{\beta}}{m_y^{\delta_н}};$$

$$\frac{d\delta_э}{d\beta} = -\frac{1}{m_x^{\delta_э}}\left(m_x^{\beta} - m_y^{\beta}\frac{m_x^{\delta_н}}{m_y^{\delta_н}} \right).$$

При наличии путевой статической устойчивости ($m_y^{\beta} < 0$) производная $\frac{d\delta_н}{d\beta} < 0$. При наличии поперечной статической устойчивости ($m_x^{\beta} < 0$), а также при $|m_x^{\beta}| > \left| m_y^{\beta}\frac{m_x^{\delta_н}}{m_y^{\delta_н}} \right|$ производная $\frac{d\delta_э}{d\beta} < 0$. Такой же знак имеют и производные $\frac{dX_н}{d\beta}$ и $\frac{dX_э}{d\beta}$. Следовательно, по характеру балансировочных кривых $m_y^{\delta_э}$ и $X_н = f(\beta)$ можно сделать суждение о боковой статической устойчивости, чем и пользуются в летных испытаниях [30].

В этом случае при прямолинейном полете со скольжением на правое крыло требуется отклонить левую педаль и рычаг вбок, вправо. Такой характер отклонения рычагов считается привычным для летчика («правильным»). Кроме того, так как необходимо вы-

полнить условие $n_{ya} = \cos\vartheta\cos\gamma$ (эта величина всегда меньше единицы), то рычаг управления летчик должен отклонить несколько от себя.

При летных испытаниях балансировочные диаграммы отклонений руля направления и элеронов удобно строить не по углу скольжения, а по углу крена самолета при прямолинейном полете со скольжением. Подобная замена объясняется тем, что в полете угол крена измерять проще, чем угол скольжения. Кроме того, летчику легче контролировать угол крена. Пользуясь формулой (16.12), устанавливающей связь между углом скольжения и балансировочным значением угла крена, всегда можно перестроить балансировочные диаграммы $\delta_н(\beta)$ и $\delta_э(\beta)$, перейдя от одной переменной (например, β) к другой (γ), и наоборот. В самом деле,

$$\frac{d\delta_н}{d\gamma} = \frac{d\delta_н / d\beta}{d\gamma / d\beta};$$

$$\frac{d\gamma}{d\beta} \approx -\frac{1}{c_{ya\,г.п}}\left(c_{R_z}^{\beta} - \frac{m_y^{\beta}}{m_y^{\delta_н}} c_z^{\delta_н} \right);$$

$$\delta_н = \frac{d\delta_н}{d\gamma}\gamma; \quad \delta_э = \frac{d\delta_э}{d\gamma}\gamma.$$

Из выражений (16.10), (16.11) видно, что с увеличением степени путевой и поперечной статической устойчивости «расходы» рулей и рычагов увеличиваются.

При анализе балансировочных кривых в прямолинейном полете со скольжением оценивают не только характер отклонения рычагов управления, но и величины их отклонения с целью определения их эффективности при выполнении полета. Расчетным случаем может являться полет со скольжением на посадке. В самом деле, наличие бокового ветра W_z порождает угол скольжения $\beta \approx W_z / V$. При постоянном значении W_z с уменьшением скорости полета требуются значительные углы отклонения рулей $\delta_э$ и $\delta_н$ и большие углы крена (рис. 16.3). Следует отметить, что максимально допустимые балансировочные углы отклонения рулей при этом не должны исключать возможности выполнения маневров по курсу и крену и соответствуют $\sim 0{,}9\delta_{э(н)\,max}$. Зная эффективность органов бокового управления и их максимально допустимые углы отклонения, можно опреде-

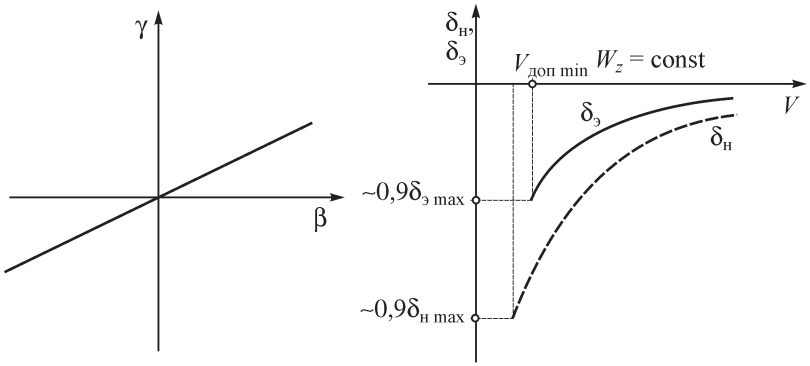


Рис. 16.3. Балансировочные положения рулей при W_z = const

лить максимальные балансировочные углы скольжения и при заданной посадочной скорости максимально допустимый боковой ветер, скорость которого на практике не превышает 15 м/с. При этом в нормативных документах оговариваются максимальные усилия на рычагах управления.

Усилия на рычагах управления элеронами и рулем направления в прямолинейном установившемся полете со скольжением

Усилие на рычаге (штурвале) считается положительным ($P_э > 0$), если летчик давит на него влево.

Для самолетов с необратимой системой управления усилия на рычагах определяются характеристиками загрузочных механизмов $P_н^{X_н}$ и $P_э^{X_э}$ и характером балансировочных отклонений рычагов (рулей) $X_н(\delta_н)$, $X_э(\delta_э)$:

$$P_н = P_н^{X_н} X_н = P_н^{X_н} \frac{\delta_н}{K_{ш.н}};$$

$$P_э = P_э^{X_э} X_э = P_э^{X_э} \frac{\delta_э}{K_{ш.э}}.$$

Усилие на рычаге при обратимой системе управления зависит от разности шарнирных моментов, действующих на правый и левый элероны. Исходя из принципа возможных перемещений, получим

$$P_э = -K_{ш.э} K_{обр} (M_{ш.пр} - M_{ш.лев}) = -K_{ш.э} K_{обр} S_{э1} b_э (m_{ш.пр} q_{пр} - m_{ш.лев} q_{лев}), \quad (16.13)$$

где $K_{ш.э} = \dfrac{d\delta_э}{dX_э}$; $dX_э$ — перемещение рычага; $K_{обр}$ — коэффициент обратимости системы управления элеронами, $K_{обр} \le 1$; $S_{э1}$ — площадь одного элерона; $b_э$ — САХ элерона; $m_{ш.пр}, m_{ш.лев}$ — эффективные значения коэффициентов шарнирных моментов правого и левого элеронов; $q_{пр}, q_{лев}$ — значения скоростных напоров для правого и левого полукрыльев. Эффективные значения $m_ш$ и q берутся в сечениях крыла, перпендикулярных к линии фокусов.

Для небольших по сравнению с χ углов скольжения выражение (16.13) примет вид [3]

$$P_э = -K_{ш.э} K_{обр} S_э b_э m_ш^{\delta_э} \left(\frac{1 + k_э}{2} \delta_э + \frac{m_ш^{\alpha}}{m_ш^{\delta_э}} \alpha\beta \mathrm{tg}\chi \right) q, \quad (16.14)$$

где $k_э$ — коэффициент дифференциальности элеронов.

Определим усилия на педалях при обратимой системе управления. За положительное усилие принимается давящее усилие на правой педали ($P_н > 0$).

Исходя из условия равенства работ на перемещение педалей на расстояние $dX_н$ и руля направления на угол $d\delta_н$ получим $P_н dX_н + K_{обр} M_{ш.н} d\delta_н = 0$, откуда

$$P_н = -K_{ш.н} K_{обр} M_{ш.н} = -K_{ш.н} K_{обр} m_{ш.н} S_н b_н K_{в.о} q, \quad (16.15)$$

где $K_{ш.н} = d\delta_н / dX_н$; $dX_н$ — линейное отклонение педали; $K_{обр}$ — коэффициент обратимости системы управления рулем направления, $K_{обр} \le 1$. Для механической системы управления (отсутствие бустеров) $K_{обр} = 1$.

При условии безотрывного обтекания коэффициент шарнирного момента руля направления определяется как

$$m_{ш.н} = m_{ш.н}^{\beta_{в.о}} \beta_{в.о} + m_{ш.н}^{\delta_н} \delta_н + m_{ш.н}^{\tau_н} \tau_н = m_{ш.н}^{\beta_{в.о}} (1 - \sigma^{\beta}) \beta + m_{ш.н}^{\delta_н} \delta_н + m_{ш.н}^{\tau_н} \tau_н.$$

Тогда

$$P_н = -K_{ш.н} K_{обр} S_н b_н K_{в.о} q [m_{ш.н}^{\beta_{в.о}} (1 - \sigma^{\beta}) \beta + m_{ш.н}^{\delta_н} \delta_н + m_{ш.н}^{\tau_н} \tau_н]. \quad (16.16)$$

Боковая статическая устойчивость с освобожденным управлением

Такой вид устойчивости имеет смысл только для самолетов с обратимым управлением в боковом канале, когда в длительном установившемся полете летчик с помощью триммера устанавливает на рычагах (педалях и штурвале) нулевое усилие при полете со скольжением. Смысл устойчивости с освобожденным управлением в основном заключается в том, что собственно усилия на рычагах при их балансировочном положении в значительной степени определяются степенью устойчивости с освобожденным управлением.

При нулевом усилии на педалях (при отклонении триммера) коэффициент шарнирного момента руля направления равен нулю:

$$m_{\text{ш.н}}^{\beta_{\text{в.о}}}(1-\sigma^{\beta})\beta + m_{\text{ш.н}}^{\delta_{\text{н}}}\delta_{\text{н}} + m_{\text{ш.н}}^{\tau_{\text{н}}}\tau_{\text{н}} = 0.$$

При возникновении возмущения $\Delta\beta$ руль направления поворачивается относительно вертикального оперения на угол

$$\Delta\delta_{\text{н}} = -\frac{m_{\text{ш.н}}^{\beta}(1-\sigma^{\beta})}{m_{\text{ш.н}}^{\delta_{\text{н}}}}\Delta\beta,$$

порождая приращение момента

$$\Delta m_{y_{\text{с}}} = -m_{y}^{\delta_{\text{н}}}\frac{m_{\text{ш.н}}^{\beta}(1-\sigma^{\beta})}{m_{\text{ш.н}}^{\delta_{\text{н}}}}\Delta\beta,$$

который носит характер дестабилизирующего, т.е.

$$\Delta m_{y_{\text{с}}}^{\beta} = -m_{y}^{\delta_{\text{н}}}\frac{m_{\text{ш.н}}^{\beta}(1-\sigma^{\beta})}{m_{\text{ш.н}}^{\delta_{\text{н}}}} > 0.$$

Следовательно, степень статической путевой устойчивости самолета с освобожденным управлением

$$m_{y_{\text{с}}}^{\beta} = m_{y}^{\beta} - m_{y}^{\delta_{\text{н}}}\frac{m_{\text{ш.н}}^{\beta}}{m_{\text{ш.н}}^{\delta_{\text{н}}}}(1-\sigma^{\beta}) \qquad (16.17)$$

меньше, чем с фиксированным управлением.

Аналогично для изолированного движения крена при обнулении усилия на штурвале с помощью триммера

$$\frac{1+k_э}{2}\delta_э + \frac{m^{\alpha}_{ш.э}}{m^{\delta_э}_{ш.э}}\alpha\beta\mathrm{tg}\chi + m^{\tau_э}_{ш.э}\tau_э = 0.$$

При возникновении возмущений по углу скольжения β элерон отклоняется на угол

$$\Delta\delta_э = -\frac{2}{1+k_э}\frac{m^{\alpha}_{ш.э}}{m^{\delta_э}_{ш.э}}\alpha\Delta\beta\mathrm{tg}\chi$$

и создаст момент крена $\Delta m_x = m_x^{\delta_э}\Delta\delta_э$, т.е.

$$\Delta m_x = -\frac{2}{1+k_э}\frac{m^{\alpha}_{ш.э}m_x^{\delta_э}}{m^{\delta_э}_{ш.э}}\alpha\Delta\beta\mathrm{tg}\chi,$$

который является дестабилизирующим по крену, т.е.

$$\Delta m_x^{\beta} = -\frac{2}{1+k_э}\frac{m^{\alpha}_{ш.э}m_x^{\delta_э}}{m^{\delta_э}_{ш.э}}\alpha\mathrm{tg}\chi > 0.$$

Следовательно, степень статической поперечной устойчивости самолета с освобожденным поперечным управлением

$$m^{\beta}_{R_{x\,с}} = m^{\beta}_{R_x} - \frac{2}{1+k_э}\frac{m^{\alpha}_{ш.э}m_x^{\delta_э}}{m^{\delta_э}_{ш.э}}\alpha\mathrm{tg}\chi \qquad (16.18)$$

меньше, чем с фиксированным.

Если в выражения для усилий на рычагах (16.15), (16.16) подставить соотношения для балансировочных углов руля направления и элеронов при прямолинейном полете со скольжением (16.10) и (16.11), то с учетом (16.17) и (16.18) получим выражения для усилий на рычагах в другом виде:

$$P_н = K_{ш.н}K_{обр}S_н b_н K_{в.о}q\frac{m^{\delta_н}_{ш.н}}{m_y^{\delta_н}}m^{\beta}_{y_с}\beta, \qquad (16.19)$$

$$P_э = K_{ш.э}K_{обр}S_э b_э q\frac{m^{\delta_э}_{ш.э}}{m_x^{\delta_э}}\left(\frac{1+k_э}{2}\right)m^{\beta}_{x_с}\beta \qquad (16.20)$$

(предполагается, что $m_x^{\delta_н} \approx 0$).

Усилия на рычагах, потребные для балансировки самолета с обратимой и необратимой системой управления, можно представить в виде

$$P_э = \frac{dP_э}{d\beta}\beta \text{ или } P_э = \frac{dP_э}{d\gamma}\gamma;$$

$$P_н = \frac{dP_н}{d\beta}\beta \text{ или } P_н = \frac{dP_н}{d\gamma}\gamma.$$

Для обратимой системы управления производные усилий определяются путем дифференцирования выражений (16.19), (16.20) по углу скольжения:

$$\frac{dP_э}{d\beta} = K_{ш.э} K_{обр} S_э b_э q \frac{m_{ш.э}^{\delta_э}}{m_x^{\delta_э}} \left(\frac{1 + k_э}{2} \right) m_{x_c}^{\beta};$$

$$\frac{dP_э}{d\gamma} = \frac{dP_э}{d\beta} \frac{d\beta}{d\gamma};$$

$$\frac{dP_н}{d\beta} = K_{ш.н} K_{обр} S_н b_н K_{в.о} q \frac{m_{ш.н}^{\delta_н}}{m_y^{\delta_н}} m_{y_c}^{\beta}; \qquad (16.20а)$$

$$\frac{dP_н}{d\gamma} = \frac{dP_н}{d\beta} \frac{d\beta}{d\gamma},$$

где $d\beta / d\gamma$ рассчитывается по формуле (16.12).

При необратимой системе управления с пружинным загружателем

$$\frac{dP_э}{d\beta} = \frac{dP_э}{d\delta_э} \frac{d\delta_э}{d\beta} = \frac{P_э^{X_э}}{K_{ш.э}} \frac{d\delta_э}{d\beta}; \quad \frac{dP_э}{d\gamma} = \frac{P_э^{X_э}}{K_{ш.э}} \frac{d\delta_э}{d\gamma};$$

$$\frac{dP_н}{d\beta} = \frac{dP_н}{d\delta_н} \frac{d\delta_н}{d\beta} = \frac{P_н^{X_н}}{K_{ш.н}} \frac{d\delta_н}{d\beta}; \quad \frac{dP_н}{d\gamma} = \frac{P_н^{X_н}}{K_{ш.н}} \frac{d\delta_н}{d\gamma}.$$

Для нормального управления самолетом требуется выполнение следующих условий:

$$X_э^{\gamma} = \frac{1}{c_{ya\,г.п}} \frac{dx_э}{d\gamma} < 0; \quad X_н^{\gamma} = \frac{1}{c_{ya\,г.п}} \frac{dX_н}{d\gamma} < 0; \quad \frac{dP_э}{d\gamma} < 0; \quad \frac{dP_н}{d\gamma} < 0 \qquad (16.21)$$

или

$$\frac{dX_э}{d\beta} < 0;\ \frac{dX_н}{d\beta} < 0;\ \frac{dP_э}{d\beta} < 0;\ \frac{dP_н}{d\beta} < 0, \qquad (16.22)$$

т.е. характер балансировочных кривых $P_э = f(\beta)$ и $P_н = f(\beta)$ должен быть аналогичным кривым, приведенным на рис. 16.2.

Следует заметить, что для самолетов с необратимой системой управления (при ее нормальной работоспособности) при условиях $X_э^\beta < 0$ и $X_н^\beta < 0$ условия $P_э^\beta < 0$ и $P_н^\beta < 0$ выполняются одновременно.

Для самолетов с безбустерным управлением возможен случай, когда $X_э^\beta < 0$ и $X_н^\beta < 0$ (самолет статически устойчив в боковом движении с фиксированным управлением), а $P_э^\beta \geq 0$ и $P_н^\beta \geq 0$ (самолет статически устойчив в боковом движении с освобожденным управлением, но неустойчив по усилиям), что является следствием ошибок при проектировании рулевых поверхностей для бокового управления и в эксплуатации не допускается. В самом деле, согласно требованиям $m_{x_c}^\beta < 0$ и $m_{y_c}^\beta < 0$, но при перекомпенсации элеронов или руля направления ($m_{ш.э}^{\delta_э} > 0$, $m_{ш.н}^{\delta_н} > 0$) величины $\frac{dP_э}{d\beta} > 0$, $\frac{dP_н}{d\beta} > 0$ (см. формулы (16.19), (16.20) и (16.20а)). Физически это означает самопроизвольный «увод» рычагов управления «вбок» при управлении боковым движением.

16.3. БОКОВАЯ БАЛАНСИРОВКА САМОЛЕТА В ПРЯМОЛИНЕЙНОМ УСТАНОВИВШЕМСЯ ПОЛЕТЕ С НЕСИММЕТРИЧНОЙ ТЯГОЙ ДВИЖИТЕЛЕЙ

Несимметричная тяга возникает в результате одностороннего отказа одного или нескольких двигателей.

Необходимым условием прямолинейного полета с одним отказавшим двигателем является возможность балансировки по боковым силам и моментам. Достаточным условием является возможность вмешательства летчика в управление прежде, чем у самолета разовьется кренение больше определенной, заданной величины, которое может привести к аварийной ситуации.

Отказ двигателя является одним из наиболее опасных отказов, вызывающих опасную ситуацию.

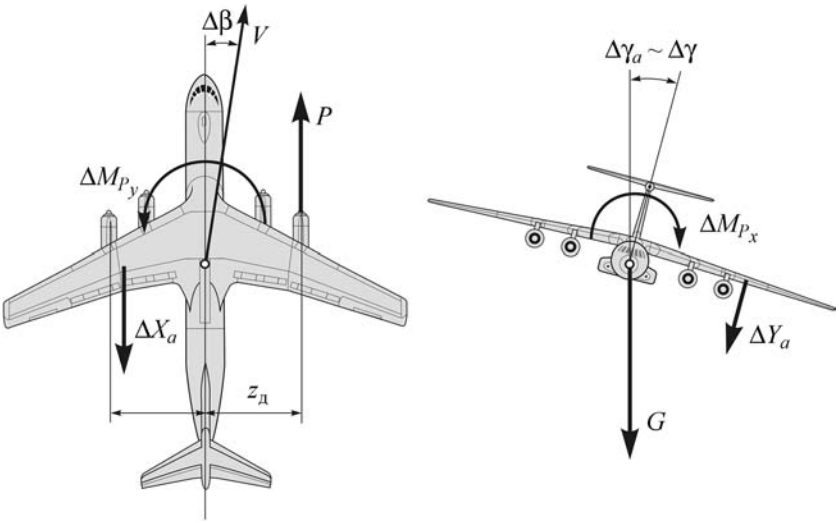


Рис. 16.4. Реакция самолета при отказе левого двигателя

При отказе двигателя возникают дополнительные силы и моменты, что требует своевременного вмешательства летчика в управление для их балансировки. К ним относятся момент рыскания, создаваемый тягой работающего двигателя, симметричного отказавшему, и силой дополнительного сопротивления отказавшего двигателя (рис. 16.4); приращение поперечной силы вертикального оперения ($\Delta Z_{в.о}$), обусловленное изменением бокового скоса потока $\Delta\sigma$ из-за влияния несимметричности струй двигателей; моменты крена ($\Delta M_{x\,в.о}$) и рыскания ($\Delta M_{y\,в.о}$), создаваемые этой силой; момент крена от поперечной составляющей тяги работающего двигателя ($P\sin\varphi_P \approx P\varphi_P$), а у самолетов с винтовыми движителями еще моменты крена и рыскания, возникающие из-за несимметричного обдува крыла винтами ($\Delta M_{x\,обд}$), ($\Delta M_{y\,обд}$).

Таким образом, имеем [4]

$$\begin{aligned}
\Delta M_{P_y} &= (P + \Delta X_a) Z_д + \Delta M_{y\,в.о} + \Delta M_{y\,обд};\\
\Delta M_{P_x} &= P\varphi_P Z_д + \Delta M_{x\,в.о} + \Delta M_{x\,обд};\\
\Delta Z &= \Delta Z_{в.о},
\end{aligned} \qquad (16.23)$$

где $Z_д$ — координата оси отказавшего (выключенного) двигателя.

Переходя к коэффициентам сил и моментов, получим

$$\Delta m_{P_y} = 0,5(c_P + \Delta c_{xa})\,\overline{Z}_{\text{д}} + \Delta m_{y\,\text{в.о}} + \Delta m_{y\,\text{обд}};$$
$$\Delta m_{P_x} = 0,5 c_P \varphi_P \overline{Z}_{\text{д}} + \Delta m_{x\,\text{в.о}} + \Delta m_{x\,\text{обд}};$$
$$\Delta c_z = c_{z\,\text{в.о}}^{\beta} K_{\text{в.о}} \frac{S_{\text{в.о}}}{S} \Delta\sigma.$$

Учитывая уравнения (16.8), (16.9) и (16.23), получим следующие условия равновесия боковых сил и моментов в установившемся прямолинейном полете с несимметричной тягой (при $m_y^{\delta_э} = 0$):

$$m_x^{\beta}\beta + m_x^{\delta_э}\delta_э + m_x^{\delta_н}\delta_н + \Delta m_{P_x} = 0;$$
$$m_y^{\beta}\beta + m_y^{\delta_н}\delta_н + \Delta m_{P_y} = 0;$$
$$c_z^{\beta}\beta + c_z^{\delta_н}\delta_н + c_{ya\,\text{г.п}}\,\text{tg}\gamma + \Delta c_z = 0.$$

Из решения этой системы получим потребные для балансировки самолета углы $\delta_н$, $\delta_э$ и γ:

$$\delta_{н\,\text{бал}} = \frac{d\delta_н}{d\beta}\beta - \frac{\Delta m_{P_y}}{m_y^{\delta_н}};$$
$$\delta_{э\,\text{бал}} = \frac{d\delta_э}{d\beta}\beta + \frac{1}{m_x^{\delta_э}}\left(\frac{m_x^{\delta_н}}{m_y^{\delta_н}}\Delta m_{P_y} - \Delta m_{P_x}\right); \qquad (16.24)$$
$$\text{tg}\gamma_{\text{бал}} = \frac{d\gamma}{d\beta}\beta + \frac{1}{c_{ya\,\text{г.п}}}\left(\frac{c_z^{\delta_н}}{m_y^{\delta_н}}\Delta m_{P_y} - \Delta c_z\right).$$

Входящие в эти уравнения производные $\frac{d\delta_н}{d\beta}, \frac{d\delta_э}{d\beta}, \frac{d\gamma}{d\beta}$ определяются по формулам (16.10)...(16.12).

На рис. 16.5 приведены балансировочные кривые $\delta_н(\beta)$, $\delta_э(\beta)$, $\gamma(\beta)$ при прямолинейном установившемся полете самолета с отказавшим левым двигателем. Расчетными (худшими) условиями для оценки балансировки самолета при асимметричном отказе двигателя обычно является полет на малой скорости с полной тягой, например, на взлете.

В отличие от балансировки самолета в прямолинейном установившемся полете со скольжением балансировка при полете с не-

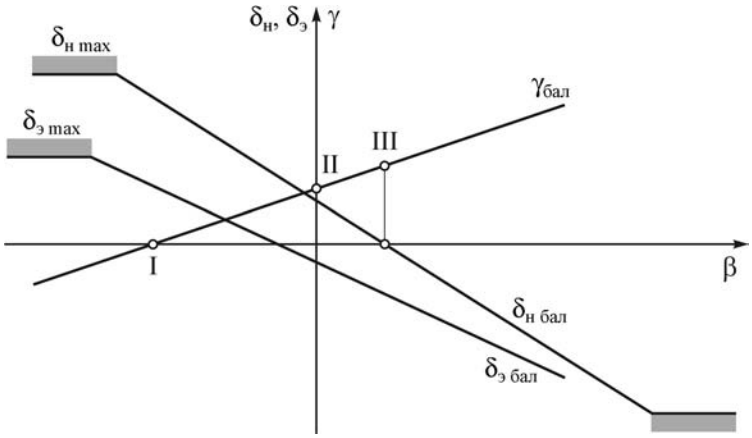


Рис. 16.5. Балансировочная диаграмма углов отклонений руля направления, элеронов и угла крена в прямолинейном установившемся полете с отказавшим левым двигателем

симметричной тягой может требовать отклонения рулей и создания угла крена даже при полете без скольжения.

Из всех возможных режимов прямолинейного установившегося полета самолета с несимметричной тягой можно выделить три характерных режима.

Полет без крена (режим I на рис. 16.5). Этот режим с точки зрения комфорта экипажа и пассажиров, особенно при полете в сложных метеорологических условиях, является наиболее приемлемым. Но при этом потребные для балансировки углы отклонения руля направления приближаются к максимальным, что приводит к большим усилиям на педалях. Если же отказавший двигатель расположен на значительном удалении от плоскости симметрии самолета, то располагаемого балансировочного значения $\delta_н$ может оказаться недостаточно. Скольжение при этом происходит на отказавший двигатель.

Полет без скольжения (режим II). При таком способе балансировки лобовое сопротивление самолета получается меньше и требуется меньшая тяга работающих двигателей, однако потребный угол крена может быть значительным.

Полет с креном и скольжением на полукрыло с работающим двигателем (режим III). Этот способ балансировки применяется при большом разворачивающем моменте рыскания ΔM_y и малом запасе руля направления. Однако в этом случае может существенно возрасти потребный угол крена, что нежелательно при заходе на посадку.

Выбор того или иного способа балансировки самолета при полете с несимметричной тягой зависит от запаса тяги двигателей и эффективности руля направления и его триммера и указывается в Руководстве по летной эксплуатации конкретного самолета. В любом случае при прямолинейном полете с несимметричной тягой должна быть обеспечена возможность снятия усилий на всех рычагах управления.

Балансировка самолета в установившемся криволинейном полете

В установившемся криволинейном полете появляются дополнительные моменты, обусловленные вращением самолета относительно осей связанной системы координат OX, OY и OZ, которые должны быть уравновешены дополнительным отклонением органов управления креном, рысканием и тангажом соответственно при увеличенных усилиях на рычагах.

В качестве примера рассмотрим балансировку самолета при правильном вираже. В этом случае самолет вращается относительно вертикальной оси O_0Y_g с угловой скоростью $\overline{\omega}_в$; скольжение отсутствует; центр масс самолета движется в горизонтальной плоскости, а плоскость его симметрии наклонена относительно оси O_0Y_g под углом $\gamma_a \approx \gamma$.

Составляющие угловой скорости $\omega_в$ по осям связанной системы координат при небольших углах тангажа

$$\omega_x = \omega_в \sin\vartheta \approx \omega\vartheta;\ \omega_y = \omega_в \cos\vartheta\cos\gamma \approx \omega_в \cos\gamma;$$
$$\omega_z = -\omega_в \cos\vartheta\sin\gamma \approx -\omega_в \sin\gamma,$$

где $\omega = \pm\dfrac{g}{V}\sqrt{n_{ya}^2 - 1}$ (знак «+» для левого, а «–» — для правого виража).

Если пренебречь малой величиной $m_y^{\delta_э}$, то условия балансировки моментов при $\beta = \dot{\alpha} = 0$ примут вид [4]

$$m_x^{\overline{\omega}_x}\overline{\omega}_x + m_x^{\overline{\omega}_y}\overline{\omega}_y + m_x^{\delta_н}\delta_н + m_x^{\delta_э}\delta_э = 0;$$
$$m_y^{\overline{\omega}_x}\overline{\omega}_x + m_y^{\overline{\omega}_y}\overline{\omega}_y + m_y^{\delta_н}\delta_н = 0;$$
$$m_{z0} + m_z^{c_y}c_{y_a} + m_z^{\overline{\omega}_z}\overline{\omega}_z + m_z^{\delta_в}\delta_в = 0,$$

где $c_{ya} \approx \dfrac{n_{ya}mg}{Sq}$.

Из решения этой системы определим потребные для балансировки самолета углы отклонения органов управления в зависимости от перегрузки (или угловой скорости виража $\omega_в$):

$$\delta_{н\,бал} = -\frac{1}{m_x^{\delta_н}}(m_x^{\bar{\omega}_x}\bar{\omega}_x + m_x^{\bar{\omega}_y}\bar{\omega}_y);$$

$$\delta_{э\,бал} = -\frac{1}{m_x^{\delta_э}}\left[\left(m_x^{\bar{\omega}_x} - \frac{m_x^{\delta_н}}{m_y^{\delta_н}}m_y^{\bar{\omega}_x}\right)\bar{\omega}_x + \left(m_x^{\bar{\omega}_y} - \frac{m_x^{\delta_н}}{m_y^{\delta_н}}m_y^{\bar{\omega}_y}\right)\bar{\omega}_y\right];$$

$$\delta_{в\,бал} = -\frac{1}{m_z^{\delta_в}}(m_{z0} + m_z^{c_y}c_{ya} + m_z^{\bar{\omega}_z}\bar{\omega}_z),$$

где

$$\bar{\omega}_x = \frac{l}{2V}\omega_x \approx \frac{l}{2V}\omega_в\vartheta = \pm\frac{ql\vartheta}{2V^2}\sqrt{n_{ya}^2 - 1};$$

$$\bar{\omega}_y = \frac{l}{2V}\omega_y \approx \frac{l}{2V}\omega_в\cos\gamma = \pm\frac{ql}{2V^2}\sqrt{n_{ya}^2 - 1}\cos\gamma;$$

$$\bar{\omega}_z = \frac{b_A}{V}\omega_z \approx \frac{b_A}{V}\omega_в\sin\gamma = \pm\frac{gb_A}{V^2}\sqrt{n_{ya}^2 - 1}\sin\gamma.$$

Отсюда видно, что с ростом перегрузки и уменьшением скорости полета балансировочные значения углов отклонения органов управления увеличиваются.

Зная балансировочные углы $\delta_н$, $\delta_э$ и $\delta_в$, можно определить соответствующие отклонения рычагов управления и прикладываемые к ним усилия.

Характеристики боковой статической управляемости

К показателям статической управляемости в боковом движении относят [30]:

коэффициенты «расхода» усилий и рычага управления (штурвала) на крен (усилие, которое должен приложить летчик к рычагу управления, и потребная величина его хода для изменения на 1° угла крена в прямолинейном полете со скольжением)

$$P_э^{\gamma} = \frac{dP_э}{d\gamma};\ X_э^{\gamma} = \frac{1}{c_{ya\,г.п}}\frac{dX_э}{d\gamma};$$

коэффициенты «расхода» усилий и педалей на крен (усилие, которое должен приложить летчик к педали, и потребная величина ее хода для изменения на 1° угла крена в прямолинейном полете со скольжением)

$$P_{\text{н}}^{\gamma} = \frac{dP_{\text{н}}}{d\gamma};\ X_{\text{н}}^{\gamma} = \frac{1}{c_{ya\,\text{г.п}}}\frac{dX_{\text{н}}}{d\gamma},$$

где $c_{ya\,\text{г.п}} = \dfrac{mg}{\dfrac{\rho V^2}{2}S}$;

коэффициент гармоничности бокового управления (соотношение потребных отклонений рычага управления или штурвала вбок и педалей) [30]

$$X_{\text{э}}^{X_{\text{н}}} = \frac{\dfrac{dX_{\text{э}}}{d\beta}}{\dfrac{dX_{\text{н}}}{d\beta}} = \frac{K_{\text{ш.н}}}{K_{\text{ш.э}}}\frac{\dfrac{d\delta_{\text{э}}}{d\beta}}{\dfrac{d\delta_{\text{н}}}{d\beta}} = \frac{K_{\text{ш.н}}}{K_{\text{ш.э}}}\frac{m_y^{\delta_{\text{н}}}}{m_x^{\delta_{\text{э}}}}\frac{1}{m_y^{\beta}}\left(m_x^{\beta} - m_y^{\beta}\frac{m_x^{\delta_{\text{н}}}}{m_y^{\delta_{\text{н}}}}\right).$$

Если самолет статически устойчив в поперечном движении ($m_x^{\beta} < 0$ и $|m_x^{\beta}| > \left|m_y^{\beta}\dfrac{m_x^{\delta_{\text{н}}}}{m_y^{\delta_{\text{н}}}}\right|$), то показатель $X_{\text{э}}^{X_{\text{н}}} > 0$ и управление для летчика при выполнении полета со скольжением привычное (левая педаль → правое скольжение → ручка вправо). Если это условие не выполняется, то для выравнивания самолета по крену летчик будет отклонять ручку влево, что для него непривычно;

коэффициенты «расхода» усилий и рычага управления (штурвала) на угловую скорость крена (усилие, которое должен приложить летчик к рычагу управления, и потребная величина его хода для создания угловой скорости крена $|\omega_x| = 1\ \dfrac{\text{рад}}{\text{с}}$ при $\beta = 0$ и $\text{M} = \text{const}$)

$$P_{\text{э}}^{\omega_x} = \frac{dP_{\text{э}}}{d\omega_x};\ X_{\text{э}}^{\omega_x} = \frac{dX_{\text{э}}}{d\omega_x};$$

выражения для производных $P_{\text{э}}^{\omega_x}$ и $X_{\text{э}}^{\omega_x}$ могут быть найдены из рассмотрения изолированного движения крена, вызванного отклонением элеронов.

Если в выражении для безразмерного момента крена в установившемся криволинейном полете положить $\delta_н = 0$ и приближенно считать $\omega_y \approx 0$, $\beta \approx 0$, то условие равновесия моментов крена (балансировки) запишется в виде

$$m_x^{\overline{\omega}_x}\overline{\omega}_x + m_x^{\delta_э}\delta_э = 0.$$

Отсюда найдем значение установившейся угловой скорости крена при отклонении элеронов на угол $\delta_э$:

$$\overline{\omega}_x = -\frac{m_x^{\delta_э}}{m_x^{\overline{\omega}_x}}\delta_э, \text{ или } \omega_x = -\frac{2V}{l}\frac{m_x^{\delta_э}}{m_x^{\overline{\omega}_x}}\delta_э. \qquad (16.25)$$

Дифференцируя (16.25) по $\delta_э$, получим

$$\frac{d\omega_x}{d\delta_э} = -\frac{2V}{l}\frac{m_x^{\delta_э}}{m_x^{\overline{\omega}_x}}, \text{ или } \omega_x^{X_э} = \omega_x^{\delta_э} K_{ш.э}, \qquad (16.26)$$

где $m_x^{\overline{\omega}_x}$ берется при фиксированном положении элеронов.

Производная $d\omega_x / d\delta_э$ характеризует реакцию самолета по крену на отклонение элеронов. Для нормального управления требуется, чтобы $d\omega_x / d\delta_э < 0$. В этом случае, например, при отклонении рычага влево ($X_э > 0$) и правого элерона вниз ($\delta_э > 0$) самолет кренится на левое полукрыло с угловой скоростью $\omega_x < 0$.

Из (16.26) видно, что при неизменных $m_x^{\delta_э}$ и $m_x^{\overline{\omega}_x}$ производная $d\omega_x / d\delta_э$ растет пропорционально скорости полета. Однако при числах $M > 1{,}0$ вследствие сжимаемости воздуха коэффициент эффективности элеронов $m_x^{\delta_э}$ уменьшается и показатель управляемости $\omega_x^{X_э}$ по модулю также уменьшается. Это может являться причиной использования в качестве органа поперечного управления дифференциального цельноповоротного стабилизатора.

Для летчика важна производная $dx_э / d\omega_x$, характеризующая потребную величину отклонения ручки (штурвала) для создания единицы угловой скорости крена при $\beta = 0$ и $M = \text{const}$, которая определяется как

$$x_э^{\omega_x} = \frac{dx_э}{d\omega_x} = \frac{dx_э}{d\delta_э}\frac{d\delta_э}{d\omega_x} = -\frac{1}{K_{ш.э}}\frac{l}{2V}\frac{m_x^{\overline{\omega}_x}}{m_x^{\delta_э}}. \qquad (16.27)$$

Из (16.27) видно, что с уменьшением скорости полета и с увеличением угла атаки $x_{\text{э}}^{\omega_x}$ растет, т.е. управляемость по крену ухудшается, так как эффективность элеронов уменьшается.

Усилия на рычаге управления, потребные для создания единицы угловой скорости крена при $\beta_{\text{исх}} = 0$ и M = const, оцениваются производной $P_{\text{э}}^{\omega_x} = dP_{\text{э}} / d\omega_x$. При обратимой системе управления [7]

$$P_{\text{э}}^{\omega_x} = \frac{1}{4} K_{\text{ш.э}} K_{\text{обр}} S_{\text{э}} b_{\text{э}} l \rho V \frac{m_{\text{ш.э}}^{\delta_{\text{э}}}}{m_x^{\delta_{\text{э}}}} \frac{1 + k_{\text{э}}}{2} m_{x_c}^{\bar{\omega}_x},$$

где производная коэффициента демпфирующего момента крена по $\bar{\omega}_x$ самолета с освобожденной ручкой управления

$$m_{x_c}^{\bar{\omega}_x} = m_x^{\bar{\omega}_x} - \frac{2}{1 + k_{\text{э}}} m_x^{\delta_{\text{э}}} \frac{m_{\text{ш.э}}^{\alpha}}{m_{\text{ш.э}}^{\delta_{\text{э}}}} \bar{z}_{\text{э}}.$$

У самолета с необратимой системой управления с учетом (16.26)

$$P_{\text{э}}^{\omega_x} = \frac{dP_{\text{э}}}{d\omega_x} = \frac{dP_{\text{э}}}{d\delta_{\text{э}}} \frac{d\delta_{\text{э}}}{dx_{\text{э}}} \frac{dx_{\text{э}}}{d\omega_x} = -\frac{P_{\text{э}}^{X_{\text{э}}} m_x^{\bar{\omega}_x} l}{2VK_{\text{ш.э}} m_x^{\delta_{\text{э}}}},$$

где $P_{\text{э}}^{X_{\text{э}}} = \dfrac{dP_{\text{э}}}{dX_{\text{э}}}$ — характеристика загрузочного механизма при отклонении рычага по крену.

«Расходы» на угловую скорость крена $X_{\text{э}}^{\omega_x}$ и $P_{\text{э}}^{\omega_x}$ являются важными показателями поперечной статической управляемости самолета. Для нормального управления они должны быть отрицательными, а чтобы поперечное управление самолетом не было слишком тяжелым или строгим, их величина не должна выходить за определенные пределы.

К характеристикам управляемости в боковом движении относят также:

коэффициенты «расхода» усилий и педалей на угловую скорость крена (усилие, которое должен приложить летчик к педали, и потребная величина ее хода для создания угловой скорости крена $|\omega_x| = 1 \dfrac{\text{рад}}{\text{с}}$ при M = const)

$$P_{\text{н}}^{\omega_x} = \frac{dP_{\text{н}}}{d\omega_x}; \quad X_{\text{н}}^{\omega_x} = \frac{dX_{\text{н}}}{d\omega_x};$$

коэффициенты «расхода» усилий и педалей на угловую скорость рыскания (усилие, которое должен приложить летчик к педали, и потребная величина ее хода для создания угловой скорости рыскания $|\omega_y| = 1 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$ при M = const)

$$P_{\text{н}}^{\omega_y} = \frac{dP_{\text{н}}}{d\omega_y};\ X_{\text{н}}^{\omega_y} = \frac{dX_{\text{н}}}{d\omega_y}.$$

Выражения для производных $P_{\text{н}}^{\omega_x}$, $P_{\text{н}}^{\omega_y}$, $X_{\text{н}}^{\omega_x}$ и $X_{\text{н}}^{\omega_y}$ можно получить из уравнений баланса моментов относительно осей *OX* и *OY* при пренебрежении коэффициентами перекрестных моментов крена и рыскания, считая, что и $\omega_y \approx 0$:

$$m_x^{\beta}\beta + m_x^{\bar{\omega}_x}\bar{\omega}_x + m_x^{\delta_{\text{н}}}\delta_{\text{н}} = 0;$$
$$m_y^{\beta}\beta + m_y^{\delta_{\text{н}}}\delta_{\text{н}} = 0.$$

Из этой системы найдем значение установившейся угловой скорости крена

$$\omega_x = \frac{1}{m_x^{\bar{\omega}_x}}\left(\frac{m_x^{\beta}}{m_y^{\beta}}m_y^{\delta_{\text{н}}} - m_x^{\delta_{\text{н}}}\right)\frac{2V}{l}\delta_{\text{н}}.$$

Дифференцируя ω_x по $\delta_{\text{н}}$, получим

$$\frac{d\omega_x}{d\delta_{\text{н}}} = \frac{1}{m_x^{\bar{\omega}_x}}\left(\frac{m_x^{\beta}}{m_y^{\beta}}m_y^{\delta_{\text{н}}} - m_x^{\delta_{\text{н}}}\right)\frac{2V}{l};$$
$$\omega_x^{X_{\text{н}}} = \omega_x^{\delta_{\text{н}}} K_{\text{ш.н}}.$$

Производная $d\omega_x / d\delta_{\text{н}}$ характеризует реакцию самолета по крену на отклонение руля направления. Если $d\omega_x / d\delta_{\text{н}} > 0$, то самолет обладает прямой реакцией по крену. Он будет крениться в сторону поворота руля направления. Так, при отклонении руля вправо ($\Delta\delta_{\text{н}} > 0$) возникает скольжение с углом $\Delta\beta < 0$ и самолет под действием момента $\Delta m_x = m_x^{\beta}\Delta\beta > 0$ начинает крениться на правое полукрыло. Такая реакция самолета является привычной для летчика.

Если $d\omega_x / d\delta_{\text{н}} < 0$, то у самолета появляется *обратная реакция по крену на отклонение руля направления*. При отклонении руля направления вправо возникает левый крен.

Обратная реакция по крену — явление нежелательное, оно усложняет точное пилотирование, требует от летчика дополнительных корректирующих движений рулями и повышенного внимания при выполнении маневра и для современных самолетов не допускается.

Так как $m_x^{\bar{\omega}_x} < 0$, а $2V/l > 0$, то условием прямой реакции по крену является

$$\frac{m_x^{\beta}}{m_y^{\beta}} m_y^{\delta_н} - m_x^{\delta_н} < 0.$$

У эксплуатируемых самолетов производные m_y^{β}, $m_y^{\delta_н}$ и $m_x^{\delta_н}$ отрицательны и выполнение этого условия возможно только при наличии у самолета определенной величины степени поперечной статической устойчивости $m_x^{\beta} < 0$.

Обратная реакция по крену может наблюдаться не только при потере поперечной статической устойчивости ($m_x^{\beta} \geq 0$) в околозвуковой области ($M \approx 0{,}9...1{,}1$), но и вследствие ее уменьшения при полете самолета на малых или отрицательных углах атаки (при $M < 1$).

При $\omega_x^{X_н} > 0$ прямая реакция по крену может получить отрицательную оценку летчиков, если величина $\omega_x^{X_н}$ окажется очень большой (чрезмерно прямая реакция). Ее причиной является большое значение поперечной устойчивости при относительно малом демпфировании по крену.

На рис. 16.6 приведен характер изменения показателей статической поперечной управляемости $\omega_x^{X_э}$ и $\omega_x^{X_н}$ по углам атаки при M = = const, откуда следует, что при увеличении углов атаки (до определенного значения) реакция самолета по крену на отклонение рычага управления «вбок» уменьшается, а на отклонение педали — увеличивается. Эту особенность можно использовать для улучшения поперечной управляемости путем организации кинематической связи между отклонением рычага управления «вбок» и рулем направления, например, по простейшему закону $\Delta\delta_н = K_{АПС}\Delta X_э$, где КАПС < 0 — передаточное число от ручки «вбок» к рулю направления (АПС — автомат перекрестной связи).

Рассмотрим реакцию самолета по крену только при работе АПС. При отклонении ручки «вбок» самолет будет поворачиваться вокруг осей *Oy* и *Ox*, что приближенно можно описать уравнениями

$$m_y^{\delta_н}\Delta\delta_н + m_y^{\beta}\Delta\beta \approx 0;$$
$$m_x^{\delta_н}\Delta\delta_н + m_x^{\beta}\Delta\beta + m_x^{\bar{\omega}_x}\Delta\bar{\omega}_x \approx 0.$$

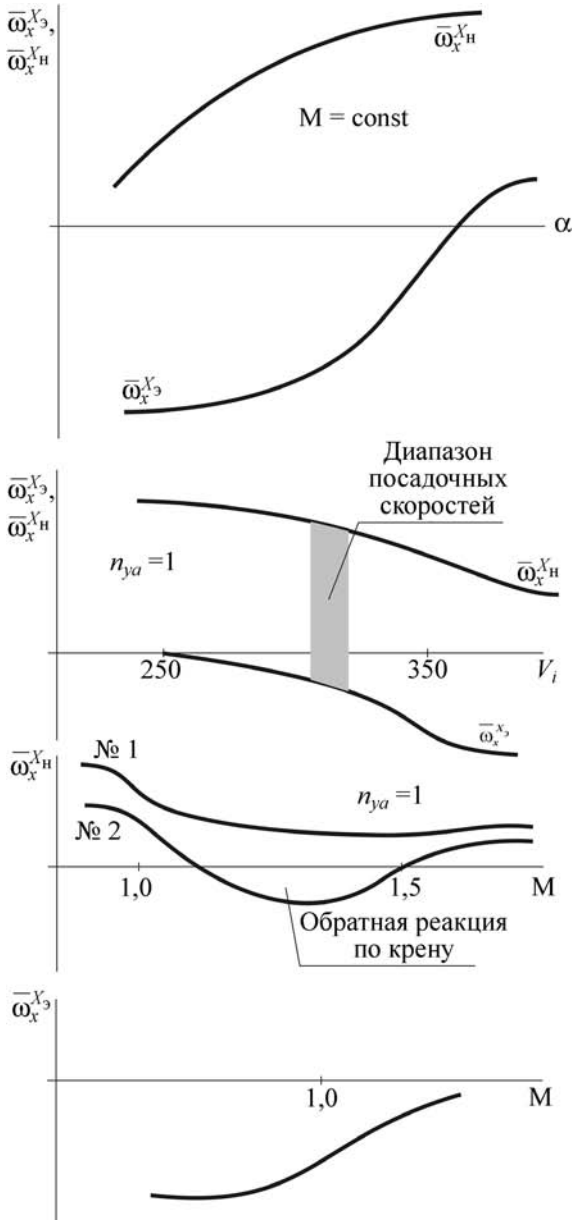


Рис. 16.6. Характер показателей боковой статической управляемости самолета без СУУ

Выражая $\Delta\beta$ из первого уравнения, с учетом соотношений $\Delta\delta_{\text{н}} = K_{\text{АПС}}\Delta X_{\text{э}}$ и $\Delta\overline{\omega}_x = \Delta\omega_x \dfrac{l}{2V}$ получим из второго уравнения соотношение для приращения эффективности поперечного управления в виде

$$\Delta\omega_x^{X_{\text{э}}} = \frac{\Delta\omega_x}{\Delta X_{\text{э}}} = \frac{2V}{l}\frac{K_{\text{АПС}}}{m_x^{\overline{\omega}_x}}\left(\frac{m_x^{\beta}}{m_y^{\beta}} m_y^{\delta_{\text{н}}} - m_x^{\delta_{\text{н}}}\right).$$

Очевидно, что при отрицательных коэффициентах моментов и $K_{\text{АПС}}$ приращение $\Delta\omega_x^{X_{\text{э}}} < 0$.

Показатели путевой статической управляемости $P_{\text{н}}^{\omega_y} = \dfrac{dP_{\text{н}}}{d\omega_y}$ и $X_{\text{н}}^{\omega_y} = \dfrac{dX_{\text{н}}}{d\omega_y}$ при M = const можно определить, анализируя изолированное установившееся вращение самолета вокруг оси OY, вызванное отклонением руля направления:

$$m_y^{\delta_{\text{н}}} K_{\text{ш.н}}\Delta X_{\text{н}} + m_y^{\overline{\omega}_y}\overline{\omega}_y = 0;$$

$$X_{\text{н}}^{\overline{\omega}_y} = \frac{\Delta X_{\text{н}}}{\Delta\overline{\omega}_y} = -\frac{m_y^{\overline{\omega}_y}}{m_y^{\delta_{\text{н}}} K_{\text{ш.н}}};$$

$$P_{\text{н}}^{\overline{\omega}_y} = P_{\text{н}}^{X_{\text{н}}} X_{\text{н}}^{\overline{\omega}_y},$$

где $P_{\text{н}}^{X_{\text{н}}}$ — характеристика загрузочного механизма при отклонении педали.

Управляемость самолета в боковом движении также определяется:

усилием, которое необходимо приложить к рычагу управления (штурвалу) при M = const для создания максимальной угловой скорости крена $\omega_{x\max} - P_{\text{э}\,\omega_{x\max}}$ (для маневренных самолетов);

усилием на рычаге управления (штурвале) в режиме установившегося прямолинейного полета со скольжением с максимально допустимым углом крена $\gamma_{\max} - P_{\text{э}\,\gamma_{\max}}$ (для неманевренных самолетов);

усилием на педалях в режиме установившегося прямолинейного полета со скольжением с максимально допустимым углом крена $\gamma_{\max} - P_{\text{н}\,\gamma_{\max}}$ (для неманевренных самолетов).

Глава 17

УСТОЙЧИВОСТЬ И УПРАВЛЯЕМОСТЬ САМОЛЕТА НА ВЗЛЕТНО-ПОСАДОЧНЫХ РЕЖИМАХ ПОЛЕТА

Взлетно-посадочные режимы полета — это движение самолета по взлетно-посадочной полосе (ВПП) перед отрывом от нее и после касания в процессе посадки. Устойчивость и управляемость самолета на воздушных участках взлета и посадки имеют свои особенности, обусловленные типом и режимами работы двигателей, взлетно-посадочной конфигурацией, влиянием близости земли, значениями скоростей полета, а при движении по ВПП особенности определяются схемой шасси и реакцией опор шасси.

17.1. ПРОДОЛЬНАЯ БАЛАНСИРОВКА САМОЛЕТА ПРИ ВЗЛЕТЕ И ПОСАДКЕ

В продольном движении определяются потребные для балансировки самолета углы отклонения руля высоты (управляемого стабилизатора), отклонения рычага управления и усилия на нем при заходе самолета на посадку, предпосадочном планировании, посадке и уходе на второй круг, а также на взлете при подъеме переднего колеса и после отрыва самолета от земли.

На участке захода на посадку самолет выводится на высоту круга и курс посадки. На этом этапе полета производятся снижение скорости, выпуск шасси и механизации, а также перестановка стабилизатора в посадочное положение. Так как высота захода на посадку составляет несколько сотен метров, то влияние близости земли не учитывают.

В качестве примера определим потребную для балансировки самолета величину $\delta_в$ на участке посадки перед касанием колесами земли. Приравнивая нулю выражение (10.36), получим условие балансировки самолета на этом участке:

$$m_{z0}^{\text{мех}} + (\bar{x}_т - \bar{x}_F)(c_{ya\,\text{пос}} + \Delta c_{ya\,э}) + (\bar{x}_т - \bar{x}_{F_2})\,\Delta c_{ya\,\text{пос}}^{\text{мех}} + m_z^{\delta_в}\delta_в + m_z^{\varphi}\varphi_{\text{пос}} = 0, \quad (17.1)$$

где $m_{z0}^{\text{мех}}$ — определяется из выражения (10.37); $c_{ya\,\text{пос}}$ соответствует посадочному углу атаки $\alpha_{\text{пос}}$, $c_{ya\,\text{пос}} = c_{ya}^{\alpha}(\alpha_{\text{пос}} - \alpha_0)$ при $\delta_{\text{мех}} = \delta_{\text{в}} = 0$; $\Delta c_{ya\,\text{пос}}^{\text{мех}}$ — прирост коэффициента подъемной силы вследствие отклонения механизации при посадке; $\varphi_{\text{пос}}$ — угол установки стабилизатора при посадке. В выражении (17.1) не учтены из-за малости $m_{P_z 1}$ и $\Delta\bar{x}_{FP}$. Решая (17.1) относительно $\delta_{\text{в}}$, получим

$$\delta_{\text{в}} = -\frac{1}{m_z^{\delta_{\text{в}}}}[m_{z0}^{\text{мех}} + (\bar{x}_{\text{т}} - \bar{x}_F)(c_{ya\,\text{пос}} + \Delta c_{ya\,\text{э}}) + (\bar{x}_{\text{т}} - \bar{x}_{F_2})\Delta c_{ya\,\text{пос}}^{\text{мех}} + m_z^{\varphi}\varphi_{\text{пос}}]. \tag{17.2}$$

Если на самолете установлен управляемый стабилизатор, то в (17.1) надо положить $\delta_{\text{в}} = 0$, а затем определить потребный для балансировки угол отклонения стабилизатора $\varphi_{\text{пос}}$.

Так как выпуск шасси, а также влияние земли создают пикирующий момент (см. гл. 10), то «расход» руля высоты, отклоненного на балансировку самолета перед касанием земли, как правило, наибольший. При некоторой передней центровке может оказаться недостаточно руля высоты для балансировки самолета. Поэтому одним из расчетных случаев определения предельной передней центровки является балансировка самолета на посадке.

Особенность балансировки самолета при вынужденном уходе на второй круг состоит в том, что при посадочной конфигурации используется максимальный режим работы двигателей. Поэтому в выражении (17.2) надо учитывать $m_{P_z 1}$ и $\Delta\bar{x}_{FP}$, подсчитанные для этого режима работы двигателей.

Условием балансировки самолета на взлете после его отрыва от земли будет равенство нулю выражения (10.36) с учетом (10.37), в котором надо принять $\alpha = \alpha_{\text{отр}}$, $\Delta c_{ya}^{\text{мех}} = \Delta c_{ya\,\text{взл}}^{\text{мех}}$ и $\Delta\varepsilon_{\text{мех}} = \Delta\varepsilon_{\text{мех}}^{\text{взл}}$ при $\delta_{\text{мех}}^{\text{взл}}$, а величины $\Delta\bar{x}_{FP}$ и $m_{P_z 1}$ определять для взлетного режима работы двигателей.

Как правило, значение балансировочного угла руля высоты при взлете, после отрыва от земли меньше, чем при посадке, так как угол отклонения механизации и коэффициент подъемной силы в момент отрыва меньше, чем при посадке. Исключением может явиться случай, когда создается значительный пикирующий момент от тяги высокорасположенных двигателей.

17.2. ОСОБЕННОСТИ ДВИЖЕНИЯ САМОЛЕТА ПЕРЕД ВЗЛЕТОМ

Устойчивость и управляемость самолета при его движении по земле имеют ряд особенностей, обусловленных спецификой разбега. Во-первых, контакт шасси с поверхностью ВПП вызывает дополнительные силы (реакции опор) и накладывает определенные ограничения на движение самолета. Во-вторых, движение самолета по ВПП вследствие влияния близости земли сопровождается значительным изменением аэродинамических сил и моментов, действующих на самолет. В-третьих, движение по земле в процессе разбега является наиболее ярко выраженным неустановившимся движением, в котором скорость изменяется от нуля до $V_{отр}$.

Устойчивость и управляемость самолета, а соответственно, и пилотирование его на разбеге во многом зависят от схемы шасси. Наиболее распространенной схемой для самолетов является трехопорное шасси с носовым колесом, у которого основная весовая нагрузка (85...90 %) воспринимается колесами главных опор, а часть (15...10 %) — носовым колесом. На ряде самолетов применяется велосипедное шасси, установленное на фюзеляже, с примерно равным распределением нагрузки на передние и задние опоры. Для предотвращения касания ВПП консолями крыла таких самолетов на крыльях устанавливаются подкрыльевые стойки. Лишь на некоторых спортивных, тренировочных и специальных самолетах применяется трехопорное шасси с хвостовым колесом.

Рассмотрим особенности устойчивости и управляемости при движении по земле применительно к самолету, имеющему трехопорное шасси с носовым колесом, ограничившись лишь указанием некоторых особенностей самолетов с другими схемами шасси [11].

Если пренебречь деформацией пневматиков и амортизационных стоек, то при разбеге на трех точках отсутствует вращение вокруг продольной Ox и поперечной Oz осей. Основной задачей летчика на этом этапе движения является выдерживание прямолинейности разбега. Поскольку на малых скоростях обычные аэродинамические органы управления малоэффективны, то как при рулении, так и в начале разбега управление направлением движения осуществляется поворотом управляемого переднего колеса либо несимметричным торможением колес главных опор. У самолетов, имеющих несколько разнесенных от плоскости симметрии сило-

вых установок, иногда для управления направлением движения может использоваться регулирование тяги двигателей.

Наиболее характерными возмущениями на разбеге, которые могут нарушать прямолинейность движения, являются боковой ветер, непроизвольная несимметрия торможения или тяги силовых установок. У самолетов с двигательной установкой, имеющей винты, вращающиеся в одну сторону, в процессе разбега появляется тенденция к развороту в сторону, противоположную направлению вращения винтов. Последнее объясняется, во-первых, несимметричным обтеканием вертикального оперения и фюзеляжа, вызванным струей, отбрасываемой винтами, во-вторых, разными нормальными силами, а соответственно, и разными силами трения колес левой и правой главных опор, обусловленными реактивным моментом винтов.

При взлете с боковым ветром устойчивый в путевом отношении самолет имеет тенденцию к развороту навстречу ветру для устранения скольжения. Этому препятствует момент сил трения, вызванный кренящим моментом, появляющимся при движении со скольжением у поперечно устойчивого самолета. С ростом скорости в процессе разбега этот кренящий момент растет. Для того чтобы при отрыве самолет под действием этого момента не приобрел значительный крен, летчик должен соответствующим отклонением элеронов парировать кренящий момент, вызванный движением при скольжении.

По мере увеличения скорости движения повышается эффективность аэродинамических органов управления. Вследствие этого отклонение рулей, необходимое для балансировки, начинает уменьшаться. Во второй части разбега отклонением рычага (штурвала) на себя летчик поднимает носовую часть самолета и увеличивает угол атаки от стояночного $\alpha_{ст}$ до угла атаки при отрыве $\alpha_{отр}$. Скорость движения по земле, при которой эффективность руля высоты позволяет увеличить угол атаки (скорость подъема носовой опоры), зависит от схемы шасси, расположения двигателей, тяговооруженности и при неправильной компоновке самолета ($A_{г.о}$, $\bar{x}_{т\,п.п}$) может быть недопустимо большой. Скорость подъема носовой опоры должна быть меньше скорости отрыва самолета. Подъем носовой опоры при заданной скорости является одним из расчетных случаев при определении предельно передней центровки $\bar{x}_{т\,п.п}$. Лишь у самолетов с оперением, находящимся в струе, отбрасываемой винтами, руль направления и руль высоты имеют сравнительно высокую

эффективность даже в начале разбега. У таких самолетов, имеющих хвостовую опору, это позволяет уже в самом начале разбега управлять углом атаки.

Создание угловой скорости тангажа ω_z, необходимой для увеличения угла атаки во второй части разбега, сопровождается возникновением гироскопического момента рыскания $M_{гу}$, стремящегося развернуть самолет в сторону вращения винта или ротора двигателя. Величина этого момента, как известно, зависит от момента инерции винта или ротора двигателя и угловых скоростей $\omega_р$ ($\omega_в$) и ω_z и у самолетов с винтодвигательной установкой может быть значительной ($M_{гу} = -I_р\omega_р\omega_z$).

Обычно после отрыва переднего колеса летчик устанавливает угол атаки, близкий к углу атаки при отрыве. Тогда в процессе разбега при достижении скорости отрыва самолет плавно отделяется от ВПП. У самолетов с малой тяговооруженностью, взлетающих с бетонированной ВПП, разбег рационально производить на сравнительно малом угле атаки. Затем, при достижении скорости, близкой к скорости отрыва, летчик увеличением угла атаки до $\alpha_{отр}$ отрывает самолет от земли. Такой взлет иногда называют взлетом «с подрывом».

17.3. УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ САМОЛЕТА ПО ЗЕМЛЕ

Запишем уравнения движения самолета, совершающего разбег на трех точках: переднее и задние колеса опираются на ВПП. Будем предполагать сначала, что атмосфера спокойна (неподвижна). Если при разбеге самолет движется прямолинейно, без скольжения, то, как известно, на него действуют следующие силы: тяга движителя P, сила тяжести $mg = G$, подъемная сила Y_a, сила сопротивления X_a, силы реакции колес передней и главной опор $N_п$ и $N_г$, нормальные к поверхности ВПП, и силы трения $F_п$ и $F_г$, направленные в сторону, обратную движению. Предположим, что под действием какого-либо возмущающего фактора продольная ось самолета отклонилась от оси ВПП на угол ψ и разбег осуществляется с некоторым углом скольжения β (рис. 17.1). Наличие скольжения обусловит появление дополнительных сил: боковой аэродинамической силы Z_a, приложенной в боковом фокусе, боковой (поперечной) силы Z_P действующей на входе в воздухозаборник, и боковых сил $Z_п$ и $Z_г$, действующих на колеса. Последние появляются тогда, ко-

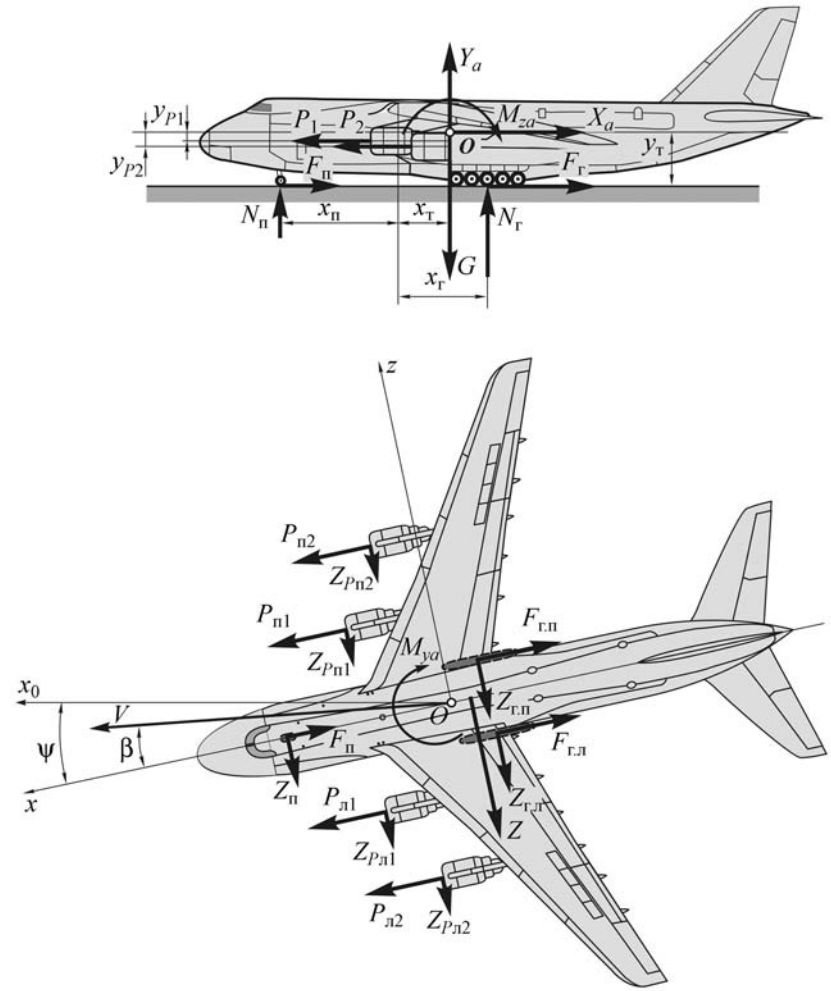


Рис. 17.1. Схема сил, действующих на самолет при движении по ВПП

гда направление движения колеса не совпадает с плоскостью его вращения.

Между аэродинамической боковой силой и боковыми силами $Z_п$ и $Z_г$ действующими на колеса, есть формальное сходство: и те и другие при малых углах скольжения линейно зависят от угла β.

В качестве примера на рис. 17.2 показана характерная зависимость от угла скольжения β коэффициента $c_{z_к}$, полученного делением боковой силы колеса $Z_к$ на нормальную силу $N_к$, действующую на это колесо [11]. Видно, что при угле скольжения $\beta = -10°$ коэффициент $c_{z_к}$ близок к единице, а боковая сила колеса $Z_к$ почти равна нормальной силе $N_к$. Заметим, что критический угол скольжения, начиная с которого боковая сила уменьшается, несмотря на рост угла скольжения, сравнительно невелик.

Пользуясь схемой сил, показанной на рис. 17.1, запишем уравнения движения самолета в процессе разбега в проекциях на оси траекторной (скоростной) — уравнения сил и связанной — уравнения моментов систем координат.

Если пренебречь деформацией пневматиков и амортизационных стоек, то при движении на главных и передней опорах можно считать, что разбег осуществляется в одной плоскости Oxz. Для этого случая уравнения движения запишутся в следующем виде [11]:

$$\begin{aligned}
&m\frac{dV}{dt} = \Sigma F_{x\,к};\\
&0 = \Sigma F_{y\,к};\\
&-mV\frac{d\Psi}{dt} = \Sigma F_{z\,к};\\
&0 = \Sigma M_{R_x};\\
&I_y\frac{d\omega_y}{dt} = \Sigma M_{R_y};\\
&0 = \Sigma M_{R_z}.
\end{aligned} \qquad (17.3)$$

Второе, четвертое и шестое уравнения системы (17.3), устанавливающие равенство нулю сумм проекций сил на вертикальную ось Oy и моментов относительно осей Ox и Oz, могут быть использованы для определения реакций опор и условий, при которых возможно опрокидывание самолета на крыло и на нос (капотирование).

Найдем выражения для сумм проекций сил на оси $Ox_к$, $Oz_к$ и суммы моментов относительно оси Oy. Будем предполагать, что при движении на трех точках тяга P параллельна ВПП.

Из рис.17.1 следует, что

$$\sum F_{x\,к} = P - X_a - F, \qquad (17.4)$$

где F — суммарная сила трения, действующая на колеса передней и главных опор, $F = F_{\text{п}} + F_{\text{г}}$.

Так как сила трения $F = fN$, где f — коэффициент трения, а $N = N_{\text{п}} + N_{\text{г}}$ — суммарная нормальная реакция земли, то выражение (17.4) можно записать в следующем виде:

$$\sum F_{x\text{к}} = P - X_a - f(N_{\text{п}} + N_{\text{г}}).$$

Для определения нормальной реакции опор воспользуемся вторым уравнением системы (17.3):

$$N_{\text{п}} + N_{\text{г}} = G - Y_a. \qquad (17.5)$$

Условие (17.5) позволяет записать выражение для суммы проекций сил на ось $Ox_{\text{к}}$ в следующем виде:

$$\sum F_{x\text{к}} = P - X_a - f(G - Y_a).$$

Проецируя силы на ось $Oz_{\text{к}}$, получим

$$\sum F_{z\text{к}} = Z + Z_P + Z_{\text{п}} + Z_{\text{г}},$$

где $Z_P = Z_{P\text{п}} + Z_{P\text{л}}$.

Если считать, что управление направлением движения на разбеге осуществляется поворотом переднего колеса ($\delta_{\text{п}}$) и отклонением руля направления ($\delta_{\text{н}}$), то выражения для боковых сил запишутся в следующем виде:

$$\begin{aligned} &Z = Z^{\beta}\beta + Z^{\delta_{\text{н}}}\delta_{\text{н}}; \\ &Z_P = Z_P^{\beta}\beta; \\ &Z_{\text{п}} + Z_{\text{г}} = Z_{\text{п}}^{\beta}(\beta + \delta_{\text{п}}) + Z_{\text{г}}^{\beta}\beta = Z_{\text{к}}^{\beta}\beta + Z_{\text{п}}^{\beta}\delta_{\text{п}}, \end{aligned} \qquad (17.6)$$

где $Z_{\text{к}}^{\beta} = Z_{\text{п}}^{\beta} + Z_{\text{г}}^{\beta} = c_{z\text{к}}^{\beta}(N_{\text{п}} + N_{\text{г}}) = c_{z\text{к}}^{\beta}(G - Y_a)$; $Z_{\text{п}}^{\beta} = c_{z\text{к}}^{\beta} N_{\text{п}}$; $Z_{\text{г}}^{\beta} = c_{z\text{к}}^{\beta} N_{\text{г}}$.

Производная $c_{z\text{к}}^{\beta}$ находится по экспериментальным данным (см. рис. 17.2). Для определения производных $Z_{\text{п}}^{\beta}$ и $Z_{\text{г}}^{\beta}$ необходимо найти нормальные реакции опор $N_{\text{п}}$ и $N_{\text{г}}$. Для этого используем условие $\Sigma M_{R_z} = 0$.

Уравнение для суммы моментов относительно оси Oz, проходящей через центр масс самолета, можно записать в виде

$$M_z + Py_P + N_{\text{п}}(x_{\text{п}} + x_{\text{т}}) - F_{\text{п}} y_{\text{т}} - N_{\text{г}}(x_{\text{г}} - x_{\text{т}}) - F_{\text{г}} y_{\text{т}} = 0. \qquad (17.7)$$

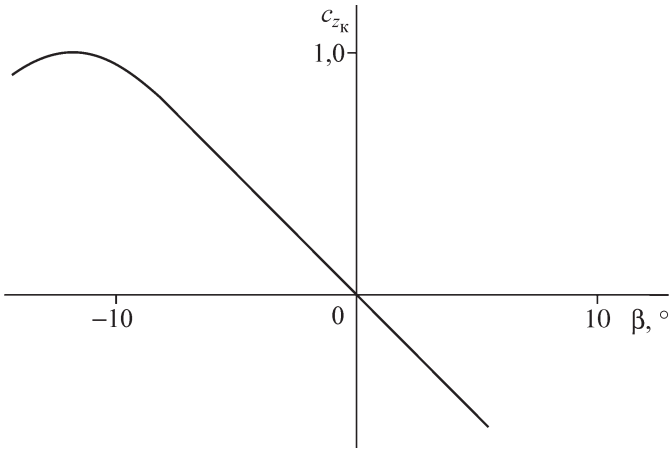


Рис. 17.2. Зависимость коэффициента трения скольжения колеса опоры шасси от угла скольжения при движении по ВПП

Так как $F_п = fN_п$, $F_г = fN_г$, то, учитывая (17.5), получим из (17.7) следующие выражения нормальных реакций:

$$N_п = (G - Y_a)\frac{(x_г - x_т + fy_г)}{x_ш} + \frac{Py_P - M_z}{x_ш};$$

$$N_г = (G - Y_a)\frac{(x_т + x_п - fy_г)}{x_ш} + \frac{M_z - Py_P}{x_ш},$$

где $x_ш$ — продольная база шасси, $x_ш = x_п + x_г$.

Уравнение для суммы проекций сил на ось $Oz_к$ (17.5) с учетом выражений (17.6) запишется в следующем виде:

$$\sum F_{z_к} = Z_c^β β + Z^{δ_н} δ_н + Z_п^β δ_п,$$

где $Z_c^β = Z^β + Z_P^β + Z_к^β$.

Сумму моментов относительно оси Oy при прямолинейном движении на разбеге можно представить в виде

$$\Sigma M_{R_y} = M_{yc}^β β + M_y^{δ_н} δ_н + M_y^{δ_п} δ_п + \Delta M_{y_P} - M_x f, \qquad (17.8)$$

где $M_{yc}^β = M_y^β + Z_г^β (x_г - x_т) - Z_п^β (x_п + x_т) - Z_P^β x_P$.

Моменты рыскания $M_y^{\delta_п}\delta_п$ и ΔM_{yP} обусловлены соответственно поворотом управляемого переднего колеса и несимметричной тягой двигателей. Если переднее колесо неуправляемо, то путевое управление может осуществляться раздельным (несимметричным) торможением колес главных опор (M_{yf}).

Производная $M_y^{\delta_п} = -Z_п^{\beta}(x_п + x_т)$.

Если при разбеге на самолет действует момент крена M_x, то он вызовет появление момента рыскания $M_x f$. Последнее объясняется тем, что момент крена M_x вызывает несимметрию нормальных реакций опор, а соответственно, и сил трения у колес правой и левой главных опор. Из схемы, приведенной на рис. 17.3, видно, что у

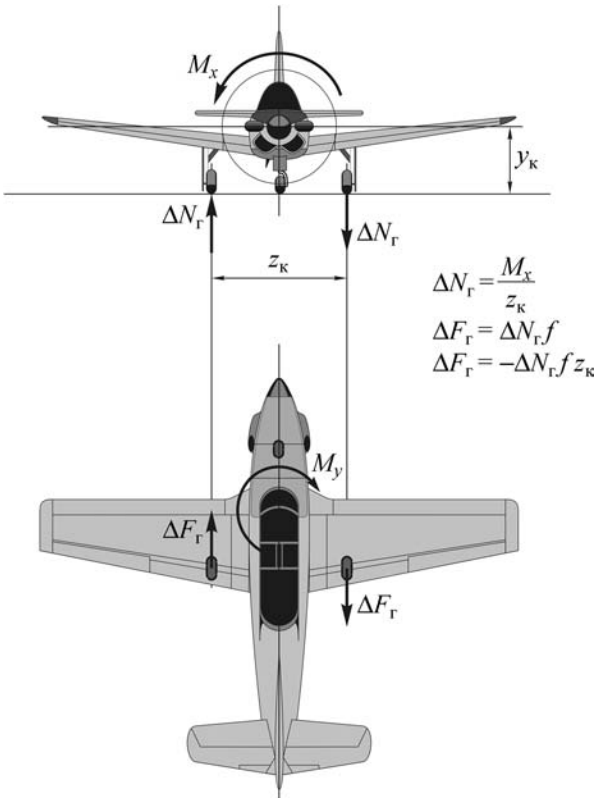


Рис. 17.3. Схема дополнительных сил, действующих на главные опоры шасси при наличии момента крена при движении по ВПП

правого колеса нормальная сила увеличивается, а у левого — уменьшается на величину

$$\Delta N = \frac{M_x}{z_к},$$

что и вызывает момент рыскания, равный

$$M_y = -\Delta N f z_ш = -M_x f.$$

Если момент крена обусловлен движением со скольжением, то $M_x = M_x^\beta \beta$. Этот момент вызовет путевой момент, который будет стремиться продолжать увеличивать угол рыскания.

При несбалансированности моментов относительно оси *OY* движение самолета по ВПП будет криволинейным. В этом случае к моментам (17.8) добавятся дополнительные моменты, обусловленные вращением самолета вокруг оси *Oy* с угловой скоростью ω_y — демпфирующий момент и момент, вызванный криволинейностью движения. Природа появления последнего объясняется тем, что при криволинейном движении так же, как и при наличии момента крена, происходит изменение нормальных реакций опор, а соответственно, и сил трения у колес правой и левой опор. При определении этого момента необходимо вместо момента крена M_x в (17.8) подставить выражение [11]

$$M_x = -Z_к y_к = -Z_к^\beta y_к \beta - Z_п^\beta y_к \delta_п,$$

где $y_к$ — расстояние центра масс самолета от поверхности ВПП.

Вращение самолета с угловой скоростью ω_y при его движении на трех точках в процессе разбега сопровождается появлением не только аэродинамического демпфирующего момента ($M_y^{\omega_y} \omega_y$), но и тормозящего момента, обусловленного изменением боковых сил колес при вращении самолета вокруг оси *Oy*. В самом деле, такое вращение с угловой скоростью ω_y (рис. 17.4) вызывает изменение углов скольжения колес передней и главных опор на величины

$$\Delta\beta_п \approx \frac{\Delta V_{z_п}}{V} = -\frac{\omega_y (x_п + x_т)}{V};\ \Delta\beta_г \approx \frac{\Delta V_{z_г}}{V} = \frac{\omega_y (x_г - x_т)}{V},$$

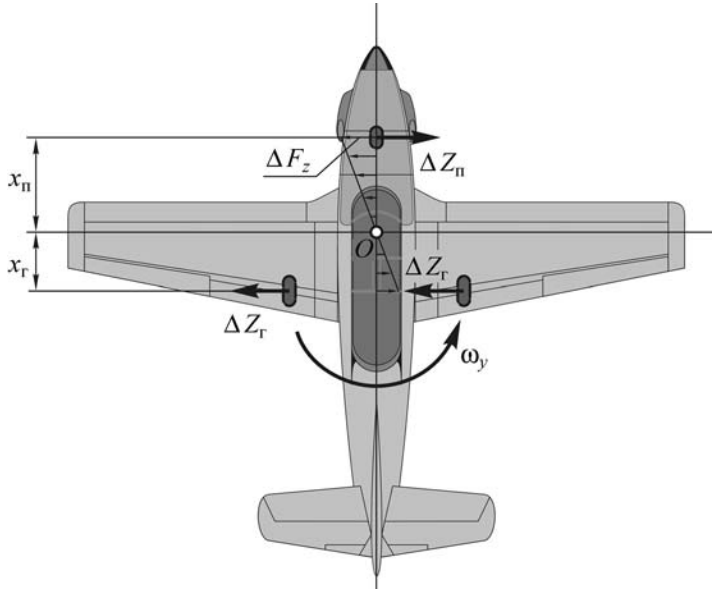


Рис. 17.4. Дополнительные силы на колесах шасси при движении по ВПП и вращении вокруг оси *Oy*

а соответственно, и их боковых сил:

$$\Delta Z_{\text{п}} = c_{z\text{к}}^{\beta} N_{\text{п}} \Delta\beta_{\text{п}}; \;\; \Delta Z_{\text{г}} = c_{z\text{к}}^{\beta} N_{\text{г}} \Delta\beta_{\text{г}}.$$

Эти боковые силы создают момент рыскания относительно центра масс, препятствующий вращению,

$$M_{y\text{к}} = -\Delta Z_{\text{п}}(x_{\text{п}} + x_{\text{т}}) + \Delta Z_{\text{г}}(x_{\text{г}} - x_{\text{т}}) =$$

$$= c_{z\text{к}}^{\beta} \frac{\omega_y}{V}[N_{\text{п}}(x_{\text{п}} + x_{\text{т}})^2 + N_{\text{г}}(x_{\text{г}} - x_{\text{т}})^2] = M_{y\text{к}}^{\omega_y} \omega_y,$$

где $M_{y\text{к}}^{\omega_y} = \dfrac{c_{z\text{к}}^{\beta}}{V}[N_{\text{п}}(x_{\text{п}} + x_{\text{т}})^2 + N_{\text{г}}(x_{\text{г}} - x_{\text{т}})^2]$.

Таким образом, в общем случае движения самолета в процессе разбега выражение для суммы моментов рыскания запишется в следующем виде:

$$\Sigma M_{R_y} = M_{y\text{с}}^{\beta}\beta + M_y^{\delta_{\text{н}}}\delta_{\text{н}} + M_y^{\delta_{\text{п}}}\delta_{\text{п}} + \Delta M_{y\,P} + M_{y\text{к}}^{\omega_y}\omega_y - M_x f,$$

где

$$M_{y\,\text{с}}^{\beta} = M_y^{\beta} + Z_{\text{г}}^{\beta}(x_{\text{г}} - x_{\text{т}}) - Z_{\text{п}}^{\beta}(x_{\text{п}} + x_{\text{т}}) - Z_P^{\beta} x_P + Z_{\text{к}}^{\beta} y_{\text{к}} f;$$
$$M_{y\,\text{с}}^{\delta_{\text{п}}} = M_y^{\delta_{\text{п}}} - Z_{\text{п}}^{\beta} y_{\text{к}} f; \qquad (17.9)$$
$$M_{y\,\text{с}}^{\omega_y} = M_y^{\omega_y} + M_{y\,\text{к}}^{\omega_y}.$$

Найдя выражения для сумм проекций сил и моментов, действующих на самолет в процессе разбега, мы можем записать систему (17.3) в виде

$$m\frac{dV}{dt} = P - X_a - f(G - Y_a);$$
$$-mV\frac{d\Psi}{dt} = Z_{\text{с}}^{\beta}\beta + Z^{\delta_{\text{н}}}\delta_{\text{н}} + Z_{\text{п}}^{\beta}\delta_{\text{п}}; \qquad (17.10)$$
$$I_y\frac{d\omega_y}{dt} = M_{y\,\text{с}}^{\beta}\beta + M_y^{\delta_{\text{н}}}\delta_{\text{н}} + M_{y\,\text{с}}^{\delta_{\text{п}}}\delta_{\text{п}} + \Delta M_{y_P} + M_{y\,\text{с}}^{\omega_y}\omega_y - M_x f.$$

Будем считать, что отклонение органов управления, момент от несимметричности тяги двигателя ΔM_{y_P} или раздельного (несимметричного) торможения колес главных опор M_{yf}, а также коэффициент трения f известны. Тогда независимыми переменными, входящими в систему (17.10), являются V, Ψ, β, ω_y. Для однозначности решения этой системы необходимо использовать следующие очевидные кинематические уравнения:

$$\omega_y = \dot{\psi};$$
$$\Psi = \psi - \beta.$$

Боковое смещение самолета в процессе разбега определяется из соотношения

$$V_{za} = V\sin(\beta - \psi).$$

17.4. ПУТЕВАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ И УПРАВЛЯЕМОСТЬ НА РАЗБЕГЕ САМОЛЕТА

Для исследования путевой устойчивости и управляемости самолета необходимо решить систему дифференциальных уравнений (17.10). Так как коэффициенты этих уравнений в процессе разбега

изменяются в широких пределах, то решение этой системы возможно путем численного интегрирования. Рассматривая только качественное изменение путевой устойчивости и управляемости в процессе разбега, будем условно считать уравнения системы (17.10) линейными дифференциальными уравнениями с постоянными коэффициентами. При этом первое уравнение в первом приближении будем считать не зависящим от других уравнений.

Тогда с учетом того, что $\Psi = \psi - \dot{\beta} = \omega_y - \dot{\beta}$,

$$\dot{\beta} - \frac{Z_{\text{с}}^{\beta}}{mV}\beta - \omega_y = \frac{Z^{\delta_{\text{н}}}\delta_{\text{н}}}{mV} + Z_{\text{п}}^{\delta_{\text{п}}}\delta_{\text{п}};$$

$$I_y\dot{\omega}_y - M_{y\text{с}}^{\beta}\beta - M_{y\text{с}}^{\omega_y}\omega_y = M_y^{\delta_{\text{н}}}\delta_{\text{н}} + M_{y\text{с}}^{\delta_{\text{п}}}\delta_{\text{п}} + M_{y_P} - M_x f.$$

Структура собственного бокового возмущенного движения определяется общим решением системы однородных дифференциальных уравнений, которые получаются из системы (17.10) при $\delta_{\text{н}} = 0$, $\delta_{\text{п}} = 0$, $\Delta M_{y_P} = 0$, $M_x = 0$.

Характеристический определитель такой системы имеет вид

$$\Delta = p^2 + 2ph_{\text{б}} + \omega_{\text{б}}^2,$$

где характеристики демпфирования и частоты собственных недемпфированных колебаний определяются следующими выражениями:

$$2h_{\text{б}} = -\left(\frac{M_y^{\omega_y} + M_{y\text{к}}^{\omega_y}}{I_y} + \frac{Z_{\text{с}}^{\beta}}{mV}\right);$$

$$\omega_{\text{б}}^2 = -\frac{M_{y\text{с}}^{\beta}}{I_y} + \frac{M_y^{\omega_y} + M_{y\text{к}}^{\omega_y}}{I_y}\frac{Z_{\text{с}}^{\beta}}{mV}.$$

Так как частота собственных колебаний в основном определяется характеристикой $M_{y\text{с}}^{\beta} / I_y$, то рассмотрим развернутое выражение для $M_{y\text{с}}^{\beta}$ (17.9)

$$M_{y\text{с}}^{\beta} = M_y^{\beta} + Z_{\text{г}}^{\beta}(x_{\text{г}} - x_{\text{т}}) - Z_{\text{п}}^{\beta}(x_{\text{п}} + x_{\text{т}}) - Z_P^{\beta}x_P + Z_{\text{к}}^{\beta}y_{\text{к}}f.$$

На малых скоростях движения характеристика путевой устойчивости $M_{y\text{с}}^{\beta}$ в основном определяется моментами, создаваемыми боковыми силами, действующими на колеса передней и главных опор. Так как производные $Z_{\text{г}}^{\beta}$ и $Z_{\text{п}}^{\beta}$ отрицательны, то переднее ко-

лесо создает дестабилизирующий, а колеса главных опор — стабилизирующий моменты рыскания. Неблагоприятное влияние переднего колеса у самолетов, имеющих трехопорную схему шасси, можно уменьшить или полностью устранить, сделав его самоориентирующимся. У такого колеса плоскость вращения стремится совместиться с вектором скорости, вследствие чего боковая сила может уменьшаться практически до нуля. В этом случае стабилизирующие моменты рыскания, создаваемые колесами главных опор, расположенными позади центра масс самолета, обеспечивают путевую устойчивость самолета при его движении по земле.

Однако в тех случаях, когда для удобства управления направлением движения переднее колесо делают управляемым, его дестабилизирующее влияние без вмешательства летчика приводит к потере путевой устойчивости самолета при движении по земле. В этом случае устойчивое выдерживание направления движения должен обеспечить летчик соответствующим отклонением переднего колеса. Так как критический угол скольжения $\beta_{кр}$ (см. рис. 17.2) сравнительно мал, то летчик не должен допускать в процессе разбега значительных углов скольжения. Последнее объясняется тем, что при превышении критического угла скольжения боковые силы, действующие на колеса, уменьшаются. Падает и стабилизирующий момент, создаваемый колесами главных опор, вследствие этого начавшийся разворот будет иметь тенденцию усиливаться.

Стремление летчика парировать разворот путем отклонения управляемого переднего колеса приведет к уменьшению его угла скольжения, что будет сопровождаться увеличением стабилизирующего момента.

Таким образом, при больших углах скольжения самолет может потерять не только путевую устойчивость, но и управляемость.

По мере увеличения скорости движения растет подъемная сила, уменьшаются нормальные реакции опор и боковые силы, и соответственно, падает влияние земли на путевую устойчивость и управляемость. Вместе с тем растет роль аэродинамических сил и моментов в обеспечении устойчивости и управляемости самолета. В каждом конкретном случае можно найти скорость, при которой будут наихудшие условия на разбеге с точки зрения путевой управляемости или устойчивости: влияние реакции земли уже достаточно ослабло, а аэродинамические моменты еще недостаточно возросли. Во второй части разбега устойчивость и управляемость в основном уже обеспечиваются аэродинамическими средствами (M_y^{β}, $M_y^{\omega_y}$, $M_y^{\delta_н}$).

Самолет с велосипедным шасси имеет на разбеге практически те же особенности путевой устойчивости и управляемости, что и самолет с управляемым передним колесом при трехопорной схеме шасси.

Существенно отличается путевая устойчивость и управляемость самолета, имеющего трехопорное шасси с хвостовым колесом. При такой схеме шасси колеса главных опор (передние), располагаясь впереди центра масс самолета, создают дестабилизирующий момент рыскания, а хвостовое колесо — стабилизирующий момент. Для повышения боковой силы, действующей на хвостовое колесо при скольжении, а соответственно и путевой устойчивости, плоскость вращения хвостового колеса фиксируется относительно фюзеляжа, или, как иногда говорят, хвостовое колесо «стопорится». Однако самолет с такой схемой шасси, осуществляя большую часть разбега с поднятым хвостовым колесом, оказывается в путевом отношении неустойчивым. Выдерживание направления движения в процессе разбега на колесах главных опор обеспечивает летчик соответствующим отклонением руля направления. У самолетов такой схемы руль направления, находясь в струе, отбрасываемой винтом, имеет достаточную эффективность на малых скоростях.

17.5. ПРОДОЛЬНАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ И УПРАВЛЯЕМОСТЬ ПРИ РАЗБЕГЕ САМОЛЕТА

При движении самолета по ВПП на всех опорах не имеет практического смысла рассматривать вращательное движение вокруг оси Oz, так как его нет ($M_{R_z} = 0$, $\dot{V} \neq 0$). Практический интерес представляет движение самолета с поднятой носовой опорой, когда самолет должен быть сбалансирован на взлетном угле атаки. Иногда разбег самолета с самого начала производят с отклоненным на кабрирование рулем высоты ($\delta_в \approx 0{,}8\delta_{в\,max}$), и при определенной скорости происходит подъем носовой опоры. Такая скорость определяется из условия $M_{R_z} = 0$. Кроме аэродинамического момента тангажа $M_z = m_z qSb_A$ на самолет действуют моменты от тяги движителя $M_{z_P} = -Py_P$ ($P\sin\alpha \approx 0$), от реакции главных опор $M_{z\,г}(N_г, F_г) = (G - Y_a)(x_т - x_г - y_г f)$, управляющий момент руля высоты $M_{z\,в} = m_z^{\delta_в}\delta_в qSb_A$, момент от выпуска механизации $\Delta M_{z\,мех} = \Delta m_{z\,мех} qSb_A$ и момент от влияния экрана (земли) $\Delta M_{zэ} = \Delta m_{zэ} qSb_A$.

Следует отметить, что в момент подъема передней опоры реакция и сила трения на ней, а следовательно, и момент тангажа равны нулю.

Таким образом, суммарный момент тангажа в момент подъема передней опоры

$$M_{z\Sigma} = M_{R_z} + (mg - Y_a)(x_т - x_г - fy_г).$$

Переходя к коэффициентам $\left(m_{z\Sigma} = \dfrac{M_{z\Sigma}}{qSb_A} \right)$, получим

$$m_{z\Sigma} = m_{R_z} + \left(\frac{mg}{Sq_{п.к}} - c_{ya\,стоян} \right)(x_т - x_г - fy_г), \qquad (17.11)$$

где $q_{п.к}$ — скоростной напор потока в момент подъема переднего колеса, $q_{п.к} = \rho V^2_{п.к} / 2$; $c_{ya\,стоян}$ — коэффициент подъемной силы, соответствующий стояночному углу атаки ($\alpha_{стоян}$) при взлетной конфигурации самолета, $c_{ya\,стоян} = c_{ya} + \Delta c^{мех}_{ya} + \Delta c_{ya\,э}$; $c_{ya} = c^{\alpha}_{ya}(\alpha_{стоян} - \alpha_0)$ при $\delta_{мех} = 0$ и $\delta_в = 0$.

Подставляя в (17.11) вместо m_{R_z} выражение (10.36) и приравнивая нулю $m_{z\Sigma}$, получим условие балансировки самолета

$$m^{мех}_{z0} + (\bar{x}_т - \bar{x}_F)(c_{ya} + \Delta c_{ya\,э}) + (\bar{x}_т - \bar{x}_{F2})\Delta c^{мех}_{ya} + m^{\delta_в}_z \delta_в + \\ + m^{\varphi}_z \varphi_{уст} + m_{P_{z1}} + \left(\frac{mg}{Sq_{п.к}} - c_{ya\,стоян} \right)(\bar{x}_т - \bar{x}_г - f\bar{y}_г) = 0. \qquad (17.12)$$

Отсюда найдем потребный для балансировки угол $\delta_в$:

$$\delta_в = -\frac{1}{m^{\delta_в}_z}[m^{мех}_{z0} + (\bar{x}_т - \bar{x}_F)(c_{ya} + \Delta c_{ya\,э}) + (\bar{x}_т - \bar{x}_{F_2})\Delta c^{мех}_{ya} + \\ + m^{\varphi}_z \varphi_{уст} + m_{P_{z1}} + \left(\frac{mg}{Sq_{п.к}} - c_{ya\,стоян} \right)(\bar{x}_т - \bar{x}_г - f\bar{y}_г)].$$

При заданных углах отклонения руля высоты на взлете и угле установки горизонтального оперения из (17.12) можно определить скорость подъема носового колеса.

При движении на главных опорах ($\alpha > 0$) у самолета развивается продольное возмущенное движение, при котором изменяется угол атаки (или угол тангажа, так как $\vartheta = \alpha$). При появлении возмущения по углу атаки ($\Delta\alpha$) движение будет происходить с переменным углом атаки. Уравнения продольного движения в этом случае:

$$m\dot{V} = P - \frac{c_{xa}\rho S}{2}V^2 - f\left(G - \frac{c_{ya}\rho S}{2}V^2\right);$$

$$N_Г = G - \frac{c_{ya}\rho S}{2}V^2; \qquad (17.13)$$

$$I_z\frac{d^2\Delta\alpha}{dt^2} = \Delta m_z qSb_A + \frac{d\Delta\alpha}{dt}(m_z^{\bar{\omega}_z} + m_z^{\dot{\alpha}})\frac{qSb_A^2}{V} + \Delta N_г(x_т - x_г - y_г f).$$

Здесь $\Delta m_z = m_z^{c_y} c_{ya}^{\alpha}\Delta\alpha$; $\Delta N_г = -c_{ya}^{\alpha} qS\Delta\alpha$.

Так как в первом уравнении (17.13) возмущения могут изменять только слагаемые $\frac{c_{xa}\rho SV^2}{2}$ и $\frac{c_{ya}\rho SV^2}{2}$, а тяга при разбеге значительно больше, чем $\frac{c_{xa}\rho SV^2}{2} - f\frac{c_{ya}\rho SV^2}{2}$, то практически в возмущенном движении можно пренебречь изменением скорости ΔV и считать ее равной заданной: $V = V_0$.

Подставляя $\Delta N_г = -\frac{c_{ya}^{\alpha}\rho SV^2}{2}\Delta\alpha$ в третье уравнение (17.13), получим

$$\frac{d^2\Delta\alpha}{dt^2} - \frac{qSb_A^2}{I_z V}(m_z^{\bar{\omega}_z} + m_z^{\dot{\alpha}})\frac{d\Delta\alpha}{dt} - \frac{qSb_A}{I_z}c_{ya}^{\alpha}[m_z^{c_y} - (\bar{x}_т - \bar{x}_г - \bar{y}_г f)] = 0. \qquad (17.14)$$

Уравнение (17.14) есть линейное дифференциальное уравнение второго порядка с переменными коэффициентами, так как скорость движения зависит от времени. Ввиду того что скорость за небольшой промежуток времени изменяется незначительно, для упрощения решения этого уравнения можно принять $V \approx \text{const}$. При этом допущении уравнение превращается в уравнение с постоянными коэффициентами, характеристическое уравнение которого имеет вид $p^2 + 2h_к p + \omega_к^2 = 0$, где

$$2h_{\text{к}} = -\frac{qSb_{\text{A}}^2}{I_z V}(m_z^{\bar{\omega}_z} + m_z^{\dot{\alpha}});$$

$$\omega_{\text{к}}^2 = -\frac{qSb_{\text{A}}}{I_z} c_{ya}^{\alpha}[m_z^{c_y} - (\bar{x}_{\text{т}} - \bar{x}_{\text{г}} - \bar{y}_{\text{г}} f)].$$

Условию устойчивости по углу атаки, как известно, соответствуют требования $h_{\text{к}} > 0$ (на $\alpha < \alpha_{\text{кр}}$ выполняется всегда) и $\omega_{\text{к}}^2 > 0$, что эквивалентно условию

$$m_z^{c_y} - (\bar{x}_{\text{т}} - \bar{x}_{\text{г}} - \bar{y}_{\text{г}} f) < 0. \qquad (17.15)$$

Второе слагаемое в (17.15) существует только при движении самолета по ВПП на основных опорах с поднятым носовым колесом и равно изменению степени продольной статической устойчивости $\Delta m_z^{c_y}$. Оно всегда положительно и, следовательно, продольная устойчивость в этом случае уменьшается. Более того, при реальных значениях $\Delta m_z^{c_y}$ современных самолетов, особенно маневренных, на рассмотренном режиме движения самолет неустойчив в продольном движении, что требует от летчика вмешательства в управление, хотя и в течение короткого промежутка времени.

Если рассмотреть движение самолета с трехопорным шасси с хвостовой опорой, то произведя аналогичные рассуждения, получим условие продольной устойчивости, аналогичное (17.15), но так как в этом случае $\bar{x}_{\text{г}} < \bar{x}_{\text{т}}$, то второе слагаемое в (17.15) отрицательно ($|\bar{y}_{\text{г}} f| < |\bar{x}_{\text{т}} - \bar{x}_{\text{г}}|$), и следовательно, при такой схеме шасси продольная устойчивость самолета увеличивается по сравнению с полетной.

Полученные качественные выводы об устойчивости продольного движения самолета с поднятой носовой или хвостовой опорой можно также получить, если рассмотреть приращение продольного момента при изменении угла атаки (или коэффициента подъемной силы) от нормальной реакции главных опор и силы трения:

$$M_z(N_{\text{г}}, F_{\text{г}}) = (G - Y_a)(x_{\text{т}} - x_{\text{г}} - y_{\text{г}} f);$$
$$\Delta M_z(N_{\text{г}}, F_{\text{г}}) = -\Delta Y_a(x_{\text{т}} - x_{\text{г}} - y_{\text{г}} f);$$
$$\Delta m_z = -\Delta c_{ya}(\bar{x}_{\text{т}} - \bar{x}_{\text{г}} - \bar{y}_{\text{г}} f);$$
$$\frac{\Delta m_z}{\Delta c_{ya}} \approx \Delta m_z^{c_y} = -(\bar{x}_{\text{т}} - \bar{x}_{\text{г}} - \bar{y}_{\text{г}} f).$$

Обеспечить продольную устойчивость самолета при движении по земле с поднятой носовой опорой теоретически можно (а практически нецелесообразно) путем увеличения продольной устойчивости по углу атаки ($m_z^{c_y}$), что нерационально из-за ухудшения летно-технических характеристик (увеличиваются потери аэродинамического качества на балансировку и масса оперения) или значительного уменьшения по абсолютной величине ($x_т - x_г$), что при посадке может привести к удару хвостовой частью, когда вектор $\vec{G}$ при посадочном угле атаки может пройти сзади точки касания главной опоры шасси.

Для самолетов с велосипедным шасси также характерно существенное уменьшение продольной устойчивости при разбеге, так как эта схема шасси отличается бóльшим удалением задней опоры от центра масс, что приводит к большему приращению дестабилизирующего момента $\Delta m_z^{c_y} = \bar{x}_г - \bar{x}_т > 0$, чем у самолета с трехопорным шасси. В силу этого, а также из-за недостаточности управляющего момента тангажа в процессе разбега для создания взлетного угла атаки передние колеса отрываются от земли практически при достижении скорости отрыва самолета.

Глава 18

ОГРАНИЧЕНИЕ ДОПУСТИМЫХ ЦЕНТРОВОК. ВЫБОР ПАРАМЕТРОВ СТАБИЛИЗИРУЮЩИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

18.1. ПРЕДЕЛЬНО ПЕРЕДНЯЯ ЦЕНТРОВКА. ПРЕДЕЛЬНО ЗАДНЯЯ ЦЕНТРОВКА. ДИАПАЗОН ЭКСПЛУАТАЦИОННЫХ ЦЕНТРОВОК

Положение центра масс самолета зависит от его загрузки (пассажирами, грузами, топливом) и изменяется в процессе полета по мере выгорания топлива, сброса грузов, пуска ракет и т.д. [6]. На рис. 18.1 приведена область возможного положения центра масс пассажирского самолета в зависимости от вариантов загрузки и количества топлива. В процессе проектирования самолета необходимо определить, в каких пределах может изменяться положение центра масс при условии обеспечения нормальной безопасной эксплуатации са-

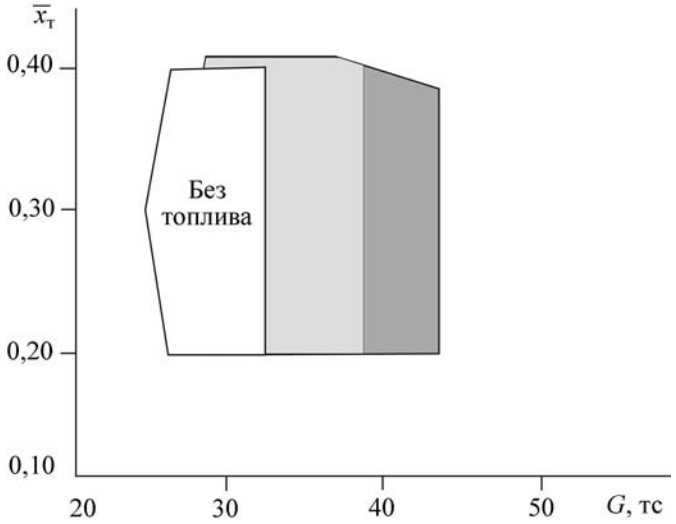


Рис. 18.1. Положение центра масс пассажирского самолета в зависимости от вариантов загрузки и количества топлива

молета. Поэтому одной из важнейших характеристик самолета является допустимый диапазон изменения эксплуатационной центровки от предельно передней $\bar{x}_{т\,п.п}$ до предельно задней $\bar{x}_{т\,п.з}$. Величина этого диапазона $[\bar{x}_{т\,п.п}, \bar{x}_{т\,п.з}]$, строго говоря, зависит от многих факторов: веса самолета G, аэродинамических характеристик самолета $c_y(\alpha)$, $m_z(\alpha)$ на режимах взлета, посадки и крейсерского полета, эффективности органов продольного управления $m_z(\varphi, \delta_в)$, влияния обдува на аэродинамические характеристики и т.д.

Задачи определения допустимого диапазона эксплуатационных центровок и эффективности органов продольного управления являются взаимосвязанными. При проектировании самолетов наиболее часто решается задача выбора параметров оперения и эффективности органов продольного управления (или площади руля высоты $S_в$) по заданному диапазону эксплуатационных центровок [4, 5]. При эксплуатации самолета, наоборот, необходимо определить допустимый диапазон центровок самолета, например для заданных взлетного и посадочного весов и конфигураций самолета при известных характеристиках оперения и руля высоты.

Определение допустимых значений $\bar{x}_{т\,п.п}$ и $\bar{x}_{т\,п.з}$ основывается на условиях обеспечения балансировки самолета и заданного запаса

продольной статической устойчивости самолета без автоматических устройств в наиболее критических ситуациях.

Предельно передняя центровка самолета определяется следующими расчетными случаями:

балансировка самолета в посадочной конфигурации на скорости захода на посадку $V_{з.п}$ в горизонтальном полете ($n_y = 1$) и уходе на второй круг ($n_y = 1{,}3$);

подъем носовой (передней) опоры при разбеге во взлетной конфигурации;

балансировка самолета на заданной (предельной) перегрузке на большой высоте и сверхзвуковой скорости полета.

При этих расчетных случаях необходимо иметь определенный запас эффективности органов продольного управления. В первом приближении это можно учесть, используя в расчете не максимальные углы отклонения аэродинамических органов на кабрирование, а только их часть, например $0{,}9\delta_{в\ max}$ ($\varphi = 0{,}9\varphi_{max}$).

1. Приближенно, в предположении линейности аэродинамических характеристик, предельно переднюю центровку при заходе на посадку можно определить из условия балансировки самолета с $c_{уа\ пос} = c_{y\ пос}$ т.е. из условия $m_z = 0$.

Уравнение для продольного момента может быть записано в виде

$$c_y(\alpha_{пос},\ \delta_{з\ пос},\ \bar{h}_{э\ min},\ \varphi_{max},\ n\delta_{в\ max})(\bar{x}_{т\ п.п} - \bar{x}_{т\ мод}) +$$

$$+ m_z(\alpha_{пос},\ \delta_{з\ пос},\ \bar{x}_{т\ мод},\ \bar{h}_{э\ min}) + m_z(\varphi_{max},\ n\delta_{в\ max}) = 0, \quad (18.1)$$

где $\bar{x}_{т\ мод}$ — центровка самолета, при которой из продувок в АДТ или расчетов получены используемые аэродинамические характеристики c_y и m_z; $\bar{h}_{э\ min} = \dfrac{h}{b_A}$ — оптимальное минимальное расстояние от задней кромки крыла (САХ) до экрана или минимальная высота, обычно принимаемая равной расстоянию от центра масс самолета до земли в стояночном положении; $\delta_{з\ пос}$ — посадочный угол отклонения закрылков (и предкрылков).

Разрешая уравнение относительно $\bar{x}_{т\ п.п}$, получим

$$\bar{x}_{т\ п.п} = \bar{x}_{т\ мод} - \frac{m_z(\alpha_{пос},\ \delta_{з\ пос},\ \bar{x}_{т\ мод},\ \bar{h}_{э\ min}) + m_{z\ упр}(\varphi_{max},\ n\delta_{в\ max})}{c_y(\alpha_{пос},\ \delta_{з\ пос},\ h_{э\ min},\ \varphi_{max},\ n\delta_{в\ max})}. \quad (18.2)$$

Если известны аэродинамические характеристики модели самолетов без горизонтального оперения, можно получить выражение для определения $\bar{x}_{\text{т п.п}}$. Для этого воспользуемся выражением для m_z, записанном в виде

$$m_{z\,0\,\text{б.г.о}} + (\bar{x}_{\text{т п.п}} - \bar{x}_{F\,\text{б.г.о}})c_{y\,\text{пос}} + c^{\alpha}_{y\,\text{г.о}} A_{\text{г.о}} K_{\text{г.о}} (\alpha_{\text{пос}} + \varphi_{\max} - \varepsilon + n\delta_{\text{в max}}) = 0, \tag{18.3}$$

где $\alpha_{\text{пос}}$ определяется из условия обеспечения требуемого значения $c_{y\,\text{пос}}$

$$c_{y\,\text{б.г.о}}(\alpha_{\text{пос}}) + c^{\alpha}_{y\,\text{г.о}}(\alpha_{\text{пос}} - \varepsilon) + c^{\varphi}_{y\,\text{г.о}}\varphi_{\max} + c^{\varphi}_{y} n\delta_{\text{в max}} = c_{y\,\text{пос}}. \tag{18.4}$$

В этом случае положение предельно передней центровки самолета можно определить с помощью выражения

$$\bar{x}_{\text{т п.п}} = \bar{x}_{F\,\text{б.г.о}} + \frac{1}{c_{y\,\text{пос}}}[c^{a}_{y\,\text{г.о}} A_{\text{г.о}} K_{\text{г.о}} (\alpha_{\text{пос}} + \varphi_{\max} - \varepsilon + n\delta_{\text{в max}}) - m_{z\,0\,\text{б.г.о}}]. \tag{18.5}$$

Здесь коэффициенты m_z и c_y должны определяться посадочным углом атаки $\alpha_{\text{пос}}$ в посадочной конфигурации с учетом влияния экрана при $h_{\text{э min}}$ (касание колесами основных опор ВПП). При определении предельно переднего положения центра масс на режиме ухода на второй круг необходимо учесть составляющую продольного момента от тяги двигателей, которые находятся на взлетном режиме. С этой целью в выражениях (18.1) и (18.3) m_z необходимо дополнить составляющей $\Delta m_{z\,\text{дв}}$,

$$\Delta m_{z\,\text{дв}} = -\frac{P_{\text{взл}} h_{\text{дв}}}{qSb_{\text{A}}},$$

где $h_{\text{дв}}$ — плечо вектора тяги двигателей относительно центра масс самолета. Знак $h_{\text{дв}}$ определяется по перпендикуляру, проведенному из центра масс самолета к оси двигателя. Если ось двигателя ниже центра масс, $h_{\text{дв}} < 0$, если выше — $h_{\text{дв}} > 0$.

Для ухода на второй круг имеем выражение для определения $\bar{x}_{\text{т п.п}}$

$$\bar{x}_{\text{т п.п}} = \bar{x}_{\text{т мод}} - \frac{m_z(\alpha_{\text{пос}}, \delta_{\text{з пос}}, \bar{x}_{\text{т мод}}) + m_{z\,\text{упр}}(\varphi_{\max}, n\delta_{\text{в max}})}{c_y(\alpha_{\text{пос}}, \delta_{\text{з пос}}, h_{\text{э min}}, \varphi_{\max}, n\delta_{\text{в max}})} -$$

$$- \frac{\Delta m_{z\,\text{дв}}}{c_y(\alpha_{\text{пос}}, \delta_{\text{з пос}}, \varphi_{\max}, n\delta_{\text{в max}})}. \tag{18.6}$$

При этом скорость захода на посадку принимается равной (1,23... 1,3)$V_с$ ($V_с$ — скорость сваливания).

Для самолетов с винтовыми движителями коэффициенты m_z и c_y должны учитывать влияние обдувки крыла в зависимости от коэффициента нагрузки на винт $B = \dfrac{P}{qF_в}$ (см. гл. 2).

2. Для самолета с носовым колесом расчетным случаем для определения $\bar{x}_{т\,п.п}$ может оказаться условие подъема носовой стойки на скорости подъема носовой стойки $V_{п.ст}$. При расчете следует принять $V_{п.ст} = 1{,}1V_{с\,взл}$, где $V_{с\,взл}$ — скорость сваливания во взлетной конфигурации. В выражении для m_z необходимо учесть момент от реакции колес главных опор (основных) $N_г$ и силы их трения $F_г$, а также момент от тяги двигателей (рис. 18.2).

Условие продольной балансировки самолета с поднятой носовой стойкой ($N_{н.с} = 0$) можно записать в виде

$$m_{z\,ст} + (\bar{x}_{т\,п.п} - \bar{x}_{т\,мод})c_{y\,взл} + \left(\frac{G}{qs} - c_{y\,взл}\right)(\bar{x}_{т\,п.п} - \bar{x}_г) -$$

$$-\left(\frac{G}{qs} - c_{y\,взл}\right)f_{тр}\bar{h}_{y\,т} - \frac{P_{взл}}{qS}\bar{h}_{дв} + m_{z\,упр} = 0, \qquad (18.7)$$

где $m_{z\,ст} = m_z(\alpha_{ст}, \delta_{з\,взл}, \bar{x}_{т\,мод}, B_{взл}, \bar{h}_{э\,min})$, $c_{y\,взл} = c_y(\alpha_{ст}, \delta_{з\,взл}, B_{взл}, \bar{h}_{э\,min})$ — коэффициенты подъемной силы и продольного момента модели

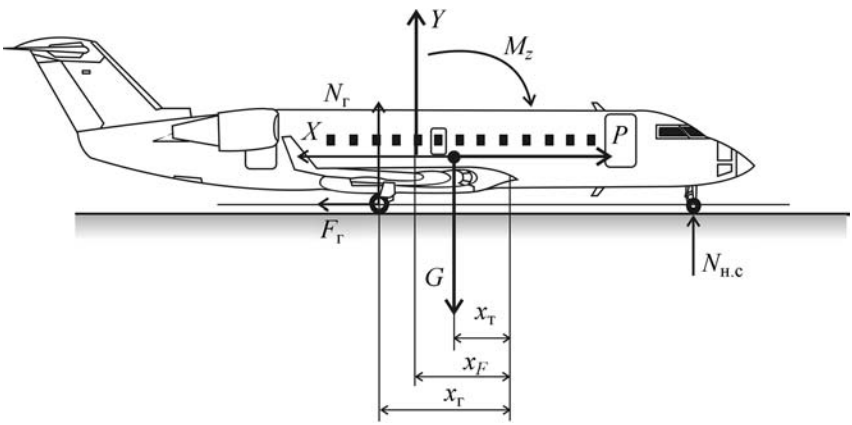


Рис. 18.2. Силы и моменты, действующие на самолет на взлетно-посадочной полосе

самолета с учетом влияния земли, $\alpha_{ст}$ — стояночный угол атаки; $m_{z\,упр} = m_z(\varphi_{max}, n\delta_{в\,max}, \bar{h}_{э\,min})$ — коэффициент момента тангажа от отклонения управляющих органов — стабилизатора и руля высоты; $\bar{h}_{ут} = \dfrac{h_{ут}}{b_A}$ — относительное расстояние от центра масс до ВПП; $f_{тр}$ — коэффициент трения колес, $f_{тр} = \begin{cases} 0{,}03 & \text{для бетона;} \\ 0{,}1 & \text{для грунта.} \end{cases}$

Для винтовых самолетов необходимо учесть влияние обдувки крыла на коэффициенты m_z, c_y и $m_{z\,упр}$.

Разрешая уравнение (18.7) относительно $\bar{x}_{т\,п.п}$, получим

$$\bar{x}_{т\,п.п} = -\frac{m_{z\,ст} + m_{z\,упр}}{c_{y\,г.п}} + \frac{c_{y\,взл}}{c_{y\,г.п}}\bar{x}_{т\,мод} + \\ + \left(1 - \frac{c_{y\,взл}}{c_{y\,г.п}}\right)\bar{x}_{ш} + f\left(1 - \frac{c_{y\,взл}}{c_{y\,г.п}}\right)h_{у\,т} + \bar{P}_{дв}\bar{h}_{дв}, \qquad (18.8)$$

где $c_{y\,г.п} = \dfrac{G_{взл}}{qS}$; $\bar{P}_{дв} = \dfrac{P}{G_{взл}}$.

3. Балансировка самолета на большой высоте при большом числе М полета на требуемой перегрузке $n_{y\,зад}$ может оказаться расчетным случаем для определения $\bar{x}_{т\,п.п}$ сверхзвуковых самолетов. Сдвиг фокуса назад и снижение эффективности стабилизатора (или элевонов) обусловливают необходимость проверки возможности самолета создавать требуемый уровень маневренных перегрузок на этом режиме полета. Для самолетов типа «летающее крыло» или «бесхвостка» проблемы балансировки обостряются в связи со снижением эффективности элевонов на сверхзвуковых режимах. Оценку предельно передней продольной центровки самолета на этом режиме можно осуществить по выражению, аналогичному (18.6):

$$\bar{x}_{т\,п.п} = \bar{x}_{т\,мод} - \frac{m_z(\alpha,\ \bar{x}_{т\,мод}) + m_{z\,упр}(\varphi_{min},\ n\delta_{в\,min})}{c_y(\alpha, \varphi_{min},\ n\delta_{в\,min})} - \frac{\dfrac{Ph_{дв}}{qSb_A}}{c_y(\alpha,\ \varphi_{min},\ n\delta_{в\,min})}, \qquad (18.9)$$

где α — значение угла атаки, необходимого для вывода самолета на заданное значение маневренной перегрузки или создания требуемого значения c_y.

Например, на самолетах Ту-144 и «Конкорд» из-за ограниченной эффективности элевонов при M > 1 для обеспечения балансировки на сверхзвуковом крейсерском режиме потребовалось ограничить $\bar{x}_{т\ п.п}$. Выдерживание заданного значения $\bar{x}_{т\ п.п}$ осуществлялось специальной системой перекачки топлива, которая благодаря перемещению части топлива в хвостовой бак выдерживала такое значение $\bar{x}_{т\ п.п}$, при котором обеспечивались балансировка и создание требуемого уровня маневренной перегрузки при имеющейся эффективности элевонов.

Предельно задняя центровка самолета обычно определяется требованием обеспечения заданной степени продольной статической устойчивости самолета $m_{z\min}^{c_y}$ или продольной статической устойчивости по перегрузке $\sigma_{n\min} = m_{z\min}^{c_y} + \dfrac{m_z^{\bar{\omega}_z}}{\mu}$ для варианта неавтоматизированного самолета (без участия СУУ).

Для современных пассажирских магистральных самолетов минимально допустимая степень продольной статической устойчивости принимается равной –0,05...–0,02.

С развитием и совершенствованием систем улучшения устойчивости и управляемости, повышением их надежности для маневренных самолетов возможна продольная статическая неустойчивость самолета с величиной $m_{z\min}^{c_y} = +0{,}1...0{,}15$. В настоящее время ведутся исследования по разработке пассажирского самолета с нейтральной статической устойчивостью: $m_z^{c_y} = 0$ или даже с нейтральной статической устойчивостью по перегрузке: $\sigma_n = 0$ ($m_z^{c_y} > 0$) (в варианте неавтоматизированного самолета).

Стремление уменьшить запас продольной статической устойчивости самолета для маневренных самолетов обусловлен желанием увеличить располагаемую нормальную перегрузку за счет балансировочной силы на стабилизаторе, направленной вверх. При $\sigma_n > 0$ балансировочная сила на стабилизаторе положительна и потери подъемной силы на балансировку отсутствуют. Для пассажирского самолета малые запасы предельной статической устойчивости позволяют также снизить потери подъемной силы на балансировку и, следовательно, увеличить аэродинамическое качество или уменьшить площадь горизонтального оперения.

Для маневренных самолетов в зависимости от типа подвесок и количества топлива диапазон эксплуатационных центровок обычно не превышает $0{,}1b_A$.

При назначении $\bar{x}_{т\,п.з}$ необходимо учитывать определенный запас на неточность исходных аэродинамических характеристик, по которым осуществляется расчет. Этот запас обычно составляет –0,03...–0,02.

При выборе $\bar{x}_{т\,п.з}$ необходимо дополнительно учитывать:

потерю продольной статической устойчивости самолета, обусловленную упругостью конструкции $\Delta\bar{x}_{т\,упр}$. Для магистральных самолетов упругость обычно приводит к снижению запаса статической устойчивости на 0,02...0,04;

снижение запаса статической устойчивости самолета с непосредственно ручным (безбустерным) управлением с освобожденным рычагом управления;

изменение запаса статической устойчивости (фокуса самолета) за счет обдува крыла для винтомоторных самолетов. (При расчете следует использовать аэродинамические характеристики самолета $m_z(\alpha)$ и $c_y(\alpha)$ с учетом влияния обдува.)

Требуемый **диапазон эксплуатационных центровок** зависит от типа самолета, назначения и условий применения. Для транспортных и пассажирских самолетов он определяется вариантами размещения грузов и пассажиров.

В зависимости от загрузки самолета и запаса топлива, центровка пассажирских и транспортных самолетов изменяется в широких пределах и диапазон ее изменения может составлять $(0{,}2...0{,}3)b_A$.

18.2. ВЫБОР ПАРАМЕТРОВ ГОРИЗОНТАЛЬНОГО ОПЕРЕНИЯ

Выбор параметров горизонтального оперения и эффективности органов продольного управления и балансировки осуществляется, прежде всего, исходя из обеспечения требуемого диапазона эксплуатационных центровок на всех режимах полета самолета, включая режимы маневрирования.

В предыдущем подразделе перечислены расчетные случаи для определения $\bar{x}_{т\,п.п}$ и $\bar{x}_{т\,п.з}$. Выбор параметров ГО и органов продольного управления осуществляется решением обратной задачи, т.е. по заданному диапазону эксплуатационных центровок выбираются параметры ГО и эффективность органов продольного управления.

Существуют несколько схем продольной балансировки и управления.

Рис. 18.3. Схема балансировки самолета и управления рулем высоты при неподвижном стабилизаторе

1. Балансировка и управление рулем высоты при неподвижном стабилизаторе (рис. 18.3).

В этой схеме балансировка самолета и управление при маневрировании на всех режимах полета выполняется только рулем высоты. Располагаемый момент от органов управления по тангажу создается только рулем высоты: $m_{z\,\text{упр}} = m_z(\delta_в)$. В данном случае для обеспечения балансировки самолета и его управления на всех режимах полета требуются большие размеры как руля высоты, так и всего горизонтального оперения. Одна из особенностей этой схемы управления состоит в том, что руль высоты почти на всех режимах полета находится в отклоненном положении, что приводит к снижению аэродинамического качества. Для снижения потерь аэродинамического качества при балансировке самолета целесообразно рули высоты выполнять с минимальной аэродинамической компенсацией, а это, как известно, приведет к увеличению шарнирных моментов, что потребует дополнительной мощности приводов. Такая схема продольного управления в настоящее время имеет очень ограниченное применение (Ан-124, Ан-70, Ан-148).

2. Схема управления рулем высоты при балансировочном (подвижном) стабилизаторе (рис. 18.4).

Отличительная особенность такой схемы продольного управления состоит в том, что стабилизатор используется на всех режимах полета для продольной балансировки самолета, а руль высоты применяется только для управления при маневре (создание перегрузки, отрыв носового колеса на разбеге и др.). При этом на всех установившихся режимах полета имеется полное соответствие между отклонением штурвала управления и руля высоты. Независимо от массы, положения центра масс самолета располагаемые моменты тангажа самолета при отклонении руля высоты (на пикирование и

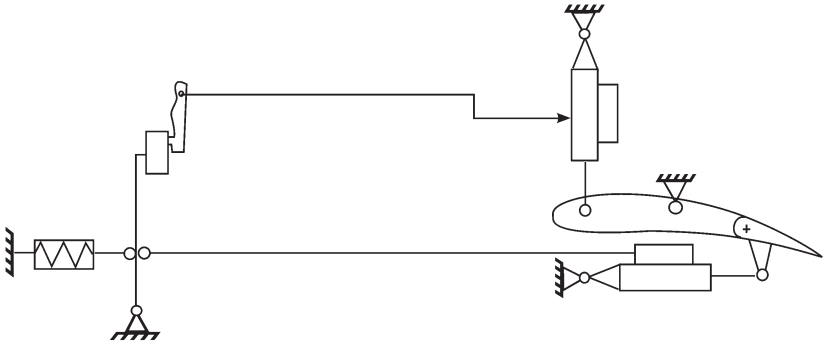


Рис. 18.4. Схема управления рулем высоты при балансировочном положении стабилизатора

кабрирование) всегда максимальные, что повышает безопасность полета даже в случае грубых ошибок при загрузке самолета.

В схеме управления с балансировочным стабилизатором полный располагаемый момент тангажа определяется суммой моментов от руля высоты и стабилизатора: $m_{z\,\text{упр}} = m_z(\delta_{\text{в max}}) + m_z(\varphi_{\max})$. Вследствие этого требуемые размеры горизонтального оперения и руля высоты получаются меньшими, чем при неподвижном стабилизаторе, что очень важно для современных пассажирских и транспортных самолетов.

Управление балансировочным стабилизатором обычно осуществляется с помощью кнопки, расположенной на штурвале управления, или автоматически.

Опыт эксплуатации отечественных пассажирских и транспортных самолетов (Ил-62, Ил-76, Ил-86, Ил-96, Ту-204, Як-40, Як-42), а также самолетов зарубежных фирм («Боинг», «Эрбас–Индастри» и др.) с рулями высоты и балансировочным стабилизатором показал, что такая схема продольного управления самолетом обеспечивает простоту управления и высокую безопасность полета. Поэтому она получила широкое применение на современных неманевренных самолетах, имеющих высокоэффективную механизацию крыла.

Сравнение эффективности рассмотренных схем продольного управления самолетом приведено на рис. 18.5, из которого следует, что располагаемый момент тангажа при неподвижном стабилизаторе даже при очень большой площади горизонтального оперения, соответствующей коэффициенту статического момента $A_{\text{г.о}} = 0{,}85$ и большой площади руля высоты ($\overline{S}_{\text{в}} = 0{,}27$), примерно на 30 % мень-

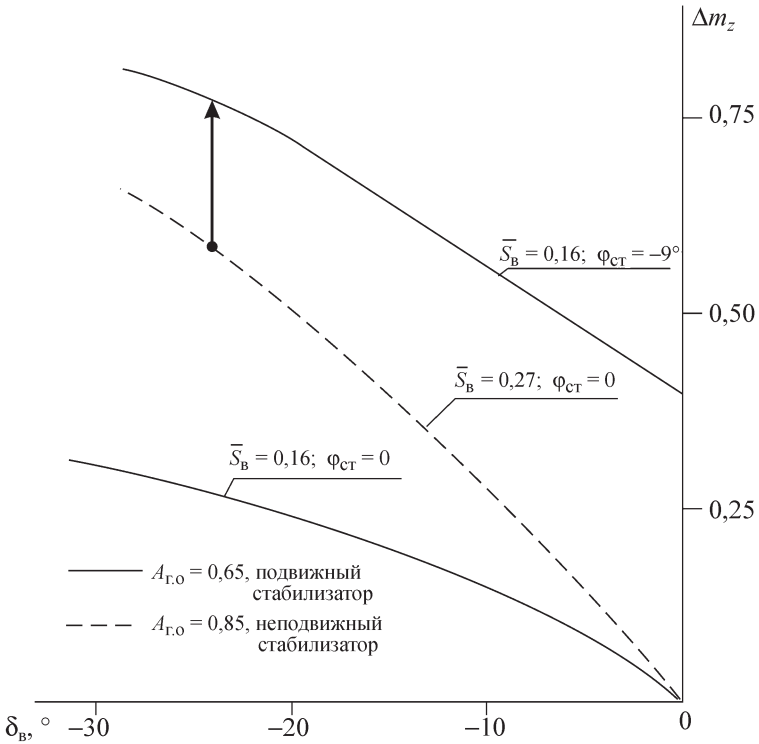


Рис. 18.5. Эффективность различных схем продольного управления самолетом

ше, чем для системы с балансировочным (подвижным) стабилизатором при существенно меньших площадях горизонтального оперения ($A_{г.о} = 0,65$) и руля высоты ($\bar{S}_в = 0,16$). Кроме того, на самолете с неподвижным стабилизатором невозможно при необходимости увеличить располагаемый момент тангажа от руля высоты (например, с увеличением массы самолета или при смещении диапазона центровок вперед), тогда как при использовании балансировочного стабилизатора это может быть достигнуто путем увеличения угла отклонения стабилизатора.

3. Схема управления и балансировки с цельноповоротным стабилизатором (рис. 18.6).

В этой схеме балансировка и управление самолетом осуществляются цельноповоротным стабилизатором. Схема широко используется для всех типов маневренных и неманевренных сверхзвуковых

Рис. 18.6. Схема балансировки и управления самолетом с цельноповоротным стабилизатором

самолетов. Использование данной схемы обусловлено необходимостью создания больших управляющих моментов в широких диапазонах высот и скоростей полета.

При выборе эффективности руля высоты (поворотного стабилизатора) и размеров горизонтального оперения самолета ориентируются на следующие расчетные случаи:

1. Балансировка самолета на режиме захода на посадку в посадочной конфигурации механизации.

2. Балансировка самолета при уходе на второй круг в посадочной конфигурации.

3. Условия подъема носовой стойки при взлете.

4. Балансировки самолета на $n^{э}_{y\,\max}$ на сверхзвуковой скорости и большой высоте.

5. Обеспечение требуемого минимального запаса продольной статической устойчивости самолета $m^{c_y}_{z\,\min}$.

Выбор размеров органов продольного управления и балансировки осуществляется с помощью построения зависимостей относительного статического момента горизонтального оперения $A_{\text{г.о}}(\bar{x}_{\text{т}}, \bar{x}_F)$ для перечисленных пяти расчетных случаев.

Диаграмма $A_{\text{г.о}}(\bar{x}_{\text{т}}, \bar{x}_F)$ строится по результатам испытаний в АДТ модели самолета с горизонтальным оперением и без него, с различным положением механизации крыла. При отсутствии таких испытаний данные можно получить расчетным путем либо пересчетом с характеристик прототипа.

Для традиционной компоновки самолета с носовой опорой эта диаграмма строится следующим образом (рис. 18.7).

Определяются фокус самолета в крейсерской конфигурации без горизонтального оперения $\bar{x}_{F\,\text{б.г.о}}$ (точка *1*) и фокус самолета $\bar{x}_F$ с предварительно выбранным или имеющем место для модели само-

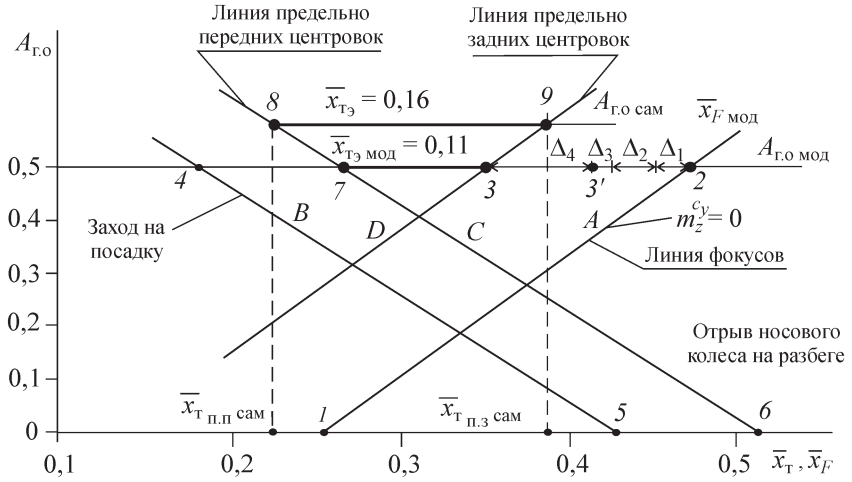


Рис. 18.7. Диаграмма выбора относительного статического момента горизонтального оперения $A_{г.о}$ ($\overline{x}_т$, $\overline{x}_F$)

лета значением $A_{г.о}$ (точка *2*). Эти две точки на диаграмме соединяются линией *A*, которая носит название линии фокусов. Для того чтобы получить линию предельно задних центровок необходимо учесть следующие возможные потери запаса продольной статической устойчивости:

Δ_1 — уменьшение запаса устойчивости ($\Delta m_z^{c_y}$) при освобождении руля высоты для самолетов с безбустерным управлением. Это уменьшение $\Delta m_z^{c_y}$ для легких самолетов без роговой компенсации руля высоты может доходить до ~ 0,08;

Δ_2 — уменьшение запаса устойчивости ($\Delta m_z^{c_y}$) за счет обдува струями от работающих винтов. Уменьшение запаса $m_z^{c_y}$ за счет влияния винтов подлежит расчету, оно зависит от расположения винтомоторной группы на самолете и коэффициента нагрузки на винт $B = P/(qF_в)$. Для винтомоторной группы, расположенной в носовой части фюзеляжа, потери $m_z^{c_y}$ на взлетном режиме работы двигателя могут составить 0,05...0,15. Для компоновки самолета с двумя двигателями на крыле потери $\Delta m_z^{c_y}$ от обдува винтами могут составить 0,15...0,2;

Δ_3 — уменьшение запаса продольной статической устойчивости за счет упругих деформаций конструкции (для легких самолетов влияние упругости конструкции обычно мало).

Перечисленные поправки смещают аэродинамический фокус самолета вперед, поэтому переход от точки *2* к точке *3′* диаграммы осуществляется с помощью выражения

$$\overline{X}_{F3} = \overline{X}_{F2} - (\Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3 + \Delta_4).$$

Далее, учитывая минимальный запас продольной статической устойчивости самолета $\Delta_4 = m_{z\min}^{c_y}$, назначаемый из соображений безопасности полета, получим предельно заднее положение центра масс:

$$\overline{x}_{т\,п.з} = \overline{X}_{F3} - \Delta_4.$$

Таким образом, точка *3* на диаграмме соответствует предельно задней эксплуатационной центровке самолета с $A_{г.о} = 0{,}5$, при которой обеспечивается минимальный рекомендованный запас продольной статической устойчивости самолета ($m_z^{c_y}$) с учетом освобождения руля высоты и при максимальном влиянии обдува струями от винтов (режим взлета или ухода на второй круг). Линия *D*, параллельная линии *A*, определяет предельно заднее положение центра масс $\overline{x}_{т\,п.з}$.

Линия *B* на диаграмме определяет положение предельно передних центровок $\overline{x}_{т\,п.п}$ самолета, при которых обеспечивается балансировка самолета в воздухе при посадке в момент касания ВПП колесами основных опор шасси. Масса самолета на посадке принимается как средняя при штатной (обычной) посадке или максимально допустимая.

Расчеты продольных балансировок самолета выполняют из условия $m_z = 0$. Положение точки *4* находится из условия балансировки продольного момента рулем высоты, отклоненным почти на максимальный отрицательный угол (на кабрирование): $\delta_в = 0{,}9\delta_{в\,max}$. При наличии балансировочного стабилизатора его отклонение принимается максимальным на кабрирование φ_{max}, при этом двигатель работает на режиме малого газа. Значение $\overline{x}_{т\,п.п}$ определяется выражением (18.2) или (18.5), где коэффициенты c_y и m_z должны соответствовать посадочному углу атаки $\alpha_{пос}$, посадочному положению механизации крыла $\delta_{з\,пос}$ с учетом влияния земли (экрана) $\overline{h}_{э\,min}$.

При определении значения коэффициента c_y следует учесть потерю на балансировку, связанную с отклонением руля высоты или стабилизатора на большой отрицательный угол, $\Delta c_y(\delta_в) \cong$ $\cong c_y^{\delta} 0{,}9\delta_{в\,max} + c_y^{\varphi}\varphi_{max}$.

Необходимо проверить также балансировку самолета на предельно передней центровке при переходе от режима захода на посадку к режиму ухода на второй круг с высоты $\overline{h}_{э\,min}$ с переводом двигателей на взлетный режим работы. В связи с этим необходимо учесть момент от тяги двигателя и влияние обдувки от работающих винтов (взлетный режим). Величина $\bar{x}_{т\,п.п}$ в этом случае определяется выражением (18.6) или (18.3) с учетом $\Delta m_{z\,дв}$.

Положение точки *5* на линии *B* находится из условия самобалансировки компоновки самолета без ГО. В формулах для $\bar{x}_{т\,п.п}$ в этом случае величины c_y и m_z определяются для компоновки без ГО и, кроме того, естественно, отсутствует слагаемое $m_z(0{,}9\delta_{в\,max}) + m_z(\varphi_{max})$.

На диаграмме расчетный случай подъема носового колеса на заданной скорости при разбеге по ВПП соответствует линии *C*. Для расчета $\bar{x}_{т\,п.п}$ в этом случае используется выражение (18.8), которое определяет положение точки *7* на диаграмме.

За рекомендуемую скорость подъема носового колеса обычно принимается скорость $V_{п.ст} \approx 1{,}1V_c(\delta_{з\,взл})$ с учетом того, что скорость отрыва самолета от земли $V_{отр}$ будет близка к $1{,}2V_c(\delta_{з\,взл})...1{,}13V_c$.

В данном случае рассматривается балансировка самолета в момент времени, когда все колеса шасси еще касаются ВПП, но руль высоты отклонен угол на $0{,}9\delta_{в\,max}$ на кабрирование для подъема носового колеса, а нагрузка на носовую стойку отсутствует (равна нулю).

Положение точки *6* на диаграмме определяется из условия самобалансировки компоновки без ГО при отрыве носового колеса.

По полученной диаграмме $A_{г.о}(\bar{x}_т, \bar{x}_F)$ может быть определен диапазон допустимых центровок для заданного $A_{г.о}$ или по диапазону центровок — необходимый $A_{г.о}$.

Зная заданный диапазон эксплуатационных центровок $\Delta\bar{x}_{т\,э}$, можно определить требуемое значение $A_{г.о\,сам}$. Для этого на диаграмме откладывается горизонтальный отрезок *8–9*, равный требуемому (заданному конструктором) диапазону эксплуатационных центровок $\Delta\bar{x}_{т\,э}$, и определяется $A_{г.о\,сам}$.

В итоге всех расчетов и построений получены (см. рис.18.7):

точка *8*, соответствующая предельно передней центровке самолета $\bar{x}_{т\,п.п}$;

точка *9*, соответствующая предельно задней центровке $\bar{x}_{т\,п.з}$;

значение $A_{г.о\,сам}$ — требуемого коэффициента статического момента площади ГО самолета.

Вопрос о выборе центровок и требуемых размеров ГО является одним из главных при проектировании и создании самолета. В связи с этим построение диаграммы $A_{\text{г.о}}(\bar{x}_{\text{т}}, \bar{x}_F)$ рекомендуется проводить неоднократно, на всех этапах разработки самолета (техническое предложение, эскизный проект, подготовка первых полетов) по мере уточнения компоновки самолета и его аэродинамических характеристик.

При определении $\bar{x}_{\text{т п.п}}$ для самолетов с хвостовой опорой расчетным случаем является случай посадки «на три точки», когда угол атаки $\alpha_{\text{пос}} \approx 14...16°$ и, соответственно, существенный момент тангажа от влияния земли $\Delta m_{z\,\text{э}} = -0{,}15$ (низкоплан и палубное ГО). Кроме того, центровка $\bar{x}_{\text{т п.п}}$ должна быть на 5...7 % более задней, чем центровка, при которой происходит капотирование самолета (опрокидывание на нос) на взлете при разбеге по грунту.

18.3. ВЫБОР ПАРАМЕТРОВ ВЕРТИКАЛЬНОГО ОПЕРЕНИЯ

Схема вертикального оперения (ВО) и его геометрические параметры, такие как удлинение $\lambda_{\text{в.о}}$, сужение $\eta_{\text{в.о}}$ и угол стреловидности $\chi_{\text{в.о}}$, определяются особенностями конструкции, назначением самолета и областью его режимов полета. К основным параметрам ВО (помимо указанных) относится безразмерный статический момент площади ВО, т.е. $B_{\text{в.о}} = \dfrac{L_{\text{в.о}}}{l}\dfrac{S_{\text{в.о}}}{S}$, где $L_{\text{в.о}}$ и $S_{\text{в.о}}$ — плечо и площадь ВО; l — размах крыла.

Как было показано в гл. 16, статический момент площади ВО в основном определяет запас путевой статической устойчивости самолета m_y^{β}.

На самолетах, не имеющих автоматических устройств в системе штурвального (ручного) управления, удовлетворительные характеристики боковой устойчивости и управляемости обеспечиваются путем выбора необходимого значения статического момента площади вертикального оперения $B_{\text{в.о}}$. На современных самолетах с необратимым бустерным управлением широко используются автоматические устройства в системе штурвального (ручного) управления, обеспечивающие удовлетворительные характеристики боковой устойчивости и управляемости. Такой подход может существенно упростить формирование компоновки самолета и позволяет значительно уменьшить потребные размеры вертикального оперения.

Требуемые размеры вертикального оперения и эффективность органов путевого управления выбираются из условия обеспечения:

путевой статической устойчивости;

балансировки самолета в случае отказа критического двигателя на режимах взлета и ухода на второй круг;

взлета и посадки самолета при заданном боковом ветре.

Для самолета, не имеющего средств автоматизации в путевом канале управления, минимальный запас путевой статической устойчивости m_y^β выбирают так, чтобы частота собственных боковых колебаний самолета была не менее заданной величины $\omega_{0\ \min}$. Для обеспечения приемлемого уровня пилотажных характеристик самолета в боковом канале недемпфированная частота боковых колебаний должна быть не ниже 1,0 1/с для маневренных самолетов ($\omega_{0\,\min} \geq 1{,}0$ 1/с); и для 0,4 1/с для неманевренных самолетов ($\omega_{0\,\min} \geq$ $\geq 0{,}4$ 1/с) [6, 18].

Для самолетов с высоким уровнем автоматизации ручного управления величину $B_{\text{в.о}}$ можно выбирать исходя из меньших значений $\omega_{0\ \min}$ самолета без автоматизации. В этом случае требуемые значения $\omega_{0\,\min}$ могут быть обеспечены с помощью автомата путевой статической устойчивости самолета.

В качестве расчетного режима полета при выборе $B_{\text{в.о}}$ обычно принимают заход на посадку, т.е. имеет место минимальная скорость полета. Учитывая, что квадрат недемпфированной частоты боковых колебаний самолета можно приближенно определить выражением $\omega_0^2 \approx -\dfrac{m_y^\beta qSl}{I_y}$, получим следующее выражение для оценки потребного $B_{\text{в.о}}$ самолета из условия обеспечения требуемого $\omega_{0\ \min}$:

$$B_{\text{в.о}} \geq -\frac{\omega_{0\,\min}^2 \dfrac{I_y}{qSl} + m_{y\,\text{б.в.о}}^\beta}{K_{\text{в.о}} \bar{c}_{z\,\text{в.о}}^\beta}, \qquad (18.10)$$

где $m_{y\,\text{б.в.о}}^\beta$ — степень путевой статической устойчивости самолета без вертикального оперения; $\bar{c}_{z\,\text{в.о}}^\beta$ — производная коэффициента боковой силы ВО по углу скольжения (отнесенная к площади ВО); $K_{\text{в.о}}$ — коэффициент, учитывающий торможение потока в зоне ВО.

Другим расчетным случаем выбора $B_{\text{в.о}}$ является обеспечение требуемой эффективности руля направления. Эффективность руля направления должна обеспечивать, во-первых, посадку самолета с боковым ветром $W_{z\,\max}$, во-вторых, для самолетов с двумя двигателями более боковую балансировку самолета при отказе критического

двигателя с одновременным действием бокового ветра заданной скорости W_z с неблагоприятной стороны на минимальной эволютивной скорости разбега $V_{\min э р}$.

Критический двигатель — один из двигателей многодвигательного самолета, отказ которого вызывает наиболее неблагоприятные изменения в поведении самолета или в условиях его пилотирования. Обычно критическим является крайний двигатель, наиболее удаленный от центра масс. Минимальная эволютивная скорость разбега является земной индикаторной скоростью, при которой в случае внезапного отказа критического двигателя при разбеге возможно сохранять управление самолетом, используя только руль направления на прямолинейной траектории, параллельной осевой линии, с отклонением от осевой линии не более 10 м и горизонтальным положением крыла.

Исходя из первого требования потребная эффективность руля направления $m_{y\ \text{потр1}}$ определяется выражением

$$m_{y\ \text{потр1}} = m_y^{\delta_н}\,\delta_{н\max} = (m_{y\ б.в.о}^{\beta} + K_{в.о}\bar{c}_{z\ в.о}^{\beta} B_{в.о})\frac{W_{z\max}}{V_{пос}}. \qquad (18.11)$$

Исходя из второго требования $m_{y\ \text{потр2}}$ будет

$$m_{y\ \text{потр2}} = m_y^{\delta_н}\,\delta_{н\max} = (m_{y\ б.в.о}^{\beta} + K_{в.о}\bar{c}_{z\ в.о}^{\beta} B_{в.о})\frac{W_z}{V_{\min э р}} + \Delta m_{y\ дв}, \quad (18.12)$$

где $\Delta m_{y\ дв} = \dfrac{P_{дв} z_{дв}}{qSl}$ — возмущающий момент рыскания при отказе критического двигателя на скорости $V_{\min э р}$.

Располагаемая эффективность руля направления может быть оценена с помощью выражения

$$m_y^{\delta_н} = \bar{c}_z^{\delta_н} B_{в.о} K_{в.о}, \qquad (18.13)$$

где $\bar{c}_z^{\delta_н}$ — производная боковой силы ВО по углу отклонения руля направления, отнесенная к площади ВО. Располагаемая эффективность $m_{y\ расп}^{\delta_н}$ должна удовлетворять условию

$$m_{y\ расп}^{\delta_н}\delta_{н\max} \geq \max(m_{y\ потр1}, m_{y\ потр2}). \qquad (18.14)$$

Используя выражения (18.10)...(18.13) и условие (18.14), определяют $B_{в.о}$, обеспечивающий безопасность при взлете и посадке и необходимый запас путевой статической устойчивости самолета.

При использовании приведенных выше формул значения $m_{y\,\text{б.в.о}}^{\beta}$, $K_{\text{в.о}}$, $c_{z\,\text{б.в.о}}^{\beta}$, $\bar{c}_{z}^{\delta_{\text{н}}}$ находят либо расчетным путем, либо по результатам аэродинамических испытаний модели самолета или путем пересчета с прототипа.

Для самолетов, не оборудованных автоматическими системами повышения устойчивости и управляемости в путевом канале, т.е. при отсутствии демпфера рыскания или автомата путевой устойчивости, требуемое затухание боковых колебаний самолета обеспечивается выбором параметров $B_{\text{в.о}}$. Требование по затуханию бокового колебательного движения может быть сведено к требованию обеспечения определенного значения производной путевого момента по угловой скорости рыскания $m_{y}^{\bar{\omega}_{y}}$, определяющей демпфирование движения рыскания. Для этой цели для $m_{y}^{\bar{\omega}_{y}}$ удобно использовать приближенное выражение

$$m_{y}^{\bar{\omega}_{y}} \approx 2\bar{c}_{z\,\text{в.о}}^{\beta} B_{\text{в.о}} \bar{L}_{\text{в.о}} 1{,}2,$$

где коэффициент 1,2 приближенно учитывает вклад фюзеляжа в $m_{y}^{\bar{\omega}_{y}}$ [18].

Глава 19
АВТОМАТИЗАЦИЯ РУЧНОГО УПРАВЛЕНИЯ САМОЛЕТОМ

19.1. НАПРАВЛЕНИЯ РАЗВИТИЯ АВТОМАТИЗАЦИИ

В системах ручного управления современных самолетов автоматические устройства занимают все более заметное место. На начальном этапе автоматизации эти автоматы создавались как автономные устройства для выполнения отдельных функций по улучшению характеристик устойчивости и управляемости и встраивались в механическую проводку управления. Примером таких устройств могут служить автоматы изменения загрузки рычагов управления АРЗ, автоматы регулирования управления АРУ или изменения передаточного числа $K_{\text{ш}}$, автоматы повышения демпфирования — демпферы; повышения устойчивости — автоматы устойчивости и т.д. Рост числа автоматизируемых функций управления по годам для ряда отечественных само-

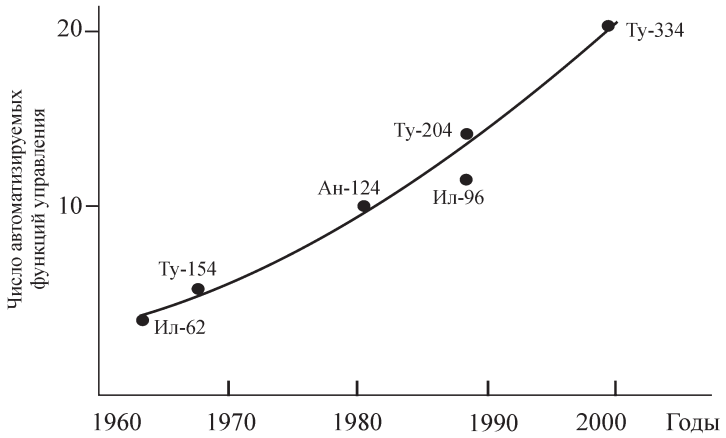


Рис. 19.1. Динамика изменения роли автоматики при управлении самолетом

летов показан на рис. 19.1. Из приведенной зависимости видно, что в настоящее время имеет место переход от реализации единичных функций в автоматических устройствах, которая имела место в 1950–1970-х гг., к реализации в них нескольких десятков функций.

С ростом числа автоматизируемых функций изменяется подход к проектированию и реализации автоматических устройств управления. По мере развития стало целесообразным объединять отдельные устройства в одно комплексное устройство — систему повышения устойчивости и управляемости (СУУ). Естественно, по мере увеличения числа выполняемых функций усложняются и законы или алгоритмы, реализуемые этими системами. Поэтому современная СУУ — это многоконтурная система с переменными коэффициентами и структурой с элементами самонастройки.

В настоящее время наибольшее распространение получили СУУ со статическими законами [4, 6, 9, 19], в которых управляющие поверхности отклоняются пропорционально изменению переменных движения самолета (например, $\delta_в = K_1 \Delta n_y + K_2 \Delta \omega_z$). Они позволяют успешно решать вопросы обеспечения приемлемых характеристик устойчивости и управляемости самолетов, отвечающих требованиям существующих норм. Однако для обеспечения заданных характеристик управляемости вне зависимости от массы, центровки, конфигурации самолета необходимо использовать СУУ с астатическим законом, который будет рассмотрен ниже.

Усложнение законов СУУ и ужесточение требований к выдерживанию характеристик устойчивости и управляемости потребовали коренного пересмотра требований к динамическим характеристикам отдельных элементов системы штурвального управления: приводов, рулевых машинок, механической проводки, датчиков, вычислителей и т.д. На определенном этапе стало очевидным, что использовать механическую проводку как элемент передачи управляющего сигнала нецелесообразно. Поэтому на современных самолетах основной режим ручного управления осуществляется системой дистанционного управления (СДУ). По этой же причине для обеспечения необходимой точности вычисления управляющих сигналов при использовании сложных законов СУУ вычислители современных СУУ реализуются на цифровых модулях. Применение цифровых вычислителей еще больше расширяет возможности современных СДУ, так как они позволяют переключать сложные законы в случае возникновения отказов, осуществлять обработку входной информации и т.д. В результате современные цифровые СДУ позволяют реализовывать необходимые характеристики управляемости самолетов и строго ограничить предельные параметры движения, что, в конечном счете, существенно повышает безопасность полетов.

Дальнейшим развитием систем ручного управления является создание комплексных систем управления, обеспечивающих функции стабилизации углового положения самолета после окончания вмешательства летчика в управление. Для маневренных самолетов комплексная система обеспечивает необходимое отклонение всех аэродинамических органов управления для создания требуемых управляющих моментов и сил, а также позволяет использовать нетрадиционные способы управления — поворот вектора тяги.

Поворот вектора тяги широко используется для управления самолетом на режимах сверхманевренности, так как является единственным эффективным органом управления на больших и сверхбольших углах атаки на малых скоростях полета. В комплексных системах ручного управления используются не только аэродинамические органы, но и механизация крыла (закрылки и предкрылки), а также тяга двигателей. Автоматизация управления механизацией крыла позволяет принять дополнительные меры по защите самолета от сваливания за счет автоматического выпуска закрылков и предкрылков, что позволяет самолету летать на меньших скоростях, сохраняя требуемый уровень безопасности. При взлете авто-

матическая уборка закрылков и предкрылков позволяет реализовать оптимальный режим набора высоты, т.е. обеспечить оптимальную конфигурацию самолета с точки зрения аэродинамического качества и тем самым повысить темп набора высоты или темп разгона самолета. Одновременно с этим нагрузки на механизацию крыла (закрылки) могут быть снижены на 20...40 %, что положительно скажется на ресурсе конструктивных элементов механизации и ее системе управления.

Автоматическое управление тягой на этих режимах позволяет снизить нагрузку на пилота и предоставить ему резерв времени для оценки ситуации и принятия стратегических решений.

19.2. КРИТЕРИИ ВЫБОРА ПИЛОТАЖНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ВЫСОКОАВТОМАТИЗИРОВАННЫХ САМОЛЕТОВ

Широкое внедрение средств автоматизации для обеспечения потребных характеристик устойчивости и управляемости привело к появлению ряда динамических особенностей таких самолетов, обусловленных:

увеличением порядка характеристического уравнения системы «самолет–система управления». Это приводит к росту числа параметров, к которым должны быть определены требования;

отличием реакции высокоавтоматизированного самолета от традиционной при определенных законах функционирования системы управления.

В случае, когда такие особенности проявляются достаточно сильно, введенные в гл. 13 и 15 критерии выбора характеристик управляемости требуют их уточнения либо необходимо введение дополнительных критериев. Общей чертой этих дополнительных критериев является то, что в них требования к пилотажным свойствам формулируются в терминах ограниченного числа обобщенных параметров.

Различают два типа обобщенных параметров: параметры системы «самолет–система управления»; параметры системы «самолет–летчик».

Критериями оценки и выбора пилотажных характеристик являются требования к обобщенным параметрам той или иной из приведенных систем.

Критерии выбора пилотажных свойств как требования к обобщенным параметрам системы «самолет–система управления»

В практике выбора пилотажных свойств высокоавтоматизированных самолетов довольно широкое распространение получили так называемые альтернативные критерии, которые можно разбить на две группы:

критерии выбора пилотажных свойств как требования к обобщенным показателям частотных характеристик;

критерии выбора пилотажных свойств как требования к обобщенным показателям переходных процессов.

Одним из обобщенных показателей частотных характеристик является значение постоянной времени τ звена запаздывания $\mathbf{e}^{-p\tau}$. С его помощью представляется отличие фазовой частотной характеристики (ФЧХ) заданного вида $W_{\text{з}}(j\omega) = W^{*}\mathbf{e}^{-p\tau}$ от фазовой частотной характеристики высокоавтоматизированного самолета $W_{\text{а}}(j\omega)$. Здесь $W^{*}(j\omega)$ — частотная характеристика самолета традиционного вида. Так, например, по углу тангажа

$$W^{*}(j\omega) = \frac{K_{\text{с}}[(j\omega) + \overline{Y}_{a}^{\alpha}]}{j\omega[(j\omega)^{2} + 2\xi^{*}\omega^{*}(j\omega) + \omega^{*2}]}.$$

При этом параметр τ так же, как и параметры ξ^{*} и ω^{*}, определяется в результате процедуры минимизации. В качестве критерия для этой процедуры часто используют выражение

$$I = \sum_{\omega_i}(|W_{\text{а}}(\omega_i)| - |W_{\text{з}}(\omega_i)|)^{2} + \alpha(\varphi_{W_{\text{а}}}(\omega_i) - \varphi_{W_{\text{з}}}(\omega_i))^{2},$$

где $|W_{\text{а}}|, |W_{\text{з}}|$ — амплитудные частотные характеристики, дБ; $\varphi_{W_{\text{а}}}(\omega_i)$, $\varphi_{W_{\text{з}}}(\omega_i)$ — фазовые частотные характеристики, °; α — весовой коэффициент, который, как правило, принимается равным 1 / 57,3. Частоты ω_i выбираются равномерно распределенными в диапазоне 0,1...10 1/с, представленном в логарифмическом масштабе.

В работе [29] приведены требования к допустимому значению τ для различных уровней пилотажных характеристик. Для первого уровня допустимое значение τ не превышает 0,1 с, для второго — 0,2 с и для третьего — достигает максимального значения, равного 0,25 с.

Другим получившим широкое распространение критерием пилотажных характеристик в продольном движении являются требо-

вания к двум обобщенным параметрам частотной характеристики: эффективному времени запаздывания τ_p и полосе пропускания частотной характеристики самолета ω_{BW}. Параметры τ_p, ω_{BW} здесь определяются по частотной характеристике самолета по углу тангажа ϑ. При этом применяются следующие правила.

Величина ω_{BW} выбирается наименьшей из частот ω_{BW_A} и ω_{BW_φ}, где ω_{BW_A} — частота, на которой запас амплитудной характеристики равен 6 дБ; ω_{BW_φ} — частота, на которой запас по фазе равен 45° (см. рис. 19.2).

Эффективное время запаздывания τ_p определяется вычислением разности между ФЧХ самолета по углу тангажа, которая принимается равной –180° на частоте ω^*, и ФЧХ высокоавтоматизированного самолета φ_{W_a} на частоте $\omega^* = 2\omega|_{\varphi_{W_a}=180^\circ}$. Таким образом,

$$\tau_p = \frac{-180 - \varphi_{W_a}(\omega^*)}{57{,}3}.$$

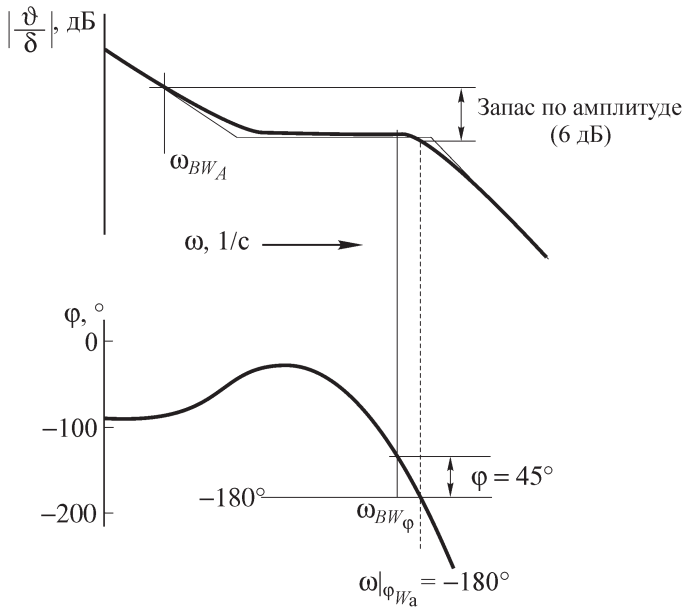


Рис. 19.2. Правила определения показателей полосы пропускания ω_{BW} и эквивалентного времени запаздывания

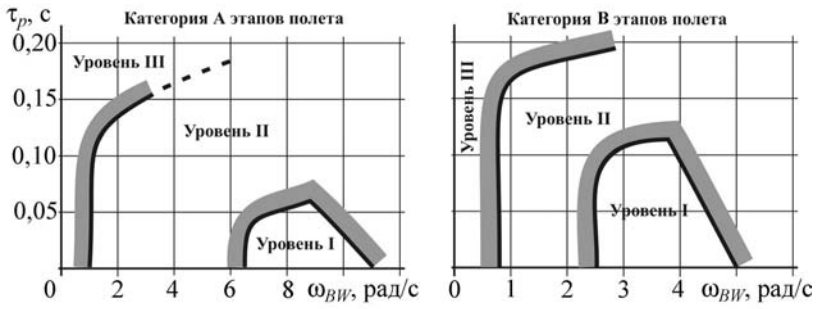


Рис. 19.3. Требования к параметрам τ_p и ω_{BW}

На рис. 19.3 для категорий полета А и В приведены граничные линии, разделяющие плоскость параметров $\tau_p - \omega_{BW}$ на области уровней I, II и III пилотажных характеристик.

Ниже рассмотрены два критерия выбора пилотажных свойств самолета, являющихся требованиями к обобщенным показателям переходного процесса. Они получили достаточно широкое распространение. Основой одного из них — c^*-критерия являются границы переходных процессов переменной $c^*(t)$ на ступенчатое отклонение руля высоты. Переменная $c^*(t)$ определяется выражением

$$c^*(t) = n_{y\,л}(t) + K_1\omega_z(t),$$

где $n_{y\,л}(t) = n_{y\,ц.м} + \dfrac{l_л \dot{\omega}_z(t)}{g}$; $n_{y\,ц.м}$ — перегрузка в центре масс самолета; $l_л$ — расстояние от центра масс самолета до места расположения летчика; $K_1 = g/V$; $\omega_z, \dot{\omega}_z$ — угловая скорость и ускорение соответственно, возникающие при вращении самолета относительно оси *OZ*.

Смысл объединения переменных $n_{y\,л}(t)$ и ω_z в единую переменную $c^*(t)$, так же, как и определение коэффициента K_1, заключается в следующем.

Найдем передаточную функцию, связывающую $\omega_z(p)$ и $n_{y\,л}(p)$, используя передаточные функции для короткопериодического движения, приведенные в гл. 13, и полагая, что $\overline{Y}_a^{\delta_в} = 0$. Нетрудно получить

$$\frac{\omega_z(p)}{n_{y\,л}(p)} = \frac{p + \overline{Y}_a^{\alpha}}{\dfrac{l_л}{g}p^2 + \dfrac{l_л}{g}\overline{Y}_a^{\alpha}p + n_y^{\alpha}}.$$

При малой величине $l_{\text{л}} / g$

$$\frac{\omega_z(p)}{n_{y\,\text{л}}(p)} \cong \frac{g}{V}\left(\frac{1}{\overline{\overline{Y}}_a^{\alpha}}p+1\right).$$

Откуда видно, что соотношение между ω_z и $n_{y\,\text{л}}$ зависит от скорости полета. На малых скоростях возрастает эффект ω_z по сравнению с $n_{y\,\text{л}}$, а на больших — наоборот. Так как летчик одновременно воспринимает обе эти переменные, то выбором коэффициента $K_1 = g / V$ можно уравновесить эффекты влияния переменных ω_z и $n_{y\,\text{л}}$ на суммарную переменную $c^*(t)$. Значение характерной скорости V, определяющей коэффициент K_1, принимается равным 120 м/с. Для получения c^*-критерия границы переходного процесса $c^*(t)$ делят на установившееся значение

$$c^*_{\text{уст}} = n_{y\,\text{ц.м уст}} + \frac{V}{g}\omega_{z\,\text{уст}}.$$

На рис. 19.4 приведены границы c*-критерия, равного $c^*(t)/c^*_{\text{уст}}$, рекомендованные в [3] для неманевренного самолета, имеющего высокий уровень автоматизации системы управления. Настоящий критерий удобен для выбора параметров систем управления, осуществляемого моделированием переходных процессов.

Другим критерием, принятым в США в качестве альтернативного критерия выбора пилотажных свойств самолета [29], является

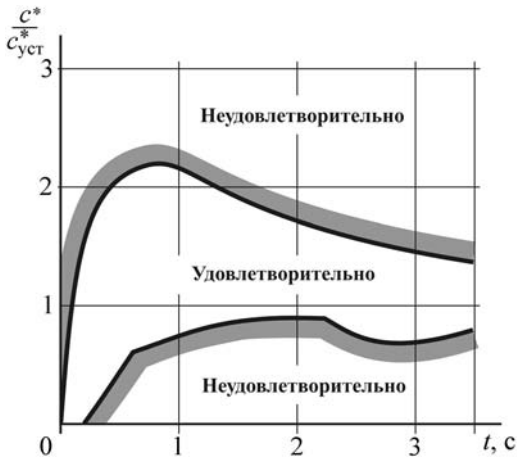


Рис. 19.4. Границы критерия $\dfrac{c^*(t)}{c^*_{\text{уст}}(t)}$

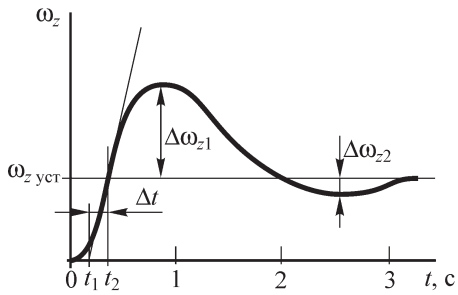


Рис. 19.5. Показатели процесса $\omega_z(t)$: $\Delta\omega_{z1}$, $\Delta\omega_{z2}$, Δt

критерий, основанный на нормировании показателей переходного процесса по угловой скорости ω_z на ступенчатое отклонение рычага управления (рис. 19.5). Здесь параметр t_1 — эффективное время запаздывания, которое определяется как отрезок времени между $t = 0$ и моментом времени пересечения касательной, имеющей максимальный наклон к кривой переходного процесса ω_z; Δt — время выхода на установившееся значение $\omega_{z\,уст}$.

Параметры $\Delta\omega_{z1}$ и $\Delta\omega_{z2}$ — положительное и отрицательное перерегулирования, которые образуют показатель $\Delta\omega_{z1} / \Delta\omega_{z2}$.

В табл. 19.1 приведены требования к показателю Δt для полетов категорий Б и В для уровней I и II пилотажных оценок.

Приведенные в табл. 19.2 значения соответствуют максимально допустимым значениям t_1 и $\Delta\omega_{z1} / \Delta\omega_{z2}$.

В настоящее время в зарубежной практике широко используется критерий, основанный на нормировании обобщенных показателей переходных процессов по угловой скорости $\omega_z(t)$ и углу тангажа $\vartheta(t)$ при ступенчатом отклонении ручки управления в течение определен-

Таблица 19.1

Требования к показателю Δt, с

Уровень оценок	Категория В		Категория Б	
	$\min \Delta t$	$\max \Delta t$	$\min \Delta t$	$\max \Delta t$
I	$2{,}75 / V$	$152{,}4 / V$	$2{,}75 / V$	$62 / V$
II	$0{,}975 / V$	$487{,}7 / V$	$0{,}975 / V$	$195{,}6 / V$
Примечание. V — истинная скорость, м/с.				

Таблица 19.2

Требования к показателям t_1 и $\Delta\omega_{z1}$ / $\Delta\omega_{z2}$

Уровень оценок	t_1, с	$\Delta\omega_{z1}$ / $\Delta\omega_{z2}$
1	0,12	0,3
2	0,17	0,6
3	0,21	0,85

ного времени Δt (рис. 19.6). При этом нормируемыми показателями являются относительный «заброс» угловой скорости $\frac{\omega_{z\,max}}{\omega_{z\,уст}}$, где $\omega_{z\,уст}$ — установившееся значение $\omega_z(t)$, и относительный «сброс» σ_{ϑ_1} или

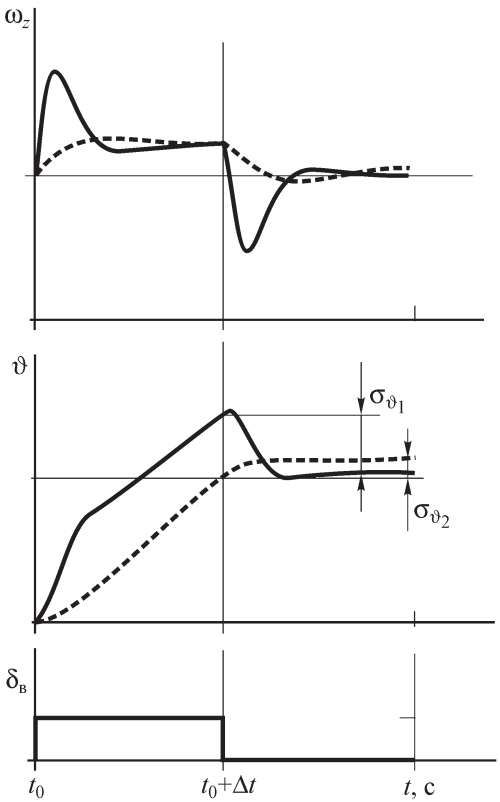


Рис. 19.6. Параметры процессов $\omega_z(t)$ и $\vartheta(t)$: $\omega_{z\,max}$, $\omega_{z\,уст}$, σ_{ϑ_1}, σ_{ϑ_2}

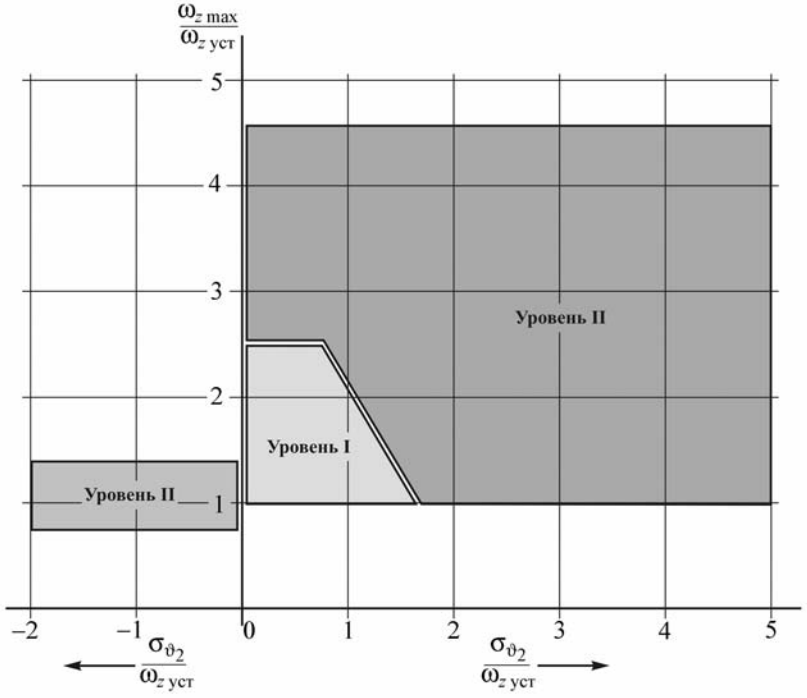


Рис. 19.7. Требования к показателям $\frac{\omega_{z\,max}}{\omega_{z\,уст}}$, $\frac{\sigma_{\vartheta_{2\,(1)}}}{\omega_{z\,уст}}$

«заброс» σ_{ϑ_2} угла тангажа. Под «сбросом» или «забросом» угла тангажа понимают разность между значением $\vartheta(t)$ в момент $t_0 + \Delta t$ и установившимся значением угла тангажа ϑ после возвращения рычага управления в исходное положение. На рис. 19.7 приведены требования к этим параметрам для маневренных самолетов при выполнении полетов категории А [29].

Критерии пилотажных свойств как требования к обобщенным параметрам системы «самолет–летчик»*

Многие задачи пилотирования относятся к так называемому классу целевых задач, требующих от летчика высокой точности их

* Здесь и далее термин «самолет» включает в себя и динамику системы управления.

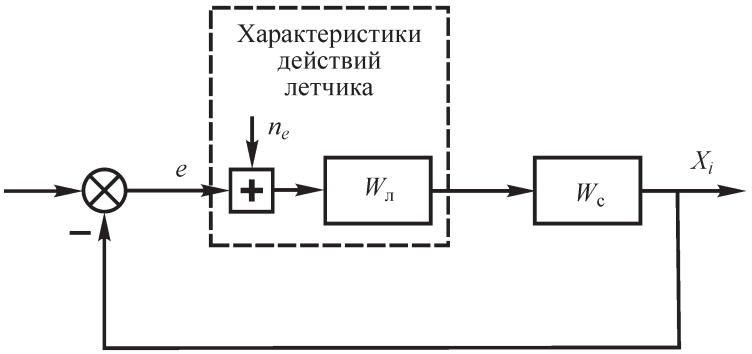


Рис. 19.8. Замкнутая система «самолет–летчик»

выполнения. К ним относятся прицеливание, дозаправка топливом в полете, полет строем, посадка на палубу авианосца и др. Во всех этих задачах летчик с повышенным вниманием воспринимает перемещения самолета (по тангажу, высоте и т.д.), сравнивает их текущие значения с требуемыми и в случае ошибки отклоняет рычаг управления таким образом, чтобы свести ошибку пилотирования до заданного уровня или к нулю. Таким образом, в процессе выполнения целевых задач летчик образует замкнутый контур или в общем случае несколько контуров. На рис. 19.8 приведен простейший вариант такой замкнутой одноконтурной системы «самолет–летчик».

Здесь характеристики действий летчика по трансформации воспринимаемого сигнала ошибки $e(t)$ в отклонение рычага управления $X_в(t)$ можно представить с помощью частотной характеристики летчика (так называемой описывающей функции) $W_л(j\omega)$, определяющей линейное преобразование сигнала $e(t)$ в реакцию летчика, и остатка реакции — шума $n_e(t)$. Последний учитывает все нестационарные и нелинейные эффекты в действиях летчика.

Из теории автоматического управления известно, что требования к регулятору замкнутой системы должны быть получены из рассмотрения этой замкнутой системы. Особенностью рассматриваемой замкнутой системы является то, что важнейшим элементом системы, ее регулятором является летчик, у которого помимо управляющей реакции и ее характеристик $W_л(j\omega), n_e(j\omega)$ процесс управления сопровождается психофизиологической реакцией. Одной из характеристик такой реакции является субъективная оценка летчиком процесса пилотирования *PR*, которая, как правило, определяется в терминах шкал

оценок. Для формирования требований к динамике системы «самолет–система управления» необходимо понимание закономерностей поведения летчика в терминах характеристик его управляющих действий. Знание этих характеристик позволяет математически описать все элементы системы «самолет–летчик», а установление связи между ее параметрами и субъективными оценками *PR* — разработать критерии оценки выбора пилотажных характеристик как требования к обобщенным параметрам системы «самолет–летчик» [32, 33].

К основным закономерностям поведения летчика в процессе выполнения задач точного пилотирования относится его адаптация к переменным системы «самолет–летчик». Такими переменными являются входной сигнал, динамика объекта управления, отклонения рычага управления, инфомация индикатора (дисплея). Изменение их параметров приводит к тому, что летчик изменяет свои действия таким образом, чтобы сохранить в районе частоты среза примерное соответствие частотной характеристики разомкнутой системы так называемой модели частоты среза, имеющей вид

$$W_{\text{л}} W_{\text{с}} = \frac{\omega_{\text{с}}}{j\omega} \mathbf{e}^{-j\omega\tau_e} .$$

Параметры этой модели $\omega_{\text{с}}$ и τ_e зависят от $W_{\text{с}}(j\omega)$, а также от характеристик входного воздействия $S_{\text{вх}}(\omega)$ на систему «самолет–летчик».

Известно, что увеличение наклона амплитудной частотной характеристики $\frac{dW_{\text{с}}}{d\lg\omega}$ в районе частоты среза приводит к уменьшению частоты среза ω_c и росту постоянной времени запаздывания τ_e [27].

Простейшей из известных моделей, описывающих функции летчика $W_{\text{л}}(j\omega)$, достаточно хорошо совпадающей в районе частоты среза с результатами экспериментальных исследований, а потому получившей широкое распространение, является

$$W_{\text{л}}(j\omega) = K_{\text{л}} \frac{T_L j\omega + 1}{T_I j\omega + 1} \mathbf{e}^{-j\omega\tau} . \qquad (19.1)$$

Параметры модели $K_{\text{л}}$, T_L и T_I являются переменными, и их выбор подчиняется определенным правилам, одним из которых является требование соответствия частотной характеристики разомкнутой системы $W_{\text{л}} W_{\text{с}}$ модели частоты среза.

Известно, что управление объектом, требующим от летчика введения опережающих действий (когда $T_L > 0$), сопровождается снижением точности пилотирования, ухудшением субъективной оценки летчика и ростом его психофизиологической загрузки. Если динамические характеристики самолета в районе частоты среза близки к характеристикам интегрирующего звена $W_{\text{с}}(p) = \dfrac{K_{\text{с}}}{p}$, то управляющие действия летчика в этом диапазоне частот будут наипростейшими и носить «пропорциональный» характер: $W_{\text{л}}(j\omega) = K_{\text{л}}\mathbf{e}^{-j\omega\tau}$.

В этом случае, как показывают исследования, повышается точность и улучшается субъективная оценка летчиком пилотажных свойств самолета. Таким образом, близость динамики объекта управления к динамике интегрирующего звена является важнейшим требованием при выборе параметров самолета и проектировании систем управления. Это позволяет делать вывод о том, что в задачах точного управления динамические характеристики самолета должны выбираться таким образом, чтобы в районе частоты среза передаточная функция самолета была бы близка к интегрирующему звену.

Используем этот результат для решения задачи формирования требований к динамическим характеристикам самолета при выполнении летчиком точного управления углом тангажа. В реальном полете летчик управляет углом тангажа в ряде задач, требующих точного пилотирования. Так, например, в задачах прицеливания или дозаправки топливом в полете летчик управляет углом визирования, уменьшая ошибку пилотирования $\varepsilon = \vartheta + \operatorname{arctg}(H / L)$. При достаточно большом удалении $\varepsilon \cong \vartheta$ и точность выполнения задачи определяется динамикой самолета по углу тангажа ϑ, т.е. передаточной функцией

$$W_e = \frac{K_{\text{ш}}\overline{M}_z^{\varphi}(p + \overline{Y}_a^{\alpha})}{p(p^2 + 2\xi_{\text{к}}\omega_{\text{к}}p + \omega_{\text{к}}^2)}.$$

Получим для этого случая требования к динамическим характеристикам самолета $\xi_{\text{к}}$ и $\omega_{\text{к}}$. Для наглядности ниже рассматривается самолет с нейтральной статической устойчивостью ($\overline{M}_z^{\alpha} = 0$) и моментом от запаздывания скоса потока $\overline{M}_z^{\dot{\alpha}} << \overline{M}_z^{\omega_z}$. Тогда характеристическое уравнение короткопериодического движения

$$p^2 + 2\xi_{\text{к}}\omega_{\text{к}}p + \omega_{\text{к}}^2 = p^2 + p(-\overline{M}_z^{\omega_z} + \overline{Y}_a^{\alpha}) +$$
$$+ (-\overline{M}_z^{\omega_z}\overline{Y}_a^{\alpha}) = (p - \overline{M}_z^{\omega_z})(p + \overline{Y}_a^{\alpha}),$$

а передаточная функция по углу тангажа будет иметь вид

$$W_{\text{с}} = \frac{K_{\text{с}}}{p(p - \overline{M}_z^{\omega_z})},$$

где $K_{\text{с}} = K_{\text{ш}} \overline{M}_z^{\delta_{\text{в}}}$.

Отсюда видно, что увеличение коэффициента демпфирования $\overline{M}_z^{\omega_z}$ приближает передаточную функцию самолета к интегрирующему звену.

Объединяя соотношения

$$\omega_{\text{к}}^2 = -\overline{M}_z^{\omega_z} \overline{Y}_a^{\alpha};$$

$$2\xi_{\text{к}}\omega_{\text{к}} = -\overline{M}_z^{\omega_z} + \overline{Y}_a^{\alpha},$$

можно записать уравнение

$$\omega_{\text{к}}^2 - 2\xi_{\text{к}}\omega_{\text{к}}\overline{Y}_a^{\alpha} + (\overline{Y}_a^{\alpha})^2 = 0,$$

которое графически представлено на рис. 19.9 при разных $\overline{Y}_a^{\alpha}$.

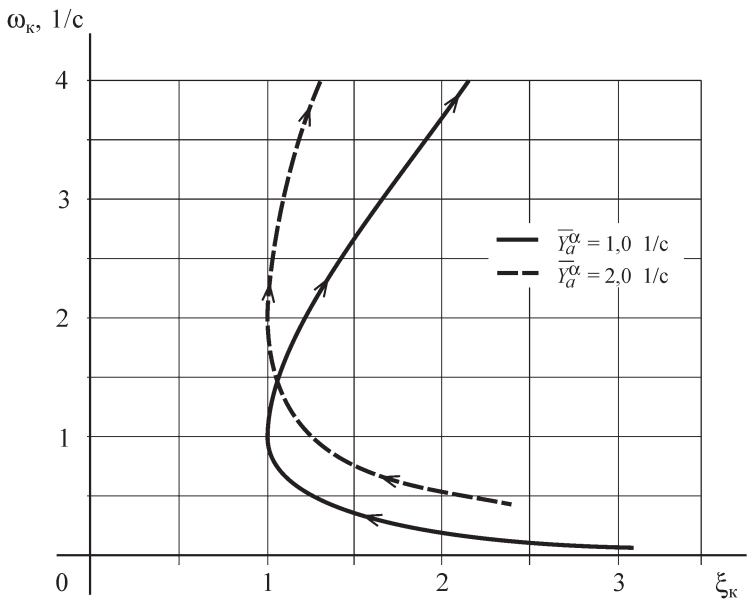


Рис. 19.9. Связь параметров $\omega_{\text{к}}$ и $\xi_{\text{к}}$ при разных $\overline{Y}_a^{\alpha}$

Изменение параметров $\xi_к$ и $\omega_к$ в указанных на рис 19.9 направлениях соответствует случаю увеличения демпфирующих свойств самолета ($\overline{M}_z^{\omega_z}$), а следовательно, приближению передаточной функции самолета к интегрирующему звену. Экспериментальные исследования на пилотажных стендах показывают, что полученное желаемое направление изменения динамических характеристик самолета качественно совпадает с кривой, указывающей рациональное направление изменения динамических характеристик самолета, обеспечивающих повышение точности отслеживания угла тангажа.

Таким образом, для улучшения точности отслеживания угла тангажа необходимо увеличивать коэффициент демпфирования, а также собственную частоту. При относительно малых величинах параметра $\overline{Y}_a^{\alpha}$ ($\overline{Y}_a^{\alpha} = 0,5...1,0$) требуемые в рассматриваемой задаче значения $\xi_к$ могут оказаться бóльшими, чем те, которые следуют из требований выполнения энергичного маневрирования.

Требование близости динамики объекта управления к динамике интегрирующего звена в явном или неявном виде отражено в известных критериях выбора пилотажных характеристик, построенных на нормировании характеристик системы «самолет–летчик». Одним из таких критериев является широко используемый критерий Нила–Смита. Он определен в виде требований к двум обобщенным параметрам — резонансному пику r АЧХ замкнутой системы «самолет–летчик» и компенсации действиями летчика негативных свойств самолета, приведенных на рис. 19.10. Параметр фазовой компенсации $\Delta\varphi_л$ представляет собой разность между ФЧХ действий летчика $\varphi_л|_{W_с^*}$, управляющего объектом ($W_с^*$), и ФЧХ действий летчика $\varphi_л|_{W_с}$, управляющего объектом пропорциональным образом без компенсирующих действий. В последнем случае $\varphi_л|_{W_с} = -\omega\tau_e$.

Таким образом, $\Delta\varphi_л(j\omega^*) = \varphi_л(j\omega^*)|_{W_с^*} - \tau\omega^*$ — параметр фазовой компенсации, который определяется на некоторой частоте ω^*. В большинстве работ эта частота принимается равной 3 1/с, а $\tau_e = 0,3$ с. Частота ω^* в рассматриваемом критерии определяет полосу пропускания замкнутой системы «самолет–летчик»: $\omega^* = \omega_{BW}$, т.е. на этой частоте фазовая характеристика замкнутой системы $W_{зам} = -90°$. Помимо требования постоянства значения ω^* в рассматриваемом критерии предъявляется требование к максимально допустимому «провалу» в амплитудной частотной характеристике замкнутой системы

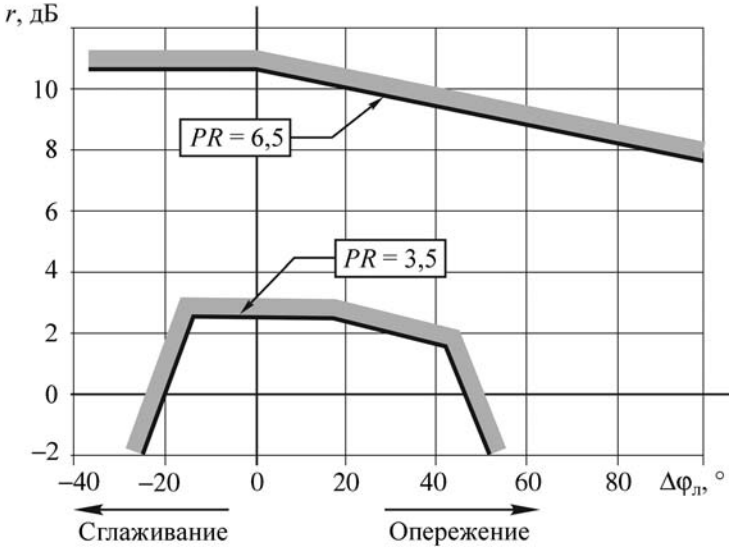


Рис. 19.10. Критерий Нила–Смита

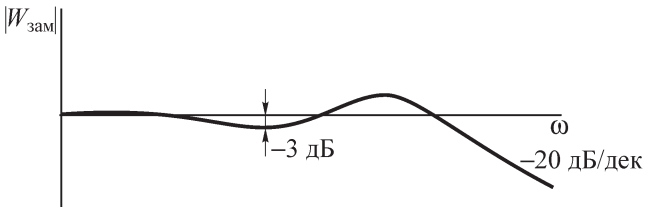


Рис. 19.11. Логарифмическая амплитудная частотная характеристика замкнутой системы «самолет–летчик» и ее «провал»

$\Delta = -3$ дБ (рис. 19.11). Выбор параметров модели летчика [27] $K_л$, T_L и T_1, необходимых для вычисления значений показателей r и $\Delta\varphi_л$, проводится методами частотного синтеза, где параметры звена $W_л$ должны выбираться из требований обеспечения заданной полосы пропускания и вида частотной характеристики замкнутой системы.

Помимо рассмотренного критерия в настоящее время получены и могут быть рекомендованы к применению и другие критерии, основанные на формировании показателей системы «самолет–летчик» [32].

19.3. АВТОМАТИЗАЦИЯ ПРОДОЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ САМОЛЕТОМ

Ниже рассматриваются два вида автоматических устройств для улучшения характеристик устойчивости и управляемости, получивших широкое распространение в авиационной практике:

автоматы регулирования статических характеристик управляемости;

системы повышения устойчивости и управляемости (СУУ).

Автоматы регулирования статических характеристик управляемости

Наиболее простыми устройствами, используемыми для изменения статических характеристик управляемости $X_{\text{в}}^{n_y}$ и $P_{\text{в}}^{n_y}$ являются автоматы регулирования управления (АРУ) или автоматы переменного $K_{\text{ш в}}$ и автоматы регулирования загрузки (АРЗ). Эти автоматические устройства используются в механических системах [9, 19].

Для обеспечения заданного значения показателя продольной управляемости $X_{\text{в}}^{n_y}$ в короткопериодическом движении закон изменения передаточного коэффициента $K_{\text{ш в}}$, реализуемого через АРУ, определяется выражением

$$K_{\text{ш в}} = \frac{\delta^{n_y}}{X_{\text{в зад}}^{n_y}} \approx \frac{-\sigma_n}{X_{\text{в зад}}^{n_y} m_z^{\delta}} c_{y\,\text{г.п}}, \qquad (19.2)$$

полученным из уравнения (13.13).

При $X_{\text{в зад}}^{n_y} = \text{const}$ изменение $K_{\text{ш в}}$ должно происходить пропорционально «расходу» органа продольного управления на единицу перегрузки δ^{n_y}. Для выбора закона изменения $K_{\text{ш в}}$ по режимам полета необходимо построить зависимость $\delta_{\text{в}}^{n}$ от $V_{\text{пр}}$, q или числа М полета для различных высот полета, масс, центровок и конфигураций. Осреднив и аппроксимировав эти зависимости по основным параметрам, определяющим изменение величины $\delta_{\text{в}}^{n}$, получим требуемый закон изменения $K_{\text{ш в}}$. Обычно $K_{\text{ш в}}$ регулируется по скоростному напору q и дополнительно по высоте Н, как правило, барометрической. Пример закона изменения $K_{\text{ш в}}(q, H)$ приведен на рис. 19.12. Выбор закона изменения $K_{\text{ш в}}$ следует провести так, чтобы характеристика $X_{\text{в}}^{n_y}$ по всем режимам полета, центровкам, конфигурациям и т.д. изменялась не более чем в 2,5...3,0 раза и соответствовала требованиям регламентирующих и рекомендательных документов [6, 29].

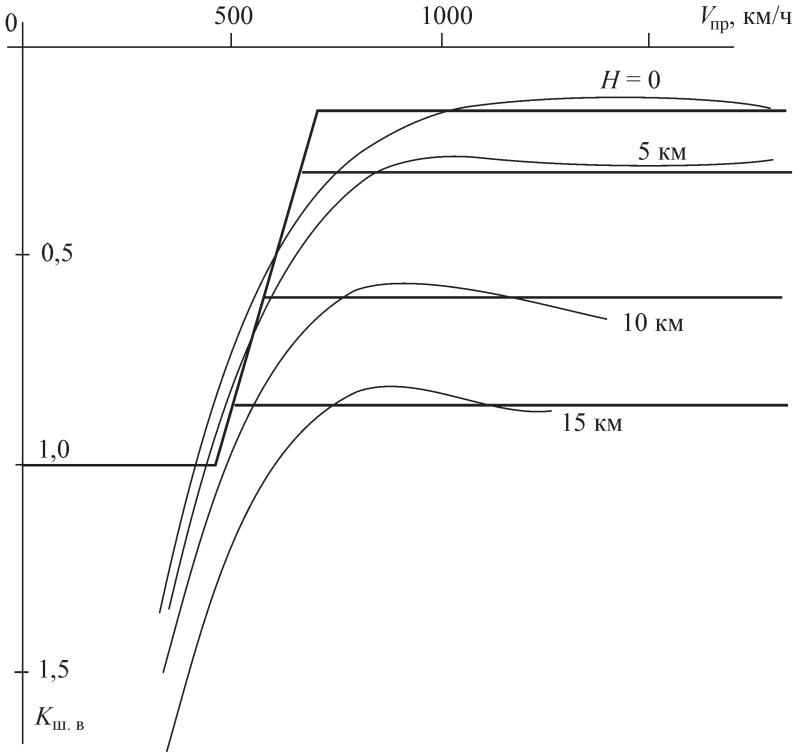


Рис. 19.12. Закон изменения $K_{ш\,в} = f(q, H)$

Ограничение на величину изменения $K_{ш\,в}$ обусловлено требованиями безопасности, т.е. необходимостью обеспечить безопасное завершение полета в случае отказа механизма АРУ, когда $K_{ш\,в}$ принимает малое значение и, следовательно, при ограниченном диапазоне отклонения органа продольного управления.

Автомат регулирования загрузки (АРЗ) обеспечивает изменение градиента загрузки рычага P^X и строится по тому же принципу, что и АРУ, т.е. используется изменение плеча подсоединения пружины к рычагу управления. Эти устройства применяются на самолетах с системами непосредственного ручного управления (НРУ) или слабо автоматизированных самолетах с необратимым бустерным управлением (НБУ).

Система повышения устойчивости и управляемости (СУУ)

СУУ на самолетах с механической системой управления формирует дополнительный сигнал управления на отклонение руля высоты $\Delta\delta_{в\,СУУ}$ или стабилизатора $\Delta\varphi_{в\,СУУ}$ на маневренных самолетах, где продольное управление осуществляется отклонением стабилизатора. Этот дополнительный сигнал суммируется с сигналом отклонения органа продольного управления $\delta_{в\,л}$ или $\varphi_л$, создаваемого летчиком:

$$\delta_в = \delta_{в\,л} + \Delta\delta_{в\,СУУ};$$
$$\varphi = \varphi_л + \Delta\varphi_{СУУ}, \qquad (19.3)$$

где $\Delta\delta_{в\,СУУ}$ — дополнительное отклонение руля высоты, обеспечиваемое автоматическим устройством, $\Delta\delta_{в\,СУУ} = W_{пр}W_{сп}U_{СУУ}$; $W_{пр}$, $W_{сп}$ — передаточные функции рулевого привода и сервопривода в канале руля высоты или стабилизатора; $U_{СУУ}$ — сигнал на отклонение аэродинамического органа управления, сформированный вычислительным устройством СУУ в соответствии с принятым законом.

Демпфер тангажа. Демпфер тангажа является простейшей СУУ, изменяющей динамические и статические характеристики управляемости самолета. Он применяется для улучшения демпфирования продольных короткопериодических колебаний самолета. Закон его работы в упрощенном виде:

$$U_{СУУ} = U_{д.т} = K_{\omega_z}\omega_z,$$

где K_{ω_z} — передаточный коэффициент (усиления) демпфера тангажа.

Блок-схема демпфера тангажа приведена на рис. 19.13. Дополнительно создаваемое демпфером тангажа помимо летчика отклонение руля высоты или стабилизатора $\delta_{в\,д.т} = W_{пр}\delta_{сп}$ приводит к

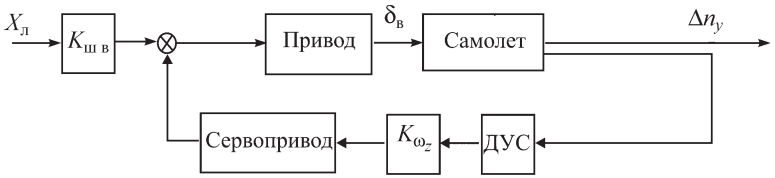


Рис. 19.13. Блок-схема демпфера тангажа

созданию продольного момента тангажа, направленного против угловой скорости тангажа, т.е. по своей физической сути эквивалентно увеличению демпфирующего момента тангажа. Подставив в уравнение продольного короткопериодического движения (без учета c_y^{δ}) выражение для отклонения органа продольного управления с идеальной исполнительной частью ($W_{\text{пр}} W_{\text{сп}} = 1$)

$$\Delta\delta_{\text{в д.т}} = K_{\omega_z}\omega_z,$$

получим передаточную функцию замкнутой системы $W_{\frac{\Delta n_y}{X_{\text{в}}}}$:

$$W_{\frac{\Delta n_y}{X_{\text{в}}}} = \frac{\overline{M}_z^{\delta} n_y^{\alpha} K_{\text{ш в}}}{p^2 + (\overline{Y}^{\alpha} - \overline{M}_z^{\omega_z} - K_{\omega_z}\overline{M}_z^{\delta})p - \overline{M}_z^{\alpha} - \overline{Y}^{\alpha}(\overline{M}_z^{\omega_z} + K_{\omega_z}\overline{M}_z^{\delta})}.$$

Из сравнения передаточных функций самолета с демпфером тангажа и без него видно, что его использование обеспечивает искусственное увеличение коэффициента демпфирующего момента тангажа $m_z^{\overline{\omega}_z}$ на величину

$$\Delta m_z^{\overline{\omega}_z} = K_{\omega_z} m_z^{\delta} \frac{V}{b_{\text{A}}}. \qquad (19.4)$$

Увеличение коэффициента $m_z^{\overline{\omega}_z}$ позволяет существенно повысить декремент затухания продольных короткопериодических колебаний самолета $\xi_{\text{к}}$ и несколько увеличить запас продольной устойчивости самолета по перегрузке σ_n, а следовательно, и собственную частоту недемпфированных колебаний $\omega_{\text{к}}$ и «расход» рычага управления на единицу перегрузки $X_{\text{в}}^{n_y}$.

Собственная частота недемпфированных колебаний $\omega_{\text{к}}$ и относительный декремент затухания $\xi_{\text{к}}$ для самолета с идеальным демпфером тангажа определяются выражениями

$$\omega_{\text{к}}^2 = -\overline{M}_z^{\alpha} - \overline{Y}^{\alpha}(\overline{M}_z^{\omega_z} + K_{\omega_z}\overline{M}_z^{\delta});$$

$$\xi_{\text{к}} = \frac{\overline{Y}^{\alpha} - \overline{M}_z^{\omega_z} - K_{\omega_z}\overline{M}_z^{\delta}}{\omega_{\text{к}}}.$$

Изменения значений параметров $\omega_{\text{к}}$ и $\xi_{\text{к}}$, происходящие при изменении коэффициента демпфера K_{ω_z}, показаны на рис. 19.14. Увеличение K_{ω_z} приводит к уменьшению частоты демпфирован-

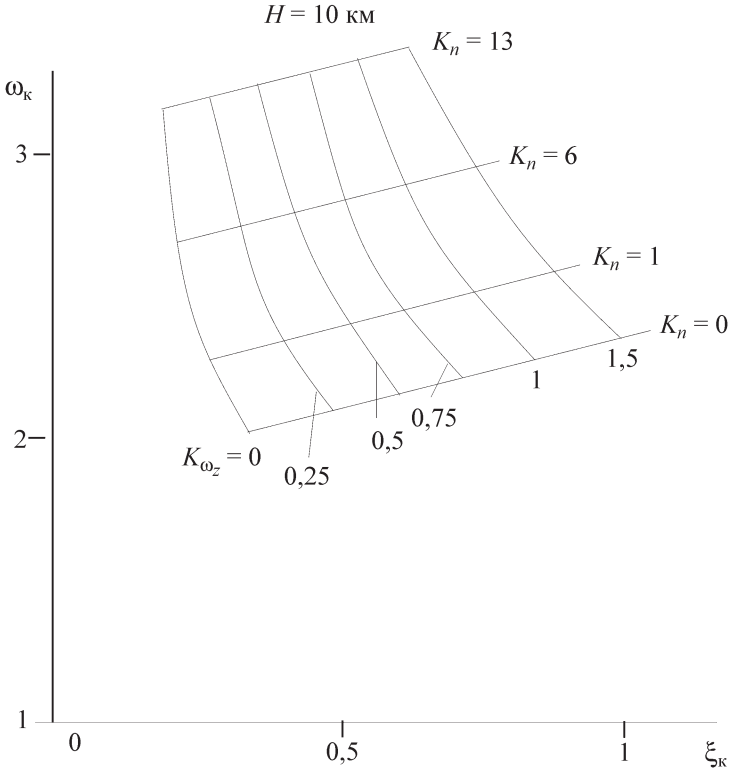


Рис. 19.14. Влияние коэффициентов K_{ω_z} и K_n на $\omega_к$, $\xi_к$

ных короткопериодических колебаний самолета $\omega_к^* = \omega_к \sqrt{1-\xi_к^2}$, увеличению времени срабатывания переходного процесса $t_{ср}$, уменьшению перерегулирования, а также к уменьшению установившегося значения перегрузки.

Качество работы демпфера тангажа существенным образом зависит от частотных характеристик исполнительных элементов — рулевых машинок (сервоприводов) и приводов. На рис. 19.15 приведены логарифмические амплитудно-фазовые частотные характеристики (ЛАФЧХ) разомкнутой системы $W_{\frac{\delta_{сп}}{X_в}}$ с идеальным демпфером ($W_{ДУС}W_{сп} = 1$) и с учетом динамики реальной исполнительной части (приводов). Видно, что

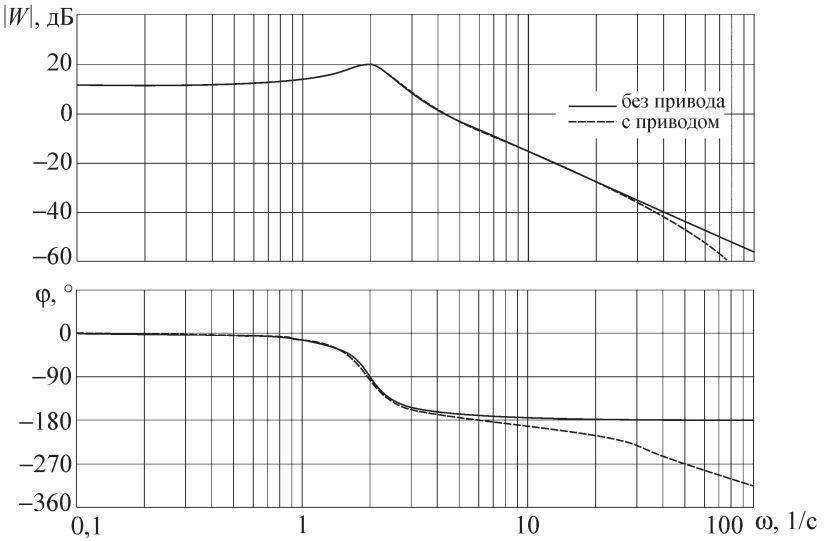


Рис. 19.15. ЛАФЧХ $W\dfrac{\delta_{\text{сп}}}{X_{\text{в}}}$

фазовое запаздывание, вносимое реальным приводом, при отработке сигнала $U_{\text{д.т}}$ приводит к снижению запаса устойчивости по фазе замкнутого контура ($\Delta\varphi$) и, как следствие, к ухудшению показателей переходного процесса.

Выбор коэффициента демпфера тангажа можно производить из условия обеспечения желаемого значения декремента затухания $\xi_{\text{к}}$, качества переходного процесса по нормальной перегрузке или по каким-либо другим критериям, приведенным в гл. 13 и в подразд. 19.2.

Использование демпфера приводит также и к изменению статических характеристик управляемости. Одну из них — градиент $X_{\text{в}}^{n_y}$ — можно при наличии демпфера тангажа приближенно определить из выражения для передаточной функции $W_{\frac{\Delta n_y}{X_{\text{в}}}}$. Определив из этого выражения статический коэффициент усиления $K_{\frac{\Delta n}{X_{\text{в}}}} = W_{\frac{\Delta n_y}{X_{\text{в}}}}\Big|_{p=0}$ [32], получим выражение для искомого градиента $X_{\text{в}}^{n_y} = \dfrac{1}{K_{\frac{\Delta n}{X_{\text{в}}}}}$, которое имеет вид

$$X_{\text{в}}^{n_y} \approx \frac{1}{K_{\text{ш}}}\left(\delta_{\text{в}}^{n_y} - K_{\omega_z}\frac{g}{V}\right). \qquad (19.5)$$

Отсюда видно, что демпфер тангажа увеличивает «расход» рычага управления на единицу перегрузки, и это следует учитывать при выборе закона регулирования $K_{\text{ш в}}$, реализуемого АРУ. Физическая суть увеличения «расхода» $X_{\text{в}}^{n_y}$ состоит в том, что на установившемся режиме при $\Delta n_y = \text{const}$ имеет место установившаяся скорость тангажа $\omega_z = \frac{g}{V}\Delta n_y$, которая приводит к отклонению демпфером тангажа органа продольного управления в сторону, обратную по отношению к отклонению, создаваемому летчиком.

Автомат продольной устойчивости (СУУП). Как было сказано выше, демпфер тангажа эффективно изменяет демпфирование самолета, но слабо влияет на собственную частоту недемпфированных колебаний самолета, что часто требуется для увеличения устойчивости и быстродействия. Радикальное изменение характеристик устойчивости и управляемости может быть достигнуто за счет использования автомата продольной устойчивости, который при наличии механической системы управления создает дополнительное (помимо летчика) отклонение руля высоты или стабилизатора в соответствии со статическим законом управления вида

$$U_{\text{СУУП}} = K_n \Delta n_y + K_{\omega_z}\omega_z. \qquad (19.6)$$

В отличие от демпфера тангажа управляющий сигнал этого автомата содержит сигнал, пропорциональный перегрузке, измеряемой датчиком линейных ускорений (ДЛУ). Структурная схема статического автомата продольной устойчивости приведена на рис. 19.16. Запишем для этого автомата передаточную функцию замкнутой системы $W_{\text{з}\frac{\Delta n_y}{X_{\text{в}}}}$ с учетом динамических характеристик исполнительной части и датчиков. В результате получим

$$W_{\text{з}\frac{\Delta n_y}{X_{\text{в}}}} = K_{\text{ш}} W_{\text{пр}} n_y^{\alpha} \overline{M}_z^{\delta} / [\,p^2 + (\overline{Y}^{\alpha} - \overline{M}_z^{\omega_z} - W_{\text{сп}} W_{\text{пр}} W_{\text{ДУС}} K_{\omega_z} \overline{M}_z^{\delta})\,p -$$

$$- \overline{M}_z^{\alpha} - \overline{Y}^{\alpha}(\overline{M}_z^{\omega_z} + W_{\text{сп}} W_{\text{пр}} W_{\text{ДУС}} K_{\omega_z} \overline{M}_z^{\delta}) + W_{\text{сп}} W_{\text{пр}} W_{\text{ДЛУ}} K_n n_y^{\alpha} \overline{M}_z^{\delta}\,].$$

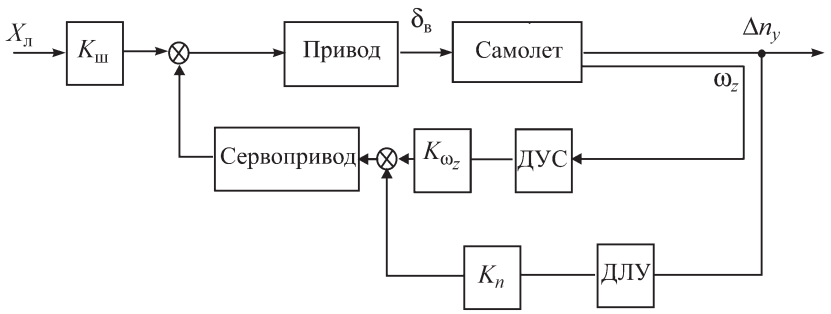


Рис. 19.16. Структурная схема статического автомата продольной устойчивости

При идеальных приводах и датчиках она имеет вид

$$W_{\frac{\Delta n_y}{X_в}} = K_ш n_y^{\alpha} \overline{M}_z^{\delta} / [\, p^2 + (\overline{Y}^{\alpha} - \overline{M}_z^{\omega_z} - K_{\omega_z} \overline{M}_z^{\delta})\, p - \overline{M}_z^{\alpha} -$$

$$- \overline{Y}^{\alpha} (\overline{M}_z^{\omega_z} + K_{\omega_z} \overline{M}_z^{\delta}) - K_n n_y^{\alpha} \overline{M}_z^{\delta} \,]. \qquad (19.7)$$

Из полученного выражения видно, что обратная связь по сигналу нормальной перегрузки сильно влияет на собственную частоту недемпфированных колебаний, которая в значительной степени определяется степенью статической продольной устойчивости. Поэтому влияние этой обратной связи можно трактовать как искусственное увеличение продольной статической устойчивости $m_z^{c_y}$.

Влияние изменения K_n на частоту $\omega_к$ показано на рис. 19.14.

Введение обратной связи только по сигналу Δn_y помимо влияния на собственную частоту приводит к уменьшению относительного декремента затухания короткопериодического движения самолета $\xi_к$ (см. рис. 19.14) и, кроме того, вызывает увеличение «заброса» по перегрузке в переходном процессе. Для устранения этих негативных эффектов на практике часто используют автомат устойчивости с законом (19.6).

Выбором коэффициентов усиления K_n и K_{ω_z} можно обеспечить требуемые степень затухания $\xi_к$, запас устойчивости по перегрузке σ_n или собственную частоту $\omega_к$.

Введение коэффициента усиления K_n приводит к росту частоты колебаний, уменьшению времени срабатывания, а также к значительному уменьшению установившегося значения перегрузки $\Delta n_{y\,уст}$. Для сохранения значения $\Delta n_{y\,уст}$ необходимо увеличивать ко-

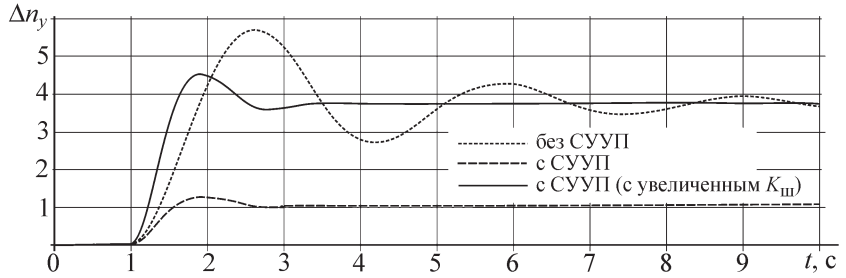


Рис. 19.17. Переходные процессы с СУУП и без нее

эффициент усиления в прямой цепи. На рис. 19.17 показаны переходные процессы, полученные без автомата продольной устойчивости, с автоматом, а также с автоматом и увеличенным коэффициентом усиления ($K_{ш}$) прямой цепи.

Выбор параметров K_n и K_{ω_z} осуществляется исходя из требований к характеристикам устойчивости и управляемости, определенных в нормативных документах [24, 29] или техническом задании на самолет. Эффективность автомата устойчивости так же, как и демпфера, существенным образом зависит от фазового запаздывания в исполнительной части СУУП (сервоприводе и приводе).

Для обеспечения приемлемых динамических характеристик во всем диапазоне режимов полета, масс, центровок и конфигураций самолета коэффициенты обратных связей K_n и K_{ω_z} необходимо регулировать, по крайней мере, по величине скоростного напора q или приборной скорости полета $V_{пр}$, т.е. уменьшать обратно пропорционально q или $V_{пр}$. Пример выбора этих коэффициентов приведен на рис. 19.18.

Определим статическую характеристику управляемости $X_{в}^{n_y}$ при наличии СУУП. Выражение для нее, определяющее отклонение органа продольного управления на установившемся режиме (Δn_y = = const), полученное из передаточной функции (19.7), имеет вид

$$X_{в}^{n_y} = \frac{1}{K_{ш\,в}}\left(\delta_{в}^{n_y} - K_n - K_{\omega_z}\frac{g}{V}\right). \qquad (19.8)$$

Выражение (19.8) может быть использовано для определения закона изменения коэффициента $K_{ш\,в}$, необходимого для выдерживания заданного $X_{в\,зад}^{n_y}$ с учетом работы СУУП:

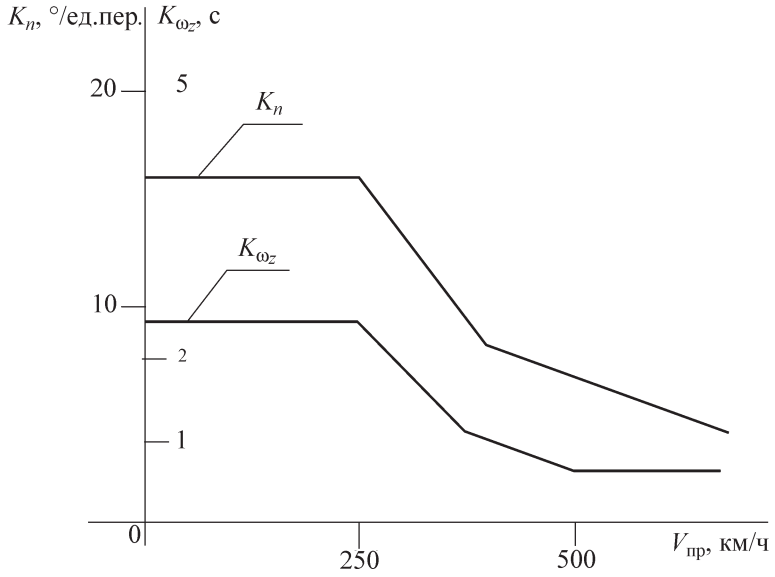


Рис. 19.18. Пример выбора коэффициентов K_{ω_z} и K_n

$$K_{ш\,в} = \frac{-\delta^{n_y} + K_n + \dfrac{g}{V} K_{\omega_z}}{-X^{n_y}_{в\,зад}}. \qquad (19.9)$$

Величину $\delta^{n_y}_{в}$ («расход» руля на единицу нормальной перегрузки) можно оценить в полете следующим образом. По своей сути $\delta^{n_y}_{в}$ есть разница положений руля высоты (стабилизатора) при балансировке самолета на перегрузках $n_y = 1$ и $n_y = 0$. Если в полете мы знаем балансировочное положение руля высоты (стабилизатора), т.е. текущее положение балансировочного органа $\delta_{в\ бал}$, то оценку $\delta^{n_y}_{в}$ можно провести, используя выражение

$$\delta^{n_y}_{в} = \delta_{в\ бал} - \delta_{в0},$$

где $\delta_{в0}$ — балансировочное положение органа при $n_y = 0$. Величина $\delta_{в0}$ не зависит от запаса устойчивости самолета. Функцию $\delta_{в0}$ с достаточной точностью можно определить по априорным аэродинамическим характеристикам. Обычно она зависит только от числа М полета и положения механизации. При наличии на самолете балан-

сировочного стабилизатора величину $\delta_{\text{в}}^{n_y}$ можно определить, используя выражение

$$\delta_{\text{в}}^{n_y} \approx K(\varphi - \varphi_0),$$

где K — соотношение эффективностей стабилизатора и руля высоты, $K = m_z^{\varphi} / m_z^{\delta}$; φ — угол отклонения балансировочного стабилизатора при $n_y = 1$; φ_0 — угол отклонения балансировочного стабилизатора для вывода самолета на перегрузку $n_y = 0$.

Если регулировка $K_{\text{ш в}}$ осуществляется в АРУ без учета СУУП, то учесть влияние обратных связей на характеристику управляемости $X_{\text{в}}^{n_y}$ можно путем введения дополнительного сигнала $\Delta K_{\text{ш в}} \Delta X_{\text{в}}$. Закон работы СУУП в этом случае будет иметь вид

$$U_{\text{СУУП}} = K_n \Delta n_y + K_{\omega_z} \omega_z + \Delta K_{\text{ш в}} \Delta X_{\text{в}}, \qquad (19.10)$$

где $\Delta X_{\text{в}} = X_{\text{в}} - X_{\text{в бал}}$, $X_{\text{в бал}}$ — балансировочное положение рычага управления.

В этом случае закон отклонения руля высоты имеет вид

$$\delta_{\text{в}} = (K_{\text{ш в}} + \Delta K_{\text{ш в}}) \Delta X_{\text{в}} + K_n \Delta n_y + K_{\omega_z} \omega_z,$$

где $K_{\text{ш в}}$ — коэффициент передачи, реализуемый через АРУ, а градиент $X_{\text{в}}^{n_y}$ определяется выражением

$$X_{\text{в}}^{n_y} = \frac{1}{K_{\text{ш в}} + \Delta K_{\text{ш в}}} \left(\delta_{\text{в}}^{n_y} - K_n - K_{\omega_z} \frac{g}{V} \right).$$

Отсюда

$$\Delta K_{\text{ш в}} = \frac{-\delta_{\text{в}}^{n_y} + K_n + \dfrac{g}{V} K_{\omega_z}}{-X_{\text{в зад}}^{n_y}} - K_{\text{ш в}}.$$

Правая часть этого выражения зависит от высоты и скорости полета, что приводит к сложной зависимости для корректировочного коэффициента по режимам полета.

В современных системах дистанционного управления (СДУ) со статическим законом управления аэродинамический орган продольного управления отклоняется по сигналам СДУ в соответствии с выражением

$$U_{\text{СДУ}} = K_{\text{ш в}}(H,\ V,\ q,\ \ldots) X_{\text{в}} + K_n(q,\ V, \ldots) \Delta n_y + K_{\omega_z}(q,\ V, \ldots) \omega_z. \qquad (19.11)$$

Здесь коэффициент $K_{ш\,в}$ определяется выражением (19.8).

Показатель управляемости $P_{в}^{n_y}$ при нерегулируемой пружинной загрузке будет пропорционален $X_{в}^{n_y}$, т.е. будет изменяться по режимам полета. Обеспечение $P_{в}^{n_y} \approx \text{const}$ вполне допустимо для самолетов различных типов и может реализоваться с помощью АРЗ.

На многих зарубежных магистральных самолетах: А300-310, В737, В747, В757, В767 применяется специальная система типа АРЗ для обеспечения приемлемых значений $P_{в}^{n_y}$; механизмы типа АРУ, регулирующие величину $X_{в}^{n_y}$, на этих самолетах не используются.

Астатические автоматы продольной устойчивости и управляемости (АСУУП). Астатические автоматы продольной устойчивости и управляемости позволяют с высокой точностью обеспечить заданные статические и динамические характеристики управляемости, освободить летчика от трудоемкой процедуры балансировки самолета на основных установившихся режимах, повысить безопасность полета и решить ряд других задач. При использовании статического закона СУУП величина $X_{в}^{n_y}$ зависит от «расхода» руля высоты (или стабилизатора) на единицу перегрузки $\delta_{в}^{n_y}$ и весьма приближенно может быть определена по априорным данным или в полете при линейных аэродинамических характеристиках $m_z(\alpha)$ и $c_y(\alpha)$. Нелинейный характер аэродинамических зависимостей $c_y(\alpha)$ и $m_z(\alpha)$, которые характерны для современных самолетов, заметно снижает точность выдерживания статических характеристик управляемости, например $X_{в}^{n_y}$. Поэтому астатический закон в настоящее время нашел широкое применение в системах дистанционного управления самолетов различных типов.

Закон работы СДУ может быть представлен в виде

$$U_{\text{СДУ}} = U_{\text{АСУУП}} = U_{\text{СУУП}} + \int_0^t U_{\int} dt, \qquad (19.12)$$

где $U_{\text{СУУП}}$ определяется выражениями (19.8), (19.11) для статической СУУП.

В дополнение к статической части АСУУП формирует интегральную составляющую $\int_0^t U_{\int} dt$. Значение подынтегрального выражения $U_{\int}$ определяется как

$$U_{\int} = K_{ш\int} W_{x\int} \Delta X_{в} + K_{n\int} W_{n\int} \Delta n_y + K_{\omega\int} W_{\omega\int} \omega_z, \qquad (19.13)$$

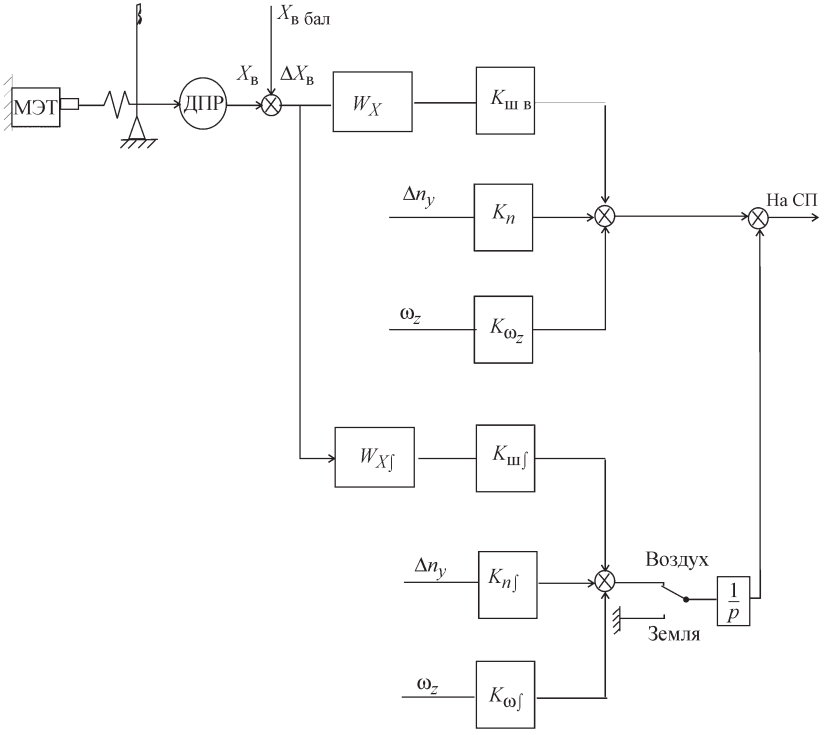


Рис. 19.19. Блок-схема АСУУП:
ДПР — датчик перемещений рычага

где $K_{\text{ш}\int}$, $K_{n\int}$, $K_{\omega\int}$ — интегральные коэффициенты усиления в цепях сигналов $\Delta X_{\text{в}}$, Δn_y и ω_z; Δn_y и ω_z — сигналы приращений нормальной перегрузки и угловой скорости тангажа.

Статическая характеристика управляемости $X_{\text{в}}^{n_y}$ может быть получена из передаточной функции самолета с АСУУП по перегрузке $W = \dfrac{\Delta n_y(p)}{\Delta X_{\text{в}}(p)}$. При структурной схеме функционирования АСУУП, приведенной на рис. 19.19, эта передаточная функция имеет вид

$$W(p) = \left(K_{\text{ш}} + \frac{K_{\text{ш}\int}}{p} \right) \frac{\Phi(p)}{1 - \Phi(p) \left(\dfrac{K_n p + K_{n\int}}{p} \right)},$$

где $\Phi(p) = \dfrac{W_{\text{с}}(p)}{1 - W_{\text{с}}(p)\dfrac{K_{\omega_z} p + K_{\omega\int}}{p}} W_{\frac{\Delta n_y}{\omega_z}}(p)$; $W_{\text{с}}(p) = W_{\frac{\omega_z}{\delta_{\text{в}}}}(p) W_{\text{сп}}(p)$;

$W_{\text{сп}}(p)$ — передаточная функция сервопривода; $W_{\frac{\Delta n_y}{\omega_z}}(p) =$

$= W_{\frac{\Delta n_y}{\delta_{\text{в}}}}(p) / W_{\frac{\Delta\omega_x}{\delta_{\text{в}}}}(p) \cong \dfrac{V}{g} \dfrac{\bar{Y}^{\alpha}}{p + \bar{Y}^{\alpha}}$.

Приравнивания оператор p нулю, нетрудно получить, что

$$X_{\text{в}}^{n_y} = -\frac{K_{n\int} + \dfrac{g}{V} K_{\omega\int}}{K_{\text{ш}\int}}.$$

Необходимо отметить, что это же выражение может быть получено из условия равенства нулю подынтегрального выражения $U_{\int} = 0$.

Выбором коэффициентов $K_{n\int}$, $K_{\omega\int}$ и $K_{\text{ш}\int}$ могут быть обеспечены любая заданная статическая характеристика $X_{\text{в}}(\Delta n_y)$ и величина $X_{\text{в}}^{n_y}$.

Обеспечение динамических характеристик управляемости достигается теми же путями, которые используются при проектировании статической СУУП.

При использовании АССУП изменение центровок (при статической устойчивости самолета) и числа М слабо сказывается на изменении переходных процессов и не приводит к изменению установившегося значения Δn_y.

Формирование приращений нормальной перегрузки Δn_y и угловой скорости ω_z при использовании датчиков, привязанных к связанной системе координат, требует специального рассмотрения и учета. В противном случае такой способ установки датчиков может привести в случае отсутствия специальных мер коррекции к появлению взаимосвязи продольного и бокового движений, усложняющей процесс пилотирования.

Рассмотрим случай координированного установившегося разворота самолета в горизонтальной плоскости, при котором $V_{\text{к}} =$ $=$ const, а $\beta = \Theta = 0$.

Согласно (1.54) $n_{ya} = \dfrac{1}{\cos\gamma_a}$. Учитывая связь между перегрузками n_y и n_{ya}, измеряемыми в связанной и скоростной системах координат, $n_{y\,\text{уст}} = n_{ya}\cos\alpha$, нетрудно получить, что для рассматриваемого случая

$$n_{y\,\text{уст}} = \frac{\cos\vartheta}{\cos\gamma_a}.$$

Угловая скорость ω_z может быть найдена из уравнения Эйлера для угловых скоростей (1.14). Полагая $\dot{\vartheta} = 0$, получим

$$\omega_{z\,\text{уст}} = -\dot{\psi}\cos\vartheta\sin\gamma.$$

Из уравнений сил, записанных в траекторной системе координат для случая $\beta = 0$, нетрудно получить выражение

$$\dot{\psi}_{\text{уст}} = -\frac{g}{V} n_{ya\,\text{уст}}\sin\gamma,$$

откуда имеем

$$\omega_{z\,\text{уст}} = \dot{\psi}\cos\vartheta\,\text{tg}\gamma_a\sin\gamma.$$

С учетом того, что для рассматриваемого случая $\sin\gamma_a = \cos\vartheta\sin\gamma$, окончательно получим

$$n_{y\,\text{уст}} = \frac{\cos\vartheta}{\sqrt{1-\cos^2\vartheta\sin^2\gamma}};\quad \omega_{z\,\text{уст}} = \frac{g}{V}\frac{\cos^2\vartheta\sin^2\gamma}{\sqrt{1-\cos^2\vartheta\sin^2\gamma}}.$$

В связи с тем, что астатический закон системы управления содержит интеграл от ω_z, при вводе самолета в крен член $\int_0^t \omega_z dt$ приводит к положительному отклонению руля высоты ($\Delta\delta_{\text{в}} > 0$) и, как следствие, к опусканию носа самолета. При маневрах с большими углами крена это движение будет более интенсивным.

Следовательно, сигналы Δn_y и ω_z, используемые в подынтегральном выражении, следует корректировать в соответствии с выражениями

$$\Delta n_{y\,\text{к}} = n_y - n_{y\,\text{уст}};$$
$$\omega_{z\,\text{к}} = \omega_z - \omega_{z\,\text{уст}},$$

где n_y и ω_z — сигналы нормальной перегрузки и угловой скорости тангажа, измеренные датчиками в связанной системе координат.

АСУУП позволяет реализовать любую заданную балансировочную характеристику $X_{\text{в бал}} = f(V, \text{M}, \ldots)$. При $X_{\text{в бал}} = 0$ подынтегральное выражение на установившемся режиме прямолинейного горизон-

тального полета ($\Delta n_{y\,к} = 0$ и $\omega_{z\,к} = 0$) обращается в нуль при $X_в = 0$ и не зависит от скорости полета. Следовательно, для любой скорости V, находящейся в определенном диапазоне (эксплуатационном), балансировочное положение рычага соответствует нейтральному. Независимое от скорости балансировочное положение рычага продольного управления свидетельствует о том, что самолет с интегральной системой управления обладает нейтральной устойчивостью по скорости, т.е. $P^V_{в\,бал} = X^V_{в\,бал} = 0$.

Для обеспечения устойчивости по скорости на самолете с интегральной системой подынтегральное выражение (19.13) необходимо дополнить составляющей $K_{V\int}\Delta V$, где $\Delta V = V - V_{бал}$. В этом случае, приравняв нулю подынтегральное выражение, получим

$$K_{ш\int}(X_в - X_{в\,бал}) - K_{V\int}(V - V_{бал}) = 0;$$

$$\Delta X_в = \frac{K_{V\int}}{K_{ш\int}}(V - V_{бал}).$$

Здесь $X_{в\,бал}$ и $V_{бал}$ — предшествующие значения балансировочного положения рычага и скорости полета.

Продифференцировав $\Delta X_в$ по скорости и имея в виду, что $P_в = P^X X$, получим

$$\frac{dP}{dV} = P^X \frac{dX}{dV} = P^X \frac{d\Delta X_в}{dV} = P^X \frac{K_{V\int}}{K_{ш\int}} > 0.$$

Реализация астатической СУУП возможна и без использования сигнала Δn_y (рис. 19.20). Такая СУУП называется гироскопической и реализует закон отклонения органа управления в виде

$$U_{СУУП} = U_г = K_{ш\,в} X_в + K_{\omega_z}\omega_z + K_э \int_0^t (\omega_z + K_{ш\int} X_в)\,dt, \quad (19.14)$$

или в операторной форме

$$U_г = K_{ш\,в} X_в + K_{\omega_z}\omega_z + \frac{K_э}{p}(\omega_z + K_{ш\int} X_ш). \quad (19.15)$$

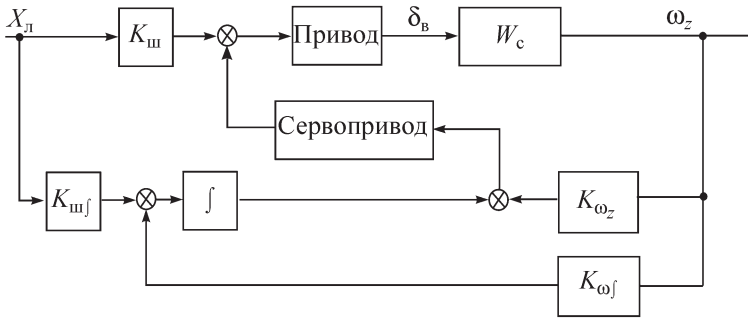


Рис. 19.20. Схема АСУУП без ДЛУ

Приравняем нулю подынтегральное выражение и для установившегося полета с $\Delta n_y = \text{const}$ и $\omega_{z\,\text{уст}} = \dfrac{g}{V}\Delta n_y$ получим

$$\frac{g}{V}\Delta n_y + K_{ш\int} X_в = 0.$$

Определив отсюда $X_в$ и продифференцировав его по Δn_y, найдем статическую характеристику управляемости в соответствии с выражением

$$X_в^{n_y} = -\frac{g}{V}\frac{1}{K_{ш\int}}. \qquad (19.16)$$

Регулировкой только интегрального коэффициента усиления в прямой цепи $K_{ш\int}$ может быть обеспечена требуемая статическая характеристика управляемости $X_в^{n_y}$.

Динамические характеристики управляемости обеспечиваются выбором коэффициентов обратных связей K_{ω_z} и $K_э$.

На современных самолетах очень часто имеет место местная продольная статическая неустойчивость, когда в определенном диапазоне углов атаки $\Delta\alpha_m$ производная $m_z^{c_y} > 0$. Наклон характеристики c_y^α на этом участке существенно снижается. Это свидетельствует о неэффективности введения сигнала по перегрузке в этом диапазоне углов атаки. Для придания самолету свойства статической устойчивости в закон отклоне-

ния органа продольного управления вводят сигнал $K_\alpha \Delta\alpha$, он приобретает вид

$$U_{\text{СУУП}} = K_n W_n \Delta n_y + K_{\omega_z} W_\omega \omega_z + K_\alpha W_\alpha \Delta\alpha + K_{\text{ш в}} W_x X_{\text{в}}, \qquad (19.17)$$

где $\Delta\alpha = \begin{cases} 0 & \text{при} \quad \alpha < \alpha_0; \\ \Delta\alpha = \alpha - \alpha_0 & \text{при} \quad \alpha_0 < \alpha < \alpha_0 + \Delta\alpha_m; \\ \Delta\alpha_m & \text{при} \quad \alpha > \alpha_0 + \Delta\alpha_m. \end{cases}$

Для устранения моментной неустойчивости по скорости (числу М), проявляющейся в основном в диапазоне трансзвуковых скоростей полета (М ≈ 0,7...0,9), в управляющий сигнал СУУП вводится составляющая $K_{\text{М}}\Delta\text{М}$, где

$$\Delta\text{М} = \begin{cases} 0 \ \text{при} \ \text{М} < \text{М}_0; \\ \text{М} - \text{М}_0 \ \text{при} \ \text{М} > \text{М}_0. \end{cases} \qquad (19.18)$$

Широкое применение на современных магистральных, маневренных и сверхзвуковых самолетах находят астатические СУУП. Такими системами оборудованы самолеты А-320, -330, -340, В777 и Ту-204 и целый ряд маневренных самолетов (F-16, F-35, Су-33 и др.).

Широкий диапазон режимов полета маневренных самолетов приводит к необходимости регулирования передаточных чисел в законах (19.13), (19.15), (19.17) не только в зависимости от параметров режима полета: числа Маха М, скоростного напора q, но и от угла атаки α. В связи с этим передаточные коэффициенты могут быть функциями до трех переменных: $K_{\omega_z, n_y, \alpha} = F(M, q, \alpha)$. Выбранные передаточные числа для маневренных самолетов необходимо проверять на нестационарных режимах полета с интенсивными торможениями и ускорениями и при пространственных маневрах с большими углами тангажа и крена.

19.4. АВТОМАТИЗАЦИЯ БОКОВОГО УПРАВЛЕНИЯ САМОЛЕТОМ

Для обеспечения удовлетворительных характеристик боковой устойчивости и управляемости на современных самолетах используют автоматические устройства. Наиболее широко используют автоматы регулирования коэффициента передачи $K_{\text{ш н}}$ в канале руля направления, демпферы рыскания и крена, а также автомат путе-

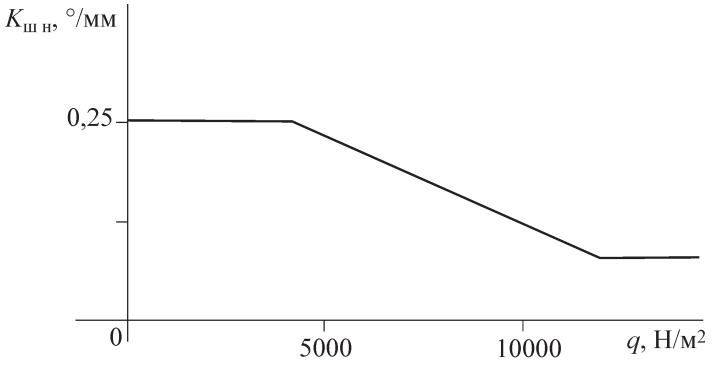


Рис. 19.21. Типичный закон изменения $K_{шн} = f(q)$

вой устойчивости и перекрестную связь руля направления с органами поперечного управления.

Автомат переменного $K_{ш\,н}$ в канале руля направления используют для обеспечения требуемой эффективности путевого управления и ограничения отклонения руля направления.

Обычно полная эффективность путевого управления необходима на малых скоростях полета. По мере увеличения скорости полета (роста скоростного напора q) возникающие при полном отклонении руля направления углы скольжения могут приводить к недопустимо большим (по условиям прочности, комфорта) боковым перегрузкам и чрезмерному нагружению вертикального оперения. Поэтому уменьшают коэффициент передачи $K_{ш\,н}$ либо по индикаторной скорости полета, либо по скоростному напору (рис. 19.21).

Линейный закон изменения $\delta_н$ при $K_{ш\,н} = f(V_{пр})$ часто приводит к повышенной чувствительности управления самолетом через педали при движении по ВПП и малых скоростях полета. Это обусловлено тем, что максимальные отклонения руля направления необходимы только в случае отказа двигателя на взлете, для нормального управления и парирования бокового ветра максимальных отклонений руля направления не требуется. Поэтому в тракт управления рулем направления включают нелинейность, которая обеспечивает малое значение $K_{ш\,н}$ при небольших отклонениях педалей и большое значение $K_{ш\,н}$ при больших перемещениях педалей (рис. 19.22).

Нелинейная зависимость $\delta_н(X_н)$ не должна содержать зон нечувствительности, т.е. местных зон с $K_{ш\,н} = 0$, когда отклонение педалей не сопровождается отклонением руля направления.

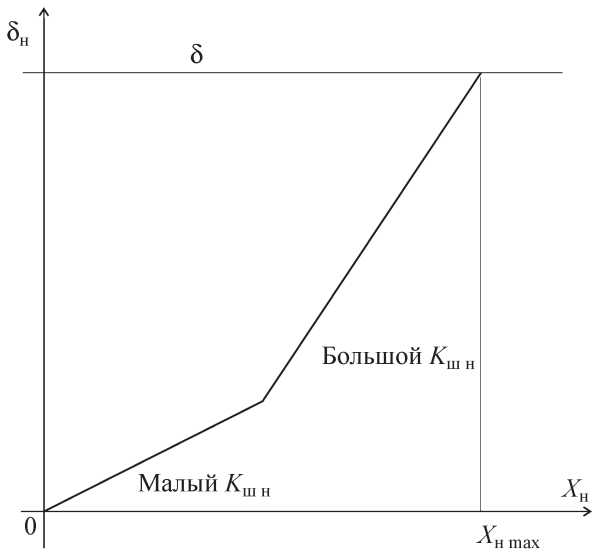


Рис. 19.22. Нелинейный закон изменения $K_{шн} = f(q)$

На современных пассажирских самолетах приемлемые характеристики управляемости через педали и высокая эффективность путевого управления при отказе двигателя обеспечиваются формированием двух составляющих сигнала на отклонение руля направления: часть создается летчиком, другая часть — автоматической системой парирования отказа двигателя. Первая часть сигнала составляет обычно 0,5...0,7 от хода руля направления, вторая — от автоматики — еще 0,3...0,5. Такое разделение позволяет не только решить проблему управляемости, но и повысить быстроту реакции при отказе двигателя, поскольку автоматическое отклонение руля направления происходит практически без запаздывания. Наиболее простой закон работы автомата парирования отказа двигателя имеет вид

$$\delta_{н\,а} = K_{ш\,н}\Delta ЭТ,$$

где $\Delta ЭТ$ — разница эквивалентов тяги правых и левых двигателей. В частном случае это может быть разницей чисел оборотов турбин или вентиляторов.

Выбор параметров автоматизации бокового движения самолета следует производить исходя из требований к частоте боковых коле-

баний $\omega_б$, степени их затухания $\xi_б$ и требований к быстродействию управляемого движения крена $T_{кр}$.

Демпфер рыскания традиционно используется на современных самолетах для увеличения демпфирования боковых колебаний самолета. Закон управления, реализуемый простым демпфером рыскания без учета динамики приводов и при ориентации датчика ω_y по оси OY связанной системы координат, имеет вид

$$\delta_{нд} = K_{\omega_y}\,\omega_y. \qquad (19.19)$$

На тяжелых неманевренных самолетах с целью исключения постоянной составляющей от сигнала ω_y и необходимости отклонения педалей в длительных координированных разворотах в закон управления (19.19) обычно вводят изодромный фильтр с передаточной функцией $\dfrac{Tp}{Tp+1}$ (с постоянной времени T = 3...5 с):

$$\delta_{нд} = K_{\omega_y}\,\frac{Tp}{Tp+1}\omega_y. \qquad (19.20)$$

Из приведенного на рис. 19.23 переходного процесса видно, что подача на фильтр ступенчатого входного сигнала вызывает реакцию, которая через некоторое время «списывается» к нулю. Влияние демпфера рыскания с законом (19.20) на характер переходного процесса самолета по углу скольжения и угловой скорости рыскания показано на рис. 19.24. На основных режимах полета демпфер с законом (19.20) обеспечивает эффективное демпфирование боко-

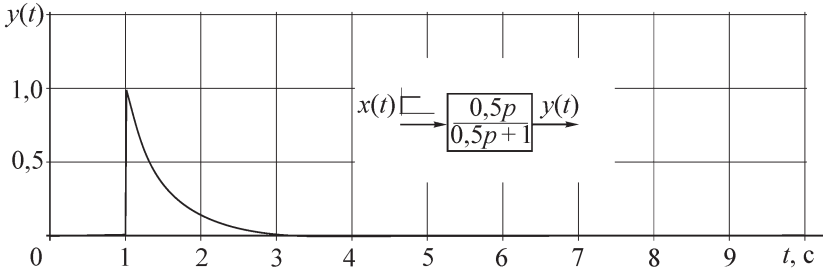


Рис. 19.23. Реакция фильтра $W(p) = \dfrac{Tp}{Tp+1}$ на ступенчатый входной сигнал

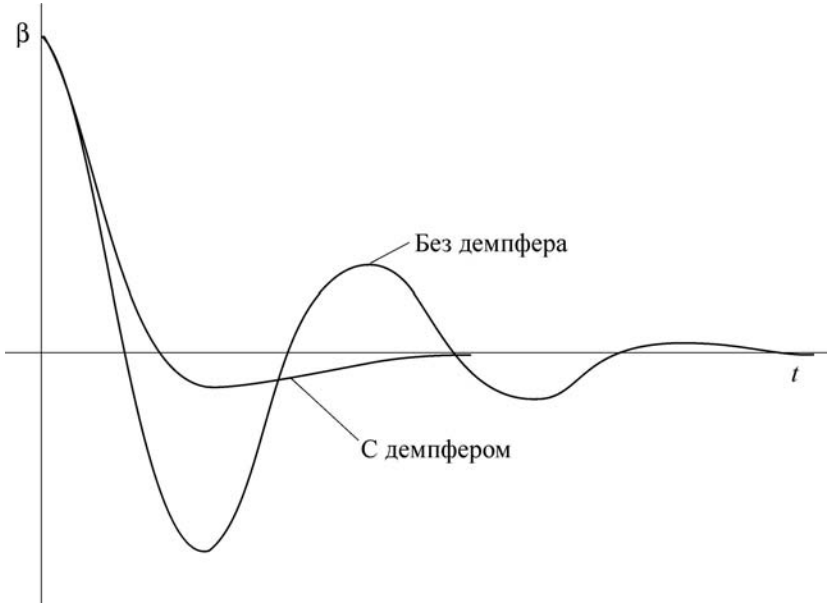


Рис. 19.24. Влияние демпфера рыскания на характер изменения скольжения

вых колебаний. Однако такой простой закон демпфера рыскания не во всех случаях обеспечивает эффективное демпфирование боковых колебаний самолета. Снижение эффективности демпфера рыскания обусловлено двумя основными причинами:

кинематическим взаимодействием движений крена и рыскания на больших углах атаки;

влиянием весовой составляющей $\frac{g}{V_к}\gamma$ на развитие скольжения на малых скоростях полета для самолета с низкими частотами боковых колебаний.

При этом увеличение взаимосвязи движений крена и скольжения усугубляет неблагоприятное влияние указанных факторов на эффективность демпфера рыскания.

Демпфер рыскания с законом (19.19) или (19.20) эффективно выполняет свои функции только на тех режимах, в которых $\omega_y \sim \dot{\beta}$, поскольку первопричиной колебательного движения самолета является развитие угла скольжения за счет как движения самолета по рысканию (ω_y), так и движения по крену (ω_x) и спирального движе-

ния $\left(\frac{g}{V_к}\mathrm{tg}\gamma\right)$. Используя первое выражение (15.2), можно получить следующее выражение для производной угла скольжения $\dot{\beta}$:

$$\dot{\beta} = \frac{g}{V_к} n_z + \omega_{y1}\cos\alpha + \omega_{x1}\sin\alpha + \frac{g}{V_к}\mathrm{tg}\gamma. \qquad (19.21)$$

На режимах больших скоростей составляющая, определяющая медленное спиральное движение, $\frac{g}{V_к}\mathrm{tg}\gamma$ мала, поэтому, пренебрегая поворотом вектора скорости за счет боковой перегрузки n_z, производную угла скольжения можно приближенно определить с помощью выражения

$$\dot{\beta} \approx \omega_{y1}\cos\alpha + \omega_{x1}\sin\alpha. \qquad (19.22)$$

Это выражение свидетельствует о том, что демпфер рыскания с законом (19.20) будет эффективен только при малых углах атаки и больших скоростях полета.

Для повышения эффективности демпфера рыскания необходимо обеспечить ориентацию датчика угловой скорости рыскания перпендикулярно к вектору скорости. Этот вывод следует из выражения (19.21), которое определяет вектор угловой скорости изменения угла скольжения, перпендикулярный к вектору скорости.

Для обеспечения эффективности демпфера рыскания на малых скоростях полета необходимо учитывать составляющую, определяемую весовым членом $\frac{g}{V}\mathrm{tg}\gamma$, который учитывает развитие скольжения за счет проекции силы тяжести на ось OZ связанной системы координат. В этом случае закон работы демпфера рыскания может быть принят в виде

$$\delta_{нд} = K_{\omega_y}\frac{Tp}{Tp+1}\omega_y + K_\gamma\gamma.$$

Наилучшим решением демпфирования боковых колебаний самолета является использование сигнала производной угла скольжения $\dot{\beta}$, (см. (19.21)) в законе работы демпфера рыскания, т.е.

$$\delta_{нд} = K_{\dot{\beta}}\dot{\beta}. \qquad (19.23)$$

Расчет сигнала $\dot{\beta}$ в вычислителях современных демпферов рыскания осуществляется по сигналам бесплатформенной инерциальной системы (БИНС) ω_{x1}, ω_{y1}, γ и системы воздушных сигналов (СВС) α и V.

Демпфер, работающий по закону (19.23), обеспечивает наиболее эффективное снижение боковых колебаний самолета и широко используется на многих магистральных и маневренных самолетах.

Демпфер крена используют для увеличения демпфирования движения самолета по крену. Без учета динамики исполнительных приводов и при ориентации датчика ω_x по оси OX связанной системы координат закон управления демпфера крена имеет вид

$$\delta_{э\,д} = K_{\omega_x}\omega_x. \qquad (19.24)$$

Об эффективности демпфера крена можно судить по отношению квадратов частот нуля (ω_1) и полюса (ω_0) передаточной функции $\frac{\omega_x}{\delta_э}(p)$, т.е. по величине параметра $\lambda^2_{кр}$ (см. гл. 15) [4].

Демпфер крена повышает быстродействие самолета по крену при отклонении рычага поперечного управления и одновременно уменьшает максимальную располагаемую угловую скорость крена самолета, что может оказаться нежелательным из-за снижения маневренности по крену. При обеспечении условия $\lambda^2_{кр} = 1$ реализуется управляемое движение крена, близкое к изолированному.

Действительно, в случае идеального демпфера крена с законом (19.24) постоянную времени крена можно оценить с помощью приближенного выражения

$$T_{кр} = \frac{-1}{M_{x\,д}^{\omega_x}} = \frac{-1}{M_x^{\omega_x} + K_{\omega_x} M_x^{\delta_э}}. \qquad (19.25)$$

Таким образом, установка демпфера крена приводит к уменьшению времени переходного процесса, которое можно оценить, используя следующую приближенную формулу:

$$t \approx 3T_{кр} = \frac{-3}{M_x^{\omega_x} + K_{\omega_x} M_x^{\delta_э}}.$$

При этом также увеличивается «расход» рычага управления на единицу угловой скорости $X_э^{\omega_x}$, так как часть отклонения орга-

нов поперечного управления (элеронов) компенсируется демпфером крена. Действительно, из передаточной функции для изолированного движения самолета по углу крена (см. гл. 15) можно получить, что $X^{\omega_x} = \dfrac{\overline{M}_x^{\omega_x} + K_{\omega_x}\overline{M}_x^{\delta_э}}{\overline{M}_x^{\delta_э} K_{ш э}}$.

Для сохранения максимальной располагаемой угловой скорости крена в закон управления (2.24) вводят сигнал отклонения рычага управления по крену $X_э$. В этом случае алгоритм управления, реализуемый демпфером крена, имеет вид

$$\delta_{э д} = K_{\omega_x}(\omega_x + K_{X_э} W(p) X_э), \qquad (19.26)$$

где $W(p)$ — оператор, соответствующий передаточной функции $\dfrac{1}{Tp+1}$.

Автомат путевой устойчивости (АПУ) используют для повышения устойчивости самолета по углу скольжения (для увеличения частоты боковых колебаний и реакции самолета на отклонение педалей). На самолетах АПУ используют как при малых скоростях полета, так и при полете на больших числах М и больших углах атаки.

Возможны два варианта реализации законов управления АПУ. Без учета динамики исполнительных приводов и датчиков угла скольжения β и боковой перегрузки n_z они имеют вид

$$\delta_{н\ АПУ} = K_\beta \beta \qquad (19.27)$$

или

$$\delta_{н\ АПУ} = K_{nz} n_z. \qquad (19.28)$$

АПУ с законом (19.27) создает за счет отклонения руля направления дополнительный момент рыскания

$$\Delta M_y = M_y^{\delta_н} K_\beta \beta,$$

что эквивалентно увеличению путевой устойчивости самолета m_y^β на величину

$$\Delta m_y^\beta = m_y^{\delta_н} K_\beta.$$

При использовании в АУУ закона (19.28) и пренебрежении составляющей боковой перегрузки от отклонения руля направления

за счет АПУ изменение путевой устойчивости можно приближенно оценить с помощью выражения

$$\Delta m_y^{\beta} = -m_y^{\delta_н} n_z^{\beta} K_{n_z}.$$

Как следует из приближенного выражения для корней характеристического уравнения бокового движения, повышение путевой устойчивости вызывает увеличение собственной частоты колебательной составляющей бокового движения (движения рыскания) и, как следствие, снижение относительного декремента затухания. Следовательно, быстродействие управляемого движения рыскания, например, по углу скольжения возрастает, т.е. время срабатывания уменьшается, а колебательность движения увеличивается. Поэтому законы АПУ в виде (19.27) и (19.28) не применяются. В эти законы обязательно вводится демпфирующая составляющая $K_{\beta}\dot{\beta}$ или $K_{\omega_y}\dfrac{Tp}{Tp+1}\omega_y$, которая призвана увеличить затухание колебательного движения рыскания.

Таким образом, на практике используются законы работы АПУ в виде

$$\delta_{н\,АПУ} = K_{n_z} n_z + K_{\omega_y}\frac{Tp}{Tp+1}\omega_y, \qquad (19.29)$$

$$\delta_{н\,АПУ} = K_{\beta}\beta + K_{\dot{\beta}}\dot{\beta}. \qquad (19.30)$$

Выбор параметров K_{β}, K_{n_z}, $K_{\dot{\beta}}$, K_{ω_y} осуществляется исходя из требования обеспечения частоты бокового движения рыскания (определяющей быстродействие) и времени затухания бокового колебательного движения.

Определение угла скольжения β на современных самолетах вызывает определенные трудности, поэтому закон работы АПУ часто имеет вид

$$\delta_{н\,АПУ} = K_{n_z}\Delta n_z + K_{\dot{\beta}}\dot{\beta}. \qquad (19.31)$$

АПУ с алгоритмами управления (19.27) и (19.28) обычно используют совместно с демпфером рыскания.

Закон управления автомата путевой устойчивости (19.31) позволяет наилучшим образом решить задачу обеспечения требуемой динамики бокового движения.

Перекрестная связь руля направления с органами поперечного управления используется для обеспечения малых углов скольжения при вводе самолета в разворот и при дальнейшем движении в развороте (координированный разворот).

Для обеспечения требуемых характеристик управляемости по крену необходимо при вводе самолета в крен препятствовать развитию скольжения, которое ухудшает управляемость по угловой скорости крена ω_x и углу крена. Развитие скольжения на накрененное крыло препятствует кренению самолета вплоть до зависания по крену ($\omega_x = 0$), с другой стороны, развитие скольжения на ненакрененное крыло может привести к ускорению движения крена, что также неблагоприятно. Поэтому при отклонении рычага поперечного управления необходимо по возможности обеспечить изолированное движение крена на начальном этапе движения.

Как известно, для обеспечения наилучшей поперечной управляемости самолета необходимо обеспечить показатель поперечной управляемости λ^2 (см. (15.24)) равным единице.

Равенство $\lambda^2 = 1$ показывает, что управляющий момент вращения самолета при отклонении рычага поперечного управления должен быть направлен по вектору скорости. При этом должно выполняться условие (15.25).

Следовательно, одновременно с отклонением элеронов, создающих управляющий момент $M_x^{\delta_э}\delta_э$ в связанной системе координат, необходимо отклонять и руль направления для создания подкручивающего момента $M_y^{\delta_н}\delta_н$, поворачивающего нос самолета в сторону накрененного крыла. Выражения для поперечного и путевого моментов, создаваемых при отклонении элеронов и руля направления, имеют вид

$$M_{x\,\text{упр}} = M_x^{\delta_э}\delta_э + M_x^{\delta_н}\delta_н;$$
$$M_{y\,\text{упр}} = M_y^{\delta_э}\delta_э + M_y^{\delta_н}\delta_н.$$

Учитывая перекрестную связь $\delta_н = K_э\delta_э$ и соотношение (15.25), получим требуемую зависимость отклонения руля направления от отклонения элеронов

$$K_э(\alpha) = \frac{m_y^{\delta_э} + \dfrac{I_y}{I_x}m_x^{\delta_э}\operatorname{tg}\alpha}{m_y^{\delta_н} + \dfrac{I_y}{I_x}m_x^{\delta_э}\operatorname{tg}\alpha} - \frac{\dfrac{I_y}{I_x}m_x^{\delta_э}\operatorname{tg}\alpha}{m_y^{\delta_н} + \dfrac{I_y}{I_x}m_x^{\delta_э}\operatorname{tg}\alpha}. \qquad (19.32)$$

Как видно из полученного выражения, коэффициент связи отклонения элеронов и руля направления отрицательный и зависит от угла атаки. Полученное соотношение для отклонений элеронов и руля направления обеспечивает координацию движений крена и рыскания на коротком интервале начального движения.

19.5. ВЛИЯНИЕ НЕЛИНЕЙНОСТИ ИСПОЛНИТЕЛЬНОЙ ЧАСТИ СУУ НА УСТОЙЧИВОСТЬ САМОЛЕТА

Реальные системы управления имеют нелинейные характеристики, и общие оценки устойчивости и управляемости самолета с СУУ в значительной мере определяются их влиянием на движение самолета во всей области режимов полета. По физической природе и степени влияния на безопасность полета различают два типа нелинейностей в исполнительной части системы управления:

ограничения и зоны насыщения в элементах системы, определяющие движение самолета с СУУ при больших возмущениях;

зоны нечувствительности элементов, люфты, элементы с упругостью и сухим трением, определяющие характеристики системы при малых сигналах.

К нелинейностям второго типа относятся также аналого-цифровые преобразователи (АЦП) цифровых СУУ, однако при достаточно большом числе их разрядности (не менее 12) эффектом квантования сигналов СУУ по уровню можно пренебречь.

Для качественного анализа динамики самолета с нелинейным приводом рассмотрим упрощенный пример короткопериодического движения самолета (см. (13.7), случай $\alpha_т = 0$, $\overline{Y}^{\delta} = 0$).

Рассмотрим статически неустойчивый самолет по перегрузке, для которого $\sigma_n = m_z^{c_y} + \dfrac{m_z^{\overline{\omega}_z}}{\mu} > 0$, где $\mu = \dfrac{2m}{\rho S b_A}$. В этом случае $\omega_к^2 = -\overline{M}_z^{\alpha} - \overline{Y}^{\alpha}\overline{M}_z^{\omega_z} < 0$ и характеристическое уравнение короткопериодического движения $\Delta(p) = p^2 + 2\xi_к\omega_к p + \omega_к^2 = 0$ имеет два действительных корня: положительный и отрицательный. Для обеспечения устойчивости движения такого самолета необходимо использовать автомат продольной устойчивости. Рассмотрим автомат продольной устойчивости (АПУ) с законом управления

$$\delta_в = K_\alpha \Delta\alpha.$$

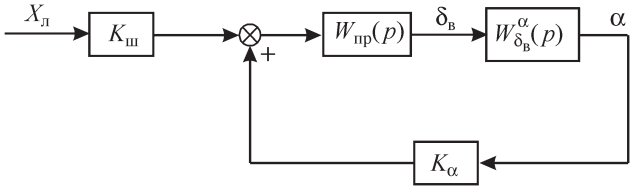


Рис. 19.25. Структурная схема самолета с АПУ

Структурная схема системы «самолет–АПУ» с идеальным линейным приводом, передаточная функция которого $W_{пр}(p) = 1$, представлена рис. 19.25. Передаточная функция замкнутой системы имеет вид

$$W^{\alpha}_{x_л}(p) = \frac{K_ш W^{\alpha}_{\delta_в}(p)}{1 - K_\alpha W^{\alpha}_{\delta_в}(p)}, \qquad (19.33)$$

где $W^{\alpha}_{\delta_в}(p) = \dfrac{\overline{M}^{\delta_в}_z}{\Delta(p)}$ — передаточная функция приращения угла атаки по отклонению руля высоты самолета.

С учетом таблицы 13.8 характеристическое уравнение замкнутой системы (19.33) имеет вид $p^2 + 2\xi_к \omega_к p + \omega^2_к - \overline{M}^{\delta_в}_z K_\alpha = 0$. Система будет устойчива, если $\omega^2_к - \overline{M}^{\delta_в}_z K_\alpha > 0$, т.е. при $K_\alpha > \dfrac{\omega^2_к}{\overline{M}^{\delta_в}_z}$.

Предположим, что идеальный привод руля высоты имеет зону нечувствительности Δ и ограничение по отклонению Δ_1. Структурная схема системы «самолет — АПУ» с таким приводом имеет вид, представленный на рис. 19.26. Если на вход нелинейности подать синусоидальный сигнал $\varepsilon = A_\varepsilon \sin(\omega t)$, то в зависимости от

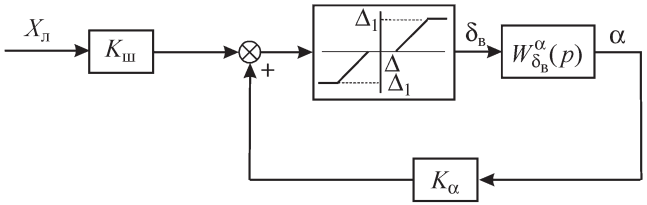


Рис. 19.26. Структурная схема самолета с АПУ и идеальным нелинейным приводом

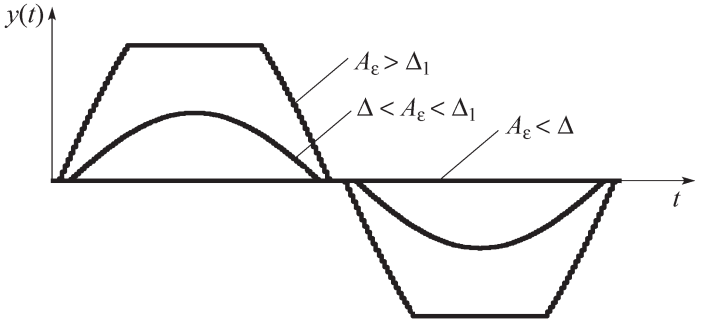


Рис. 19.27. Вид сигналов на выходе нелинейного элемента

величины A_ε на выходе нелинейности мы получим сигналы, показанные на рис. 19.27.

Используя разложение в ряд Фурье выходного сигнала, можно определить эквивалентный коэффициент усиления этой нелинейности. Согласно методу гармонической линеаризации имеем

$$K(\varepsilon) = \frac{1}{\pi A_\varepsilon} \int_0^{2\pi} F(\varepsilon) \sin\theta d\theta; \quad \varepsilon = A_\varepsilon \sin\theta.$$

Вид этой функции в зависимости от A_ε представлен на рис. 19.28. Характеристическое уравнение замкнутой системы имеет следующий вид:

$$p^2 + 2\xi_к \omega_к p + \omega_к^2 - \overline{M}_z^{\delta_в} K_\alpha K(\varepsilon) = 0.$$

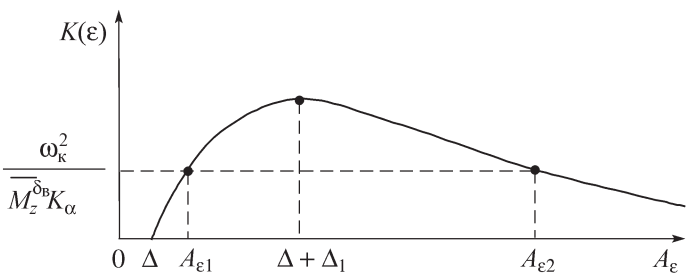


Рис. 19.28. Зависимость эквивалентного коэффициента усиления идеального нелинейного привода с зоной нечувствительности и насыщением от амплитуды входного сигнала

При $A_\varepsilon \le \Delta$ коэффициент $K(\varepsilon) = 0$ и система неустойчива. При $A_\varepsilon > A_{\varepsilon 1}$ коэффициент $K(\varepsilon) > \dfrac{\omega_к^2}{\overline{M}_z^{\delta_в} K_\alpha}$ и система становится устойчивой. $K(\varepsilon)$ достигает максимума при $A_\varepsilon = \Delta_1 + \Delta$, а затем убывает с ростом амплитуды A_ε. При $A_\varepsilon > A_{\varepsilon 2}$ $K(\varepsilon) < \dfrac{\omega_к^2}{\overline{M}_z^{\delta_в} K_\alpha}$ и система теряет устойчивость.

Реальные приводы являются сложной электрогидромеханической системой, поэтому моделирование их динамики как идеального звена даже с нелинейностями типа зоны нечувствительности и ограничением хода при исследовании устойчивости системы «самолет–АПУ» является слишком грубым приближением и не дает объективной информации о влиянии нелинейности исполнительной части на устойчивость самолета.

Рассмотрим более сложную модель следящего привода с нелинейной скоростной характеристикой, которая часто используется при исследовании данной проблемы. Структурная схема такого привода в составе системы «самолет–АПУ» представлена на рис. 19.29. В данной схеме нелинейный элемент моделирует работу золотникового устройства. Зона нечувствительности (Δ) в скоростной характеристике учитывает перекрытие золотником каналов подвода (отвода) гидрожидкости в гидроцилиндр. Насыщение (ограничение максимальной скорости перемещения выходного штока Δ_1) учитывает ограничение подачи гидрожидкости в гидроцилиндр при полностью открытых каналах подвода гидрожидкости.

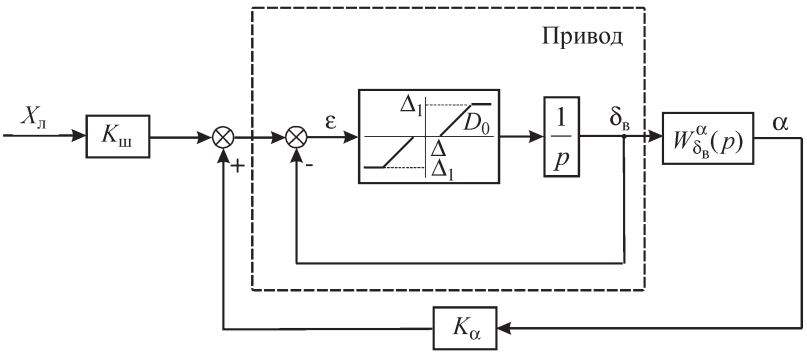


Рис. 19.29. Структурная схема самолета с АПУ и приводом с нелинейной скоростной характеристикой

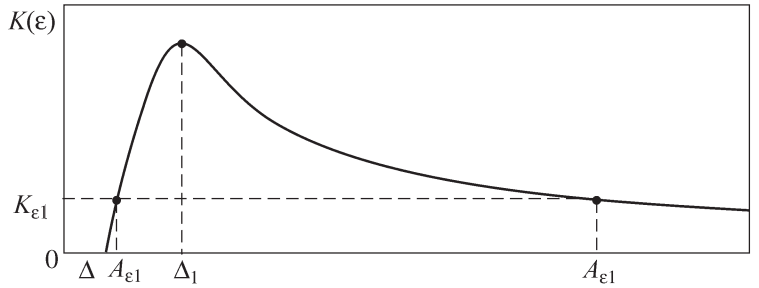


Рис. 19.30. Зависимость эквивалентного коэффициента усиления элемента с зоной нечувствительности и насыщением от амплитуды входного сигнала

Как и раньше, воспользуемся методом гармонической линеаризации. Если на вход нелинейной скоростной характеристики поступает сигнал $\varepsilon = A_\varepsilon \sin\omega t$, то на его выходе имеем сигнал $F(\varepsilon) = K(\varepsilon) D_0 A_\varepsilon \sin\omega t$, где D_0 — наклон скоростной характеристики в зоне ее линейности; $K(\varepsilon)$ — эквивалентный коэффициент гармонической линеаризации нелинейной функции,

$$K(\varepsilon) = \frac{1}{D_0 \pi A_\varepsilon} \int_0^{2\pi} F(\varepsilon) \sin\theta d\theta; \quad \varepsilon = A_\varepsilon \sin\theta.$$

Вид этой функции в зависимости от A_ε представлен на рис. 19.30. При $A_\varepsilon \le \Delta$ эквивалентный коэффициент $K(\varepsilon) = 0$, при $A_\varepsilon > \Delta_1$ коэффициент $K(\varepsilon)$ убывает с ростом амплитуды A_ε. Произведение $K(\varepsilon) D_0 = D$ называется добротностью привода. Передаточная функция эквивалентной линейной модели привода будет иметь вид

$$W_{\text{пр}\,\varepsilon}(p) = \frac{K(\varepsilon) D_0}{K(\varepsilon) D_0 + p} = \frac{D}{D + p},$$

тогда передаточная функция замкнутой системы «самолет — АПУ»

$$W_{x_л}^{\alpha}(p) = \frac{K_ш W_{\text{пр}\,\varepsilon}(p) W_{\delta_в}^{\alpha}(p)}{1 - K_\alpha W_{\text{пр}\,\varepsilon}(p) W_{\delta_в}^{\alpha}(p)}.$$

Характеристическое уравнение для самолета с АПУ рассматриваемого вида записывается в виде

$$\Delta_з(p) = p^3 + (2\xi_к \omega_к + D) p^2 + (\omega_к^2 + 2\xi_к \omega_к D) p + D\omega_к^2 - K_\alpha D \overline{M}_z^{\delta_в} = 0.$$

Согласно критерию Рауса–Гурвица все корни этого уравнения имеют отрицательные вещественные части, т.е. система «самолет–АПУ» устойчива при выполнении условия

$$f(D) = 2\xi_к \omega_к D^2 + [(2\xi_к \omega_к)^2 + K_\alpha \overline{M}_z^{\delta_в}]D + \omega_к^2 2\xi_к \omega_к > 0.$$

Вид этой функции для самолета, неустойчивого по перегрузке, представлен на рис. 19.31. При малых сигналах система неустойчива и имеется одно значение $K_{\varepsilon 1} > 0$ такое, что $f(D) = 0$. При $K(\varepsilon) > K_{\varepsilon 1}$ выражение $f(D) > 0$, т.е. система становится устойчивой. Значению $K_{\varepsilon 1}$ (см. рис. 19.30) соответствуют два значения амплитуды A_ε: $A_{\varepsilon 1}$ и $A_{\varepsilon 2}$. Это означает, что в системе возможно возникновение двух предельных циклов с частотой $\omega_{авт}$, которая определяется из условия равенства нулю действительной части характеристического полинома $\Delta_з(j\omega)$:

$$\omega_{авт} = \sqrt{\frac{D(\omega_к^2 - K_\alpha \overline{M}_z^{\delta_в})}{2\xi_к \omega_к + D}}.$$

Устойчивость предельных циклов можно оценить по следующему критерию: если при увеличении амплитуды A_ε относительно амплитуды предельного цикла функция $f(D)$ становится положитель-

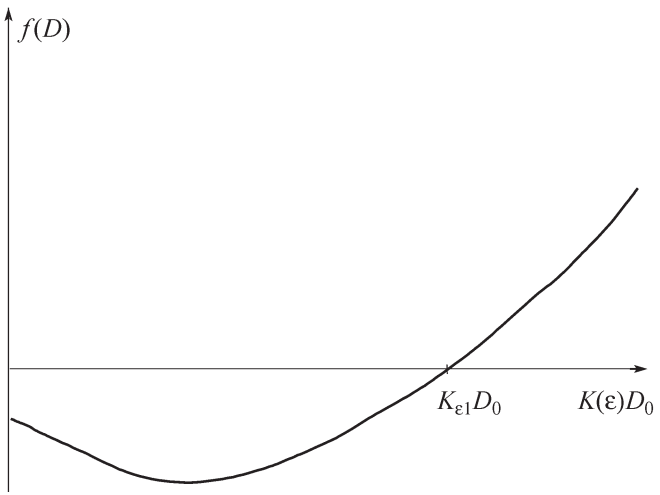


Рис. 19.31. Вид функции $f(D)$ для самолета, неустойчивого по перегрузке

ной, то предельный цикл устойчив, если при увеличении A_ε функция $f(D)$ становится отрицательной, то предельный цикл неустойчив. В соответствии с этим критерием предельный цикл с амплитудой $A_{\varepsilon 1}$ устойчив. Это так называемое явление неустойчивости в «малом». Предельный цикл амплитуды $A_{\varepsilon 2}$ согласно указанному критерию неустойчив, т.е. если амплитуда колебаний превысит $A_{\varepsilon 2}$, то колебания будут расходящимися.

Таким образом, зона нечувствительности рулевого привода при неустойчивости самолета по перегрузке приводит к возникновению автоколебаний системы с устойчивым предельным циклом малой амплитуды, ограничение скорости перекладки привода порождает неустойчивый предельный цикл с большой амплитудой колебаний. Первый предельный цикл характеризуется амплитудой колебаний органа управления порядка величины зоны нечувствительности привода и мягким возбуждением, т.е. возникновением возбуждения при любых малых возмущениях. Допустимый уровень таких колебаний определяется из условий обеспечения комфорта экипажа и пассажиров и выполнения целевых задач.

Второй предельный цикл характеризуется жестким режимом возбуждения. Выход на этот предельный цикл возможен путем резких перекладок рычага управления или при воздействии на самолет порывов ветра большой интенсивности. Возникновение такого предельного цикла недопустимо с точки зрения безопасности полета, так как это приводит к выходу самолета на большие углы атаки или перегрузки.

Автоколебания в «малом» влияют на комфорт летчика и возможность выполнять целевые задачи. Поэтому рационально требовать, если не полного устранения автоколебаний, то снижения их до приемлемого уровня. Обычно это приводит к ограничению амплитуд колебаний по перегрузке A_{n_y} (0,02...0,05) и по углу тангажа A_ϑ(0,1...0,2°). Если значения этих амплитуд заданы, то частотные характеристики линейной части системы (самолет, датчики и вычислитель АПУ) определяют величину зоны нечувствительности. Следует отметить, что допустимая величина зоны нечувствительности составляет десятые и сотые доли процента от максимального хода штока привода и для обеспечения таких требований требуется достаточно высокий уровень конструкторских проработок и технологии изготовления привода.

Для предотвращения неустойчивости «в большом» при больших управляющих воздействиях летчика используется специальное устройство — нелинейный префильтр сигнала отклонения рычага. Структура такого префильтра приведена на рис. 19.32. Он представ-

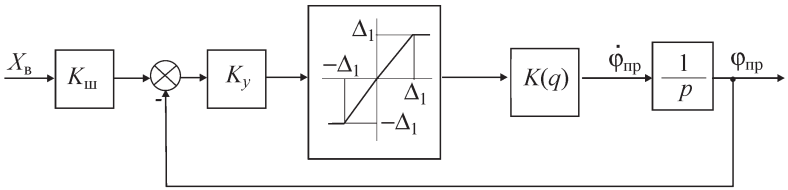


Рис. 19.32. Структура нелинейного префильтра сигнала отклонения рычага

ляет собой звено первого порядка с ограничением скорости выходного сигнала, регулируемого по режимам полета с помощью коэффициента $K(q)$. Величина ограничения скорости выходного сигнала префильтра выбирается в соответствии с максимально допустимыми скоростями отклонения рычага для каждого режима полета.

Другим расчетным случаем для определения устойчивости «в большом» является воздействие порывов ветра большой интенсивности типа вихря или гармонического порыва.

Для самолетов с большой степенью неустойчивости условия устойчивости «в большом» при воздействии порывов ветра могут стать определяющими для выбора максимальных скоростей приводов органов управления. Если для статически устойчивых самолетов скорости приводов выбираются из условия безопасности при посадке и сводятся к требованию полной перекладки органа управления за 1...1,5 с, то для статически неустойчивых самолетов требования к приводам по условиям устойчивости «в большом» могут оказаться превалирующими.

Глава 20
ДИНАМИКА ПРОСТРАНСТВЕННОГО ДВИЖЕНИЯ

В общем случае возмущенное или управляемое движение самолета является пространственным, поскольку одновременно происходит изменение параметров, определяющих как продольное движение (угла атаки, угла тангажа, угловой скорости тангажа), так и боковое движение (угла скольжения, угла крена, угловых скоростей крена и рыскания). В тех случаях, когда амплитуды изменения параметров движения самолета малы, уравнения продольного и бокового движений исследуются раздельно. При больших изменениях параметров движения разделение уравнений начинает приводить к

недопустимо большим ошибкам, поэтому необходимо рассмотрение полной системы уравнений пространственного движения.

К задачам динамики полета, в которых существенным является рассмотрение полных уравнений движения, можно, в частности, отнести исследование динамики самолетов при выполнении ряда маневров с вращением относительно продольной оси, широко используемых в летной практике. К таким маневрам можно отнести вход/выход из виража, боевой разворот, перевороты через крыло в горизонтальном полете и входе в пикирование, быстрые и медленные «бочки», вираж с переменой направления разворота («восьмерка») и т.д.

Вначале остановимся на физических причинах особенностей пространственного движения, которые приводят к нелинейным дифференциальным уравнениям.

20.1. ПРИБЛИЖЕННЫЕ УРАВНЕНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ДВИЖЕНИЯ. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПРОДОЛЬНОГО И БОКОВОГО ДВИЖЕНИЙ

Для выявления основных особенностей взаимодействия продольного и бокового движений, в процессе которого развиваются значительные угловые скорости, будем пользоваться следующей приближенной системой уравнений в связанной системе координат, которая может быть получена из полной системы дифференциальных уравнений, описывающих пространственное движение самолета [34]:

$$
\begin{aligned}
&\frac{d\alpha}{dt} = \omega_z - \beta\omega_x - \overline{Y}^{\alpha}\alpha - \overline{Y}^{\delta_в}\delta_в;\\
&\frac{d\beta}{dt} = \omega_y - \alpha\omega_x - \overline{Z}^{\beta}\beta - \overline{Z}^{\delta_н}\delta_н;\\
&\frac{d\omega_z}{dt} = -A\omega_x\omega_y + \overline{M}_z^{\alpha}\alpha + \overline{M}_z^{\omega_z}\omega_z + \overline{M}_z^{\delta_в}\delta_в + \frac{I_{дв}}{I_z}\omega_{дв}\omega_y;\\
&\frac{d\omega_y}{dt} = -B\omega_x\omega_z + \overline{M}_y^{\beta}\beta + \overline{M}_y^{\omega_y}\omega_y + \overline{M}_y^{\omega_x}\omega_x + \overline{M}_y^{\delta_н}\delta_н + \overline{M}_y^{\delta_э}\delta_э - \frac{I_{дв}}{I_y}\omega_{дв}\omega_z;\\
&\frac{d\omega_x}{dt} = -C\omega_y\omega_z + \overline{M}_x^{\beta}\beta + \overline{M}_x^{\omega_x}\omega_x + \overline{M}_x^{\omega_y}\omega_y + \overline{M}_x^{\delta_н}\delta_н + \overline{M}_x^{\delta_э}\delta_э,
\end{aligned}
\qquad (20.1)
$$

где $I_{\text{дв}}$, $\omega_{\text{дв}}$ — приведенный момент инерции вращающихся частей двигателя и угловая скорость ротора двигателя;

$$A = \frac{I_y - I_x}{I_z};\ B = \frac{I_z - I_x}{I_y};\ C = \frac{I_y - I_z}{I_x};\ Y^{\alpha} = \frac{c_y^{\alpha} qS}{mV};$$

$$\overline{Z}^{\beta} = \frac{c_z^{\beta} qS}{mV};\ \overline{Y}^{\delta_{\text{в}}} = \frac{c_y^{\delta_{\text{в}}} qS}{mV};\ \overline{Z}^{\delta_{\text{н}}} = \frac{c_z^{\delta_{\text{н}}} qS}{mV};\ \overline{M}_z^{\alpha} = \frac{m_z^{\alpha} qSb_{\text{A}}}{I_z};$$

$$\overline{M}_z^{\delta_{\text{в}}} = \frac{m_z^{\delta_{\text{в}}} qSb_{\text{A}}}{I_z};\ \overline{M}_x^{\beta} = \frac{m_x^{\beta} qSl}{I_x};\ \overline{M}_y^{\beta} = \frac{m_y^{\beta} qSl}{I_y};$$

$$\overline{M}_z^{\omega_z} = \frac{m_z^{\overline{\omega}_z} qSb_{\text{A}}^2}{VI_z};\ \overline{M}_y^{\omega_y} = \frac{m_y^{\overline{\omega}_y} qSl^2}{2VI_y};\ \overline{M}_y^{\omega_x} = \frac{m_y^{\overline{\omega}_x} qSl^2}{2VI_y};$$

$$\overline{M}_x^{\omega_y} = \frac{m_x^{\overline{\omega}_y} qSl^2}{2VI_x};\ \overline{M}_x^{\omega_x} = \frac{m_x^{\overline{\omega}_x} qSl^2}{2VI_x};\ \overline{M}_y^{\delta_{\text{н}}} = \frac{m_y^{\delta_{\text{н}}} qSl}{I_y};$$

$$\overline{M}_y^{\delta_{\text{э}}} = \frac{m_y^{\delta_{\text{э}}} qSl}{I_y};\ \overline{M}_x^{\delta_{\text{э}}} = \frac{m_x^{\delta_{\text{э}}} qSl}{I_x}.$$

При выводе этих приближенных уравнений сделаны следующие предположения:

скорость полета и плотность воздуха постоянны;

углы атаки и скольжения относительно малы;

допустимо линейное представление аэродинамических коэффициентов;

влияние искривления траектории под действием силы тяжести на динамику вращения мало (это справедливо при выполнении условия $\omega_x >> g/V$).

Данная система уравнений является нелинейной из-за проявления взаимодействия или взаимосвязи продольного (движение самолета относительно оси *Oz*) и бокового (движение самолета относительно осей *Ox* и *Oy*) движений. Можно определить следующие основные виды взаимодействий продольного и бокового движений самолета: аэродинамическое, кинематическое, инерционное, а также взаимодействие, обусловленное влиянием гироскопических моментов двигателей [1].

Аэродинамическое взаимодействие движений проявляется при наличии зависимости аэродинамических производных устойчивости бокового движения от параметров продольного движения, в первую

очередь от угла атаки α, и аэродинамических производных продольного движения от параметров бокового движения (например, от угла скольжения β). Особенно существенна зависимость аэродинамических характеристик бокового движения от угла атаки. Такие характеристики, как m_y^{β}, $m_x^{\delta_э}$ и т.д., обычно не зависят от угла атаки при малых его значениях и начинают существенно изменяться только при достаточно больших значениях α ($\alpha \geq 12...15°$). Аэродинамическая поперечная устойчивость самолета, характеризуемая производной m_x^{β}, как правило, существенно зависит от угла атаки для всех его значений. Для дозвуковых скоростей полета может быть предложена следующая аппроксимация: $m_x^{\beta} = m_{x0}^{\beta} + m_x^{\alpha\beta}\alpha$. На сверхзвуковых скоростях производная m_x^{β} обычно практически постоянна.

Для коэффициентов продольного момента учет значительных по величине возмущений по углу скольжения также может вызвать необходимость введения квадратичной зависимости от угла скольжения (β^2), учитывающей его влияние, однако обычно оно мало.

Можно также привести еще ряд примеров зависимости аэродинамических коэффициентов бокового движения от параметров продольного движения ($m_y^{\omega_x}(\alpha)$, $m_y^{\delta_э}(\alpha)$).

Таким образом, более точное представление зависимостей аэродинамических коэффициентов от параметров движения указывает на наличие аэродинамического взаимодействия бокового и продольного движений, причем члены уравнений, определяющие это взаимодействие, оказываются нелинейными. Особенно существенно аэродинамические перекрестные связи проявляются при сваливании и штопоре самолета, т.е. на больших углах атаки.

Кинематическое взаимодействие. При энергичном вводе самолета в крен, когда его ось *Ox* не успевает изменить свое положение в пространстве, например в связи с тем, что из-за большой инерционности самолета относительно осей *Oy* и *Oz* моменты аэродинамической устойчивости не успевают устранить отклонения по α и β, происходит одновременное изменение угла атаки и угла скольжения самолета. Это связано с проявлением кинематического взаимодействия движений. Для пояснения этого вида взаимодействия рассмотрим упрощенную схему движения самолета при крене. Будем считать, что ось самолета и вектор скорости полета $\vec{V}$ сохраняют в пространстве неизменное положение, и самолет начинает изменять угол крена. Такое движение с неизменным положением оси *Ox* в пространстве возможно, в частности, в том случае, когда самолет обладает нейтральной устойчи-

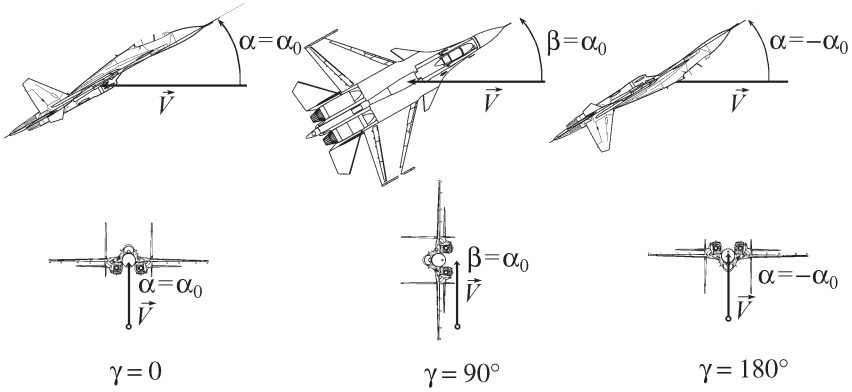


Рис. 20.1. Кинематическое взаимодействие продольного и бокового движений

востью по углу атаки и скольжения, т.е. $m_z^{\alpha} = m_y^{\beta} = 0$. Тогда при угле крена $\gamma = 90°$ угол атаки самолета α_0 «переходит» в угол скольжения β, а при $\gamma = 180°$ $\beta = 0, \alpha = -\alpha_0$ и т.д. (рис. 20.1).

Члены, определяющие кинематическое взаимодействие, входят в уравнения для $\dot{\alpha}$ и $\dot{\beta}$ в виде произведений $\beta\omega_x$ и $\alpha\omega_x$.

В общем случае ось *Ox* в процессе кренения самолета перемещается и поворачивается в пространстве и изменения углов атаки и скольжения носят более сложный характер.

Инерционное взаимодействие. В уравнения моментов (уравнения для производных $\dot{\omega}_x$, $\dot{\omega}_y$, $\dot{\omega}_z$) входят члены, содержащие произведения угловых скоростей вида $A\omega_x\omega_y$, $B\omega_x\omega_z$, $C\omega_y\omega_z$. Физический смысл этих членов в уравнениях движения состоит в том, что они учитывают появление центробежных инерционных моментов при вращении летательного аппарата относительно оси, не совпадающей с главной осью инерции. В результате движения самолета относительно осей *Ox* и *Oy* становятся взаимосвязанными, если вектор угловой скорости не совпадает ни с одной из главных осей инерции. При этом, поскольку при маневрах самолета наибольшей по величине угловой скоростью обычно является угловая скорость крена, то наиболее существенно влияние инерционных моментов, действующих относительно осей и *Oz* и *Oy*.

Влияние инерционного взаимодействия на динамику самолета при выполнении маневров крена часто весьма велико. В большой степени особенности пространственного движения, движения сваливания и штопор самолета обусловлены именно этим видом взаимодействия.

Влияние гироскопического момента двигателя. Вращающийся ротор турбореактивного двигателя самолета с кинетическим моментом $I_{\text{дв}}\vec{\omega}_{\text{дв}}$ представляет собой гироскоп и, как всякий гироскоп, в ответ на приложенный к нему некоторый внешний момент, приводящий его к повороту с угловой скоростью $\vec{\omega}$, стремится прецессировать в ортогональном направлении либо создает момент $\vec{M}_{\text{гир}} = I_{\text{дв}}\vec{\omega}_{\text{дв}} \times \vec{\omega}$.

Для учета влияния гироскопического момента двигателя в правые части уравнений пространственного движения самолета добавляются: в уравнение для $\dot{\omega}_y$ член $\left(-\dfrac{I_{\text{дв}}\omega_{\text{дв}}\omega_z}{I_y} \right)$, а в уравнение для $\dot{\omega}_z$ член $\left(-\dfrac{I_{\text{дв}}\omega_{\text{дв}}\omega_y}{I_z} \right)$.

Наличие гироскопического момента двигателя приводит к тому, что при выполнении маневра по тангажу у самолета появляется также и рыскание, а при изменении угла рыскания одновременно начинает изменяться и угол атаки. При маневрах крена влияние гироскопического момента двигателя мало и далее учитываться не будет.

Таким образом, из рассмотренных основных причин взаимодействия простейших форм движения самолета (продольного и бокового) главными оказываются инерционное, кинематическое и аэродинамическое взаимодействия. При этом в инерционном взаимодействии основное значение имеет форма эллипсоида инерции самолета. При вытянутом эллипсоиде инерции, характерном для современных самолетов и других крылатых летательных аппаратов, разности моментов инерции ($I_y - I_x$) и ($I_z - I_x$) оказываются большими величинами. Это заставляет при исследовании движения самолета анализировать полные уравнения движения в нелинейной форме, так как в этом случае опускать члены, содержащие произведения угловых скоростей, оказывается недопустимым.

20.2. УСТАНОВИВШИЕСЯ РЕЖИМЫ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ДВИЖЕНИЯ И АНАЛИЗ ИХ УСТОЙЧИВОСТИ

Исследование пространственного движения самолета при энергичных маневрах по крену проводится, как правило, путем

математического моделирования динамики самолета с применением ЭВМ. В то же время анализ установившихся режимов пространственного движения при различных отклонениях органов управления и анализ их устойчивости при малых возмущениях (в линейном приближении) существенно дополняет метод математического моделирования при исследовании динамики самолета с быстрым вращением.

Установившимися режимами пространственного движения будем считать стационарные или равновесные решения системы уравнений (20.1), которые определяются условиями

$$\frac{d\alpha}{dt} = \frac{d\beta}{dt} = \frac{d\omega_z}{dt} = \frac{d\omega_y}{dt} = \frac{d\omega_x}{dt} = 0.$$

Таким образом, задача определения установившихся режимов пространственного движения сводится к решению системы нелинейных алгебраических уравнений относительно $\alpha, \beta, \omega_z, \omega_y, \omega_x$, зависящих от параметров управления — углов отклонения органов управления $\delta_в, \delta_э, \delta_н$. Решение этой задачи может проводиться численными методами с помощью ЭВМ. Однако при тех упрощающих предположениях, которые были приняты выше, очень наглядным способом решения задачи является графоаналитический метод, позволяющий выявить основные качественные особенности динамики пространственного движения [34].

Графоаналитический метод на первом этапе решения задачи предполагает, что угловая скорость крена ω_x является параметром. Тогда первые четыре алгебраические уравнения, получаемые из системы (20.1) являются линейными уравнениями относительно переменных α, β, ω_z, ω_y. В результате решения линейной системы уравнений (здесь предполагается отсутствие перекрестной аэродинамической производной $M_y^{\delta_э} = 0$)

$$\begin{Vmatrix} -\overline{Y}^{\alpha} & -\omega_x & 1 & 0 \\ \omega_x & \overline{Z}^{\beta} & 0 & 1 \\ \overline{M}_z^{\alpha} & 0 & -\overline{M}_z^{\omega_z} & -A\omega_x \\ 0 & \overline{M}_y^{\beta} & B\omega_x & \overline{M}_y^{\omega_y} \end{Vmatrix} \begin{Vmatrix} \alpha \\ \beta \\ \omega_z \\ \omega_y \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} \overline{Y}^{\delta_в}\delta_в \\ -\overline{Z}^{\delta_н}\delta_н \\ -\overline{M}_z^{\delta_в}\delta_в \\ -\overline{M}_y^{\omega_x}\omega_x - \overline{M}_y^{\delta_н}\delta_н \end{Vmatrix} \qquad (20.2)$$

могут быть найдены зависимости кинематических параметров от отклоненных органов управления $\delta_в, \delta_э, \delta_н$ и угловой скорости крена ω_x. Формулы для зависимостей углов атаки и скольжения имеют вид

$$\alpha_{уст}(\omega_x) = \frac{-\overline{M}_z^{\delta_в}\delta_в(\overline{M}_{y^*}^{\beta} + B\omega_x^2) + (\overline{M}_y^{\omega_x}\omega_x + \overline{M}_y^{\delta_н}\delta_н)\overline{M}_{z^*}^{\omega_z}\omega_x}{A_0(\omega_x)};$$
$$\beta_{уст}(\omega_x) = \frac{-\overline{M}_z^{\delta_в}\delta_в\overline{M}_{y^*}^{\omega_y}\omega_x + (\overline{M}_y^{\omega_x}\omega_x - \overline{M}_y^{\delta_н}\delta_н)(\overline{M}_{z^*}^{\alpha} + A\omega_x^2)}{A_0(\omega_x)}, \qquad (20.3)$$

где

$$A_0(\omega_x) = (\overline{M}_{z^*}^{\alpha} + A\omega_x^2)(\overline{M}_{y^*}^{\beta} + B\omega_x^2) + \overline{M}_{y^*}^{\omega_y}\overline{M}_{z^*}^{\omega_z}\omega_x^2;$$
$$\overline{M}_{z^*}^{\alpha} = \overline{M}_z^{\alpha} + \overline{Y}^{\alpha}M_z^{\omega_z}; \quad \overline{M}_{y^*}^{\beta} = \overline{M}_y^{\beta} - \overline{Z}^{\beta}\overline{M}_y^{\omega_y};$$
$$\overline{M}_{z^*}^{\omega_z} = \overline{M}_z^{\omega_z} + A\overline{Z}^{\beta}; \quad \overline{M}_{y^*}^{\omega_y} = \overline{M}_y^{\omega_y} - B\overline{Y}^{\alpha}.$$

На рис. 20.2 приведен график зависимости $A_0(\omega_x)$ при разной степени демпфирования. Из него следует, что могут существовать значения угловой скорости крена, при которых $A_0(\omega_x)$ принимает нулевые значения. В этих точках величины $\alpha_{уст}$, $\beta_{уст}$ становятся бесконечно большими.

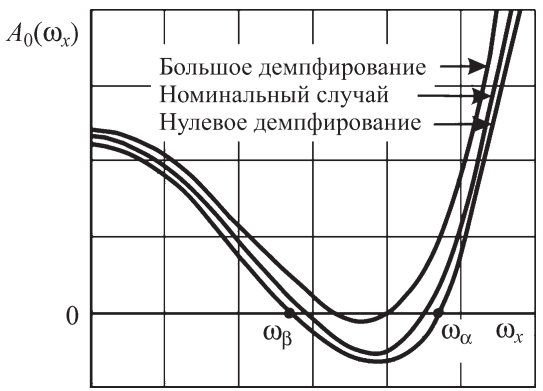


Рис. 20.2. Критические угловые скорости крена

Значения угловой скорости крена, при которых знаменатель в выражениях (20.3) равен нулю, являются критическими значениями угловой скорости $\omega_\alpha, \omega_\beta$:

$$\omega_{\alpha,\beta} = \left\{ \frac{\omega_x}{A_0(\omega_x)} = 0 \right\}.$$

Если пренебречь аэродинамическими вращательными производными (производными демпфирования): $\overline{M}_{z^*}^{\omega_z} = 0$, $\overline{M}_{y^*}^{\omega_y} = 0$, то выражение для критических угловых скоростей приобретают достаточно простой вид:

$$\omega_\alpha = \sqrt{\frac{-m_z^\alpha qSb_A}{I_y - I_x}};\ \omega_\beta = \sqrt{\frac{-m_y^\beta qSl}{I_z - I_x}}. \qquad (20.4)$$

Демпфирование приводит к изменению значений критических скоростей таким образом, что их значения сближаются: меньшая по величине увеличивается, а бóльшая — уменьшается. При некотором достаточно высоком уровне демпфирования критические угловые скорости могут исчезнуть.

Критические значения угловой скорости ω_α, ω_β имеют достаточно ясный физический смысл. Рассмотрим упрощенную картину вращения самолета с постоянной угловой скоростью крена. При вращении самолета относительно оси, составляющей угол скольжения β с вектором скорости (рис. 20.3), на него будет действовать кроме аэродинамического момента устойчивости инерционный момент от центробежных сил. В соответствии с уравнением для $\dot{\omega}_y$ в системе (20.1) на самолет действует инерционный момент $M_{y\,\text{ин}} = (I_z - I_x)\omega_x\omega_z$. Проекции угловых скоростей при малых углах скольжения: $\omega_x \approx \omega$, $\omega_z \approx \omega_\beta$. Отсюда инерционный момент относительно оси *Oy* выражается следующим образом:

$$M_{y\,\text{ин}} \approx (I_z - I_x)\omega_\beta^2.$$

Этот момент направлен на увеличение угла скольжения и носит дестабилизирующий характер, в отличие от аэродинамического момента рыскания, определяемого путевой статической устойчивостью: $M_{y\,\text{аэр}} \approx qSlm_y^\beta\beta$. Очевидно, что при росте угловой скорости крена растет инерционный момент и существует такое

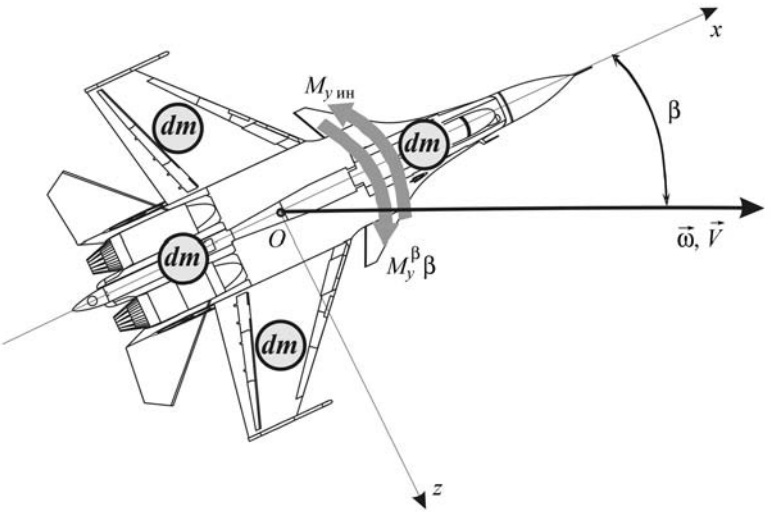


Рис. 20.3. Инерционные силы и моменты при вращении самолета

значение угловой скорости крена, при котором инерционный момент превысит стабилизирующий аэродинамический момент. Из условия равенства этих моментов можно получить выражение для угловой скорости крена, которое совпадает с формулой (20.4) для ω_β. Аналогично, рассматривая вращение самолета относительно оси, составляющей угол атаки с вектором скорости, можно из условия равенства инерционного момента относительно оси *Oz* и стабилизирующего аэродинамического момента, определяемого продольной статической устойчивостью m_z^α, получить выражение для угловой скорости крена, которое совпадает с формулой (20.4) для ω_α.

На рис. 20.4 приведены примерные зависимости угла атаки в равновесном режиме вращения от угловой скорости для двух случаев соотношения критических угловых скоростей (для простоты предполагается, что $\delta_н = 0$, $\overline{M}_y^{\omega_x} = 0$). Соотношение $\omega_\alpha > \omega_\beta$ характерно для сверхзвуковых режимов полета, а соотношение $\omega_\alpha < \omega_\beta$ — для дозвуковых. Это связано с тем, что на сверхзвуковых режимах самолеты, как правило, обладают большим запасом продольной статической устойчивости и малой путевой устойчивостью. На дозвуковых режимах имеет место обратное соотношение. Сплошной

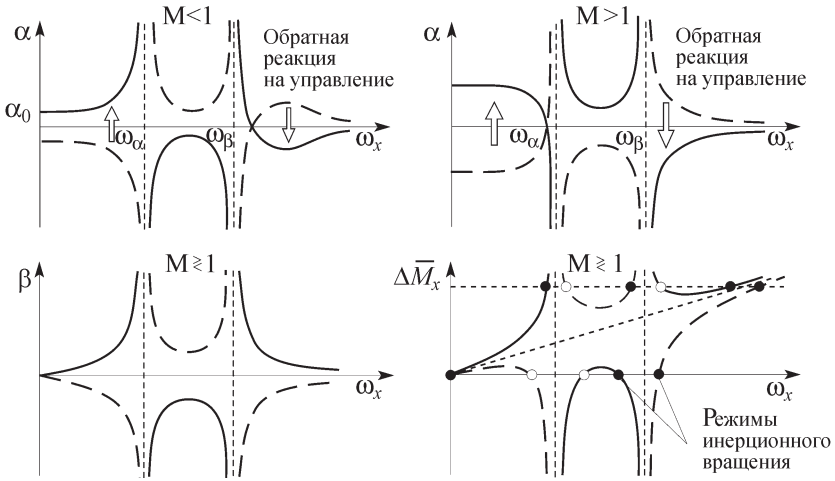


Рис. 20.4. Установившиеся режимы при вращении по крену:
—— $\delta_в < 0, \alpha_0 > 0$; – – – $\delta_в > 0, \alpha_0 < 0$; ● — статически устойчивый режим; ○ — статически неустойчивый режим

линией изображен случай продольной балансировки с положительным углом атаки при отсутствии вращения: $\alpha_0 > 0,\ \delta_в < 0$. Штриховой линией показан случай продольной балансировки при $\omega_x = 0$ с отрицательным значением угла атаки: $\alpha_0 < 0,\ \delta_в > 0$. При критических значениях угловой скорости крена приведенные зависимости претерпевают разрыв и изменяют свой знак. При $\omega_x \to \infty$ значения углов атаки стремятся к нулю.

Изменения равновесных значений угла скольжения в зависимости от угловой скорости крена при $\omega_\alpha > \omega_\beta$ и при $\omega_\alpha < \omega_\beta$ по характеру идентичны.

На втором этапе решения задачи графоаналитическим методом полученные аналитические зависимости $\alpha_{уст}(\omega_x)$, $\beta_{уст}(\omega_x)$, а также $\omega_{y\,уст}$, $\omega_{z\,уст}$ могут быть использованы для составления уравнения баланса моментов по крену:

$$C\omega_{y\,уст}(\omega_x)\omega_{z\,уст}(\omega_x) + \overline{M}_x^{\beta}\beta_{уст}(\omega_x) + \overline{M}_x^{\omega_x}\omega_x + \overline{M}_x^{\delta_э}\delta_э = 0.$$

С помощью этого уравнения можно вычислить значение управляющего момента по крену $\Delta\overline{M}_x = \overline{M}_x^{\delta_э}\delta_э$, необходимое для поддержания вращения с заданной угловой скоростью ω_x:

$$\Delta\overline{M}_x = -C\omega_{y\,\text{уст}}(\omega_x)\omega_{z\,\text{уст}}(\omega_x) - \overline{M}_x^{\beta}\beta_{\text{уст}}(\omega_x) - \overline{M}_x^{\omega_x}\omega_x.$$

На рис. 20.4 также приведены примерные зависимости потребного значения управляющего момента по крену $\Delta\overline{M}_x$ от угловой скорости крена ω_x. Действием инерционного момента $C\omega_y\omega_z$ пренебрегается в силу его относительной малости; влияние этого момента проявляется только в непосредственной окрестности критических значений угловых скоростей и может приводить к возникновению дополнительных решений.

Из приведенных на рис. 20.4 зависимостей видно, что при одном и том же отклонении органов управления по крену может быть до пяти равновесных режимов вращения с различными значениями угловой скорости.

При $\alpha_0 > 0$ имеет место так называемая «кажущаяся» потеря эффективности элеронов. По мере приближения к первой критической угловой скорости из-за инерционного и аэродинамического взаимодействий продольного и бокового движений возникают углы скольжения, которые создают тормозящий момент по крену. Действительно, при $\omega_x > 0$ возникают положительные углы скольжения $\beta > 0$ и в силу того, что $\overline{M}_x^{\beta} < 0$, создается тормозящий момент по крену $\overline{M}_x^{\beta}\beta$.

При $\alpha_0 < 0$ возникает «подхват» по крену, поскольку из-за отрицательности углов скольжения создается подкручивающий момент по крену. В этом случае существуют некоторые опасные значения угловой скорости и управляющего момента, при которых исчезают равновесные режимы вращения с докритической угловой скоростью. Эти параметры можно назвать параметрами «подхвата» $\omega_{x\,\text{подхват}}$, $\Delta\overline{M}_{x\,\text{подхват}}$. При превышении критического значения угловой скорости возникают потеря устойчивости и непропорциональная раскрутка самолета в область критических режимов вращения — штриховая ветвь решений с $\omega_x > \max\{\omega_\alpha, \omega_\beta\}$ на рис. 20.4. Эта ветвь соответствует режимам аэроинерционного самовращения или просто режимам инерционного вращения.

Так например, даже при отсутствии управляющего момента или отклонении элеронов на торможение: $\Delta\overline{M}_x \le 0$ вращение с закритической угловой скоростью существует. При этом, если угловая скорость приближается к критической угловой скоро-

сти, то существенно возрастают значения углов атаки и скольжения, а следовательно, нормальная и боковая перегрузки. Значение нормальной перегрузки в режиме инерционного вращения может достигать десяти единиц, а боковой — единицы-двух, при этом они могут превысить предельно допустимые по прочности значения.

Если критические угловые скорости $\omega_\alpha, \omega_\beta$ у самолета отсутствуют, т.е. знаменатель $A_0(\omega_x)$ в (20.3) не имеет нулей, а такие ситуации на ряде режимов полета возможны, характер зависимостей изменится — они не будут содержать разрывов. Отсутствие особенностей в зависимостях $\Delta M_x(\omega_x)$ в виде разрывов оценивается, как правило, как благоприятное, так как при этом сохраняется непрерывная связь между отклонением органа поперечного управления и возникающей угловой скоростью крена.

Следующим этапом исследования динамики пространственного движения самолета является анализ его устойчивости, и в первую очередь устойчивости установившихся режимов движения.

Анализ устойчивости равновесного режима вращения проводится с использованием линеаризированных уравнений движения, получаемых из (20.1) при рассмотрении малых отклонений параметров движения от их равновесных значений:

$$\alpha = \alpha_{\text{уст}} + \Delta\alpha;\ \omega_z = \omega_{z\,\text{уст}} + \Delta\omega_z;\ \beta = \beta_{\text{уст}} + \Delta\beta;$$
$$\omega_y = \omega_{y\,\text{уст}} + \Delta\omega_y;\ \omega_x = \omega_{x\,\text{уст}} + \Delta\omega_x.$$

В результате линеаризации системы нелинейных дифференциальных уравнений получается система линейных дифференциальных уравнений пятого порядка. Характеристическое уравнение этой системы имеет вид

$$\begin{vmatrix} p+\overline{Y}^{\alpha} & -1 & \omega_{x\,\text{уст}} & 0 & \beta_{\text{уст}} \\ -\overline{M}_z^{\alpha} & p-\overline{M}_z^{\omega_z} & 0 & A\omega_{x\,\text{уст}} & A\omega_{y\,\text{уст}} \\ -\omega_{x\,\text{уст}} & 0 & p-\overline{Z}^{\beta} & -1 & -\alpha_{\text{уст}} \\ 0 & -B\omega_{x\,\text{уст}} & -\overline{M}_y^{\beta} & p-\overline{M}_y^{\omega_y} & -B\omega_{z\,\text{уст}} \\ 0 & 0 & -\overline{M}_x^{\beta} & -\overline{M}_x^{\omega_y} & p-\overline{M}_x^{\omega_x} \end{vmatrix} = 0. \qquad (20.5)$$

Анализ корней характеристического уравнения $p^5 + b_4 p^4 + b_3 p^3 + b_2 p^2 + b_1 p + b_0 = 0$, коэффициенты которого зависят от инерционных и аэродинамических характеристик самолета, а также от параметров самого равновесного режима вращения, позволяет судить об устойчивости равновесного режима. Выражения для коэффициентов характеристического полинома можно найти в [3].

Анализ устойчивости равновесных режимов показывает, что при возникновении возмущений имеет место большое разнообразие форм движения.

Наряду с движениями, являющимися устойчивыми, при определенных сочетаниях режима полета и вида управления возникает колебательная неустойчивость. В частности, это может иметь место в случае «кажущейся» потери эффективности элеронов при больших углах их отклонения. Возникновение колебательной неустойчивости может сопровождаться развитием и установлением движения с периодическим изменением параметров относительно некоторых их средних значений. Такая форма движения наблюдается часто как при математическом моделировании пространственного движения, так и в реальном полете. Колебательность параметров движения с большой амплитудой может значительно ухудшить управляемость самолета, а также привести к попаданию в критические режимы вращения. Поэтому анализ особенностей возникновения автоколебаний и их развития при изменении параметров управления необходим для определения допустимых отклонений органов управления.

Особую важность имеет определение режимов вращения, при которых возникает апериодическая неустойчивость. Возникающие при этом движения характеризуются быстрым развитием параметров, возможностью перехода самолета с одних равновесных режимов на другие при фиксированных органах управления. Как правило, эти новые режимы имеют параметры движения, критические с позиций безопасности полета. Рассмотрим прием, эффективный при анализе апериодической устойчивости в рамках рассмотренного выше графоаналитического метода.

Свободный член характеристического уравнения, соответствующий режиму равновесного вращения b_0, определим из уравнения (20.5), полагая $p = 0$:

$$b_0 = \begin{vmatrix} \overline{Y}^{\alpha} & -1 & \omega_{x\,\text{уст}} & 0 & \beta_{\text{уст}} \\ -\overline{M}_z^{\alpha} & -\overline{M}_z^{\omega_z} & 0 & A\omega_{x\,\text{уст}} & A\omega_{y\,\text{уст}} \\ -\omega_{x\,\text{уст}} & 0 & -\overline{Z}^{\beta} & -1 & -\alpha_{\text{уст}} \\ 0 & -B\omega_{x\,\text{уст}} & -\overline{M}_y^{\beta} & -\overline{M}_y^{\omega_y} & -B\omega_{z\,\text{уст}} \\ 0 & 0 & -\overline{M}_x^{\beta} & -\overline{M}_x^{\omega_y} & -\overline{M}_x^{\omega_x} \end{vmatrix}. \qquad (20.6)$$

Для раскрытия этого определителя воспользуемся следующей процедурой: первый столбец умножим на $\frac{d\alpha_{\text{уст}}}{d\omega_{x\,\text{уст}}}$, второй — на $\frac{d\omega_{z\,\text{уст}}}{d\omega_{x\,\text{уст}}}$, третий — на $\frac{d\beta_{\text{уст}}}{d\omega_{x\,\text{уст}}}$, четвертый — на $\frac{d\omega_{y\,\text{уст}}}{d\omega_{x\,\text{уст}}}$ и сложим их с пятым столбцом. В результате пятый столбец определителя (20.5) будет иметь вид

$$\begin{vmatrix} \overline{Y}^{\alpha}\frac{d\alpha_{\text{уст}}}{d\omega_{x\,\text{уст}}} - \frac{d\omega_{z\,\text{уст}}}{d\omega_{x\,\text{уст}}} + \omega_{x\,\text{уст}}\frac{d\beta_{\text{уст}}}{d\omega_{x\,\text{уст}}} + \beta_{\text{уст}} \\ -\overline{M}_z^{\alpha}\frac{d\alpha_{\text{уст}}}{d\omega_{x\,\text{уст}}} - \overline{M}_z^{\omega_z}\frac{d\omega_{z\,\text{уст}}}{d\omega_{x\,\text{уст}}} + A\omega_{x\,\text{уст}}\frac{d\omega_{y\,\text{уст}}}{d\omega_{x\,\text{уст}}} + A\omega_{y\,\text{уст}} \\ -\omega_{x\,\text{уст}}\frac{d\alpha_{\text{уст}}}{d\omega_{x\,\text{уст}}} - \overline{Z}^{\beta}\frac{d\beta_{\text{уст}}}{d\omega_{x\,\text{уст}}} - \frac{d\omega_{y\,\text{уст}}}{d\omega_{x\,\text{уст}}} - \alpha_{\text{уст}} \\ -B\omega_{x\,\text{уст}}\frac{d\omega_{z\,\text{уст}}}{d\omega_{x\,\text{уст}}} - \overline{M}_y^{\beta}\frac{d\beta_{\text{уст}}}{d\omega_{x\,\text{уст}}} - \overline{M}_y^{\omega_y}\frac{d\omega_{y\,\text{уст}}}{d\omega_{x\,\text{уст}}} - B\omega_{z\,\text{уст}} \\ -\overline{M}_x^{\beta}\frac{d\beta_{\text{уст}}}{d\omega_{x\,\text{уст}}} - \overline{M}_x^{\omega_y}\frac{d\omega_{y\,\text{уст}}}{d\omega_{x\,\text{уст}}} - \overline{M}_x^{\omega_x} \end{vmatrix}.$$

Первые четыре элемента столбца могут быть определены из системы (20.2) дифференцированием по $\omega_{x\,\text{уст}}$ каждого уравнения при $\delta_{\text{в}} = \text{const}$, $\delta_{\text{н}} = \text{const}$. Например, дифференцируя уравнение

$$-\overline{Y}^{\alpha}\alpha_{\text{уст}} - \omega_{x\,\text{уст}}\beta_{\text{уст}} + \omega_{z\,\text{уст}} = \overline{Y}^{\delta_{\text{в}}}\delta_{\text{в}}$$

по $\omega_{x\,\text{уст}}$, получим

$$-\overline{Y}^{\alpha}\frac{d\alpha_{\text{уст}}}{d\omega_{x\,\text{уст}}}+\frac{d\omega_{z\,\text{уст}}}{d\omega_{x\,\text{уст}}}-\omega_{x\,\text{уст}}\frac{d\beta_{\text{уст}}}{d\omega_{x\,\text{уст}}}-\beta_{\text{уст}}=0.$$

Аналогичным образом получим, что второй, третий и четвертый элементы этого столбца равны нулю. Пятый элемент столбца может быть найден дифференцированием по $\omega_{x\,\text{уст}}$ уравнения

$$\overline{M}_x^{\beta}\beta_{\text{уст}}+\overline{M}_x^{\omega_x}\omega_{x\,\text{уст}}+\overline{M}_x^{\omega_y}\omega_{y\,\text{уст}}+\Delta\overline{M}_x=0.$$

В результате получим

$$\overline{M}_x^{\beta}\frac{d\beta_{\text{уст}}}{d\omega_{x\,\text{уст}}}+\overline{M}_x^{\omega_y}\frac{d\omega_{y\,\text{уст}}}{d\omega_{x\,\text{уст}}}+\overline{M}_x^{\omega_x}+\frac{d\Delta\overline{M}_x}{d\omega_{x\,\text{уст}}}=0.$$

Таким образом, определитель (20.6) может быть представлен в следующем виде:

$$b_0=\begin{vmatrix}\overline{Y}^{\alpha} & -1 & \omega_{x\,\text{уст}} & 0 & 0\\ -\overline{M}_z^{\alpha} & -\overline{M}_z^{\omega_z} & 0 & A\omega_{x\,\text{уст}} & 0\\ -\omega_{x\,\text{уст}} & 0 & -\overline{Z}^{\beta} & -1 & 0\\ 0 & -B\omega_{x\,\text{уст}} & -\overline{M}_y^{\beta} & -\overline{M}_y^{\omega_y} & 0\\ 0 & 0 & -\overline{M}_x^{\beta} & -\overline{M}_x^{\omega_y} & \dfrac{d\Delta\overline{M}_x}{d\omega_{x\,\text{уст}}}\end{vmatrix}=A_0(\omega_{x\,\text{уст}})\frac{d\Delta\overline{M}_x}{d\omega_{x\,\text{уст}}},$$

где $A_0(\omega_{x\,\text{уст}})$ — знаменатель выражений (20.3), определяющих установившиеся значения $\alpha_{\text{уст}}$ и $\beta_{\text{уст}}$.

Известно, что необходимым и достаточным условием устойчивости является положительность коэффициентов характеристического полинома и выполнение условий Рауса–Гурвица. Если свободный член b_0 становится отрицательным, то можно утверждать, что равновесный режим становится апериодически неустойчивым (нечетное число положительных действительных корней). Поэтому приведенное выражение для b_0 является простым и наглядным критерием апериодической неустойчивости получаемых графоаналитическим методом равновесных решений. В соответствии с этим критерием на рис. 20.4 приведены установившиеся режимы, являющиеся

или статически неустойчивыми, или статически устойчивыми. В зависимости от этого возможна их реализация в реальном движении.

20.3. НЕЭКСПЛУАТАЦИОННЫЕ РЕЖИМЫ ПОЛЕТА. УСЛОВИЯ РАЗВИТИЯ КРИТИЧЕСКИХ РЕЖИМОВ, ХАРАКТЕРНЫЕ ПРИЗНАКИ (СВАЛИВАНИЕ, ШТОПОР, НЕУПРАВЛЯЕМОЕ ДВИЖЕНИЕ КРЕНА)

Как правило, эксплуатация самолетов происходит в пределах установленных для них ограничений по параметрам движения. К ним относятся ограничения по максимальным значениям угла атаки, числа Маха, скоростного напора, нормальной и боковой перегрузки, угловой скорости крена, угла скольжения и т.п. Превышение этих ограничений может сопровождаться нарушением обтекания самолета, возникновением разного рода пульсаций, вызывающих тряску самолета, значительной деформацией конструкции, воздействием на летчика перегрузок, превышающих его физиологические возможности, потерей устойчивости или управляемости самолета.

Если в результате превышения эксплуатационных ограничений развиваются движения самолета, представляющие опасность для экипажа и собственно конструкции самолета, то такие движения называют **критическими режимами полета** самолетов [3].

Выявление причин возникновения критических режимов, исследование движения самолета на этих режимах, а также разработка методов их предотвращения или выхода из них являются важнейшей задачей обеспечения безопасности полета современных самолетов.

Для современных самолетов можно выделить следующие характерные критические режимы полета: сваливание, штопор, инерционное вращение, неуправляемое движение крена. Общим для указанных критических режимов современных самолетов является следующее:

в любом из них коренным образом изменяется характер реакции самолета на отклонения рычагов управления и развивается сложное пространственное движение нередко со значительными линейными и угловыми ускорениями. При этом самолет практически полностью выходит из-под контроля летчика;

сам характер свободного движения самолета в таком режиме зависит как от исходных условий полета и положения рулей в момент его возникновения, так и от особенностей компоновки летательного аппарата (ЛА). Следствие этого — многообразие самих форм движения самолета;

для вывода из любого критического режима требуются специальные приемы пилотирования и нередко — значительные отклонения органов управления.

20.3.1. СВАЛИВАНИЕ

Сваливанием называют возникающее на больших углах атаки (положительного и отрицательного знака) самопроизвольное расходящееся апериодическое или колебательное движение самолета относительно любой из трех осей, не прекращающееся без уменьшения угла атаки, либо нерасходящиеся его колебания значительной амплитуды, возрастающей с увеличением угла атаки. Этот критический режим самолета обычно развивается при превышении более чем на 4...5° максимально допустимого в эксплуатации положительного или отрицательного угла атаки $\alpha_{доп}$. Угол атаки, на котором происходит сваливание самолета, обозначают $\alpha_{св}$.

Сваливание связано с неблагоприятным изменением обтекания самолета при увеличении угла атаки, что выражается, как правило, в возникновении срывов потока на различных элементах самолета: крыле, фюзеляже, органах управления. Срывы потока носят нестационарный характер и вызывают колебания конструкции самолета, которые называются аэродинамической тряской самолета. Степень аэродинамической тряски зависит от угла атаки, числа М, аэродинамической компоновки самолета и может служить предупреждением о приближении самолета к режиму сваливания.

В случае, если срыв потока имеет место на крыле, оценить угол атаки начала тряски можно по зависимости коэффициента подъемной силы от угла атаки $c_y(\alpha)$. Отклонение этой зависимости от линейной будет свидетельствовать о развитии на крыле срыва потока и возможном начале аэродинамической тряски (рис. 20.5).

Если срыв потока имеет место на органах продольного управления или на концевой части крыла, то угол атаки начала тряски мож-

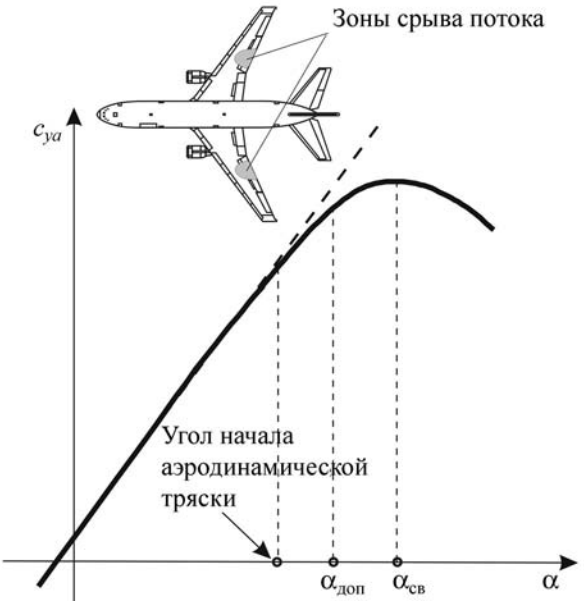


Рис. 20.5. Характерные углы атаки при развитии срывных явлений

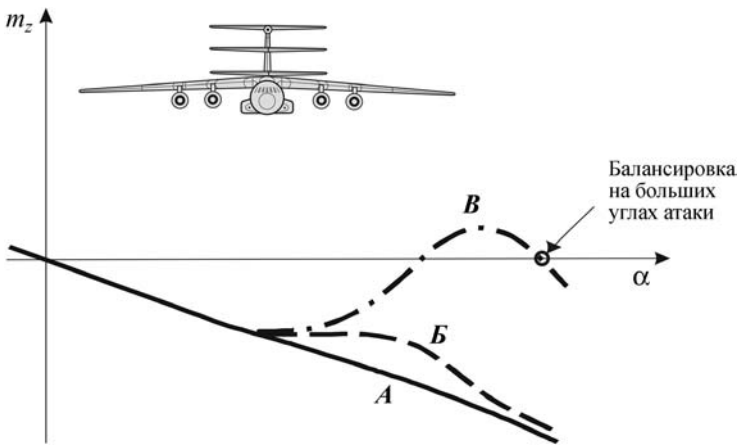


Рис. 20.6. Нелинейные зависимости момента тангажа на больших углах атаки: *А* — низкорасположенное ГО; *Б* — среднерасположенное ГО; *В* — высокорасположенное ГО

но определить по зависимости коэффициента момента тангажа от угла атаки $m_z(\alpha)$ (рис. 20.6). Обычно он соответствует углу атаки, при котором возникает существенная нелинейность в этой зависимости.

По мере увеличения угла атаки уровень аэродинамической тряски, как правило, увеличивается, что может затруднить пилотирование самолета и выполнение маневров. Развитие при росте угла атаки срыва потока приводит к потере несущих свойств самолета, возникновению несимметричных моментов крена и рыскания, потере устойчивости и управляемости и, как следствие, возникновению сваливания.

Сваливание, неожиданно возникающее и плохо контролируемое летчиком из-за частичной, а иногда и полной потери управляемости, опасно тем, что самолет быстро теряет высоту, а естественные для летчика приемы пилотирования дают обратный эффект.

Современным самолетам свойственно многообразие форм движения при сваливании, обусловленное совокупностью многих факторов, среди которых важное место занимают:

конструктивная схема и особенности аэродинамической компоновки ЛА;

положение механизации крыла в момент сваливания;

тип, число и способ размещения внешних подвесок;

характер загрузки ЛА (его масса, центровка, моменты инерции);

режим работы силовой установки в момент сваливания;

положение органов управления в момент сваливания;

исходные значения индикаторной скорости, числа М и высоты полета перед сваливанием;

исходное значение угла атаки и темп его увеличения перед сваливанием;

угол скольжения в исходном режиме полета перед сваливанием;

скорость вращения ЛА в исходном режиме полета перед сваливанием.

Некоторые самолеты при сваливании совершают движение практически в одной продольной плоскости и либо задерживаются на больших углах атаки, либо вновь самопроизвольно возвращаются к исходному углу атаки. При движении с большой скоростью и в околозвуковом диапазоне чисел М самолеты более энергично переходят на большие углы атаки, совершая при этом пространственное движение. Встречаются и та-

кие самолеты, сваливание которых характеризуется резко выраженным пространственным движением и значительными скоростями нарастания углов атаки, рыскания и крена. Подобный вид сваливания наиболее опасен, так как велика вероятность перехода самолета в штопор при появлении значительных дестабилизирующих инерционных и аэродинамических моментов.

В современной практике принята следующая классификация режимов сваливания самолета:

1. Сваливание на нос. Самолет самопроизвольно опускает нос несмотря на отклонение летчиком рычага управления на себя для поддержания исходного горизонтального полета, некоторое время увеличивает скорость, а затем вновь наращивает угол атаки, и сваливание повторяется. Это может происходить многократно. Такой вид сваливания часто наблюдается на самолетах с прямым крылом при возникновении срединного или корневого срыва потока на крыле (см. рис. 20.6, кривая *Б*).

2. Глубокое сваливание. Самолет, самопроизвольно кабрируя (вследствие продольной неустойчивости), при недостаточной продольной управляемости выходит на вторую устойчивую ветвь кривой $m_z = f(\alpha)$, на очень большие углы атаки (45...60°) и, парашютируя, снижается с большой вертикальной скоростью (см. рис. 20.6, кривая *В*). В глубоком сваливании не наблюдается значительных разворачивающих и кренящих моментов, так как имеет место симметричный срыв потока на крыле. Недостаточная эффективность продольного управления на таких углах атаки связана с затенением горизонтального оперения сорванным с крыла потоком. Этот вид сваливания нередко возникает на самолетах со стреловидным крылом и высокорасположенным на киле стабилизатором.

3. Сваливание колебательное. Возникает непарируемое прямыми отклонениями рычагов управления колебательное движение самолета на больших углах атаки, преимущественно по крену и рысканию, с возрастающей во времени амплитудой или с постоянной по времени, но возрастающей с увеличением угла атаки амплитудой колебаний и значительными угловыми скоростями. Такой вид сваливания обычно наблюдается на самолетах, обладающих достаточно большой поперечной устойчивостью при практическом отсутствии поперечного демпфирования и пониженной путевой устойчивостью.

4. Сваливание с пространственным апериодическим движением. Самолет самопроизвольно опускает крыло или резко разворачивается по курсу и кренится или же интенсивно кабрирует и кренится. В зависимости от преобладающей тенденции в начальной фазе самопроизвольного движения самолета этот вид сваливания подразделяют на три группы:

а) *сваливание на крыло*, когда наблюдается интенсивное нарастание угла крена и относительно вялое движение самолета по курсу. Его причиной обычно является асимметричный, чаще всего концевой срыв потока на крыле, обусловливающий изменение знака производной $m_x^{\bar{\omega}_x}$, т.е. приводящий к появлению момента авторотации (рис. 20.7, *а*). В процессе такого сваливания могут развиваться скорости крена и углы крена как небольшие по величине ($\omega_x = \pm 0{,}1 \ldots 1{,}0$ с$^{-1}$; $\gamma = \pm 20 \ldots 30°$), так и весьма значительные ($\omega_x = \pm 1{,}0 \ldots 2{,}0$ с$^{-1}$; $\gamma = \pm 90 \ldots 180°$);

б) *сваливание с резким разворотом по курсу,* когда возникает движение самолета с быстро нарастающими углами рыскания и креном. Причиной является потеря самолетом на больших углах атаки динамической устойчивости по углу скольжения $\sigma_\beta = m_y^\beta \cos\alpha + \left(\frac{I_y}{I_x}\right) m_x^\beta \sin\alpha$ (рис. 20.7, *б*). Последнее чаще всего обусловливается неблагоприятным воздействием на вертикальное оперение вихрей, сходящих как с корневых частей крыла, так и с носовой части фюзеляжа. При полете на больших углах атаки со скольжением вихри создают дестабилизирующий момент рыскания, возрастающий с увеличением угла атаки, что на отдельных типах самолетов приводит к потере путевой статической устойчивости;

в) *сваливание с интенсивным кабрированием,* когда возникает движение самолета с резким нарастанием угла тангажа. Его причиной является концевой срыв потока на крыле стреловидной или треугольной формы в плане (рис. 20.7, *в*). В случае асимметричного развития срыва потока на концах крыла наряду с кабрирующим появляется и момент крена, который приводит к сваливанию самолета на крыло.

Естественные приемы пилотирования не обеспечивают вывод самолета из режима сваливания. Для этого требуются необычные приемы пилотирования самолета: резкие значительные и часто обратные по знаку воздействия на рычаги управления. Вследствие

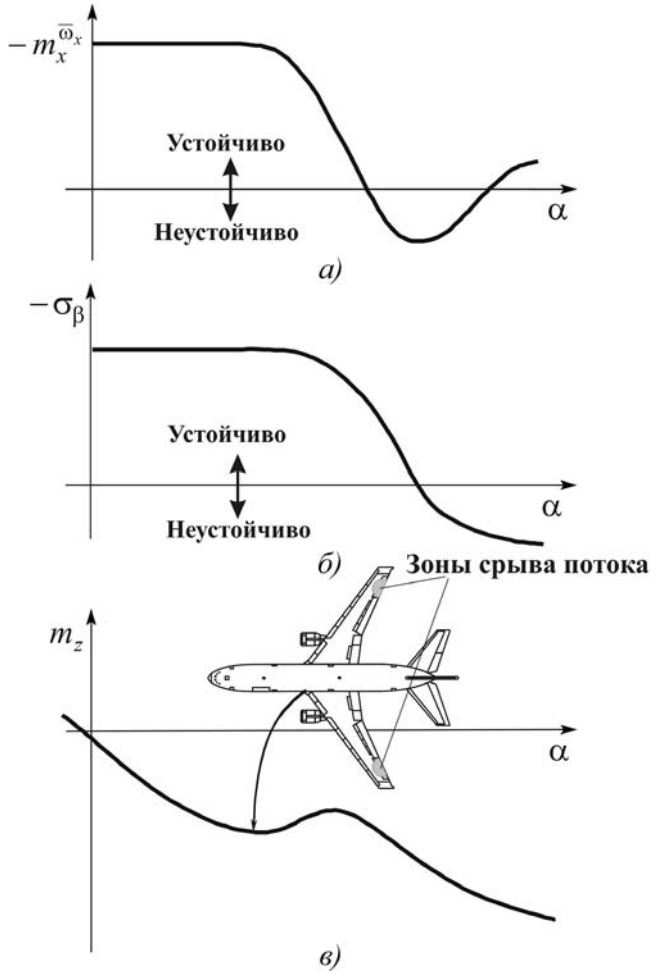


Рис. 20.7. Зависимости аэродинамических характеристик устойчивости и управляемости от угла атаки

этого целесообразно, с одной стороны, обеспечивать запасы по углу атаки от максимального допустимого в эксплуатации угла атаки $\alpha_{доп}$ до угла атаки $\alpha_{св}$, при котором начинается сваливание (см. рис. 20.5), а с другой — защищать самолет от попадания в режим сваливания с помощью автоматических устройств. Наличие таких устройств позволяет уменьшить запасы по углу атаки без снижения

требуемого уровня безопасности и существенно облегчает пилотирование самолета на больших углах атаки.

Эффективность устройств по предотвращению попадания самолета в режим сваливания должна быть такова, чтобы вероятность возникновения этого события не превышала $10^{-4}...10^{-5}$ (на один полет или на один час полета).

20.3.2. ШТОПОР

Штопором называют самопроизвольное пространственное движение самолета, обычно вращательное, на больших положительных или отрицательных углах атаки, превышающих $\alpha_{св}$, обусловленное взаимодействием аэродинамических и инерционных сил и моментов. Обычно штопор развивается после сваливания самолета, если при этом возникают значительные раскручивающие моменты тангажа, рыскания или крена.

В процессе развития штопора можно выделить переходную и установившуюся фазы. Первоначально происходит установление вращения самолета за счет баланса аэродинамических и инерционных моментов, а затем — установление траекторных параметров и баланса действующих сил. Движение в установившемся штопоре происходит по вертикальной спиральной траектории с достаточно малым радиусом (рис. 20.8).

Современным скоростным самолетам свойственно большое многообразие штопора, что объясняется как особенностями их весовой и аэродинамической компоновки, разнообразием используемых конструктивных схем и штатных конфигураций, так и существенным изменением самих условий летной эксплуатации самолетов.

Самолет может войти в режим штопора при недостаточно четких или даже ошибочных действиях летчика, повлекших непреднамеренное превышение угла атаки начала сваливания $\alpha_{св}$ в процессе выполнения предельных по допустимому углу атаки маневров или при парировании уже начавшегося сваливания.

Для каждого самолета существуют свои углы атаки, которым свойственны наиболее интенсивные устойчивые формы штопора, и области таких углов атаки, меньших или еще бóльших, на которых возможны только неустойчивые формы штопора. Движение современных скоростных самолетов в режиме штопора во многом пред-

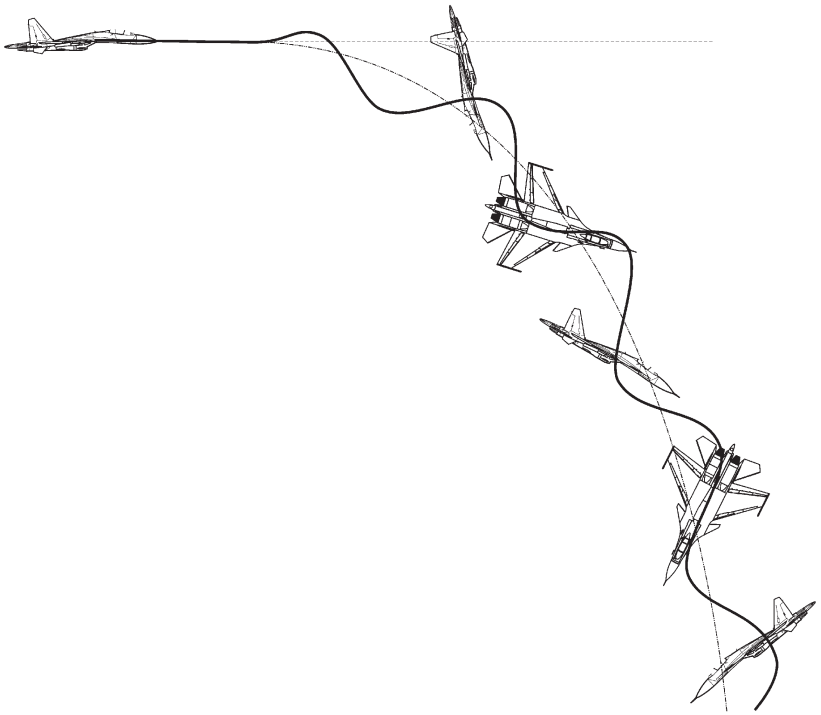


Рис. 20.8. Приближенная схема движения самолета в штопоре

определяет характер их сваливания, а следовательно, и совокупность рассмотренных выше факторов.

На характер штопора существенное влияние оказывают исходный режим полета (H, M, n_y, n_z), положение органов управления (в особенности элеронов), продолжительность вращения. Возникающий угол скольжения может существенно изменить величину раскручивающего самолет аэродинамического момента крена. Внешнее скольжение (когда $\operatorname{sgn}\beta = \operatorname{sgn}\omega_y$) приводит к появлению дополнительного момента крена. Вследствие этого сразу же после сваливания самолет энергично раскручивается и входит в режим штопора. Внутреннее скольжение (когда $\operatorname{sgn}\beta \neq \operatorname{sgn}\omega_y$) способствует уменьшению скорости крена. Источником скольжения является не только аэродинамический и инерционный моменты рыскания, в том числе и момент, создаваемый рулем направления, но и значительный момент рыскания от элеронов и

дифференциально отклоненного стабилизатора. Поэтому на характер входа самолета в штопор и последующего его движения большое влияние оказывает положение органов управления, в частности элеронов. Их отклонение влияет на характер движения самолета в штопоре и поведение его при выходе из штопора. Высота полета также существенно влияет на характер движения самолета в штопоре. На высотах более 19 км штопор отличается рядом особенностей:

вход в штопор затянут по времени; в его процессе ось вращения не принимает вертикального положения;

большая неравномерность движения;

пониженные скорости вращения и более высокая скорость движения по траектории;

более значительная потеря высоты за виток и на выходе из штопора;

большее запаздывание на выходе из штопора и возможность непреднамеренного перехода в штопор с угловой скоростью противоположного знака.

Главными причинами подобных особенностей являются малая плотность воздуха на больших высотах (следствие этого — существенное уменьшение аэродинамического момента самовращения) и более высокий уровень кинетической энергии самолета в момент сваливания и перехода в штопор (так как на больших высотах существенно повышается воздушная скорость ЛА).

Режимы штопора современных самолетов классифицируются по шести признакам:

1. По положению ЛА относительно вектора скорости:

а) нормальный штопор — движение самолета на положительных углах атаки, больших $\alpha_{св} > 0$; основные признаки такого режима: $n_y > 0$; $n_{y\,ср} \sim 1{,}0$; летчик в положении «головой вверх»;

б) перевернутый штопор — движение самолета на отрицательных углах атаки, превышающих по абсолютной величине $\alpha_{св}$; основные признаки такого режима: $n_y < 0$; $n_{y_{ср}} \sim -1{,}0$; летчик в положении «головой вниз».

2. По средней величине угла атаки в режиме и положению ЛА относительно горизонтальной плоскости:

а) очень крутой штопор — углы атаки до 35°;

б) крутой штопор — углы атаки 35...70°;

в) плоский штопор — углы атаки более 70°.

3. По направлению вращения самолета в режиме:

а) правый штопор (внутри правая консоль крыла, $\omega_y < 0$);

б) левый штопор (внутри левая консоль крыла, $\omega_y > 0$).

4. По характеру изменения параметров движения ЛА в процессе выполнения одного витка:

а) равномерный штопор — небольшие изменения по времени угловых скоростей, а также углов атаки и скольжения, когда они близки к своим средним значениям;

б) неравномерный или колебательный штопор — значительные изменения во времени указанных выше параметров движения самолета.

5. По степени изменения средних значений параметров движения ЛА в штопоре от витка к витку:

а) установившийся штопор — характер изменения параметров движения и их значения в сходственные моменты времени сохраняются неизменными от витка к витку;

б) неустановившийся штопор — параметры движения и характер изменения их по времени изменяются от витка к витку.

6. По способности ЛА без участия летчика поддерживать режим штопора:

а) устойчивый штопор — при неизменном положении рычагов управления (в том числе и нейтральном) самолет сохраняет режим штопора, и для вывода его из режима летчику необходимо применять активные методы пилотирования;

б) неустойчивый штопор — при неизменном положении рычагов управления (в том числе и нейтральном) самолет прекращает режим штопора и переходит на эксплуатационные углы атаки либо изменяет режим штопора.

При подготовке к летным исследованиям штопора современного самолета опираются на результаты аэродинамических исследований его модели, а также на имеющийся опыт аналогичных испытаний других самолетов, близких по своим аэродинамической и весовой компоновкам к испытываемому. Исследования в аэродинамический трубах и на свободнолетающих динамически подобных моделях позволяют составить предварительное мнение об ожидаемых характеристиках штопора этого самолета и подобрать для него соответствующий метод вывода из нормального и перевернутого штопора.

Для современных самолетов разработан ряд методов вывода самолета из режимов нормального и перевернутого штопора. Их при-

менение зависит от вида штопора и органов управления самолета. В процессе проведения летных испытаний в случае неэффективности разработанных методов используют специальные противоштопорные устройства (ракеты, парашют). Если есть возможность использования двигательной установки для создания управляющих моментов на больших углах атаки и в штопоре (например, создания «разнотяга» двигателей или поворота вектора тяги), то, как показывает практика, это средство может быть весьма эффективным для вывода самолета из штопора.

Следует отметить, что режим штопора весьма сложен для летчика как в распознавании, так и в выводе из него самолета. Поэтому представляет интерес разработка автоматических устройств, позволяющих обеспечивать вывод самолета из штопора оптимальным образом. Современные средства измерения параметров движения самолета, а также вычислительные бортовые машины в составе систем управления позволяют реализовать достаточно сложные алгоритмы управления самолетом, учитывающие возможности всех органов управления для создания потребных управляющих моментов.

20.3.3. НЕУПРАВЛЯЕМОЕ ДВИЖЕНИЕ КРЕНА

Существует несколько видов критических режимов, которые связаны с развитием неуправляемого движения самолета по крену.

Один из них получил название **режим инерционного вращения или аэроинерционное самовращение**. Так называют самопроизвольное движение самолета относительно трех осей с большой угловой скоростью и значительными угловыми ускорениями, сопровождающееся быстрым возрастанием положительных или отрицательных углов атаки и скольжения, а также нормальной и поперечной перегрузок. Этот критический режим может развиться при превышении более чем на 10...15 % максимально допустимой в эксплуатации скорости крена.

Физической причиной возникновения этого режима являются аэродинамическое и инерционное взаимодействия продольного и бокового движений при вращении самолета по крену.

Приближенный теоретический анализ показывает (см. подразд. 20.1, 20.2), что в общем случае у самолета существуют две критические скорости крена, при которых периоды его враще-

ния относительно продольной оси совпадают с периодами свободных недемпфированных колебаний относительно нормальной или поперечной осей. По мере приближения угловой скорости вращения по крену к одной из критических скоростей степень проявления взаимодействия продольного и бокового движений будет увеличиваться, что может привести к потере устойчивости движения самолета. Проведем качественный анализ влияния параметров самолета и режимов его полета на величины критических скоростей крена, приближенные выражения для которых имеют вид

$$\omega_\alpha \cong \sqrt{-\frac{m_z^\alpha qSb_A}{I_y - I_x}}; \quad \omega_\beta \cong \sqrt{-\frac{m_y^\beta qSl}{I_z - I_x}}.$$

Из приведенных формул следует, что с увеличением степени статической устойчивости самолета, его момента инерции относительно продольной оси и скоростного напора q и уменьшением моментов инерции относительно нормальной и поперечной осей самолета (точнее, разности моментов инерции $I_y - I_x$ и $I_z - I_x$) повышаются критические скорости крена ω_α и ω_β. С увеличением числа M и высоты полета критические скорости крена уменьшаются, причем одна из них — особенно сильно вследствие падения путевой устойчивости самолета при $M > 1$ и уменьшения с высотой скоростного напора (при $M = \text{const}$).

Теоретический анализ и опыт летных исследований показывают, что опасность неблагоприятного проявления на самолете взаимодействия продольного и бокового движений при маневре становится тем больше, чем меньше $\min(\omega_\alpha, \omega_\beta)$ и выше $\max(\omega_\alpha, \omega_\beta)$. Следовательно, у современного сверхзвукового самолета тенденция к развитию неустойчивого движения должна усиливаться с увеличением числа M и высоты полета. При этом она проявится тем резче, чем больше будут отличаться частоты свободных недемпфированных колебаний самолета в плоскостях тангажа и рыскания, а следовательно, и фактические запасы продольной и путевой статической устойчивости.

В реальном полете опасность неблагоприятного проявления инерционного взаимодействия может существенно возрасти или, наоборот, понизиться в зависимости от того, как будут изменяться аэродинамические моменты самолета при скорости крена, мень-

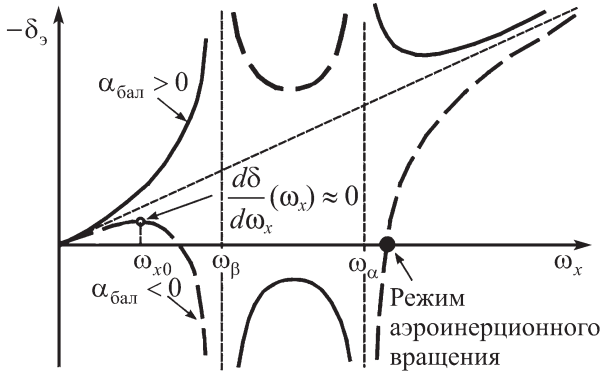


Рис. 20.9. Зависимость угла отклонения элеронов от установившейся угловой скорости крена:
—— $\alpha_{бал} > 0$; – – – $\alpha_{бал} < 0$

шей $\min(\omega_\alpha, \omega_\beta)$, поскольку в процессе своего вращения самолет подвергается воздействию не только инерционных, но и аэродинамических моментов.

Балансировочные углы атаки и скольжения в момент отклонения элеронов в известной мере предопределяют характер последующего движения самолета.

На рис. 20.9 показан характер изменения потребных для балансировки самолета в режиме установившегося вращения с различной скоростью крена углов отклонения элеронов при положительном и отрицательном исходных углах атаки и нулевом исходном угле скольжения. Видно, что в обоих случаях отсутствует линейная связь между скоростью крена и балансировочным углом отклонения элеронов. Однако при положительных исходных углах атаки и $m_x^\beta < 0$ балансировочная кривая с увеличением скорости крена отклоняется вверх, что затрудняет рост угловой скорости самолета до первой критической скорости $\min(\omega_\alpha, \omega_\beta)$. При отрицательных исходных углах атаки и $m_x^\beta > 0$ на балансировочной кривой в докритической области скоростей крена при $\omega_x \cong \omega_{x0}$ появляется характерная «ложка» $\frac{d\delta_э}{d\omega_x} = 0$ и далее с увеличением ω_x ($\omega_x > \omega_{x0}$) нарастает тенденция к самопроизвольной раскрутке и переходу на скорости крена, бóльшие $\max(\omega_\alpha, \omega_\beta)$. Возникающие при этом балансиро-

ровочные режимы вращения с угловой скоростью крена, превышающей $\max(\omega_\alpha, \omega_\beta)$, при неотклоненных элеронах и называют режимами инерционного вращения. Существование этих критических режимов определяется неблагоприятным сочетанием следующих факторов:

знака и величины исходных углов атаки и скольжения;

высоты и числа М полета;

степени поперечной статической устойчивости самолета и характера ее зависимости от угла атаки;

абсолютной величины и степени отличия первой критической скорости крена от второй (зависящих от частных особенностей аэродинамической и весовой компоновок самолета);

положения органов управления в исходном режиме полета;

значения скорости крена, которая может быть создана полным отклонением элеронов.

Опыт показывает, что инерционное самовращение современных самолетов имеет следующие характерные особенности:

1. Интенсивное вращение самолета (нередко со скоростью до 6 рад/с и более), сопровождающееся быстрым ростом нормальной перегрузки (положительной или отрицательной), а также значительными и резкими изменениями боковой перегрузки.

2. Необычная или обратная реакция самолета на отклонения рычагов управления.

3. Кажущееся несоответствие между характерами изменения скорости тангажа и нормальной перегрузки, а также скорости рыскания и поперечной перегрузки.

4. Крайняя сложность для летчика пространственной ориентировки вследствие быстрого вращения самолета, большой нестационарности самого процесса и воздействия на летчика значительных перегрузок.

К числу наиболее заметных летчику признаков начала этого режима относятся самопроизвольное быстрое нарастание нормальной и боковой перегрузок при неизменном положении рычагов управления, а также продолжительный (в течение 5...7 с и более) рост скорости крена при постоянном угле отклонения элеронов. В режиме аэроинерционного самовращения коренным образом изменяется характер реакции самолета на отклонения рычагов управления; естественные, с точки зрения летчика, отклонения рулей обычно дают обратный результат. Так, продоль-

ное перемещение рычага (штурвала) управления с целью парирования самопроизвольного роста нормальной перегрузки (положительной или отрицательной) приводит к интенсивному ее возрастанию и вращению самолета. Отклонение рычага управления против вращения при этом не дает ожидаемого уменьшения скорости крена. Обратный эффект наблюдается и при отклонении педалей против вращения.

Другой вид неуправляемого движения по крену возникает при превышении предельной индикаторной скорости полета или предельного скоростного напора $V_{i\,\text{пред}}$ ($q_{\text{пред}}$) и представляет собой *самопроизвольное и непарируемое прямыми отклонениями элеронов интенсивное кренение самолета со стремлением его войти в крутую спираль*, прогрессивно нарастающее при увеличении скорости самолета и угла атаки. Этот критический режим может развиваться при превышении более чем на 60...100 км/ч максимально допустимой индикаторной скорости. Он начинается с самопроизвольного интенсивного кренения, не парируемого даже полными прямыми отклонениями элеронов, и может привести к затягиванию самолета в крутую спираль. Под воздействием момента рыскания от возникающего при крене скольжения самолет разворачивается, опуская нос, и, быстро снижаясь по спиралеобразной траектории, все более разгоняется и увеличивает скорость вращения. В такой критической ситуации ($\omega_x \neq 0,\ V_y < 0$) попытки летчика устранить эти явления обычными приемами пилотирования приводят к увеличению нормальной перегрузки, угла пикирования и скорости вращения, а также к быстрому росту скорости снижения. По существу, возникает устойчивое неуправляемое падение самолета по спиралеобразной траектории малого радиуса. Угол крена прогрессивно нарастает с увеличением скорости ЛА и угла атаки и не устраняется даже полным отклонением элеронов против крена.

Причиной возникновения этого опасного режима является потеря поперечной управляемости или даже возникновение обратной реакции самолета на отклонение органов поперечного управления вследствие их реверса (см. подразд. 11.2, рис. 11.15). Поводом для начала неуправляемого движения по крену могут послужить как поперечная несимметрия самолета, так и воздействие внешнего бокового возмущения.

Хорошо заметным летчику признаком развития этого критического режима является прогрессивный рост потребных для балан-

сировки самолета в полете без крена отклонений вбок рычага (штурвала) управления при небольшом увеличении скорости самолета или нормальной перегрузки. В расчетных условиях эксплуатации самолетов такое отклонение рычага управления не должно превышать 20 % полного его хода вбок.

Наиболее характерные признаки начала режима неуправляемого движения крена:

1) самопроизвольный переход самолета в крутую спираль, радиус которой все более уменьшается при отклонении летчиком рычага (штурвала) управления на себя и против крена;

2) обратная реакция самолета на отклонение элеронов при парировании крена, усиливающаяся с увеличением скорости его движения и нормальной перегрузки;

3) большая, быстро возрастающая величина вертикальной скорости снижения самолета ($V_y = -250...-300$ м/с).

Еще один вид неуправляемого движения крена возникает при существенном превышении максимально допустимого в эксплуатации сверхзвукового числа $M_{доп}$, например, при отказе указателя числа М или при отказе автомата путевой устойчивости. В такой режим, в отличие от аэроинерционного самовращения, самолет может войти в процессе поступательного движения по прямолинейной траектории при отсутствии начального вращения. В результате потери самолетом путевой устойчивости под воздействием дестабилизирующего момента рыскания происходит быстрое увеличение угла скольжения, приводящее к самопроизвольному росту поперечной перегрузки и резкому вращению по крену. В дальнейшем развивается неуправляемое движение самолета относительно трех осей со значительными угловыми скоростями и, как следствие, большими нормальными и поперечными перегрузками, периодически изменяющими свою величину, а иногда и знак. Появление больших нормальных перегрузок и циклическое изменение нормальной и поперечной перегрузок являются следствием кинематической взаимосвязи продольного и бокового движений самолета, возникающих при вращении его относительно оси, не совпадающей с осью *OX* связанной системы координат. Такой режим свободного (неуправляемого) движения самолета иногда называют сверхзвуковым срывом, характерными признаками которого являются:

интенсивное развитие скольжения и поперечной перегрузки;

быстрое вращение самолета относительно трех осей с угловой скоростью более 1 рад/с, которое сопровождается нарастанием нормальной и поперечной перегрузок, амплитуда и знак которых циклически меняются;

отсутствие заметной реакции самолета на отклонение органов управления.

Так же, как и инерционное самовращение, сверхзвуковой срыв опасен по следующим двум причинам:

самопроизвольный рост нормальной и поперечной перегрузок, которые могут превысить допустимые в эксплуатации;

самопроизвольный рост углов скольжения и атаки, что может привести к сваливанию и штопорному движению.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1

ТАБЛИЦЫ НАПРАВЛЯЮЩИХ КОСИНУСОВ

Матрицы направляющих косинусов приведены в табл. П1.1, П1.2 и П1.3.

Таблица П1.1

Система координат		Нормальная система координат		
		OX_g	OY_g	OZ_g
Связанная	OX	$\cos\vartheta\cos\psi$	$\sin\vartheta$	$-\cos\vartheta\sin\psi$
	OY	$\sin\gamma\sin\psi - \cos\gamma\sin\vartheta\cos\psi$	$\cos\gamma\cos\vartheta$	$\sin\gamma\cos\psi + \cos\gamma\sin\vartheta\sin\psi$
	OZ	$\cos\gamma\sin\psi + \sin\gamma\sin\vartheta\cos\psi$	$-\sin\gamma\cos\vartheta$	$\cos\gamma\cos\psi - \sin\gamma\sin\vartheta\sin\psi$
Скоростная	OX_a	$\cos\vartheta_a\cos\psi_a$	$\sin\vartheta_a$	$-\cos\vartheta_a\sin\psi_a$
	OY_a	$\sin\gamma_a\sin\psi_a - \cos\gamma_a\sin\vartheta_a\cos\psi_a$	$\cos\gamma_a\cos\vartheta_a$	$\sin\gamma_a\cos\psi_a + \cos\gamma_a\sin\vartheta_a\sin\psi_a$
	OZ_a	$\cos\gamma_a\sin\psi_a + \sin\gamma_a\sin\vartheta_a\cos\psi_a$	$-\sin\gamma_a\cos\vartheta_a$	$\cos\gamma_a\cos\psi_a - \sin\gamma_a\sin\vartheta_a\sin\psi_a$
Траекторная	$OX_к$	$\cos\Theta\cos\Psi$	$\sin\Theta$	$-\cos\Theta\sin\Psi$
	$OY_к$	$-\sin\Theta\cos\Psi$	$\cos\Theta$	$\sin\Theta\sin\Psi$
	$OZ_к$	$\sin\Psi$	0	$\cos\Psi$

Таблица П1.2

Система координат		Скоростная система координат		
		OX_a	OY_a	OZ_a
Связанная	OX	$\cos\alpha\cos\beta$	$\sin\alpha$	$-\cos\alpha\sin\beta$
	OY	$-\sin\alpha\cos\beta$	$\cos\alpha$	$\sin\alpha\sin\beta$
	OZ	$\sin\beta$	0	$\cos\beta$
Траекторная	$OX_к$	1	0	0
	$OY_к$	0	$\cos\gamma_a$	$-\sin\gamma_a$
	$OZ_к$	0	$\sin\gamma_a$	$\cos\gamma_a$

Таблица П1.3

Система координат		Полусвязанная система координат		
		OX_e	OY_e	OZ_e
Связанная	OX	$\cos\alpha$	$\sin\alpha$	0
	OY	$-\sin\alpha$	$\cos\alpha$	0
	OZ	0	0	1
Скоростная	OX_a	$\cos\beta$	0	$\sin\beta$
	OY_a	0	1	0
	OZ_a	$-\sin\beta$	0	$\cos\beta$

Проекции вектора угловой скорости вращения $\vec{\omega}$ относительно нормальной системы координат:

на оси связанной системы координат:

$$\omega_x = \dot{\gamma} + \dot{\psi}\sin\vartheta;$$
$$\omega_y = \dot{\vartheta}\sin\gamma + \dot{\psi}\cos\vartheta\cos\gamma;$$
$$\omega_z = \dot{\vartheta}\cos\gamma - \dot{\psi}\cos\vartheta\sin\gamma;$$

на оси скоростной системы координат:

$$\omega_{xa} = \omega_x\cos\alpha\cos\beta - \omega_y\sin\alpha\cos\beta + \omega_z\sin\beta - \dot{\alpha}\sin\beta;$$
$$\omega_{ya} = \omega_x\sin\alpha + \omega_y\cos\alpha - \dot{\beta};$$
$$\omega_{za} = -\omega_x\cos\alpha\sin\beta + \omega_y\sin\alpha\sin\beta + \omega_z\cos\beta - \dot{\alpha}\cos\beta;$$

на оси траекторной системы координат:

$$\omega_{x\text{к}} = \dot{\Psi}\sin\Theta;$$
$$\omega_{y\text{к}} = \dot{\Psi}\cos\Theta;$$
$$\omega_{x\text{к}} = \dot{\Theta}.$$

Приложение 2

КЛАССИФИКАЦИЯ АЭРОДРОМОВ [35]

В состав аэродромов входят следующие основные элементы:

взлетно-посадочные полосы (ВПП) с искусственным (ИВПП) или грунтовым (ГВПП) покрытием;

рулежные дорожки;
боковые (БПБ) и концевые (КБП) полосы безопасности;
места стоянки воздушных судов;
места специального назначения.
Гражданские аэродромы РФ подразделяются на классы:
по длине ВПП (табл. П2.1);

Таблица П2.1

Класс аэродрома	Длина ВПП, м
А	Не менее 3200
Б	От 2600 до 3200
В	От 1800 до 2600
Г	От 1300 до 1800
Д	От 1000 до 1300
Е	От 500 до 1000

по взлетной массе принимаемых самолетов (табл. П2.2).

Таблица П.2.2.

Класс аэродрома	Взлетная масса, т	Принимаемые самолеты (пример)
Вне класса (без ограничения массы)	—	Ан-124, Ан-225, А380
1	75 и более	Ту-154, Ил-62, Ил-96
2	От 30 до 75	Ан-12, Як-42, Ту-134
3	От 10 до 30	Ан-24, Ан-26, Як-40
4	До 10	Ан-2, Ан-28, Л-410

Ширина отдельных элементов ВПП приведена в табл. П2.3.

Таблица П2.3.

Элемент ВПП	Ширина элемента ВПП (м) для аэродромов классов А...Е					
	А	Б	В	Г	Д	Е
ИВПП	60	45	42	35	28	21
ГВПП	100	100	85	75	75	60
БПБ	60	60	50	50	40	30
КБП*	95 (75)	75 (50)	75 (50)	45 (30)	45 (30)	–

* В скобках указана длина КБП.

Для аэродромов международных аэропортов должны соблюдаться стандарты и рекомендации Международной организации гражданской авиации (ИКАО). В соответствии с директивными документами ИКАО классификация аэродромов осуществляется по кодовому обозначению, состоящему из двух элементов:

цифры, обозначающей длину ВПП;

буквы, соответствующей размаху крыла самолета и расстоянию между внешними колесами основных опор шасси.

Классификация аэродромов ИКАО приведена в табл. П2.4.

Таблица П2.4.

Кодовый номер	Длина ВПП, м	Кодовая буква	Размах крыла, м	Расстояние между колесами основных опор шасси, м
1	Менее 800	A	Менее 15	Менее 4
2	От 800 до 1200	B	От 15 до 24	От 4 до 6
		C	От 24 до 36	От 6 до 9
3	От 1200 до 1800	D	От 36 до 52	От 9 до 14
4	Более 1800	E	От 52 до 60	От 9 до 14

Пример: Самолет Ил-96М с расчетной длиной взлета в стандартных условиях 3350 м, размахом крыла 60,1 м и расстоянием между внешними колесами основного шасси 10,4 м по классификации ИКАО соответствует аэродрому 4E.

Приложение 3

МЕТОДЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ В ДИНАМИКЕ ПОЛЕТА

Опыт проектирования современных самолетов показывает, что существующие критерии далеко не всегда позволяют выбрать наилучшие пилотажные свойства самолета и обеспечить необходимый уровень безопасности полета. Кроме того, многие современные самолеты имеют специфические особенности реакции, которые не охватываются существующими критериями, что затрудняет выбор параметров проектируемого самолета расчетными методами. Мно-

гие из этих особенностей проявляются в замкнутом контуре «самолет–летчик», что при решении задачи путем математического моделирования требует знания моделей действий летчика. Неточность существующих моделей не позволяет считать результаты моделирования системы «самолет–летчик» окончательными и требует проведения экспериментальных исследований для уточнения требований к пилотажным характеристикам. Эти исследования проводят на пилотажных стендах и летающих лабораториях, на которых решаются следующие задачи:

определение соответствия пилотажных свойств проектируемого самолета нормативным требованиям и их выбор;

выбор условий проведения летного эксперимента и тренировки летчиков для повышения эффективности летных исследований. Такие тренировки необходимы при освоении новых режимов полета (вертикальный взлет и посадка, посадка на палубу авианосца и др.), новых типов самолетов в условиях, когда для них еще не созданы тренажерные средства;

разработка нормативных требований к пилотажным свойствам самолетов («расходы» усилий на рычагах управления, коэффициент относительного демпфирования и др.). Помимо стендов для формирования этих требований используются результаты летных экспериментов;

проведение фундаментальных исследований закономерностей поведения летчика и влияния на них различных переменных (параметров входного сигнала, динамических характеристик самолета, показателей пилотажной индикации, ускорений и других факторов);

уточнение алгоритмов системы управления, вида индикации и законов формирования директорных и других меток, синтезируемых на современных индикаторах, устанавливаемых в кабине самолета.

Пилотажные стенды

Основным оборудованием для приведенных выше исследований являются пилотажные стенды, которые представляют собой комплекс устройств (подсистем) для моделирования в наземных условиях процесса пилотирования самолета летчиком (рис. П3.1).

Как инструмент научных исследований и средство отработки технических решений, принимаемых при проектировании самолета, пилотажный стенд должен отвечать требованиям имитации полета с высоким качеством и соответствия получаемых на нем результатов полетным.

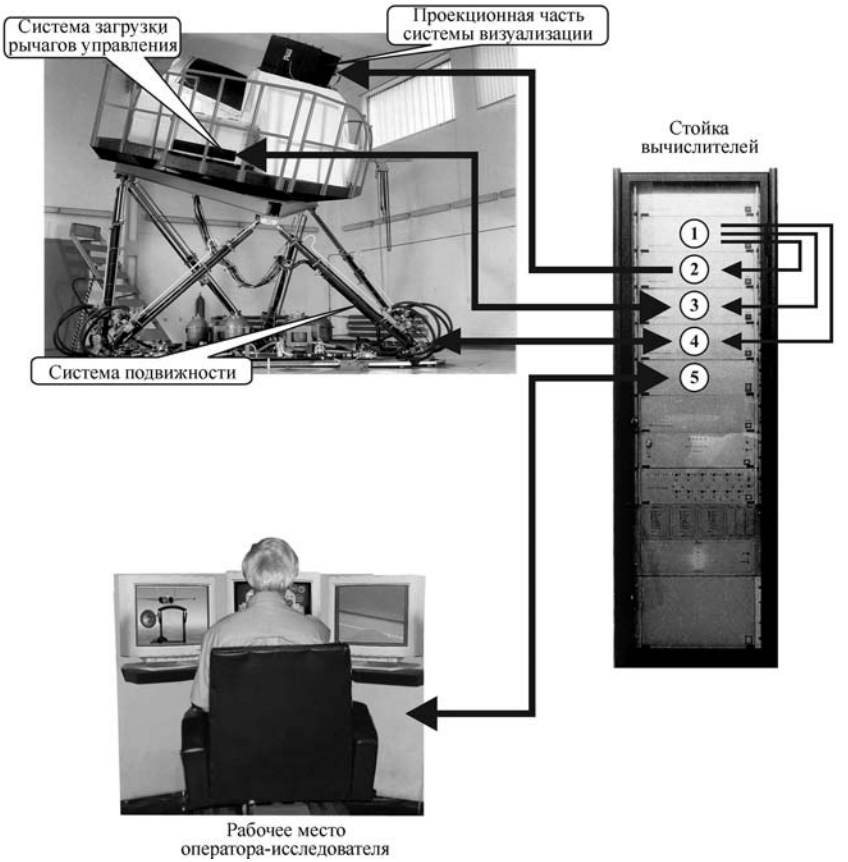


Рис. П3.1. Структурная схема взаимодействия подсистем пилотажного стенда: ① — вычислитель динамики движения самолета; ② — вычислитель системы визуализации; ③ — вычислитель моделирования усилий; ④ — вычислитель для управления системой подвижности; ⑤ — вычислитель для отображения результатов экспериментов

Пилотажный стенд состоит из подсистем:
моделирования динамики полета самолета;
имитации визуальной окружающей обстановки;
моделирования усилий на рычагах управления;
имитации угловых и линейных ускорений;
обработки данных и управления экспериментом.

При формировании требований к пилотажному стенду необходимо учитывать, что подсистемы стенда и летчик-оператор, участ-

вующий в наземном эксперименте, взаимодействуют в замкнутом контуре, характеристики которого должны быть аналогичными получаемым в полете в контуре «самолет–летчик». Для выполнения этого условия необходимо, чтобы динамика самолета достаточно точно моделировалась вычислителем стенда и, кроме того, характеристики действий летчика-оператора на стенде соответствовали реальным, достигаемым в полете. В связи с тем, что действия летчика являются его реакцией на восприятие информации, обеспечение соответствия результатов наземного и летного экспериментов требует учета основных закономерностей восприятия различной информации (зрительной, акцелерационной, кинестетической, т.е. информации об усилиях и перемещениях рычага). Помимо близости характеристик действий летчика и условий восприятия информации необходимо учитывать адекватность психофизиологического состояния летчика и его загрузки на стенде и в полете.

Система моделирования динамики полета самолета. Современная система моделирования динамики полета представляет собой цифровой вычислитель и программные средства, которые, как правило, строятся на базе системы MATLAB/SIMULINK. Эта система должна осуществлять вычисления в реальном масштабе времени параметров движения планера, его системы управления (СУ), измерительных и исполнительных элементов при выполнении самолетом различных фаз полета, включая движение по земле, при взлете и посадке.

Структурная схема системы моделирования динамики самолета приведена на рис. П3.2. Правые части уравнений, решаемых при моделировании, должны содержать банки данных аэродинамических характеристик, т.е. зависимости $c_{xa}, c_{ya} = f(\alpha, H, \mathrm{M}, \delta_i)$, где δ_i — углы отклонения управляющих поверхностей, а также двигателя, т.е. $P = f(n, H, \mathrm{M})$, где n — число оборотов ротора двигателя. В процессе выполнения «полета» на стенде возможны любые угловые положения модели самолета. Необходимо отметить, что современные компьютеры обеспечивают практически любую скорость вычислений уравнений, описывающих динамику самолета. При этом шаг интегрирования Δt, как правило, не превышает 0,01 с, что позволяет моделировать даже такие эффекты, как влияние упругих колебаний на динамику движения самолета или процесс взаимодействия колес шасси с поверхностью в процессе движения самолета по ВПП.

Имитация визуальной окружающей обстановки. Визуальную окружающую обстановку подразделяют на внутрикабинную и внешнюю.

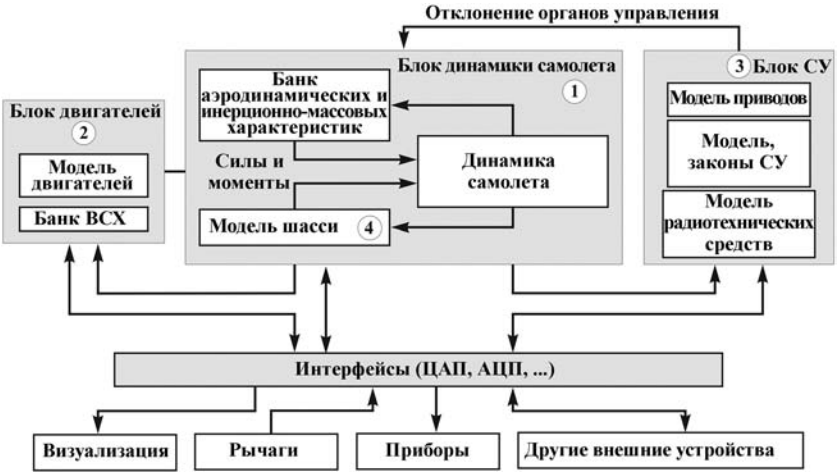


Рис. П3.2. Структурная схема системы моделирования динамики самолета:
ВСХ — высотно-скоростные характеристики

Внутрикабинная обстановка представляет собой макет кабины самолета с рычагами управления, пилотажно-навигационными приборами, тумблерами, индикаторами контроля двигателя и другим оборудованием. Многие из этих элементов являются электромеханическими, и для сопряжения их с вычислителем требуется установка преобразователей электрических (аналоговых) сигналов в цифровые и наоборот, которые называются аналого-цифровыми и цифроаналоговыми преобразователями (АЦП и ЦАП). Индикация современных самолетов, как гражданских, так и военных, все в большей степени строится с использованием жидкокристаллических панелей (дисплеев), позволяющих передавать летчику в комплексном виде необходимую, в том числе и нетрадиционную, прогнозную информацию, отображать сложную навигационную обстановку, комплексно отображать состояние различных систем самолета. Такая информация синтезируется отдельным вычислителем, который на стенде сопрягается с вычислителем динамики полета.

Система имитации внешней визуальной обстановки состоит из вычислительной и проекционной частей.

Вычислитель этой системы осуществляет вычисление кадра, который видел бы летчик из кабины самолета в рассматриваемый момент времени. Построение этого изображения происходит с учетом требований геометрического подобия изображения, проецируемого на эк-

ран, и реального изображения. Для организации внешней визуальной обстановки требуется проведение большой предварительной работы, связанной с созданием сценариев местности, над которой совершается полет. Степень удаленности самолета от земли или отображаемого объекта (другого самолета, дозаправочного конуса и т.д.) обусловливает различные требования к детализации генерируемого трехмерного изображения. Для обеспечения достоверности генерируемого изображения при уменьшении дальности до объекта степень детализации должна увеличиваться. Однако при этом предъявляются повышенные требования к возможностям вычислителя. Считается, что частота смены кадра генерируемого изображения f должна быть не ниже 25 Гц, что не приводит к заметному отличию в действиях летчика и исключает эффект дискретности передаваемого изображения, возникающего при резких угловых перемещениях самолета.

Проекционная часть строится таким образом, чтобы обеспечить в большинстве задач пилотирования основные закономерности функционирования зрительного аппарата человека [27]. В этих целях изображение проецируется на экраны, удаленные на расстояние более 3,5...4,0 м от глаза летчика, либо на коллиматорные линзы.

При выборе проекционной части наряду с особенностями работы зрительного аппарата человека необходимо также учитывать и влияние угла обзора. Как показывают исследования, его увеличение приводит к повышению точности пилотирования. Считается, что проекционная часть, обеспечивающая угол обзора по горизонтали $\pm 90°$, позволяет эффективно моделировать задачи стабилизации самолета по углу крена, а также сваливания.

Система моделирования усилий на рычагах управления. Рычаги управления являются каналом передачи самолету управляющих действий летчика в замкнутом контуре управления. Эти действия реализуются в виде усилий, прикладываемых к рычагам управления, и их перемещений. Соотношения между усилиями и перемещениями являются характеристиками системы штурвального управления. Летчики чрезвычайно чувствительны к этим характеристикам, и неправильный их выбор существенно влияет на возможности оценивания или выбор летчиком других характеристик самолета (например, собственной частоты колебаний или короткопериодического демпфирования). Поэтому пилотажные стенды должны быть оборудованы специальными системами имитации усилий. Основными воспроизводимыми ими факторами являются: жесткость P^X; демпфирование $P(\dot{X})$; инерционность, трение, люфты механической проводки, если они

присутствуют в системе штурвального управления; предварительный затяг, т.е. прикладываемое летчиком усилие к рычагу управления P_{0X}, при котором он начинает перемещаться, и другие нелинейности.

Для воспроизведения этих факторов на пилотажных стендах используют электрогидравлические или электрические системы загрузки рычагов управления. Такие системы имеют, как правило, отдельные вычислители, моделирующие динамику системы штурвального управления.

Система имитации угловых и линейных ускорений. Эксперименты показывают [27], что подвижность кабины в ряде случаев существенно влияет на результаты исследований на подвижных стендах. Так, например, в задаче стабилизации угла крена точность пилотирования при ощущении летчиком вращения увеличивается в 1,5...2 раза. При этом также происходят увеличение частоты среза разомкнутой системы «самолет–летчик» и уменьшение времени запаздывания летчика. Роль вестибулярной системы человека, воспринимающей ускорения самолета, состоит в том, что вместе с другими анализаторами (зрительными, слуховыми) она формирует у летчика целостный образ полета. Поэтому моделирование ускорений широко практикуется при создании пилотажных стендов. Однако при этом приходится сталкиваться с целым рядом проблем. Главная из них связана с ограниченностью размеров помещений, в которых размещается стенд. Это, в свою очередь, ограничивает реальный диапазон ускорений и длительность их действия. Как известно, перемещение самолета по высоте связано с приращением перегрузки $\Delta n_y = n_{ya} - 1$ уравнением $H = \frac{gt^2}{2}\Delta n_y$. Таким образом, воспроизведение приращения перегрузки $\Delta n_y = 1$ в течение 2 с приводит к изменению высоты самолета $H \cong 20$ м. Такие перемещения требуют огромных помещений. Поэтому воспроизводимые ускорения, как правило, приходится трансформировать с помощью законов управления подвижностью. Эти законы реализуются либо в отдельном вычислителе, либо в одном из вычислителей стенда. При их создании важно обеспечить летчику ощущение начального перемещения кабины, после чего ее можно плавно возвратить в исходное положение. Предполагается, что в процессе возврата кабины визуальная информация является основной, используемой летчиком при формировании управляющих действий [27].

Система обработки результатов эксперимента. Система обработки результатов эксперимента представляет собой совокупность программного обеспечения, обслуживаемого отдельным компьютером или одним из вычислителей пилотажного стенда, например вычислителем динамики полета. Программа обработки данных предусматривает вычисление параметров, определяющих точность выполнения летчиком задачи пилотирования и его загрузку.

Результаты обработки данных отображаются графически с помощью широко используемых вычислительных систем типа MATLAB/SIMULINK.

Обработка результатов эксперимента может потребовать осуществления предварительного интерактивного режима работы с данными, связанными с выбором интервала обрабатываемого процесса исследуемых вариантов для сравнения, числом экспериментов для усреднения результатов и другими операциями. В системе обработки результатов эксперимента должны быть предусмотрены соответствующие сервисные программы, запуск которых и работа с которыми должны осуществляться с рабочего места экспериментатора.

Помимо объективно измеряемых показателей процессов в практике проведения исследований на пилотажных стендах пилотажных свойств самолетов общепринято определять субъективные оценки летчика *PR*. При этом, как правило, используются специально разработанные опросные карты, а также шкалы оценок летчика. Одна из таких шкал — шкала Купера–Харпера, получившая широкое распространение во всем мире, приведена на рис. П3.3.

Согласно этой шкале наилучшие пилотажные характеристики имеет самолет, оценка которого $PR = 1$, а наихудшим пилотажным характеристикам соответствует оценка $PR = 10$.

Выбор оценок *PR* осуществляется летчиком исходя из двух показателей:

качества выполнения исследуемой задачи пилотирования;

степени компенсации или коррекции негативных динамических свойств самолета, вводимой летчиком в эксперименте.

В шкале вводится два уровня качества пилотирования: «желаемое» и «достаточное». Для оценивания пилотажных свойств в задачах точного пилотирования этими показателями могут быть показатели точности, причем требование достижения желаемой точности является более высоким по сравнению с достаточной (адекватной) точностью.

При достижении желаемой точности оценки летчика *PR* должны лежать в диапазоне 1...4 баллов. Если качество выполнения задачи

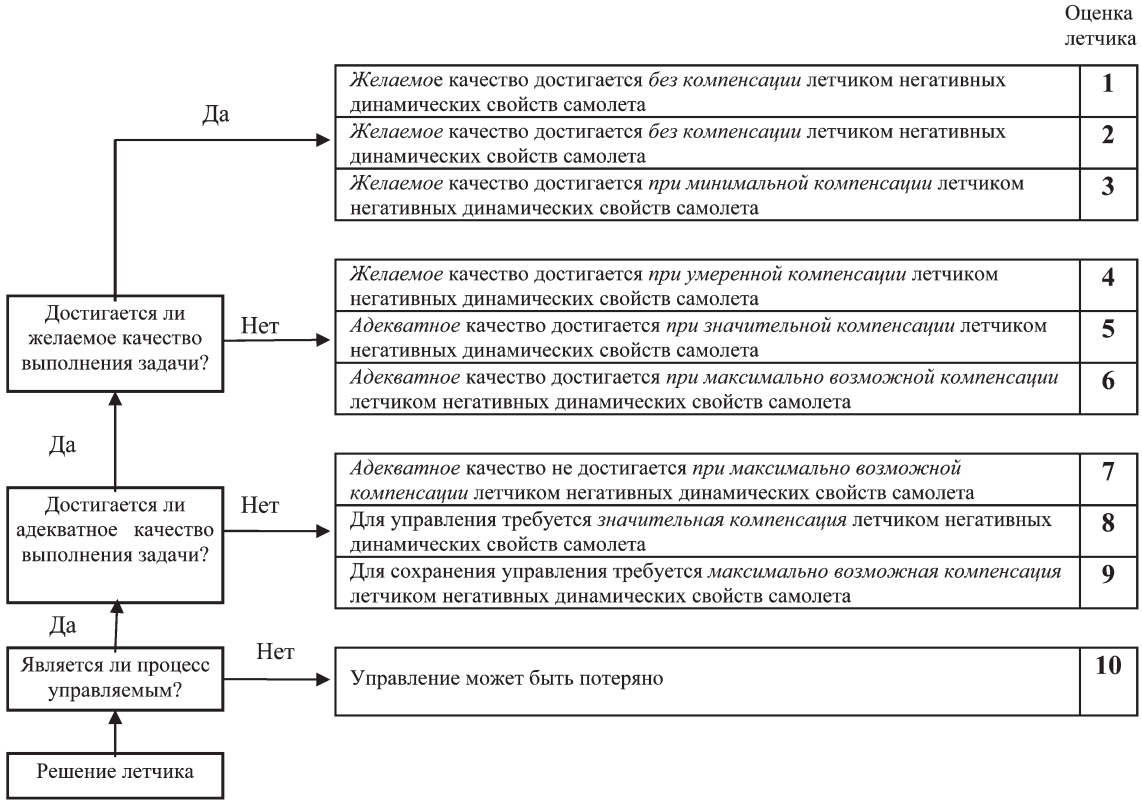


Рис. П3.3. Шкала Купера–Харпера

соответствует адекватному, то оценка *PR* равна 5...6 баллам, и, наконец, если качество выполнения задачи хуже достаточного, то оценка пилотажных свойств *PR* > 7. Оценка *PR* = 10 характеризует такие пилотажные свойства самолета, при которых любая попытка летчика осуществить его пилотирование приводит к развитию неустойчивых процессов.

Вторым показателем шкалы Купера–Харпера является степень компенсации вводимой летчиком, которая либо отсутствует, либо достигает минимального, среднего, значительного или максимально возможного уровня. Повышение уровня компенсации, вводимой летчиком, сопровождается увеличением его загрузки. Считается, что оценки летчика *PR*, равные 1, 2, 3, соответствуют уровню I пилотажных характеристик самолета, оценки *PR*, равные 4, 5, 6, — уровню II и, наконец, оценки *PR*, равные 7, 8, 9, — уровню III.

Из приведенной на рис. П3.3 шкалы видно, что оценкам *PR* = 1 и *PR* = 2 соответствуют одинаковые требования достижения качества управления, а также степени компенсации летчиком негативных свойств самолета. Это вызывает затруднения при выборе оценки пилотажных свойств самолета, близких к наилучшим. Для окончательного решения летчику предлагается в опросном листе, который всегда заполняется при оценивании пилотажных свойств, словесно описать характеристики самолета. Если он их определяет как «отличные» и «наилучшие», то рекомендуется дать оценку *PR* = 1. Если же он их считает хорошими, имеющими «незначительные недостатки», то предлагается считать свойства самолета соответствующими оценке *PR* = 2.

Так как в процессе проведения исследований одни и те же пилотажные характеристики могут быть оценены по-разному, то в практике исследований проводят осреднение. Это привело к тому, что границей уровня I пилотажных характеристик является оценка *PR* = 3,5, границей уровня II — *PR* = 6,5.

Министенды

Помимо пилотажных стендов в практике исследований используют и упрощенные установки — министенды (рабочие станции). Они используются для моделирования отдельных задач пилотирования на предварительном этапе решения исследовательских задач. На этом этапе, как правило, проводят основную часть экспериментов с целью выявления области параметров, которая должна быть тщательно проверена на последующих этапах экспериментальных

Рис. П3.4. Рабочая станция

исследований. Поэтому программное обеспечение рабочих станций должно быть ориентировано на осуществление большого числа экспериментов за ограниченное время и содержать подсистему подготовки к проведению исследований.

В отличие от пилотажных стендов эти установки не имеют системы подвижности, а система имитации визуальной обстановки, как правило, реализует упрощенные варианты представления внешней обстановки. Обычно представляется та информация, которая является существенной для летчика в рассматриваемой задаче пилотирования и используется им для образования замкнутой системы. При моделировании динамики полета здесь наряду с нелинейными системами используют линеаризированные модели, аппроксимирующие реакцию самолета в существенном для летчика частотном диапазоне (0,015...2 Гц). Такие станции должны иметь системы имитации усилий с возможностью изменения характеристик загрузки рычагов управления в достаточно широком диапазоне. На рис. П3.4 представлен один из вариантов такой рабочей станции.

Приложение 4

ЧИСЛОВЫЕ ЗНАЧЕНИЯ РЯДА ПАРАМЕТРОВ МЕЖДУНАРОДНОЙ СТАНДАРТНОЙ АТМОСФЕРЫ (табл. П4.1)

Таблица П4.1

Геометрическая высота H, м	Температура T, К	Давление p, Па	Плотность ρ, кг/м^3	$\frac{p}{p_0}$	$\frac{\rho}{\rho_0}$	Скорость звука a, м/с	Кинематическая вязкость ν, м^2/с
0	288,150	1,01325 + 5	1,22500	1,00000	1,00000	340,294	1,4607—5
250	286,525	9,83576 + 4	1,19587	9,70714—1	9,76220—1	339,333	1,4897
500	284,900	9,54613	1,16727	9,42130	9,52876	338,370	1,5195
750	283,276	9,26346	1,13921	9,14232	9,29964	337,403	1,5500
1000	281,651	8,98763	1,11166	8,87010	9,07477	336,435	1,5813
1500	278,402	8,45597	1,05810	8,34539	8,63759	334,489	1,6463
2000	275,154	7,95014	1,00655	7,84618	8,21676	332,532	1,7147
2500	271,906	7,46917	9,56954—1	7,37150	7,81187	330,563	1,7868
3000	268,659	7,01212	9,09254	6,92042	7,42248	328,584	1,8628
3500	265,413	6,57804	8,63402	6,49202	7,04818	326,592	1,9429
4000	262,166	6,16604	8,19347	6,08541	6,68854	324,589	2,0275
4500	258,921	5,77526	7,77038	5,69973	6,34317	322,573	2,1167
5000	255,676	5,40483	7,36429	5,33415	6,01166	320,545	2,2110

Продолжение табл. П4.1

Геометрическая высота H, м	Температура T, К	Давление p, Па	Плотность ρ, кг/м^3	$\frac{p}{p_0}$	$\frac{\rho}{\rho_0}$	Скорость звука a, м/с	Кинематическая вязкость ν, м^2/с
5500	252,431	5,05398	6,97469	4,98784	5,69362	318,505	2,3107
6000	249,187	4,72176	6,60111	4,66002	5,38866	316,452	2,4162
6500	245,943	4,40755	6,24310	4,34991	5,09641	314,385	2,5278
7000	242,700	4,11053	5,90018	4,05677	4,81648	312,306	2,6461
7500	239,457	3,82997	5,57192	3,77988	4,54850	310,212	2,7714
8000	236,215	3,56516	5,25786	3,51854	4,29213	308,105	2,9044
8500	232,974	3,31542	4,95757	3,27206	4,04700	305,984	3,0457
9000	229,733	3,08007	4,67063	3,03979	3,81276	303,848	3,1957
9500	226,492	2,85847	4,39661	2,82109	3,58907	301,697	3,3553
10 000	223,252	2,64999	4,13510	2,61533	3,37559	299,532	3,5251
10 500	220,013	2,45402	3,88570	2,42193	3,17200	297,351	3,7060
11 000	216,774	2,26999	3,64801	2,24031	2,97797	295,154	3,8988
11 500	216,650	2,09847	3,37429	2,07103	2,75453	295,069	4,2131
12 000	216,650	1,93994	3,11937	1,91457	2,54643	295,069	4,5574
12 500	216,650	1,79340	2,88375	1,76995	2,35408	295,069	4,9297
13 000	216,650	1,65796	2,66595	1,63628	2,17629	295,069	5,3325
13 500	216,650	1,53276	2,46464	1,51272	2,01195	295,069	5,7680

14 000	216,650	1,41703	2,27855	1,39850	1,86004	295,069	6,2391
14 500	216,650	1,31006	2,10654	1,29293	1,71963	295,069	6,7486
15 000	216,650	1,21118	1,94755	1,19534	1,58983	295,069	7,2995
15 500	216,650	1,11977	1,80057	1,10513	1,46985	295,069	7,8954
16 000	216,650	1,03528	1,66470	1,02174	1,35894	295,069	8,5397
16 500	216,650	9,57173 + 3	1,53911	9,44657—2	1,25642	295,069	9,2366
17 000	216,650	8,84970	1,42301	8,73398	1,16164	295,069	9,9902
17 500	216,650	8,18224	1,31568	8,07524	1,07403	295,069	1,0805—4
18 000	216,650	7,56521	1,21647	7,46628	9,93034—2	295,069	1,1686
18 500	216,650	6,99480	1,12475	6,90333	9,18160	295,069	1,2639
19 000	216,650	6,46747	1,03995	6,38290	8,48942	295,069	1,3670
19 500	216,650	5,97997	9,61565—2	5,90178	7,84951	295,069	1,4784
20 000	216,650	5,52929	8,89097	5,45699	7,25793	295,069	1,5989
21 000	217,581	4,72892	7,57146	4,66708	6,18078	295,703	1,8843
22 000	218,574	4,04748	6,45096	3,99456	5,26609	296,377	2,2201
23 000	219,567	3,46685	5,50055	3,42152	4,49025	297,049	2,6136
24 000	220,560	2,97174	4,69377	2,93287	3,83165	297,720	3,0743
25 000	221,552	2,54921	4,00837	2,51588	3,27214	298,389	3,6135
26 000	222,544	2,18837	3,42565	2,15975	2,79645	299,056	4,2439
27 000	223,536	1,87997	2,92982	1,85538	2,39169	299,722	4,9805

Окончание табл. П4.1

Геометрическая высота H, м	Температура T, К	Давление p, Па	Плотность ρ, кг/м^3	$\frac{p}{p_0}$	$\frac{\rho}{\rho_0}$	Скорость звука a, м/с	Кинематическая вязкость ν, м^2/с
28 000	224,527	1,61619	2,50762	1,59506	2,04704	300,386	5,8405
29 000	225,518	1,39042	2,14783	1,37223	1,75333	301,048	6,8438
30 000	226,509	1,19703	1,84101	1,18137	1,50286	301,709	8,0134
35 000	236,513	5,74592 + 2	8,46334—3	5,67078—3	6,90885—3	308,299	1,8063—3
40 000	250,350	2,87143	3,99566	2,83388	3,26176	317,189	4,0067
45 000	264,164	1,49101	1,96627	1,47151	1,60512	325,823	8,4996
50 000	270,650	7,97787 + 1	1,02687	7,87354—4	8,38264—4	329,799	1,6591—2

Примечание. Значения параметров взяты из ГОСТ 4401–81. Атмосфера стандартная, соответствующего международному стандарту ИСО 2533; геометрическая высота H отсчитывается от среднего уровня моря; p_0, ρ_0 — значения давления и плотности соответственно на среднем уровне моря ($H = 0$); число со знаком «плюс» или «минус», стоящее после параметра, является показателем степени десяти — сомножителя данного параметра, например 1,01325 + 5 означает $1{,}01325 \cdot 10^5$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Бюшгенс Г.С., Дмитриев В.Г., Иродов Р.Д.** Этапы самолетостроения // ТВФ. 2004. № 4–6.

2. **Бухгольц Н.Н.** Основной курс теоретической механики. Ч. I, II. М.: Наука, 1972.

3. **Бюшгенс Г.С., Студнев Р.В.** Динамика продольного и бокового движения. М.: Машиностроение, 1979.

4. **Аэромеханика** самолета / под ред. А.Ф. Бочкарева. М.: Машиностроение, 1985.

5. **Остославский И.В.** Аэродинамика самолета. М.: Оборонгиз, 1957.

6. **Аэродинамика**, устойчивость и управляемость сверхзвуковых самолетов / под ред. Г.С. Бюшгенса. М.: Наука, Физматлит, 1998.

7. **Сурин В.П., Голобородько И.Л., Выскребенцев Л.И.** Динамика и летные испытания самолета: Учеб. пособие. М., изд-е МАИ, 1982.

8. **Голубев В.А.** Двухконтурные авиационные двигатели: Учеб. пособие. М., изд-е. МАИ, 1993.

9. **Аэродинамика** и динамика полета магистральных самолетов / под ред. Г.С. Бюшгенса. Москва–Пекин, изд. отдел ЦАГИ, АВИА-Издательство КНР, 1995.

10. **Энциклопедия** «Авиация» // под ред. Г.П. Свищёва. М.: Большая Российская Энциклопедия, 1994.

11. **Тарасенков А.М., Брага В.Г., Тараненко В.Т.** Динамика полета и боевого маневрирования летательных аппаратов. М., изд-е ВВИА им. проф. Н.Е. Жуковского, 1984.

12. **Руководство** для конструкторов. Т. 1, ЦАГИ, 1943.

13. **Калачев Г.С.** Показатели маневренности, управляемости и устойчивости. М.: Оборонгиз, 1963.

14. **Аэродинамика** самолета Ту-154 / Т.И. Лигум, С.Ю. Скрипниченко, Л.А. Чульский и др. М.: Транспорт, 1977.

15. **Лигум Т.И.** Аэродинамика самолета Ту-134А-3 (Б-3). М.: Транспорт, 1987.

16. **Доброленский Ю.П.** Динамика полета в неспокойной атмосфере. М.: Машиностроение, 1969.

17. **Аэродинамика** летательных аппаратов: Учебник для студентов авиационных специальностей вузов / под ред. Г.А. Колесникова. М.: Машиностроение, 1993.

18. **Авиация** общего назначения. Рекомендации для конструкторов / под ред. В.Г. Микеладзе, ЦАГИ, 1996.

19. **Машиностроение**: Энциклопедия в 40 т. Т. IV-21. Кн. 1. Аэродинамика, динамика полета и прочность. М.: Машиностроение, 2002.

20. **Колесников К.С., Сухов В.Н.** Упругий летательный аппарат как объект автоматического управления. М.: Машиностроение, 1974.

21. **Фершинг Г.** Основы аэроупругости: Пер. с нем. М.: Машиностроение, 1984.

22. **Феодосьев В.И.** Сопротивление материалов. М., изд-е МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1999.

23. **Амирьянц Г.А.** Теоретическое определение влияния упругости и распределения масс конструкции на некоторые аэродинамические характеристики самолета в квазиустановившемся движении // Учен. записки ЦАГИ. Т. X. №1. 1979.

24. **Авиационные правила**. Ч. 25. Нормы летной годности самолетов транспортной категории. Межгосударственный авиационный комитет. М.: ОАО «Авиаиздат», 2004.

25. **Гониодский В.И., Склянский Ф.И., Шумилов И.С.** Привод рулевых поверхностей самолетов. М.: Машиностроение, 1974.

26. **Гамынин Н.С.** Гидравлический привод систем управления. М.: Машиностроение, 1972.

27. **Летчик** как динамическая система / А.В. Ефремов, А.В. Оглоблин, А.Н. Предтеченский, В.В. Родченко. М.: Машиностроение, 1992.

28. **Остославский И.В., Стражева И.В.** Динамика полета, устойчивость и управляемость летательных аппаратов. М.: Машиностроение, 1965.

29. **Military** Standard, Flying Qualities of Piloted Vehicles. MIL STD 1797 USAF, 1987.

30. **Пашковский И.М.** Устойчивость и управляемость самолета. М.: Машиностроение, 1987.

31. **Снешко Ю.И.** Устойчивость и управляемость самолета в эксплуатационной области режимов полета. М.: Машиностроение, 1987.

32. **Ефремов А.В., Оглоблин А.В.** Прогресс в исследованиях системы самолет–летчик по оценке и выбору пилотажных характеристик самолетов // Общероссийский научно-технический журнал «Полет». 2005. №12.

33. **Дёч Г.** Руководство к практическому применению преобразования Лапласа. М.: ГРФМЛ, 1958.

34. **Бюшгенс Г.С., Студнев Р.В.** Динамика пространственного движения самолета. М.: Машиностроение, 1967.

35. **СНиП 2.05.08.85.** Аэродромы. М.: ЦИТП Госстроя СССР, 1985.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие 3
Введение 4

Часть I. ТРАЕКТОРИИ ПОЛЕТА САМОЛЕТА

Глава 1. Уравнения движения самолета 33
1.1. Основные предположения 33
1.2. Уравнение траекторного движения самолета как точки переменной массы в векторной форме 34
1.3. Системы координат в задачах динамики полета 36
1.4. Уравнения движения центра масс самолета в проекциях на оси связанной и траекторной систем координат 54
1.5. Уравнения движения центра масс самолета в перегрузках 67
1.6. Уравнения движения центра масс самолета в частных случаях 70

Глава 2. Исходные данные для расчета траекторий и летно-технических характеристик самолетов 77
2.1. Условия полета 77
2.2. Аэродинамические характеристики самолета 79
2.3. Характеристики применяемых на самолетах двигателей ... 101
2.4. Высотно-скоростные и дроссельные характеристики турбовинтовых и поршневых авиационных двигателей 108
2.5. Взаимное влияние винта и самолета 114
2.6. Выбор винта и коэффициента редукции 118
2.7. Ограничения основных полетных параметров 121

Глава 3. Установившиеся режимы полета 124
3.1. Понятие установившегося режима полета 124
3.2. Расчет установившегося прямолинейного горизонтального полета 125
3.3. Первые и вторые режимы полета 137
3.4. Влияние эксплуатационных факторов на диапазон скоростей полета 142
3.5. Построение области располагаемых высот и скоростей установившегося горизонтального полета 149
3.6. Установившиеся набор высоты и снижение 151

Глава 4. Неустановившиеся квазипрямолинейные режимы полета 170
4.1. Понятие расчета неустановившихся режимов полета 170
4.2. Понятие энергетической высоты 171
4.3. Уравнения продольного движения в энергетической форме 174
4.4. Набор высоты по заданной программе $V_к(H)$ 176
4.5. Неустановившееся снижение самолета 178
4.6. Оптимизация траекторий набора высоты 179
4.7. Оптимизация траектории снижения 186
4.8. Динамический потолок сверхзвукового самолета 189

Глава 5. Дальность и продолжительность полета 193
5.1. Основные понятия и определения 193
5.2. Расчет дальности крейсерского полета самолета с ТРД 198
5.3. Расчет дальности крейсерского полета самолета с винтовыми двигателями 209
5.4. Влияние ветра на дальность полета 218
5.5. Влияние некоторых факторов на дальность и продолжительность полета 220
5.6. Расчет транспортной эффективности 225
5.7. Особенности расчета дальности полета сверхзвукового самолета 227
5.8. Влияние УВД на оптимальные режимы полета транспортных самолетов 229

Глава 6. Маневренные характеристики самолета 230
6.1. Общие показатели маневренности 232
6.2. Маневрирование в горизонтальной плоскости 238
6.3. Характерные маневры самолета в вертикальной плоскости 242
6.4. Пространственный маневр самолета 249

Глава 7. Взлетно-посадочные характеристики самолетов 251
7.1. Особенности взлетно-посадочных режимов движения самолетов 251
7.2. Траектория взлета 252
7.3. Расчет взлетной дистанции самолета 256
7.4. Прерванный и продолженный взлет 263
7.5. Траектория посадки 265
7.6. Расчет посадочной дистанции самолета 269
7.7. Факторы, влияющие на взлетно-посадочные характеристики самолета 276
7.8. Обеспечение безопасности посадки 280

Глава 8. Выбор основных проектных параметров самолета 285
8.1. Общие положения 285
8.2. Выбор аэродинамической компоновки 288
8.3. Выбор проектных параметров самолета 292

Часть II. УСТОЙЧИВОСТЬ И УПРАВЛЯЕМОСТЬ САМОЛЕТА

Глава 9. Математическая модель возмущенного движения самолета 309
9.1. Допущения, используемые при исследовании возмущенного движения 315
9.2. Возмущения, действующие на самолет в полете 318
9.3. Линеаризация уравнений движения 323
9.4. Упрощение дифференциальных уравнений движения. Разделение системы уравнений движения на две независимые системы 326

Глава 10. Силы и моменты, действующие на самолет 335
10.1. Аэродинамический момент тангажа самолета в установившемся прямолинейном полете 336
10.1.1. Аэродинамический момент тангажа самолета без горизонтального оперения 338
10.1.2. Аэродинамический момент тангажа горизонтального оперения при неотклоненных органах управления .. 347
10.1.3. Аэродинамические управляющие моменты тангажа 356
10.2. Момент тангажа от двигателя 360
10.3. Дополнительные моменты в криволинейном неустановившемся полете 364
10.4. Особенности моментов тангажа самолета на взлетно-посадочных режимах 370
10.5. Боковые силы и моменты 373
10.6. Шарнирные моменты органов управления самолетом 402
10.7. Аэродинамические характеристики самолета на больших углах атаки 407

Глава 11. Влияние упругих деформаций конструкции на динамику самолета 412
11.1. Влияние упругих деформаций отдельных элементов конструкции самолета на аэродинамические характеристики 413
11.2. Коэффициенты влияния упругих деформаций на аэродинамические характеристики 433
11.3. Уравнения движения самолета с учетом упругих колебаний конструкции 440

Глава 12. Системы управления 453
12.1. Обратимое ручное управление. Система непосредственного ручного управления 456
12.2. Система бустерного управления 460
12.3. Системы улучшения устойчивости и управляемости ... 465
12.4. Система дистанционного управления 471

Глава 13. Продольное возмущенное движение самолета 478
13.1. Уравнения продольного движения при полете в возмущенной атмосфере 478
13.2. Разделение движения на коротко- и длиннопериодическое 485
13.3. Короткопериодическое движение самолета 497
13.4. Длиннопериодическое движение самолета 515

Глава 14. Статическая устойчивость самолета в продольном движении. Продольная балансировка. Статическая управляемость 528
14.1. Продольная статическая устойчивость самолета 529
14.2. Балансировка самолета и характеристики статической устойчивости 546
14.3. Влияние продольной статической устойчивости на летно-технические характеристики 563

Глава 15. Динамика бокового движения 567
15.1. Уравнения и структура бокового движения 568
15.2. Устойчивость самолета в боковом движении. Основные формы бокового движения. Требования к характеристикам устойчивости возмущенного движения 575
15.3. Управляемость самолета в боковом движении 586

Глава 16. Статическая устойчивость в боковом движении. Боковая балансировка самолета. Характеристики боковой статической управляемости 602
16.1. Статическая устойчивость самолета в боковом движении при фиксированных рулях 603
16.2. Балансировка самолета в прямолинейном полете со скольжением 606
16.3. Боковая балансировка самолета в прямолинейном установившемся полете с несимметричной тягой движителей 616

Глава 17. Устойчивость и управляемость самолета на взлетно-посадочных режимах полета 629
17.1. Продольная балансировка самолета при взлете и посадке 629
17.2. Особенности движения самолета перед взлетом 631

17.3. Уравнения движения самолета по земле 633
17.4. Путевая устойчивость и управляемость на разбеге самолета 641
17.5. Продольная устойчивость и управляемость при разбеге самолета 644

Глава 18. Ограничение допустимых центровок. Выбор параметров стабилизирующих поверхностей 648

18.1. Предельно передняя центровка. Предельно задняя центровка. Диапазон эксплуатационных центровок 648
18.2. Выбор параметров горизонтального оперения 655
18.3. Выбор параметров вертикального оперения 663

Глава 19. Автоматизация ручного управления самолетом 666

19.1. Направления развития автоматизации 666
19.2. Критерии выбора пилотажных характеристик высокоавтоматизированных самолетов 669
19.3. Автоматизация продольного управления самолетом 683
19.4. Автоматизация бокового управления самолетом 700
19.5. Влияние нелинейности исполнительной части СУУ на устойчивость самолета 710

Глава 20. Динамика пространственного движения 717

20.1. Приближенные уравнения пространственного движения. Физические основы взаимодействия продольного и бокового движений 718
20.2. Установившиеся режимы пространственного движения и анализ их устойчивости 722
20.3. Неэксплуатационные режимы полета. Условия развития критических режимов, характерные признаки (сваливание, штопор, неуправляемое движение крена) 733
20.3.1. Сваливание 734
20.3.2. Штопор 740
20.3.3. Неуправляемое движение крена 744

ПРИЛОЖЕНИЯ 751

Приложение 1. Таблицы направляющих косинусов 751

Приложение 2. Классификация аэродромов 752

Приложение 3. Методы экспериментальных исследований в динамике полета 754

Приложение 4. Числовые значения ряда параметров международной стандартной атмосферы 765

Список литературы 769

Учебное издание

Ефремов Александр Викторович,
Захарченко Валерий Федорович,
Овчаренко Валерий Николаевич,
Суханов Валерий Леонидович,
Шелюхин Юрий Федорович,
Устинов Александр Сергеевич

ДИНАМИКА ПОЛЕТА

Редактор *И.Н. Мымрина*
Художественный редактор *Т.Н. Галицына*
Корректор *Л.И. Сажина*
Оператор компьютерной верстки *В.Г. Верхозин*

Сдано в набор 19.06.2010. Подписано в печать 24.01.2011.
Формат 60×88 $^{1}/_{16}$. Бумага офсетная. Гарнитура Times New Roman.
Печать офсетная. Усл. печ. л. 47,53. Уч.-изд. л. 40,01.
Тираж 1000 экз. Заказ

ООО «Издательство Машиностроение»,
107076, Москва, Стромынский пер., 4

Отпечатано в ГУП ППП «Типография “Наука” РАН»
121099, Москва, Шубинский пер., 6

ISBN 978-5-94275-580-5